Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Наум Целакоски
Весна Целакоска-Јорданова
Емилија Целакоска

МАТЕМАТИЧКИ ЛЕКСИКОН

СКОПЈЕ, 2021

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“, Скопје

Наум Целакоски
Весна Целакоска-Јорданова
Емилија Целакоска

МАТЕМАТИЧКИ ЛЕКСИКОН

СКОПЈЕ, 2021

Издавач:
Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Бул. Гоце Делчев бр. 9, 1000 Скопје
www.ukim@ukim.edu.mk

Уредник за издавачка дејност на УКИМ:
Проф. д-р Никола Јанкуловски, ректор

Автори на публикацијата:
Д-р Наум Целакоски,
редовен професор на Машинскиот факултет во Скопје (во пензија)
Д-р Весна Целакоска-Јорданова,
редовен професор на Природно-математичкиот факултет во Скопје
Д-р Емилија Целакоска,
редовен професор на Машинскиот факултет во Скопје

Рецензенти:
Д-р Ѓорѓи Маркоски,
редовен професор на Природно-математичкиот факултет во Скопје
Д-р Анета Гацовска-Барандовска,
вонреден професор на Природно-математичкиот факултет во Скопје

Лектура на македонски јазик: Виолета Јовановска

Техничко уредување и компјутерска обработка: Авторите

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

51:81’374.2(038)
81’374.2:51(038)

ЦЕЛАКОСКИ, Наум
Математички лексикон [Електронски извор] / Наум Целакоски, Весна Целакоска-Јорданова, Емилија Целакоска. - Скопје : Универзитет "Св. Кирил и Методиј", Машински факултет, 2021

Начин на пристапување (URL):
http://www.ukim.edu.mk/mk_content.php?meni=53&glavno=41. - Текст во PDF формат, содржи 543 стр. - Наслов преземен од екранот. - Опис на изворот на ден 01.07.2021. - Фусноти кон текстот. - Библиографија: стр. 543. - Содржи и: Прилог 1-3

ISBN 978-9989-43-460-0

1. Целакоска-Јорданова, Весна [автор] 2. Целакоска, Емилија [автор]
а) Математика -- Лексикони

COBISS.MK-ID 54245381

ПРЕДГОВОР

Потребата од издавање речник на математички термини со толкувања на македонски јазик се чувствува одамна. Голем број ученици и студенти имаат секојдневна потреба од потсетување и обновување на своите подзаборавени знаења по математика или нивно дополнување со нови содржини. Таа потреба е доволно оправдание за изготвување и издавање едно такво дело што ќе ја отстрани таа празнина. Предложениов МАТЕМАТИЧКИ ЛЕКСИКОН (натаму: Лексикон) нуди намалување на тој недостаток.

Лексиконот опфаќа термини што се користат во математиката, а некои од нив – во техниката и во други научни дисциплини. Работен е со цел да им послужи на учениците и студентите во текот на учењето математика, но и на професорите по математика, инженерите и на други заинтересирани лица, чијашто работа е сврзана со примена на математиката. Во Лексиконот се застапени термини од разни области на математиката: аритметика, алгебра, геометрија, аналитична геометрија, тригонометрија, вектори и матрици, математичка анализа, математичка логика, а и термини на најчесто среќавани поими од: теорија на броеви, теорија на множества, диференцијална геометрија, топологија, веројатност и статистика.

Лексиконот содржи повеќе од 2600 насловни единици. Од нив, преку 2000 се математички термини, за кои (паралелно со македонскиот термин) се наведуваат еквивалентни термини на англиски и руски јазик, а потоа следува дефиниција или објаснение на терминот. Покрај тоа, наведени се преку 500 насловни математички термини (некои со, а некои без еквиваленти на англиски и руски јазик), коишто се синоними или се дефинирани во одредниците на други термини. На соодветни места, поместени се и преку 100 имиња на класични математичари со периодот во кој живееле и со кратка белешка за нивниот придонес во математиката. Секој насловен збор што е лично име е проследен со неговиот запис на англиски и на руски јазик.

Кон Лексиконот се приклучени англиско-македонски показател и руско-македонски показател. Тие показатели овозможуваат, за определен термин на англиски или руски јазик, преку македонскиот еквивалентен термин, да се најде во Лексиконот неговата дефиниција или објаснение на македонски јазик. Даден е и прилог „Математички знаци“, а на крајот – список на користената литература.

Во текот на подготовката, водечка цел ни беше Лексиконот да го направиме што е можно пополезен и поудобен за корисниците за кои е наменет, а тоа се: студентите по математика – за поуспешно следење на наставата, за професори по математика, за студенти од техничките факултети, за ученици, за инженери и за други лица, заинтересирани за значењето на математичките термини.

Настојувавме Лексиконот да биде разумно комплетен во покривањето на материјалот што е вклучен во наставните програми по математика за основното и средното образование, како и за студиите од првите две-три години на математичките и техничките факултети во Република Северна Македонија, а да содржи и некои други термини на важни или интересни математички поими. Секако, во едно така широко подрачје, се јавуваат проблеми и дилеми за одлучувањето што да се исклучи, а што да се вклучи, во кој обем да се обработи одреден поим, дали да се даде илустративен пример или цртеж, дали да се наведат некои важни својства на поимот, дали да се повтори нешто што е веќе кажано во обработката на некој друг поим и... редица други дилеми. Во секој од тие случаи се трудевме да обезбедиме максимална можна употребливост за корисниците.

Математичкиот лексикон не е обичен „зборовен речник“, ниту учебник или пак енциклопедија. Тој е кондензиран збир на поврзани математички поими со толкувања, нагоден за корисници на кои им треба брзо стигнување до „подзаборавено значење“ на некој математички термин. Сепак, и „општ читател“ може да сфати одреден поим, за кој не бил школуван, читајќи ја неговата дефиниција и следејќи ги непознатите термини во неа до познати поими. Веруваме дека Лексиконот може да им биде од помош на многу читатели за воспоставување една полесна и, можеби, посреќна врска со оваа фундаментална наука.

На крајот, ја користиме можноста на ова место да им изразиме благодарност на рецензентите за корисните забелешки и сугестии што придонесоа да се подобри оваа книга. Забелешки, коментари и дискусии од читателите за дефиниции на поими и за кој било дел од Лексиконот се добредојдени. За секоја информација во врска со евентуални грешки, пропусти и несоодветности ќе бидеме посебно благодарни.

Скопје, април 2021 Авторите

СОДРЖИНА

Оваа страница намерно е оставена празна

УПАТСТВО ЗА КОРИСТЕЊЕ НА ЛЕКСИКОНОТ

I. Насловните термини во МАТЕМАТИЧКИОТ ЛЕКСИКОН се печатени со големи масни („болд“) букви и се поставени во почетокот на левата маргина од секоја колона. Тие се подредени по азбучен ред, лексикографски, при што: празнините меѓу зборови, запирките, цртичките и индексите се игнорираат при редењето на зборовите во низа. На пр.:

АГОЛ НА ЕЛЕВАЦИЈА	**ДИРИХЛЕОВА ТЕОРЕМА**	**ТОЧКА НА ПРЕКИН**
АГОЛНА ЛИНИЈА	**ДИРИХЛЕОВ ПРИНЦИП**	T_0**–ПРОСТОР**
АГОЛ НА НАКЛОНОТ	**ДИРИХЛЕ, Петер Густав**	T_1**–ПРОСТОР**

II. Насловниот термин, низ својата одредница, обично е запишуван со кратенка, составена од првите букви на зборовите од кои е составен (поради заштеда на простор). На пример: терминот **СФЕРА** – со с. ; **АЛГЕБАРСКА РАВЕНКА** – со а.р. ; **ПОЗИЦИОНЕН БРОЕН СИСТЕМ** – со п.б.с.

III. Дефиницијата на секој термин, еквивалентите на англиски и руски јазик и евентуалните додатоци (објасненија, илустративни примери и др.) се дадени со светли букви. На пример:

> **БУЛОВА МАТРИЦА** [Boolean matrix; булева матрица] Правоаголна шема од елементи коишто се членови на дадена Булова алгебра.

IV. Некој термин може да има повеќе дефиниции / значења; тогаш секоја од нив е означена со болдирана бројка: **1**, **2**, **3**, ... На пример:

> **КВАДРАТУРА** [quadrature; квадратура] **1**. Плоштина изразена во квадратни единици (квадратен метар, квадратен центиметар, хектар итн.). **2**. Конструкција на квадрат, еднаквоплоштен со дадена фигура. **3**. Процес на пресметување интеграл.

V. Во дополнителните податоци на некои насловни термини се дадени дефиниции на термини што се во врска со насловниот термин. Таквите термини се означени со мали болдирани букви. На пример:

> **ТРАПЕЗ** [trapezium (*Brit.*), trapezoid (*Amer.*); трапеция] Четириаголник при кој две страни се паралелни, а другите две не се паралелни. Паралелните страни се викаат **основи**, а непаралелните – **бочни страни**. Растојанието меѓу паралелните страни се вика **висина** на т. Отсечката чиишто краеви се средините на бочните страни се вика **средна линија** на т.; (...)

VI. Некои термини или група зборови во текстот, за кои се сметало дека треба да се нагласат, запишани се со *курзивни букви*. На пример:

СИМЕТРИЧНА ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА [symmetric geometric configuration; симметричная геометрическая фигура] **1**. За една *геометриска фигура F* (крива, површина, итн.) се вели дека *е симетрична* (т. е. дека *има симетрија*) во однос на дадена точка, права или рамнина, ако...

VII. Упатување од еден термин кон друг (поради исто значење, дополнително објаснение или некакво, најчесто „вкрстено“ поврзување) се врши со кратенката *в.* (*види*) и се наведува другиот термин со светли, големи букви, но со помали димензии, или пак со *курзивни букви*, кога упатувањето е „индиректно“.

VIII. Ако терминот за кој се наведува дефиниција има исто значење со друг термин или со некоја негова варијанта, тогаш по дефиницијата се става: „Познато и како“ и се наведува терминот, со *курзивни букви*. Во некои случаи, пред терминот што е синоним со првиот, стои: „Исто што и“ или „Син.“ и следува терминот, запишан со *курзивни букви*. Примери:

1) **АБЕЛОВА ГРУПА** [Abelian group; абелева группа] Група чијашто операција е комутативна: $ab = ba$ за кои било a и b во групата; *в.* КОМУТАТИВНА ГРУПА.

КОМУТАТИВНА ГРУПА [commutative group; коммутативная группа] *Група* (*в.*) во која операцијата е *комутативна*, т. е. ако $*$ е ознака за таа операција, тогаш равенството $x*y = y*x$ е точно за сите елементи x, y од групата. Познато и како *Абелова група*.

2) **ЛАЧНА МЕРА** [arc measure, circular measure; дуговая мера (угла)], *в.* РАДИЈАНСКА МЕРА.

РАДИЈАНСКА МЕРА [radian measure; радианная мера (угла)] Мерата на агол искажана во радијани. Познато и како *лачна мера*.

3) **БИНОМНИ КОЕФИЦИЕНТИ** [binomial coefficientes; биномиальные коэффициенты] Коефициентите во разложувањето на изразот $(a+b)^n$; *в.* БИНОМНА ФОРМУЛА.

4) **АГОЛ НА РЕФЛЕКСИЈА**, исто што и *агол на одбивање*.

5) **БИСЕКТРИСА НА АГОЛ** [bisector; бисектриса угла] Полуправата со почеток во темето на даден агол, којашто го дели аголот на два еднакви агли. Син. *симетрала на агол*.

СПИСОК НА КРАТЕНКИ

Во МАТЕМАТИЧКИОТ ЛЕКСИКОН се користени некои од вообичаените кратенки што се наведени во *Правойисой на македонскиой јазик* (2015 год.), како на пример: *в.* – види; век; *й.* – точка; *й. е.* – то ест; *на йр.* – на пример; *сл.* – слично; *ийн.* – и така натаму; *год.* – година; *др.* – друго. Подолу е даден список на користени кратенки во Лексиконот коишто се помалу вообичаени или ги нема во *Правойисой*.

1. акко – ако и само ако
2. амер. – американски
3. брит. – британски
4. деф. – дефиниција
5. конст. – константа
6. лат. – латински
7. мат. – математика
8. НЗД (или: нзд) – најголем заеднички делител
9. НЗС (или: нзс) – најмал заеднички содржател
10. одн. – односно
11. н. е. – новата ера / нашата ера
12. ок. – околу
13. пон. – понекогаш
14. поч. – починат
15. пр. – пример
16. пр. н. е. – пред новата ера / пред нашата ера
17. род. – роден
18. син. – синоним
19. скр. – скратено
20. соодв. – соодветно
21. спец. – специјално
22. т.н. – таканаречен

Оваа страница намерно е оставена празна

А

АБАК [abacus; абак] Назив за разни видови примитивни направи од постаро време за извршување аритметички операции. А. обично се состои од рамка што држи неколку шипки, на кои има топчиња што може слободно да се лизгаат, слично како кај детска сметалка. Во античка Грција и Рим се користеле во вид на плоча или масичка со жлебови, по која се лизгале маркери или се тркалале камчиња. А. е претходник на модерните сметачки машини.

АБЕЛ, Нилс Хенрик [Niels Henrik Abel; Нильс Хенрик Абель] (1802 – 1829), норвешки математичар. Прв дал целосен доказ дека општа алгебарска равенка од петти степен не е решлива со радикали, т. е. нејзините решенија не може да се изразат само со коефициентите на равенката. Дал голем придонес во теоријата на редовите и во теоријата на елиптичните функции.

АБЕЛОВА ГРУПА [Abelian group; абелева группа] Група, чијашто операција е комутативна: $ab = ba$ за кои било a и b во групата; *в.* КОМУТАТИВНА ГРУПА.

АБЕЛОВА ОПЕРАЦИЈА [Abelian operation; абелева операция], исто што и *комутативна операција*.

АБЕЛОВО ПОЛЕ [Abelian field; абелево поле], *в.* ПОЛЕ.

АВТОМАТ [automaton; автомат] Општо, автомат е направа, којашто самостојно извршува некои дејства. Во теоријата на алгоритми, терминот *автомат* се употребува во смисла на *апстрактен автомат*, т. е. математичка апстракција, модел на дискретна направа, којашто има еден влез и еден излез и во секој момент се наоѓа во некоја, од множеството возможни состојби. За влез во таа направа се користат симболи од една азбука, а на излезот таа издава симболи (во општ случај) од друга азбука.

Формално, *автомат* се дефинира како петка $\mathcal{A} = (S, X, Y, \delta, \lambda)$, каде што S, X, Y се непразни множества, наречени: S – *множество состојби* на автоматот, X – *множество влезни* симболи, Y – *множество излезни* симболи, $\delta : S \times X \to S$ – *функција на премин во состојба* и $\lambda : S \times X \to Y$ – *функција на излез*.

За која било состојба $s \in S$ и кој било влез $x \in X$, вредноста $\delta(s, x)$ е состојбата што резултира штом влезот x се вчитува кога автоматот е во состојбата s. Елементот $\lambda(s, x)$ е излезниот податок кој е произведен со влезот x ако автоматот е во состојбата s.

Ако сите множества S, X, Y се конечни, тогаш автоматот $\mathcal{A}$ се вика **конечен** а., а ако тоа не е исполнето, тогаш $\mathcal{A}$ се нарекува **бесконечен** а. Кога δ и λ се еднозначни функции, т. е. имаат точно по една вредност за секој пар (состојба, влез одн. излез), $\mathcal{A}$ се вика **детерминистички** а. Ако се дозволи δ и λ да се повеќезначни функции или да се недефинирани за некој влезен пар, тогаш $\mathcal{A}$ се нарекува **недетерминистички** а.

Се разгледува и **автомат без излез** – четворка $\mathcal{H} = (S, X, Y, \delta)$, наречен уште *акцептор* или *препознавач*, со значења на S, X, Y, δ како кај $\mathcal{A}$ (којшто се нарекува уште и **автомат со излез**). Во некои случаи, извесна состојба $s_0 \in S$ е избрана како *почетна состојба*, па во тој случај се пишува (S, X, Y, δ, s_0) за $\mathcal{H}$, а за $\mathcal{A}$ – $(S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$.

Во конечниот случај, еден автомат може да биде наполно опишан со табели за δ и λ како што е покажано подолу:

δ	x_1	$\cdots$	x_n
s_1	$\delta(s_1, x_1)$	$\cdots$	$\delta(s_1, x_n)$
...	...	...	...
s_k	$\delta(s_k, x_1)$	$\cdots$	$\delta(s_k, x_n)$

и

λ	x_1	$\cdots$	x_n
s_1	$\lambda(s_1, x_1)$	$\cdots$	$\lambda(s_1, x_n)$
...	...	...	...
s_k	$\lambda(s_k, x_1)$	$\cdots$	$\lambda(s_k, x_n)$

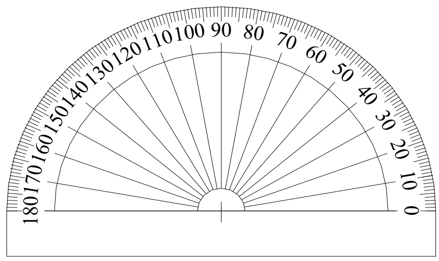
Еден конечен автомат може да биде опишан и со насочен граф. Научната област којашто ги проучува автоматите и проблемите што можат тие да ги решаваат се вика *теорија на автомати* (*в.*).

АВТОМОРФИЗАМ [automorphism; автоморфизм] *Изоморфизам* на една алгебарска структура на себе. На пр., пресликувањето $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, дефинирано со $f(z) = \bar{z}$, е а. на полето на комплексните броеви, ($\mathbb{C}$; +, ·); притоа, $\bar{z} = a - ib$ е конјугирано комплексниот број на z = $a + ib$, за кои било $a, b \in \mathbb{R}$; *в.* ИЗОМОРФИЗАМ.

АГЛИ НА ПРАВЕЦ [direction angles; направляющие углы] Трите агли што ги зафаќа една права во простор со позитивните делови на оските *Ox*, *Oy*, *Oz* од Декартов координатен систем.

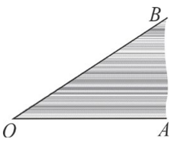
АГЛИ ПРИ ТРАНСВЕРЗАЛА [angles made by a transversal; углы при пересечении двух прямых третей прямой], *в.* ТРАНСВЕРЗАЛА.

АГЛОМЕР [protractor; транспортир] Направа за мерење големини на агли од цртеж. Направен е од полукружно или кружно рамно парче од некој материјал (лим, картон, пластика), градуирано со степени, од 0° до 180° (*в.* црт.), односно од 0° до 360°.

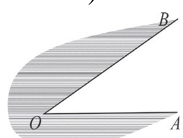


Агломер

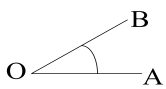
АГОЛ [angle; угол] **1**. *Во планиметријата*, геометриска фигура составена од две различни полуправи (*OA* и *OB*) со заеднички почеток (*O*) и едниот дел од рамнината ограничен со нив. Полуправите *OA* и *OB* се викаат **краци**, а заедничкиот почеток *O* – **теме** на а. Фигурата составена само од полуправите *OA* и *OB* се вика **аголна линија**. (Во некои книги, самата аголна линија се вика *агол*.)



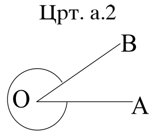
Црт. а.1



Црт. а.2



Црт. а.1'



Црт. а.2'

Агол

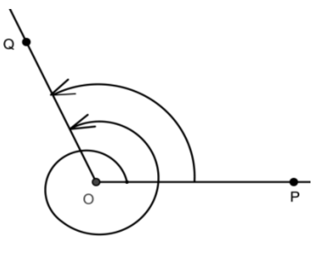
Аголната линија ја дели рамнината на две области, па според тоа, дефинира два а.: едниот дел составен од неа и засенчената област на црт. а.1, наречен **конвексен** а., а другиот дел – од неа и од засенчената област на црт. а.2, наречен **конкавен** а.

Засенчениот дел, без краците, се вика **внатрешна област** (или *внатрешност*), а секоја точка од таа област се вика **внатрешна точка** на а. Незасенчениот дел, без краците, се вика **надворешна област** (или *надворешност*) на а., а нејзините точки се викаат **надворешни точки** на а.

А. на цртеж обично се означува со кружен лак меѓу краците, како на црт. а.1′ (наместо како црт. а.1) или како на црт. а.2′ (наместо црт. а.2).

А. може да се споредуваат, па значи и да се мерат. Основни единици за мерење а. се *аголен степен* и *радијан* (*в.*). Во врска со операциите собирање и одземање а., поимот а. се обопштува така што се допушта: **полн** а. (т. е. а. од 360°), **нулти** а. (т.е. а. од 0°), а. *поголем од* 360° и а. *помал* од 0^0.

2. *Во тригонометријата*, *агол* се добива со ротација на полуправа околу нејзината почетна точка. Затоа се вика и **ротационен** а. Почетната точка *O* се вика **почеток**, почетната положба *OP* на полуправата – **почетен крак**, завршната положба *OQ* – **краен крак** на а., а полуправата што ротира – **радиус-вектор** (*в.* црт.). Големината на ротационен а. може да биде кој било реален број, зашто нема ограничување за бројот на завртувањата или за насоката на ротирање на радиус-векторот до неговата крајна положба.



Ротационен агол

За а. се вели дека е **позитивен**, ако се добива со вртење на радиус-векторот во насока спротивна од насоката на движењето на стрелките кај часовникот; ако пак вртењето е како кај стрелките на часовникот, тогаш се вели дека а. е **негативен**.

3. *Во стереометријата*, поимот *агол* се воведува кај фигури образувани при пресечната права на две рамнини (*двоѕиден а.*, *диедар*) или при пресечната точка на три или повеќе рамнини (*телесен а.*).

Мера на двоѕиден а. е мерата на соодветниот **линиски** а. (т. е. на а. што се добива при пресекот на диедарот со рамнина, нормална на неговиот раб). За многуѕидните а. се воведува мера наречена **телесна мера**, аналогна на радијанската мера на рамнинските а.; таа мера се изразува во *стерадијани* (*в.*); *в.* и: АГОЛ НА ДИЕДАР; ДИЕДАРСКИ АГОЛ; ЌОШЕ.

АГОЛЕН КОЕФИЦИЕНТ [slope; угловой коэффициент], *в.* КОЕФИЦИЕНТ НА ПРАВЕЦ; НАКЛОН НА ПРАВА.

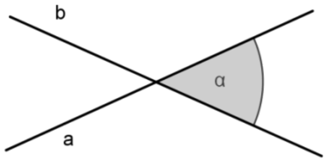
АГОЛЕН СТЕПЕН [degree; градус] *в.* СТЕПЕН 1.

АГОЛ МЕЃУ ДВА ВЕКТОРА [angle between two vectors; угол между двумя векторами] Под агол меѓу два вектора во просторот го подразбираме оној од двата агли определени со тие вектори, нанесени од една иста точка, кој не е поголем од рамниот агол.

АГОЛ МЕЃУ ДВЕ КРИВИ, исто што и *криволиниски агол*.

АГОЛ МЕЃУ ДВЕ ПРАВИ [angle between two lines; угол между двумя прямыми] **1**. А.м.д.п. *a* и *b* *што се сечат* (значи, лежат во иста рамнина и имаат само една заедничка точка) е најмалиот од аглите што се формираат при пресекот на *a* и *b* (*в.* црт.).
Ако правите се паралелни (вклучително: се совпаѓаат), тогаш се зема дека аголот меѓу нив е нултиот.

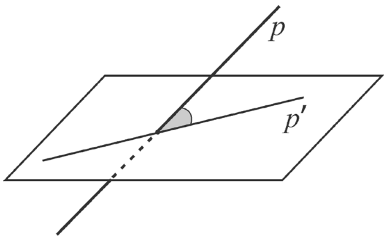
2. А.м.д.п. *p* и *q* *што се разминуваат* се вика аголот меѓу две прави, повлечени низ една точка, паралелно со правите *p* и *q*.



Агол меѓу две прави

АГОЛ МЕЃУ ДВЕ РАМНИНИ [angle between two planes; угол между двумя плоскостями] Ако рамнините *се сечат*, тогаш а.м.д.р. е најмалиот од линиските агли на диедрите што се формирани од тие две рамнини. Со други зборови, тоа е агол чиешто теме лежи на пресечната права *a*, краците се нормални на *a*, така што едниот лежи на едната, а другиот на другата рамнина, а притоа, тој агол да не надминува 90°. Ако рамнините се паралелни (вклучително: се совпаѓаат), тогаш се смета дека аголот меѓу нив е 0°.

АГОЛ МЕЃУ ПРАВА И РАМНИНА [angle between a line and a plane; угол между прямой и плоскости]



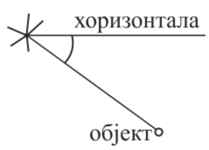
Агол меѓу права и рамнина

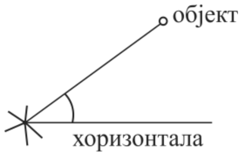
Остриот агол меѓу правата *p* и нејзината ортогонална проекција *p*' врз рамнината, ако проекцијата не е точка (*в*. црт.). Ако пак проекцијата е точка, тогаш а.м.п.р. е прав агол; во тој случај се вели дека правата е **нормала на рамнината**.

АГОЛ НА ВРТЕЊЕ, исто што и АГОЛ НА РОТАЦИЈА; *в*. РОТАЦИЈА[1].

АГОЛ НА ДЕВИЈАЦИЈА [angle of deviation; угол отклонения] Аголната промена во правецот на светлосен зрак, или на друго електромагнетно зрачење (важи за сите видови бранови), при премин од една во друга средина; тоа е аголот δ на црт. кај АГОЛ НА ПАЃАЊЕ. Познато и како: *агол на отстапување*; *агол на скршнување*.

АГОЛ НА ДЕПРЕСИЈА [angle of depression; угол понижения] Аголот меѓу хоризонталата и полуправата што тргнува од окото на набљудувачот кон некој објект што е под хоризонталата на окото (*в*. црт.).





Агол на депресија Агол на елевација

АГОЛ НА ДИЕДАР [plane angle of a dihedral angle; линейный угол двугранного угла] Аголот што се добива при пресек на диедарот со рамнина, нормална на неговиот раб. Познато и како *линиски агол на диедар*; *диедарски агол*; *в*. ДИЕДАР.

АГОЛ НА ЕЛЕВАЦИЈА [angle of elevation; угол возвышения] Аголот меѓу хоризонталата и полуправата што тргнува од окото на набљудувачот и минува низ дадена точка што е над хоризонталата на неговото око (*в*. црт.).

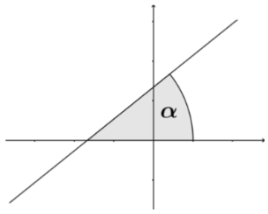
АГОЛНА ЛИНИЈА, *в*. АГОЛ 1.

АГОЛНА МЕРА, *в*. МЕРА НА АГОЛ.

АГОЛНА МИНУТА, *в*. МИНУТА.

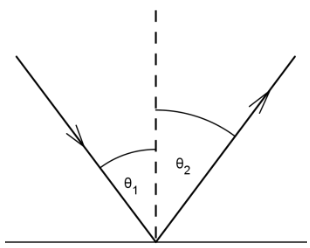
АГОЛ НА НАКЛОНОТ (**на права**) [angle of inclination, slope angle (of a straight line); угол наклона (прямой)]

Аголот α, помал од 180°, мерен од *x*-оската, во позитивна насока, до дадената права (*в.* црт.).



Агол на наклонот

АГОЛ НА ОДБИВАЊЕ [angle of reflection; угол отражения] Аголот меѓу светлосниот зрак по одбивањето од една површина и нормалата на таа површина. Овој агол, θ_2 и *аголот на паѓање* (т. е. *упадниот агол*) θ_1 (*в.* црт.) лежат во иста рамнина и се еднакви меѓу себе. Познато и како *агол на рефлексија*.

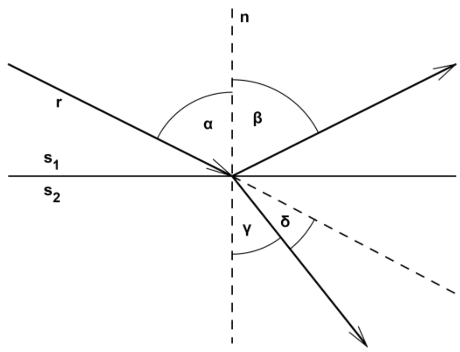


Агол на одбивање

АГОЛ НА ОТСТАПУВАЊЕ, исто што и *агол на девијација*.

АГОЛ НА ПАЃАЊЕ [angle of incidence; угол падения] Аголот при кој едно тело или зрак удира на една површина, мерен од правецот во кој се движи телото до нормалата на површината во точката на допирот. (Терминот се користи кога се зборува за удар на бран врз материјална површина.) Познато и како *упаден агол*.

При премин од една оптичка средина во друга, светлината си го менува правецот на простирањето и притоа се јавуваат неколку агли, прикажани на цртежот: α е **агол на паѓање** на зракот *r* (наречен *зрак на паѓање*); β е **агол на одбивање** (или **агол на рефлексија**); γ е **агол на прекршување**; δ е **агол на девијација** (*агол на отстапување*, *агол на скршнување*) на зракот *r* (*n* е нормалата на површината, а s_1 е средина со помала густина отколку средината s_2).



Агол на: паѓање; одбивање; прекршување; девијација

АГОЛ НА ПРЕКРШУВАЊЕ [angle of refraction; угол преломления] Аголот меѓу светлосниот зрак по прекршувањето при граничната рамнина на две средини и нормалата на таа рамнина (аголот γ на цртежот). Овој агол и *аголот на паѓање* (*в.*) лежат во иста рамнина.

АГОЛ НА РЕФЛЕКСИЈА, исто што и *агол на одбивање*.

АГОЛ НА РОТАЦИЈА [rotation angle; угол вращения, угол поворота], син. *агол на вртење*; *в.* РОТАЦИЈА**[1]**.

АГОЛНА СЕКУНДА [second; секунда], *в.* СЕКУНДА.

АГОЛ НА СКРШНУВАЊЕ, исто што и *агол на девијација*.

АГОЛНИК [square; угольник, чертёжный треугольник] Направа составена од два линијара што зафаќаат агол од 90°, а служи за цртање прави агли. Има и а. при кој двата линијари зафаќаат произволен, фиксиран агол со големина α; таквото помошно средство се користи за извршување други геометриски конструкции. Во случајот кога $\alpha = 90^0$ а. се вика и **прав** а.

АГОЛ СПРОТИ СТРАНА [angle opposite a side; угол противулежащий стороне] Кај триаголник, секој агол има за свои краци две страни од триаголникот. За аголот се вели дека *лежи сӣроӣи сӣранаӣа* (или дека *е сӣроӣивен аӣол на сӣранаӣа*) којашто не е негов крак, а за таа страна се вели дека е *сӣрана сӣроӣи аӣолоӣ*.

Општо, кај полигон со непарен број страни, секој агол лежи спроти единствена страна – тоа е страната до која, од темето на аголот, има ист број страни, без оглед на насоката во која тие се бројат. На пр., триаголник има три пара, а петаголник има пет пара (агол – страна) што се спротивни еден на друг.

АДИТИВНА ВЕЛИЧИНА [additive quantity; аддитивная величина] Бројна функција $f(x)$, дефинирана на дадено множество M на кое е определено собирање и која го задоволува условот

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2).$$

Ова равенството се вика **адитивно својство** на f, а самата f се вика **адитивна функција**. За f се вели и дека *ӣо зачувува собирањеӣо*. Примери на адитивни величини се: должина на линија, плоштина на површина, волумен на тело, маса, тежина и др.

АДИТИВНА ГРУПА [additive group; аддитивная группа] Група во која операцијата е означена со симболот + (наречена *собирање*) и е комутативна операција. Во прстен (R; +, ·), множеството R во однос на операцијата + се вика а.г. на прстенот. На пример: ($\mathbb{Z}$; +) е а.г. на прстенот ($\mathbb{Z}$; +, ·) од целите броеви, ($\mathbb{R}$; +) е а.г. на полето ($\mathbb{R}$; +, ·) од реалните броеви.

АДИТИВНА КОНСТАНТА [additive constant; аддитивная константа] Константа којашто е собирок во даден израз. На пр.: 1) во изразот $3x + 5$ бројот 5 е а.к., за разлика од 3, којашто е *мулӣиӣликаӣивна консӣанӣа*; 2) функциите x^2 и $x^2 + 4$ се разликуваат за а.к. 4.

АДИТИВНА ТЕОРИЈА НА БРОЕВИТЕ [additive number theory; аддитивная теория чисел] Оддел во теоријата на броеви во кој се изучуваат прашања сврзани со разложување на природните броеви 1, 2, 3, 4, 5, ... на собироци од одреден вид. Проблематиката на а.т.н.б. се карактеризира со неколку посебни теореми и задачи, какви што се следните три.

1. **Теорема на Лагранж**. *Секој ӣрироден број n може да се ӣреӣсӣави како збир од најмноӣу чеӣири квадраӣи од цели броеви.* На пр.: бројот 50 може да се претстави како збир од два квадрата: $50 = 7^2 + 1^2$; 14 како збир од три квадрати: $14 = 3^2 + 2^2 + 1^2$; но, за 28 се неопходни четири собироци: $28 = 5^2+1^2+1^2+1^2$ $(=3^2+3^2+3^2+ 1^2)$.

2. **Ворингов проблем.** Станува збор за докажување на следното тврдење. *За кој било ӣрироден број $n \geq 2$ ӣосӣои број r, зависен од n, ӣаков шӣо секој ӣрироден број N може да се ӣреӣсӣави во вид на збир од r броеви, ӣри шӣо секој од нив е n-ӣи сӣеӣен од некој ӣрироден број a_i, ӣ. е.*

$$N = a_1^n + a_2^n + \ldots + a_r^n.$$

Овој проблем го поставил англискиот математичар ***Едвард Воринг*** (Edward Waring, 1734 – 1798) во 1770 г., но целосно решение прв нашол Хилберт во 1909 г. Подоцна, во 1942, рускиот математичар ***Ј. В. Линик*** (Юрий Владимирович Линник, 1915 – 1972) нашол елементарно решение без примена на методи од вишата математика.

3. **Голдбахова хипотеза**. *Секој \bar{п}арен број* $n \geq 6$ *е збир од два не\bar{п}арни \bar{п}рос\bar{т}и броја*; в. ГОЛДБАХ.

АДИТИВНА ФУНКЦИЈА [additive function; аддитивная функция] Функција што го запазува собирањето; *в.* АДИТИВНА ВЕЛИЧИНА.

АДИЦИЈА, син. *собирање* (*в.*).

АДИЦИОНИ ТЕОРЕМИ, *в.* АДИЦИОНИ ФОРМУЛИ.

АДИЦИОНИ ФОРМУЛИ [trigonometric addition formulas; тригонометрические формулы сложения и вычитания] Во тригонометријата, тоа се формули што го изразуваат: синусот, косинусот, тангенсот, итн., од збирот или од разликата на два агла како функции од тие агли. (За нив се употребува и терминот *адициони \bar{т}еореми.*) Најважните од тие формули (т. е. идентитети) се:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta,$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta,$$

$$\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha \pm \mathrm{tg}\,\beta}{1 \mp \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta}.$$

Формулите за котангенс се добиваат од равенството $\mathrm{ctg}\,\alpha = \dfrac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$.

Притоа, горниот знак од $\pm$ на левата страна од формулата треба да се земе со горните знаци од десната страна, а долниот – со долните.

Од а.ф., заменувајќи го β со α, лесно се добиваат формулите (т. е. идентитетите) за **двоен агол**:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1,$$

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = 2\,\mathrm{tg}\,\alpha / (1 - \mathrm{tg}^2\alpha).$$

Формулите (т. е. идентитетите) за **полуагол** ги изразуваат тригонометриските функции од половина агол како функции од аголот. Тие може лесно да се добијат од формулите за двоен агол (заменувајќи го 2α со x, а α со $x/2$). Најважните се:

$$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{(1-\cos x)/2},$$

$$\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{(1+\cos x)/2},$$

$$\mathrm{tg}\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}},$$

$$\mathrm{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x} = \frac{1-\cos x}{\sin x}.$$

Формулите за претставување **производ како збир** се:

$$\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)],$$

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)],$$

$$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)].$$

Овие формули се изведуваат од а.ф., со нивно собирање или одземање.

Познато и како *адициони \bar{т}еореми.*

АДЈУНГИРАНА МАТРИЦА [adjoint of a matrix, adjugate matrix; присоединённая матрица] Транспонираната матрица од матрицата $A^* = [A_{ij}]$ од *ал\bar{г}ебарски\bar{т}е ком\bar{п}лемен\bar{т}и* (*в.*) на дадена матрица A; ознака: adj A или $(A^*)^{\mathrm{T}}$. За матрица $A = [a_{ij}]$ од n-ти ред, а.м. е

$$\mathrm{adj}A = (A^*)^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}.$$

Производот на матрицата A и adj A дава скаларна матрица, во која елементите по главната дијагонала се еднакви на детерминантата $D = |A|$ на матрицата A, т. е.

$$A \cdot \mathrm{adj}A = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & D \end{bmatrix} = D \cdot E,$$

каде што E е единичната матрица од n-ти ред. Оттука, инверзната матрица A^{-1} на несингуларна матрица A (т.е. на матрица чијашто детерминанта $D \neq 0$) се изразува со формулата:

$$A^{-1} = \frac{1}{D} \cdot \operatorname{adj} A\,.$$

АЗБУКА [alphabet; алфавит] Множество знаци со договорена смисла; *в*. ЗНАК.

АЗИМУТ [azimuth; азимут]. **1.** Во геометрија: а. *на точка* во рамнина е аголот, мерен во позитивна насока, меѓу позитивната насока на апсцисната оска и радиус-векторот на точката во поларен координатен систем. Познато и како *поларен агол*; в. ПОЛАРНИ КООРДИНАТИ.

2. Во геодезија: под а. се подразбира аголот од географската насока север до насоката кон дадена точка, мерен во насока на движењето на стрелките на часовникот.

АКСИЈАЛНА СИМЕТРИЈА, *в*. ОСНА СИМЕТРИЈА.

АКСИОМА [axiom; аксиома]. Тврдење што се прифаќа за вистинито, без доказ, а се користи како основа за докажување на други тврдења. А. на една математичка теорија се *појдовни* (т. е. *основни*) тврдења од кои се изведуваат сите други тврдења во таа теорија; в. СИСТЕМ АКСИОМИ.

Историска белешка. Зборот *аксиома* за првпат се јавува во Евклидовите „Елементи“ како тврдење чијашто вистинитост е очигледна и затоа не се докажува; на пр., „На секоја права лежат барем две различни точки“. Евклид ги делел појдовните тврдења на *аксиоми* и *постулати*, но не е сосем јасно каква разлика правел меѓу овие два вида ставови. Во современата практика *аксиома* и *постулат* имаат исто значење. Тргнувајќи од аксиомите и изведувајќи ги сите други тврдења (т. е. теореми) потпирајќи се само на аксиомите и на правилата на заклучување, Евклид прв во историјата дал доследно и релативно строго излагање на геометријата и на делови од аритметиката. Познато и како *постулат*.

АКСИОМА ЗА ПАРАЛЕЛНИТЕ ПРАВИ, *в*. АКСИОМА ЗА ПАРАЛЕЛНОСТ.

АКСИОМА ЗА ПАРАЛЕЛНОСТ [parallel axiom; аксиома параллельности] Тоа е аксиомата: низ дадена точка којашто лежи надвор од дадена права во рамнината, минува една и само една права што е паралелна со дадената права. Познато и како: *аксиома за паралелните прави*; *Евклидов петти постулат* (*в*.).

АКСИОМА НА АРХИМЕД [Archimedes' axiom, Archimedean property; Архимеда аксиома] Аксиомата, којашто гласи: за кои било два позитивни реални броеви a и b постои природен број n таков што $na > b$. Оваа аксиома се вика и **Архимедово својство**. Аналогно тврдење важи за секоја мерлива величина, на пр. за должини, плоштини, волумени и др. На а.н.А. се темели мерењето на величини (метрика). Таа се користи при наоѓање најголем заеднички делител на два броја (*в*. ЕВКЛИДОВ АЛГОРИТАМ), при наоѓање заедничка мера на две отсечки и сл. Но, постојат величини за кои а.А. не е исполнета; тие се викаат **неархимедови величини**.

АКСИОМА НА ИЗБОР [axiom of choice; аксиома выбора] Аксиомата, која гласи: за кое било непразно множество M постои функција φ, којашто на секое непразно подмножество A од M му придружува еден, еднозначно определен елемент $\varphi(A)$ од тоа подмножество.

АКСИОМА НА ИНДУКЦИЈАТА [induction axiom; аксиома индукции], *в*. ПЕАНОВИ АКСИОМИ.

АКСИОМА НА КАНТОР [Cantor's axiom; Кантора аксиома] А.н.К. (или: **аксиома на Кантор–Дедекинд**) гласи: постои обратноеднозначна кореспонденција (т. е. биекција) меѓу множеството точки од една права и множеството реални броеви.

АКСИОМАТИКА [axiomatics; аксиоматика] Област на математичката логика во која се изучуваат *аксиомашски шеории* (*в.*).

АКСИОМАТСКА ДЕФИНИЦИЈА [axiomatic definition; аксиоматическая дефиниция] Дефиниција на поим со помош на аксиоми. Во таквата дефиниција се вклучува систем аксиоми без некој дополнителен опис на тој поим. А.д. е, на пр., дефиницијата на поимот *природен број* со *Пеановиае аксиоми*, на поимот *поле на реалниае броеви* и др.

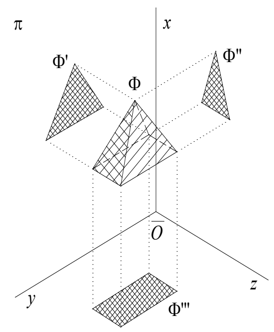
АКСИОМАТСКА ТЕОРИЈА [axiomatic theory; аксиоматическая теория] Математичка теорија, изградена по правилата и законите на математичката логика, која се стреми да ја опфати интуитивната содржина на поимите од математичките теории на строг, формален начин, преку систем аксиоми; *в.* ФОРМАЛНА ТЕОРИЈА.

АКСИОМАТСКИ СИСТЕМ [axiomatic system; аксиоматическая система] Систем основни поими и основни тврдења (дефиниции и аксиоми), врз чија основа дедуктивно се гради одредена теорија. Притоа, аксиомите мора да сочинуваат непротивречен, независен и потполн систем.

А.с. се изградува на следниот начин. Прво, се издвојува мал број **почетни поими**, коишто се наведуваат експлицитно; сите други поими, освен почетните, се дефинираат со помош на дадените или веќе дефинираните поими; сите тврдења се формулираат со помош на почетните или на веќе дефинираните поими. Потоа, се издвојува некој **систем аксиоми**; сите други тврдења, освен аксиомите, се изведуваат со логички средства користејќи веќе докажани тврдења. Изведеното тврдење во една теорија се нарекува **теорема**.

Барање за такво изложување на дедуктивна теорија прв поставил Аристотел; во тој дух се напишани Евклидовите *Елеменши*. Денес, многу математички теории се засноваат аксиоматски; *в.* СИСТЕМ АКСИОМИ.

АКСОНОМЕТРИЈА [axonometry; аксонометрия]. Метод на паралелно проектирање, при кој геометриската фигура се поставува во одредена положба спрема три заемно нормални оски x, y, z и заедно со нив се проектира на проекционата рамнина π (*в.* црт.) (Оските x, y, z, во општ случај се поставени косо во однос на π.) Таквата проекција се вика **аксонометриска проекција**. Ако се проектира нормално врз рамнината π, тогаш се работи за **нормална аксонометрија**.



Аксонометриска проекција

Просторната фигура Φ се проектира нормално на осните рамнини $\pi_1(x, y)$, $\pi_2(x, z)$ и $\pi_3(y, z)$, па потоа фигурата Φ и нејзините три проекции Φ‘, Φ'', Φ''' се проектираат нормално на главната проекциона рамнина π. Методот на **коса аксономет-**

рија се состои во косо проектирање врз рамнината π.

АЛАМБЕР, Жан д’, *в.* ДАЛАМБЕР.

АЛГЕБАРСКА ВРЕДНОСТ НА КОРЕН, в. АРИТМЕТИЧКА ВРЕДНОСТ НА КОРЕН.

АЛГЕБАРСКА ГЕОМЕТРИЈА [algebraic geometry; алгебраическая геометрия]. Дисциплина од геометриски карактер во која се изучуваат *алгебарски криви*, *алгебарски површини* и општо *алгебарски многуобразија* (*в.*), т. е. геометриски својства на фигури со методи на апстрактната алгебра. Спаѓа меѓу поновите математички дисциплини. Први прилози дале: Њутн, Маклорен, Ојлер и Крамер. Суштинската а.г. е создадена од германскиот математичар од еврејско потекло ***М. Нетер*** (Max Nöter, 1844 – 1921). Нејзиниот расцут се должи на повеќе италијански геометри, а систематската изградба е заслуга на ***Е. Нетер*** (Emmy Nöter, 1882 –- 1935) – ќерка на М. Нетер, ***Ван дер Варден*** (B. L. van der Waerden, 1903 –- 1996) и ***Андре Веј*** (André Weil, 1906 –- 1998). Одлика на современата теорија на а.г. е користење тополошки методи.

АЛГЕБАРСКА ДРОПКА [algebraic fraction; алгебраическая дробь] Количник на два алгебарски изрази, т. е. *дропка* (*в.*) при која броителот и именителот се алгебарски изрази.

АЛГЕБАРСКА КРИВА [algebraic curve; алгебраическая кривая] Множество точки од рамнината, чиишто Декартови координати задоволуваат полиномна равенка со две променливи. А.к. е специјален случај на *алгебарско многуобразие*.

Рамнинска а.к. се задава со равенка $P(x, y) = 0$, каде што $P(x, y)$ е полином по x и y. Степенот на $P(x, y)$ се вика **ред** на а.к. Редот на а.к. е еднаков со максималниот можен број пресечни точки на права со дадената крива. На пр., кружницата $x^2 + y^2 = 1$ е рамнинска а.к. од втор ред, а кривата дефинирана со равенката $x^3 - y = 0$ е а.к. од трет ред. За а.к. се вели дека е **неразложлива**, ако полиномот $P(x, y)$ со кој е дефинирана, е неразложлив.

А.к. дефинирана со $P(x, y) = 0$ се вика **рационална** а.к. ако постојат рационални функции $\varphi(t)$ и $\psi(t)$, од кои барем една не е константна, такви што $P(\varphi(t), \psi(t)) = 0$ е идентитет за секој t. На пр., а.к. $x^2 + y^2 = 1$ е рационална а.к., а и секоја крива од прв или втор ред е рационална. Со равенката $x^3 + y^3 = 1$ е дефинирана а.к. од трет ред што не е рационална.

Просторна а.к. се дефинира како пресек на две алгебарски површини преку две независни и непротивречни една на друга равенки $P(x, y, z) = 0$ и $Q(x, y, z) = 0$, каде што P и Q се полиноми по x, y и z.

АЛГЕБАРСКА ОПЕРАЦИЈА [algebraic operation; алгебраическая операция] А.о. на дадено множество M е пресликување $\omega: M^n \to M$ ($n \geq 1$) од n-тиот Декартов степен на M во самото множество M (*в.* ОПЕРАЦИЈА 2).

АЛГЕБАРСКА ПОВРШИНА [algebraic surface; алгебраическая поверхность] Множеството точки од просторот чии Декартови координати задоволуваат дадена равенка $P(x, y, z) = 0$, каде што P е полином по x, y и z. А.п. е специјален случај на *алгебарско многуобразие*. На пр., сферата со радиус r и центар $C(a, b, c)$ е а.п. определена со равенката $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$.

АЛГЕБАРСКА РАВЕНКА [algebraic equation; алгебраическое уравнение] Равенка од обликот $P_n = 0$, каде што

P_n е *полином* од *n*-ти степен од една или од повеќе променливи ($n \geq 0$).

А.р. **со една непозната** се вика равенка од видот

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + ... + a_{n-1} x + a_n = 0 , \quad (1)$$

каде што, *n* е цел ненегативен број, $a_0, a_1, ..., a_n$ се викаат **коефициенти** на равенката и се дадени (реални или комплексни) броеви, а *x* се вика **непозната**. Се претпоставува дека коефициентите на а.р. (1) не се сите нули. Ако $a_0 \neq 0$, тогаш *n* се вика **степен** на а.р. (1).

Вредностите на непознатата *x*, коишто ја задоволуваат равенката (1), т. е. со нивна замена на местото од *x* равенката (1) станува идентично равенство, се викаат **корени** на равенката (1). Врската на корените со коефициентите на (1) е дадена со *Виетовите формули* (*в.*). А.р. (1) е позната и како *полиномна равенка* (*в.*).

Поопшто, *алгебарска равенка* е равенка, во која врз непознатата се извршуваат само алгебарски операции. А.р. со непозната *x* се, на пр.: 1) $x^2 + 5x - 6 = 0$; 2) $x^3 = a / (x + b)$; 3) $\sqrt{2x - 5} = 3x + 4$. Притоа, константите што фигурираат во а.р., како и нејзините решенија, можат да бидат и трансцендентни броеви; таков е случајот со а.р. $\pi x + 2 = 3$.

Равенките коишто не се алгебарски (на пример, експоненцијалните, логаритамските и тригонометриските) се викаат **трансцендентни равенки**.

АЛГЕБАРСКА СТРУКТУРА [algebraic structure; алгебра, универсальная алгебра] Непразно множество од елементи во кое се дефинирани алгебарски операции (најмалку една, а се допушта меѓу нив да има и делумни операции). На пр., множеството $\mathbb{Z}$ на целите броеви со трите бинарни алгебарски операции: собирање, множење и одземање е а.с. Една а.с. може да има безброј многу алгебарски операции. Поимот а.с. ги обопштува поимите *група*, *полугрупа*, *поле*, *прстен* и др. Меѓу најважните а.с. спаѓаат **бројните структури**: $(\mathbb{N}, +)$, $(\mathbb{N}, \cdot)$, $(\mathbb{Z}; +, \cdot)$, $(\mathbb{Q}; +, \cdot)$, $(\mathbb{R}; +, \cdot)$, $(\mathbb{C}; +, \cdot)$. Познато и како *универзална алгебра*; *алгебра*.

АЛГЕБАРСКА ТЕОРИЈА НА БРОЕВИ [algebraic theory of numbers; алгебраическая теория чисел] Гранка од теоријата на броеви којашто ги проучува својствата на алгебарските броеви, користијќи методи од апстрактната алгебра, а специјално од теоријата на *алгебарските бројни полиња* (*в.*). Може да се каже дека развојот на а.т.н.б., експлицитно или имплицитно, се должи на обидите да се докаже *Последната теорема на Ферма* (*в.*).

АЛГЕБАРСКА ТОПОЛОГИЈА [algebraic topology; алгебраическая топология] Научна област во која се изучуваат тополошки својства на геометриски фигури со користење методи од апстрактната алгебра; таа вклучува теорија на: хомотопии, хомологии и кохомологии.

АЛГЕБАРСКА ФУНКЦИЈА [algebraic function; алгебраическая функция] Функција што може да се добие со извршување само на алгебарски операции над нејзиниот аргумент: собирање, одземање, множење, делење и степенување со рационален показател. А.ф. во смисла на оваа дефиниција се викаат **експлицитни** а.ф. Секоја а.ф. е елементарна функција. На пр., $y = x^2 - 2x + 5$, $y = x^{2/3}$ и $y = \sqrt{(1 - x^3)/(5 + x^2)} + 1/x$ се а.ф., а функциите $y = \log x$ и $y = \sin x$ не се алгебарски. *Елементарните функции* (*в.*) што не се а.ф. се викаат **трансцендентни функции**.

АЛГЕБАРСКИ [algebraic; алгебраический] Придавка што означува, во општ случај, дека нешто има врска со алгебрата, се содржи во неа или се однесува на операциите од алгебра, вклучувајќи ги операциите собирање, одземање, множење, делење, степенување и коренување. Во таа смисла, зборот *алгебарски* е спротивен на зборот *трансцендентен*, којшто се однесува на трансцендентни: броеви, равенки, функции.

АЛГЕБАРСКИ БРОЈ [algebraic number; алгебраическое число]. Реален или комплексен број α, којшто е корен на полином (најмалку од прв степен), $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ со рационални коефициенти $a_0, a_1, \ldots, a_n$. Секој број што не е алгебарски се вика **трансцендентен број**; на пр. броевите π, $2^{\sqrt{3}}$ се трансцендентни.

Секој а.б. α е корен на безброј многу полиноми со различни степени; на пр., $\alpha = \sqrt{5}$ ги задоволува равенките $x^2 - 5 = 0$, $x^3 - x^2 - 5x + 5 = 0$, $x^4 - 25 = 0$ и др. Ако α е корен на полином од *n*-ти степен, но не е корен на полиноми со пониски степени, тогаш *n* се вика **степен** на а.б. α. На пр., $\sqrt{5}$ е а.б. од втор степен.

Збир, разлика, производ и количник на два а.б. (освен делење со нула) е а.б.; множеството од сите а.б. образува **поле на** а.б. во однос на собирањето и множењето на комплексни броеви.

Ако α е (комплексен) корен на полиномна равенка со цели коефициенти и со главен коефициент 1, т. е. на равенката $x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$, при што $a_1, \ldots, a_n$ се цели броеви, тогаш α се вика **цел алгебарски број**; на пр., $\sqrt{5}$ е цел алгебарски број, а $\frac{1}{3}$ и $\frac{\sqrt{5}}{2}$ се а.б. но не се цели а.б.

АЛГЕБАРСКИ ДОКАЗ [algebraic proof; алгебраическое доказательство] Доказ во кој се користат само алгебарски симболи и алгебарски операции.

АЛГЕБАРСКИ ЗАКОНИ [algebraic laws; алгебраические законы] Равенство од обликот $t_1 = t_2$, каде што t_1 и t_2 се некои изрази изградени од знаци на променливи, знаци на константи и операциски знаци. На пр., $x * c = c \circ y$ е еден а.з. Една алгебарска структура *го задоволува* (во неа *важи*) законот $t_1 = t_2$ ако и само ако равенството $t_1 = t_2$ е точно за сите вредности што променливите во изразите t_1 и t_2 ги примаат во таа структура, под услов константите и операциските знаци во тие изрази да се протолкувани како соодветни константи и операциски знаци во таа структура. Наведуваме некои поважни а.з. и некои од поважните алгебарски структури и операции што ги задоволуваат тие а.з.

1) **Асоцијативен закон**:

$$(x * y) * z = x * (y * z)$$

– го задоволуваат операциите + и · во сите *бројни структури* (*в.* АЛГЕБАРСКА СТРУКТУРА), како и *операциите со множества* (*в.*) ∪, ∩, Δ.

2) **Комутативен закон**: $x * y = y * x$

– го задоволуват операциите + и · на сите бројни структури и операциите со множества: ∪, ∩, Δ.

3) **Дистрибутивен закон**:

$$x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z),$$

$$(y \circ z) * x = (y * x) \circ (z * x).$$

Се вели дека операцијата $*$ е дистрибутивна во однос на операцијата $\circ$. (Пр.: *в.* ДИСТРИБУТИВЕН ЗАКОН).

4) **Закон за идемпотентност**: $x*x = x$. Го задоволуваат операциите $\cup$ и $\cap$: $X \cup X = X$, $X \cap X = X$.

5) **Закон за апсорпција**:

$$x*(y \circ x) = x.$$

Го задоволуваат операциите $\cup$ и $\cap$: $X \cup (Y \cap X) = X$, $X \cap (Y \cup X) = X$.

Има и други а.з. (закон за неутрален елемент, закон за инверзен елемент и др.). Со а.з. и правилностите во врска со нив се занимава алгебрата.

АЛГЕБАРСКИ ЗАТВОРЕНО ПОЛЕ [algebraically complete field, algebraically closed field; алгебраически замкнутое поле] Поле F во кое секој полином од n-ти степен ($n \geq 1$) со коефициенти во F има во тоа поле n корени, при што кратните корени се бројат толку пати колку што е нивната кратност. Полето на алгебарските броеви и полето на комплексните броеви се а.з.п., додека полето на реалните броеви не е а.з.п.

АЛГЕБАРСКИ ЗБИР [algebraic sum; алгебраическая сумма] Резултатот од собирањето на две или повеќе величини, земени со нивните знаци (+ или –), во согласност со правилото за собирање во алгебра: додавањето на негативна величина е еквивалентно со одземањето на соодветната позитивна величина. На пр., а.з. на броевите 5, –3, 8, 1 и –4 е 7; имено, $5+(-3)+8+1+(-4) = 7$.

АЛГЕБАРСКИ ЗНАК, *в. алгебарски симбол.*

АЛГЕБАРСКИ ИДЕНТИТЕТ [algebraic identity; алгебраическое тождество] Равенство коешто важи за сите допуштени вредности на променливите; на пр., $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$.

АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗ [algebraic expression; алгебраическое выражение] Израз што е добиен со извршување на следните операции, конечен број пати, врз симболи што претставуваат броеви: собирање, одземање, множење, делење и степенување, т. е. израз што содржи само алгебарски симболи и само алгебарски операции.

Рационален а.и. е израз што може да се запише како количник на два полинома; на пр.: $(x - a) / (x^2 + b)$ и $5x^3 + c$ се рационални а.и.

Ирационален а.и. е израз што не е рационален; на пр. $\sqrt{2x-3} + x^{2/3} + 4y$.

Изрази што не се алгебарски се викаат **трансцендентни изрази**; такви се, на пр., $\log x$; $e^x - 2x$; $\sin x + \operatorname{tg} x$.

Ако променливите и константите (буквени) во а.и. добијат одредени бројни вредности, а потоа се извршат назначените операции над тие вредности, тогаш се добива некој број, кој се вика **бројна вредност** на а.и. На пр., а.и. $ax^3 + b$, за $a = 4$, $x = 2$ и $b = 1$, станува броен израз $4 \cdot 2^3 + 1$, па неговата бројна вредност е 33.

АЛГЕБАРСКИ КОМПЛЕМЕНТ [cofactor, algebraic complement; алгебраическое дополнение] А.к. на елементот a_{ij} во квадратната матрица $A = [a_{ij}]$ од n-ти ред е бројот

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot \Delta_{ij},$$

каде што Δ_{ij} е *минорот* на a_{ij}, т. е. детерминантата на $(n-1) \times (n-1)$-матрицата добиена со бришење на i-тата редица и j-тата колона во A.

Значи, а.к. на a_{ij} се совпаѓа со бројот Δ_{ij} ако збирот на индексите е парен број, а е спротивниот број на Δ_{ij} ако збирот $i+j$ е непарен. На пр., за матрицата

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 5 & 1 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}:$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \Delta_{11} = +\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 30,$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \Delta_{32} = -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -6.$$

Матрицата од алгебарските комплементи на елементите од $A = [a_{ij}]$ се вика **реципрочна матрица** и се означува со A^*; значи: $A^* = [A_{ij}]$. За матрицата A од примерот, A^* е:

$$A^* = \begin{bmatrix} 30 & 3 & 15 \\ -18 & 24 & -9 \\ -17 & -6 & 13 \end{bmatrix}.$$

А.к. се користи за разложување на детерминанта по нејзина редица, на пр., p , или по колона, на пр., q:

$$\det A = a_{p1}A_{p1} + a_{p2}A_{p2} + ... + a_{pn}A_{pn},$$

$$\det A = a_{1q}A_{1q} + a_{2q}A_{2q} + ... + a_{nq}A_{nq},$$

како и за наоѓање адјунгирана матрица и инверзна матрица. Познато и како *алгебарско дополнение*.

АЛГЕБАРСКИ ОБЈЕКТ [algebraic object; алгебраический объект] Алгебарска структура како, на пр., група, полугрупа, прстен, поле итн. или елемент од таква алгебарска структура.

АЛГЕБАРСКИ СИМБОЛ [algebraic symbol; алгебраический символ] Буква или друг знак што претставува број, непозната или променлива, или пак означува некоја алгебарска операција. Познато и како *алгебарски знак*.

АЛГЕБАРСКИ СИСТЕМ [algebraic system; алгебраическая система] Објект **A** = $(A, \Omega, \Re)$, којшто се состои од три множества: непразно множество A, фамилија операции Ω и фамилија релации $\Re$ определени на множеството A. А.с. **A** се вика **универзална алгебра** или **алгебра** ако $\Re=\varnothing$ (а $\Omega\neq\varnothing$), а **релациски систем** или **модел** ако $\Omega=\varnothing$ (а $\Re\neq\varnothing$).

АЛГЕБАРСКО БРОЈНО ПОЛЕ [algebraic number field; алгебраическое числовое поле] Секое конечно проширување $K = \mathbb{Q}(\alpha)$ на полето $\mathbb{Q}$ од рационалните броеви, генерирано од даден алгебарски број α; на пример:

$$\mathbb{Q}(\sqrt{3}) = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\};$$

в. ПРОШИРУВАЊЕ НА ПОЛЕ.

АЛГЕБАРСКО ДОПОЛНЕНИЕ, исто што и *алгебарски комплемент*.

АЛГЕБАРСКО ЗАТВОРАЊЕ НА ПОЛЕ [algebraic closure of a field; алгебраическое замыкание поля] За едно поле K велиме дека е а.з.н.п. F ако K е алгебарско проширување на F и K е алгебарски затворено поле.

АЛГЕБАРСКО МНОГУОБРАЗИЕ [algebraic variety; алгебраическое многообразие] Подмножество од n-димензионалниот векторски простор $\mathbb{R}^n$, т. е. множеството точки $(x_1,...,x_n)$ чиишто координати задоволуваат даден (конечен) систем равенки:

$$P_1(x_1, \ldots, x_n) = 0, \ \ldots, \ P_k(x_1, \ldots, x_n) = 0,$$

каде што P_1 , …, P_k се полиноми по $x_1, \ldots, x_n$.

Поопшто, а.м. е множество точки во векторски простор што задоволуваат множество полиномни равенки со коефициенти во носечкото поле на векторскиот простор.

А.м. е основен поим на современата алгебарска геометрија. Тој го обопштува еднодимензионалниот поим *крива* и дводимензионалниот поим *површина*.

АЛГЕБАРСКО ОДЗЕМАЊЕ [algebraic subtraction; алгебраическое вычитание] Одземање на броеви со знак, а тоа е еквивалентно со додавање на намалителот кон намаленикот, откако на намалителот ќе му се припише спротивниот знак. На пр., од –3 да се одземе –5 значи: $-3-(-5)=-3+5=2$.

АЛГЕБАРСКО ПРОШИРУВАЊЕ НА ПОЛЕ [algebraic extension of a field; алгебраическое расширение поля] Едно поле *K* е а.п.н.п. *F* ако *K* го содржи *F* и сите корени на полиномите со коефициенти во *F*; *в.* и ПРОШИРУВАЊЕ НА ПОЛЕ.

АЛГЕБАРСКО РЕШЕНИЕ [algebraic solution; алгебраическое решение] Решение за кое се користат само алгебарски симболи и само алгебарски операции.

АЛГЕБАРСКО СОБИРАЊЕ [algebraic addition; алгебраическое сложение] Собирање на алгебарски величини во следнава смисла: додавање негативна величина е исто што и одземање на соодветната позитивна величина; *в.* АЛГЕБАРСКИ ЗБИР.

АЛГЕБРА [algebra; алгебра] **1**. Метод на решавање практични проблеми со користење симболи (обично букви) за непознати величини.

2. Систем на симболичко манипулирање, формализиран од *Ф. Виет* (*в.*), за оперирање со равенки и изрази што содржат симболи и броеви, денес познат како *елементарна алгебра*.

3. Синоним за *универзална алгебра* (*в.*). Во таа смисла, а. се, на пр., *Булова алгебра* и *унарна алгебра*.

4. *Алгебра над поле F*, (*в.*).

5. А., како дел од математиката, се употребува и во такви комбинации како: *хомолошка* а., *геометриска* а., *комутативна* а., *линеарна* а., *полилинеарна* а., *тополошка* а.

Историска белешка. Покрај геометријата, а. е една од најстарите дисциплини на математиката; нејзините почетоци датираат од најстарите математички текстови. Методи за решавање равенки од прв и втор степен се познати од древноста. Во текот на долг период од развојот, предмет на изучување на а. биле операции, својства и релации на броевите, па во таа смисла, таа претставува обопштување и проширување на аритметиката. Основната задача на а. од XVII до XIX в., т. е. на *класичната а.*, било решавањето на алгебарски равенки. Со текот на времето се наметнувале во прв план прашањата за: егзистенција, број и својства на решенијата, а при разработката на општи формални методи за решавање на равенките, се јавила потребата од изучување на основните бројни области и продлабочување на поимот број. Од средината на XIX в. тежиштето на алгебрата се поместило кон изучување на произволни операции, т. е. операции коишто се дефинирани не само на броеви. Така се дошло до поимите *матрица, детерминанта, група, прстен и поле*, а потоа, во почетокот на XX в. – и до поимот *алгебарска структура,* т.е. множество елементи (од каква било природа), на кое се дефинирани некои алгебарски операции. Тие поими ја сочинуваат основата на *современата алгебра*. Суштинската карактеристика на а. е во тоа што во неа ја нема идејата за гранична вредност, идејата за бесконечна блискост на елементите, коишто постојат во математичката анализа и топологијата. Методите на современата а. навлегуваат во сè повеќе области на математиката, особено во анализата и геометријата, а со успех се применуваат во физиката и во други природни науки.

АЛГЕБРА НАД ПОЛЕ [algebra over a field; алгебра над полем] **Алгебра** (или **линеарна алгебра**) **над поле** *F* е прстен *R*, во кој, покрај обичните за прстен операции собирање и множење, дефинирано е и множење со елементи од полето F, така што се исполнети следниве услови: i) $0 \cdot x = 0$, ii) $1 \cdot x = x$, iii) $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$, iv) $\alpha(xy) = (\alpha x)y$, v) $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$, vi) $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$, за кои било $x, y \in R$ и $\alpha, \beta \in F$. Со тоа, прстенот R е и векторски простор над полето F. Димензијата на векторскиот простор е **ред** на R. Алгебрата е **комутативна алгебра**, одн. **алгебра со единица**, ако прстенот е комутативен, одн. ако е прстен со единица. На пример, прстенот од сите реални $n \times n$-матрици над полето од реалните броеви е а.н.п.; друг пример за а.н.п. е прстенот од полиноми со реални коефициенти. Во таа смисла се употребуваат и термините *линеарна* а. или *векторска* а.

АЛГЕБРА НА ЛОГИКА [algebra of logic; алгебра логики] Област на математичката логика, којашто ги изучува исказите во смисла на нивните логички вредности (вистинитост $\top$ или невистинитост $\perp$) и логичките операции над нив (конјункција $\wedge$, дисјункција $\vee$, импликација $\Rightarrow$, еквиваленција $\Leftrightarrow$ и негација $\neg$).

АЛГЕБРА НА МНОЖЕСТВА [algebra of subsets; алгебра множеств] Непразна фамилија подмножества од некое множество M, затворена во однос на операциите унија, пресек и комплемент, применети конечен број пати. За една класа $\boldsymbol{K}$ подмножества од множеството M да биде а.н.м. потребно и доволно е $\boldsymbol{K}$ да го содржи: празното множество, комплементот (во однос на M) на секој свој член, и унијата на кои било два од своите членови.

А.н.м., затворена во однос на формирање пребројливи унии, се вика **σ-алгебра на множества**. На пр., фамилијата од сите конечни подмножества и нивните комплементи на произволно множество M е а.н.м.; фамилијата од сите не повеќе од пребројливи подмножества на M е σ-а.н.м.

АЛГЕБРА СО ДЕЛЕЊЕ [division algebra; алгебра с делением] Прстен во кој секој ненулти елемент има мултипликативен инверзен елемент.

А.с.д. е **асоцијативна** ако прстенот е асоцијативен, а е и **комутативна** ако прстенот е поле. Единствените асоцијативни а.с.д. се следниве три: полето на *реалните броеви*, полето на *комплексните броеви* (комутативни а.с.д.) и *кватернионите* (некомутативна а.с.д). *Кејлиевата алгебра* (*в.*) е единствената неасоцијативна (и некомутативна) а.с.д.

Еден n-димензионален векторски простор над полето на реалните броеви формира алгебра во која делењето (освен со 0) е секогаш можно, ако n = 1, 2, 4 и 8. Овие четири случаи одговараат на: реалните броеви, комплексните броеви, кватернионите и Кејлиевите броеви, соодветно. Познато и како *прстен со делење*.

АЛГОРИТАМ [algorithm; алгорифм, алгоритм] Конечна низа од правила, според кои по конечен број еднозначно дефинирани чекори се добива решение на дадена задача, коешто еднозначно одговара на дадените услови во задачата. Наредбите за тие правила треба да можат да се извршуваат со користење само на допуштливите средства и да се формулирани на јазик што е разбирлив за човекот или за автоматот, задолжен за нивното исполнување. Типични примери на а. се: *алгоритамот за делење*, *Евклидовиот алгоритам*, *Ератостеновото сито* (*в.*).

Во информатиката, а. е подредено множество правила коешто, применето на почетните податоци, доведува до бараните резултати. А. се формулира во вид на програма, којашто се состои од *алгоритамски чекори*; нивните врски ја дефинираат *структурата* на а.

Терминот а. е изведен според името на арапскиот математичар *Ал-Хорезми* (*в.*).

АЛГОРИТАМ ЗА ДЕЛЕЊЕ [division algorithm; алгорифм деления]. **1**. За *цели броеви*, постапка што се базира на теоремата: за секој цел број a и кој било природен број b, постојат еднозначно определени цели броеви q и r такви што

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b.$$

Бројот a е **деленик**, b е **делител**, q е **количник**, а r е **остаток** од делењето на a со b.

2. За *полиноми*, а.з.д. се потпира на теоремата: за кој било полином f и кој било неконстантен полином g, постојат еднозначно определени полиноми q и r такви што

$$f(x) = g(x)q(x) + r(x),$$

каде што или $r = 0$ или степенот на r е помал од степенот на g. Полиномите f, g, q и r се: **деленик**, **делител**, **количник** и **остаток**, соодветно.

АЛЕФ [aleph; алеф] Првата буква од староеврејската азбука, т. е. знакот $\aleph$. Се користи за означување на кардиналноста на бесконечни множества. На пр., кардиналноста на множеството од природните броеви (и општо, на пребројливо множество) е $\aleph_0$ (се чита: *алеф-нула*).

АЛЕФ-НУЛА [aleph-zero, aleph-null, aleph-naught; алеф-нуль] Најмалиот бесконечен кардинален број; се означува со $\aleph_0$; *в.* АЛЕФ.

АЛИКВАНТЕН ДЕЛ [aliquant; аликвантная часть] Природен број што дели друг, даден природен број, но не е негов точен делител. На пр., 3, 5, 6 и 7 се а. на бројот 8.

АЛИКВОТЕН ДЕЛ [aliquot, aliquot part; аликвотная часть] Секој точен делител на даден природен број. На пр., 2 и 5 се а.д. на 10, а 2, 3, 6 и 9 се а.д. на 18.

АЛТЕРНАТИВЕН РЕД, исто што и *наизменичен ред* (*в.*).

АЛТЕРНАТИВНА ГРУПА [alternating group; знакопеременная группа] Група што се состои од сите парни пермутации од n објекти.

АЛ-ХОРЕЗМИ, Мухамед ибн Муса [Muhammad ibn-Musa al-Khwarizmi; Мухáммад ибн Мусá аль-Хорезми́] (род. ок. 780 г. во Хорезми, поч. ок. 850 г. во Багдад), еден од најважните арапски математичари. Потекнува од свештенички род. Работел во „Домот на мудроста“ во Багдад. Од А.-Х. останале пет трудови. Терминот *алгебра* потекнува од насловот на неговиот труд „*Ilm al-jabr wa'l muqabalah*“ („Илм алџабр вал мукабала“, т. е. „Наука за редукција и кратење“). Прв во арапскиот свет, во својата *Аритметика*, го популаризира десетичниот (позиционен) броен систем. Зборот *алгоритам* потекнува од неговото латинизирано име *Algorithmi*.

АМОРТИЗАЦИЈА [amortization; погашение долга, амортизация] А. *на долг* е исплата на долгот, вклучувајќи ја каматата, со периодични (обично еднакви) исплати, којашто трае сè додека се исплати долгот без какво било обновување на договорот. Математичките принципи се исти како тие што се користат за ануитети.

АМПЛИТУДА [amplitude, polar angle; амплитуда, полярный угол] **1**. А. *на комплексен број* е аголот, мерен во позитивна насока, меѓу позитивниот дел на реалната оска и векторот што го претставува комплексниот број. **2**. А. *на точка* во рамнина е исто што и *поларен агол* (*в.*). **3**. А. *на перио-*

дична функција е половината од разликата меѓу најголемата можна вредност на функцијата и најмалата можна вредност. На пр., а. на $y = \sin x$ е 1, зашто $[1-(-1)] / 2 = 1$.

АНАЛИЗА [analysis; анализ] **1**. *Метод на расудување* при кој се оди од непознато кон познато, од бараното кон даденото, т. е. тргнување од последиците и одење кон причините што довеле до тие последици. *Како мисловна операција*, а. означува расчленување на даден објект или појава на карактеристичните елементи, со цел да се испитаат поединечно, како составни делови на една целина.

А. се користи во наставата по алгебра, геометрија, тригонометрија и виша математика, особено при решавање проблеми со составување равенки, решавање конструктивни задачи и докажување теореми. А. е речиси нераздвојна од обратната постапка, наречена *синтеза* (*в.*).

2. Терминот а. се користи како кратенка за *математичка анализа* (*в.*).

АНАЛИТИЧЕН ДОКАЗ [analitic proof; аналитическое доказательство] **1**. Директен метод на докажување теореми од видот $A \Rightarrow C$, при кој се тргнува од заклучокот C и, со т.н. *нагорна анализа*, се стигнува до претпоставката A (спротивно на *синтетичниот доказ*, *в.*). Значи, а.д. е доказ (или решение) што е направен со постапката, наречена *анализа* (*в.*).

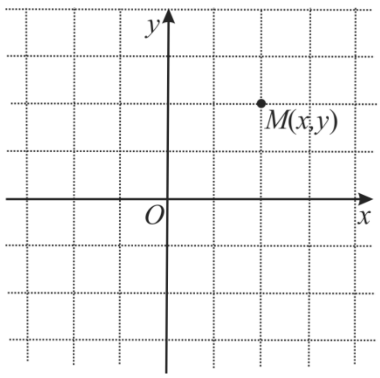
2. Доказ (или решение) којшто се состои повеќе од алгебарски методи отколку геометриски и / или од методи базирани на гранични процеси (какви што се методите на диференцијалното и интегралното сметање).

АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА [analitic geometry, coordinate geometry, Cartesian geometry; аналитическая геометрия] Дел од математиката во кој се изучуваат геометриски фигури со помош на алгебарски средства врз основа на *методот на координати*.

Основните задачи што ги решава а.г. се следниве две: а) знаејќи ги геометриските својства на геометриска фигура, дадена како геометриско место на точки, да се најде равенка којашто ги сврзува тековните координати на нејзините точки; б) знаејќи ја равенката на дадена геометриска фигура, којашто ги сврзува тековните координати x и y, да се најдат геометриските својства на таа фигура.

Методот на координати во рамнина се состои во следното. На секоја точка од рамнината еднозначно ѝ се придружува подреден пар реални броеви, наречени **координати** на точката.

За таа цел се разгледуваат две фамилии линии со следниве својства: 1) ниедна од линиите не се самопресекува, 2) кои било две линии од иста фамилија не се сечат, 3) секоја линија од едната фамилија има само по една пресечна точка M со секоја линија од другата фамилија. Така се добиваат два система линии, наречени **координатни линии**, коишто образуваат **координатна мрежа** во рамнината. Наједноставен е случајот кога координатните линии се прави и линиите од едниот систем се нормални на линиите од другиот систем (*в.* црт.).



Координатна мрежа

На тој начин, положбата на секоја точка од рамнината се определува со пресекот на две координатни линии, со што се воспоставува биекција меѓу точките од рамнината и множеството подредени парови (x, y) реални броеви.

Ако координатните линии се прави, тогаш системот се вика **праволиниски**, а ако некои од тие линии се криви – **криволиниски координатен систем**. Меѓу праволиниските системи најмногу е користен *правоаголниот Декартов координатен систем* (*в.*), а меѓу криволиниските – *поларниот координатен систем*.

Аналогно се воспоставува биекција меѓу точките од просторот (тридимензионален) и множеството подредени тројки реални броеви, (x, y, z), наречени **координати** на точка во просторот – тие ја определуваат нејзината положба во просторот. (А.г. често се нарекува и **координатна геометрија**.)

Најголем придонес во создавањето на а.г. дал Рене Декарт (*в.*) со своето дело „Геометрија“ (1637), но значаен придонес за развојот на а.г. имал и Пјер Ферма со неговиот необјавен ракопис „Вовед во рамнински и просторни геометриски места“ којшто кружел низ Париз во 1637 год.

А.г. широко се применува во физиката и техничките науки, а е основа за многу современи области од геометријата, како што се алгебарската и диференцијалната геометрија.

АНАЛИТИЧНА ФУНКЦИЈА [analytic function; аналитическая функция]
1. А.ф. од комплексна променлива – *в.* ХОЛОМОРФНА ФУНКЦИЈА.
2. А.ф. од реална променлива е функција, која може да биде претставена со конвергентен *Тејлоров ред* (*в.*).

АНАЛИТИЧНО РЕШЕНИЕ [analitic solution; аналитическое решение], *в.* АНАЛИТИЧЕН ДОКАЗ 2.

АНАЛОГИЈА [analogy; аналогия, сходство] Метод на расудување и изведување заклучоци што се користи во математиката за да се откријат нови теореми. Расудувањето се одвива обично на следниов начин: прво се установува некое согласување или сличност меѓу објектите од една и објектите од друга класа; потоа се уочува познато својство на едната класа и, според порано утврденото согласување, се заклучува дека *веројатно* и другата класа има „слично својство“. Специјално, заклучување по аналогија се прави и во случаи кога ќе се установи согласување на два објекта во некој однос, а потоа се заклучува за соодветноста на тие објекти во друг однос. На пр. класата тетраедри е аналогна со класата триаголници; собирањето е аналогно со множењето.

За заклучување по аналогија, карактеристична е следнава шема:
A ги има својствата: $P_1, P_2, \ldots, P_n, Q$;
B ги има својствата: $P_1, P_2, \ldots, P_n$.
Заклучок: *веројатно* и ***B*** го има својството Q. Значи, самата а. не дава одговор дали изведениот заклучок е точен или не – неговата правилност треба да се потврди преку доказ со други средства.

АНОМАЛИЈА [anomaly; аномалия] на точка – исто што и *поларен агол* (*в.*) на точка.

АНТЕЦЕДЕНТ [antecedent, hypothesis; антецедент, посылка] **1.** Во математичката логика – првиот од двата исказа во импликацијата $p \Rightarrow q$; *син. претпоставка*. **2**. За природен број n поголем од 1, а. е претходниот број n–1; син. *претходник*.

АНТИЛОГАРИТАМ [antilogarithm, inverse logarithm; антилогарифм] Антилогаритам на бројот c (се означува: $\text{antilog}_a c$) е број b чијшто логаритам при дадената основа a е еднаков на бројот c, $\log_a b = c$, т. е. $a^c = b$. На пр.: $\mathrm{antilog}_{10} 2 = 100$ (зашто $\log_{10} 100 = 2$). Познато и како: *логаритманд*; *инверзен логаритам*.

АНТИНОМИЈА [antinomy; антиномия, парадокс] Логичка противречност меѓу две правила или меѓу два закона, обата прифатени за точни; или, противречност меѓу два заклучока, коректно изведени од такви правила или закони. А. има особено во теоријата на множествата (на пр. „кардиналниот број на множеството од сите кардинални броеви“ и др.). Син. *парадокс*.

АНТИСИМЕТРИЧНА МАТРИЦА [antisymmetric matrix; антисимметрическая матрица, кососимметрическая матрица] Квадратна матрица $A = [a_{ij}]$ која го исполнува условот $a_{ij} = -a_{ji}$ (т. е. $A^T = -A$, A^T е транспонираната матрица од A). Значи, дијагоналните елементи на а.м. се нули, а секој пар елементи, симетрични во однос на дијагоналата, се спротивни броеви.

АНТИСИМЕТРИЧНА РЕЛАЦИЈА [antisymmetric relation; антисимметрическое отношение] Релација α на множество M за која важи импликацијата: $x \,\alpha\, y \wedge y \,\alpha\, x \Rightarrow x = y$; *в.* РЕЛАЦИЈА.

АНУИТЕТ [annuity; ежегодная рента] Низа исплати на одредена сума парични средства што му се исплатуваат некому во правилни временски интервали.

АНУЛАТОР [annihilator; аннулятор] **Лев** а. на множество X во прстен R (полугрупа или, воопшто, групоид со нула) е множеството $\mathrm{A}_l(X)$ од сите елементи $y \in R$ такви што $yX = 0$. Аналогно се дефинира **десен** а. на X во R: тоа е множеството

$$\mathrm{A}_r(X) = \{z \in R : Xz = 0\}.$$

Двостран а. на X во R е множеството $\mathrm{A}(X) = \mathrm{A}_l(X) \cap \mathrm{A}_r(X)$. Во асоцијативен прстен (или во полугрупа) R, левиот а. на кое било множество X е лев идеал на R, а ако X е лев идеал, тогаш $\mathrm{A}_l(X)$ е двостран идеал на R.

АНХАРМОНИСКИ ОДНОС [anharmonic ratio, anharmonic section; ангармоническое отношение], *в.* ДВОЕН ОДНОС.

АЊЕЗИ, Марија Гаетана [Maria Gaetana Agnesi; Мария Гаэтана Аньези] (1718 – 1799), славна италијанска математичарка родена во Милано, професорка на универзитетот во Болоња. Во нејзина чест, кривата со равенка $y(a^2 + x^2) = a^3$ е наречена *локна на Ањези* (*в.*).

АПАГОГИЧЕН ДОКАЗ, *в.* ИНДИРЕКТЕН ДОКАЗ.

АПЕРИОДИЧНА ГРУПА [aperiodic group; непериодическая группа] *в.* ГРУПА БЕЗ ТОРЗИЈА.

АПЛИКАТА [applicate; аппликата] Една од Декартовите координати на точка (x, y, z) во просторот – третата по ред, т. е. *z-координатата*.

АПЛИКАТНА ОСКА [*z*-axis; ось аппликат], *в.* *z*-ОСКА.

АПОЛОНИЕВА ЗАДАЧА [Apollonius' problem; Аполлония задача] Аполониева задача (или **задача на Аполониј**) е задачата за конструирање кружница што допира три дадени кружници. Се решава со методот на *инверзија*. Кружницата што е решение на А.п. се вика **Аполониева кружница**.

АПОЛОНИЈ ОД ПЕРГА [Apollonius of Perga; Аполлоний Пергский] (род. ок. 260 г., поч. ок. 190 г. пред н.е.), антички математичар, учел во Александрија, следбеник на Евклид. Ги проучувал конусните пресеци. Автор е на осумтомното дело „*Коники*“, од кои се зачувани 4 тома на грчки и 3 тома во арапски превод. Современите називи хипербола, елипса и парабола потекнуваат од Аполониј.

АПОСТЕРИОРНА ВЕРОЈАТНОСТ [a posteriori probability; апостериорная вероятность] Исто што и *сӣаӣисӣичка веројаӣносӣ* (*в.*).

АПОТЕМА [apothem; апофема] **1**. А. *на ӣравилен миоīуаīолник* е висина на карактеристичниот триаголник на правилен многуаголник. **2**. А. *на ӣравилна ӣирамида* е висината на рамнокракиот триаголник што е бочен ѕид на правилната пирамида, спуштена од темето на пирамидата. **3**. А. *на ӣравилна ӣоӣсечена ӣирамида* е висината на трапезот, што е бочен ѕид на правилната потсечена пирамида.

АПРИОРНА ВЕРОЈАТНОСТ [apriory probability; априорная вероятность] Исто што и *маӣемаӣичка веројаӣносӣ* (*в.*).

АПРОКСИМАЦИЈА [aproximation; аппроксимация] **1**. Резултат што не е точен, но е „доволно блиску“ до коректниот резултат. **2**. Постапка за добивање таков резултат.

Познато и како *ӣриближување*.

АПСОЛУТЕН БРОЈ [absolute number; конкретное число] Број изразен со цифри, *конкреӣен број*, како на пр., 2, 15, $\sqrt{3}$, за разлика од буквените алгебарски ознаки.

АПСОЛУТНА ВРЕДНОСТ [absolute value; абсолютная величина] **1**. А.в. *на реален број*: функција, којашто на секој реален број a му придружува ненегативен реален број $|a|$, таков што $|a| = a$ за $a \geq 0$, $|a| = -a$ за $a < 0$. На пр. $|+3| = +3$ и $|-3| = +3$. На бројна права, а.в. на бројот a е растојанието од точката што го претставува бројот a до нултата точка, без оглед на насоката (одн. знакот).

2. А.в. *на комӣлексен број* $z = a + ib$ (ознака: $|z|$), се дефинира како квадратниот корен од збирот на квадратите на a и b, т. е.

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \; (= \sqrt{z \cdot \bar{z}}) .$$

Познато и како *модул на комӣлексен број*; *норма на комӣлексен број*.

И за реални и за комплексни броеви x, y важат следниве релации:

$|x + y| \leq |x| + |y|$, $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$,
$|x - y| \geq ||x| - |y||$, $|x/y| = |x|/|y|$.

3. А.в. *на векӣор*, *в*. ДОЛЖИНА НА ВЕКТОР.

АПСОЛУТНА ГЕОМЕТРИЈА [absolute geometruy; абсолютная геометрия] Делот од елементарната геометрија, којшто не зависи од аксиомата за паралелност, т. е. множеството од сите последици што се добиваат од аксиоматиката на евклидската геометрија, откако од неа ќе се исклучи аксиомата за паралелните прави.

А.г. содржи заеднички дел на евклидската геометрија и геометријата на Лобачевски. Кон а.г. припаѓаат, на пр., теоремите: а) во секој триаголник збирот на две страни е поголем од третата; б) во секој триаголник спроти поголем агол лежи поголема страна и др. Терминот а.г. го вовел унгарскиот математичар Ј. *Бољаи* (*в.*), во 1832 год.

АПСОЛУТНА ГРЕШКА [absolute error; абсолютная погрешность] А.г. на даден приближен број x се вика апсолутната вредност на разликата меѓу тој број и разгледуваниот точен број X, т. е. $|X - x|$; в. ГРЕШКА 1.

АПСОЛУТНА КОНСТАНТА [absolute constant; абсолютная константа] Константа што никогаш не ја менува својата вредност, како на пр. броевите во аритметиката.

АПСОЛУТНА ФРЕКВЕНЦИЈА [absolute frequency; абсолютная частота], *в.* ФРЕКВЕНЦИЈА.

АПСОЛУТНО КОНВЕРГЕНТЕН РЕД [absolutely convergent series; абсолютно сходящийся ряд] Броен ред Σa_n е а.к.р. ако редот $\Sigma|a_n|$ е конвергентен; *в.* РЕД **2**.

АПСТРАКТЕН БРОЈ, *в.* НЕИМЕНУВАН БРОЈ.

АПСТРАКТНА АЛГЕБРА [abstract algebra; абстрактная алгебра, универсальная алгебра] Научна област која изучува математички системи што се состојат од множество елементи, од една или повеќе операции дефинирани на тоа множество и од некои правила (аксиоми) за меѓусебната врска на елементите и операциите. А.а. ги вклучува: теоријата на групи, теоријата на прстени, теоријата на броеви и др. Познато и како: *современа алгебра*; *универзална алгебра*.

АПСЦИСА [abscissa; абсцисса, *x*-координата] Во правоаголен *Декартов координатен систем* (*в.*), а. на точка *P* во рамнина е нормалното растојание на *P* до *y*-оската, со придаден соодветен знак.

АПСЦИСНА ОСКА [axis of abscissas, *x*-axis; ось абсцисс] Хоризонталната оска, т.е. *x-оската* кај *Декартов координатен систем* во рамнина.

АРАПСКИ ЦИФРИ [Arabic numerals; арабские цифры] Знаците: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Потекнуваат веројатно од Индија, а во Европа се воведени преку Арабија во X–XIII век.

АРГУМЕНТ НА КОМПЛЕКСЕН БРОЈ [argument of a complex number; аргумент комплексного числа] Аголот меѓу позитивниот дел на *x*-оската и полуправата од координатниот почеток кон бројот $a + bi$. А.н.к.б. $z = a+bi$ често се означува со arg z или со φ и се зема од 0 до 2π. Важат равенствата: $\sin\varphi = b/r$ и $\cos\varphi = a/r$, каде што r е *модулот на комплексниот број* (*в.*). Аргументот на производ од два комплексни броја е еднаков со збирот од нивните аргументи, т. е. $\arg(z_1z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$. Единствениот комплексен број што нема аргумент е бројот 0.

АРГУМЕНТ НА ФУНКЦИЈА [argument of a function; аргумент функции] Исто што и *независнопроменлива*; *в.* и ФУНКЦИЈА.

АРИТМЕТИКА [arithmetic; арифметика]. Општо, наука за броевите и операциите со нив. Во а. се изучуваат, пред сè, позитивни рационални броеви (т. е. природни броеви и дропки) со четирите основни операции: *собирање*, *одземање*, *множење и делење*. Често и операциите од трет ред, *степенување* и *коренување*, ги вбројуваат меѓу аритметичките операции. Во а. се изучуваат најпростите својства на броевите и правилата за сметање со нив, а послoжени својства се изучуваат во *теоријата на броеви* (*в.*). А. е една од најстарите гранки на човековото знаење.

АРИТМЕТИЧКА ВРЕДНОСТ НА КОРЕН [arithmetical value of a root; арифметическое значение корня] Ненегативната вредност на корен, со парен или со непарен показател, од ненегативен број. На пр., 5 е аритметичка вредност на квадратниот корен од 25; се означува со $\sqrt{25}$; и –5 е квадратен корен на 25, но не е аритметичка, туку **алгебарска вредност**

на квадратниот корен од 25; се означува $-\sqrt{25}$. Аритметичката вредност на $\sqrt[3]{8}$ е 2, а комплексните корени од $\sqrt[3]{8}$ ($-1+i\sqrt{3}$ и $-1-i\sqrt{3}$) се *алгебарски вредности*. А.в. на $\sqrt[3]{-8}$, според оваа дефиниција, не постои; $\sqrt[3]{-8}=$ –2, како и комплексните корени, се *алгебарски вредности на третиот корен од* –8, но обично се вели, само, „трети корен од –8". Познато и како *аритметички корен*.

АРИТМЕТИЧКА ДРОПКА, син. *обична дропка* (*в.*).

АРИТМЕТИЧКА НИЗА, исто што и *аритметичка прогресија* (*в.*).

АРИТМЕТИЧКА ПРОГРЕСИЈА [arithmetic progression; арифметическая прогрессия] Низа од броеви $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$, при што секој, почнувајќи од вториот, се добива од претходниот со додавање константен број $d \neq 0$. Бројот a_1 се вика **прв член**, a_n – **општ член**, а d – **разлика** или **диференција** на а.п. На пр.: 1, 4, 7, 10,…(разлика 3); 11, 7, 3, –1,… (разлика –4).

За општиот член важат формулите $a_n = \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n+1})$, $a_n = a_1 + (n-1)d$,

а за **збирот** S_n на првите n членови:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d].$$

Познато и како *аритметичка низа*.

АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА [arithmetic average, arithmetic mean; арифметическое среднее] За n броеви $a_1, a_2, \ldots, a_n$, а.с. (или **аритметички просек**) е бројот $\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}$; специјално, а.с. на два броја a, b е нивниот полузбир, т. е. бројот $(a+b)/2$.

АРИТМЕТИЧКИ БРОЈ [arithmetic number; арифметическое число] Во потесна смисла, секој ненегативен реален број. Во поширока смисла, секој реален број.

АРИТМЕТИЧКИ ИЗРАЗ, *в.* БРОЕН ИЗРАЗ.

АРИТМЕТИЧКИ КОМПЛЕМЕНТ, *в.* АРИТМЕТИЧКО ДОПОЛНЕНИЕ.

АРИТМЕТИЧКИ КОРЕН, *в.* АРИТМЕТИЧКА ВРЕДНОСТ НА КОРЕН.

АРИТМЕТИЧКИ ОПЕРАЦИИ [arithmetic operations; арифметические действия] Собирање (+), одземање (–), множење (·) и делење (: или /), наречени уште **основни** а.о. Се вршат над броевите во аритметиката, па оттаму и името. Понекогаш степенувањето и коренувањето се сметаат за а.о., но тоа не е вообичаено.

АРИТМЕТИЧКИ РЕД [arithmetic series; арифметический ряд] Ред чиишто членови образуваат аритметичка прогресија.

АРИТМЕТИЧКО ДОПОЛНЕНИЕ [arithmetic complement; арифметическое дополнение] А.д. на број A $(0 < A < 1)$ е разликата меѓу 1 и тој број, $1-A$. На пр., а.д. на бројот 0,236 е бројот 0,764 (бројот 0,764 го дополнува бројот 0,236 до 1).

Општо, а.д. на број A до број C е друг број B таков што $A + B = C$.

А.д. често се користи при логаритамски пресметувања, кога логаритам со негативна мантиса треба да се замени со логаритам со позитивна мантиса, т. е. логаритамот да се запише со негативна карактеристика, а со позитивна мантиса, со цел да се избегнат негативни мантиси и одземањето да се замени со собирање; *в.* КОЛОГАРИТАМ. Познато и како *аритметички комплемент*.

АРКУС [arc; арка, дуга] Арка, *лак* (*в.*). Терминот а. се употребува во имињата на инверзните тригонометриски функции (т. е. аркус-функциите): аркус синус, аркус косинус, аркус тангенс, аркус котангенс, аркус секанс и аркус косеканс (*в.*).

АРКУС КОСЕКАНС [arc cosecant, inverse cosecant, anticosecant; арккосеканс] Инверзна функција на функцијата *косеканс* (ознака: $\operatorname{arc}\csc x$) со домен $|x| \geq 1$ и опсег $-\dfrac{\pi}{2} \leq \operatorname{arc}\csc x \leq \dfrac{\pi}{2}$ (*в.* црт. График на $\operatorname{arc}\csc x$). Функцијата $\operatorname{arc}\csc x$ е непарна и ограничена. Графикот се состои од две гранки и има една хоризонтална асимптота – правата $y = 0$.

Функцијата $\operatorname{arc}\csc x$ е изведена од многузначната функција $\operatorname{Arc}\csc x$ (*в.* ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА) со издвојување на еден еднозначен дел, наречен **главна вредност** на $\operatorname{Arc}\csc x$.

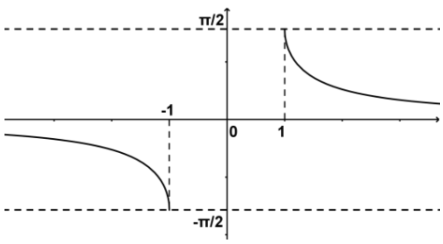


График на $\operatorname{arccsc} x$

АРКУС КОСИНУС [arc cosine, anticosine, inverse cosine; арккосинус] Инверзна функција на функцијата *косинус* (се означува: $\operatorname{arc}\cos x$) со домен $|x| \leq 1$ и опсег $0 \leq \arccos x \leq \pi$ (*в.* црт.). Функцијата а.к. е ограничена, ненегативна, монотоно опаѓа и не е ни парна ни непарна; за неа важи равенството $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$; изводот е $(\arccos x)' = -1/\sqrt{1-x^2}$.

Функцијата $\operatorname{arc}\cos x$ е изведена од многузначната функција $\operatorname{Arc}\cos x$ со издвојување на еден еднозначен дел, наречен **главна вредност** на $\operatorname{Arc}\cos x$ (*в.* ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА).

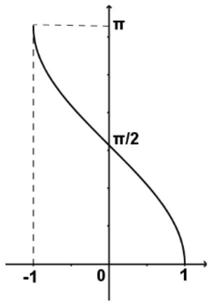


График на $\arccos x$

АРКУС КОТАНГЕНС [arc cotangent, anticotangent, inverse cotangent; арккотангенс] Инверзна функција на функцијата *кот̄анг̄енс* (ознака: $\operatorname{arc}\operatorname{ctg} x$) со домен $\mathbb{R}$ и опсег $[0, \pi]$ (*в.* црт.). Функцијата $\operatorname{arc}\operatorname{ctg} x$ е ограничена, позитивна, монотоно опаѓа и не е ни парна ни непарна; има две хоризонтални асимптоти: $y = 0$ и $y = \pi$. За неа важи врската:

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x;$$

изводот е: $(\operatorname{arcctg} x)' = -1/(1 + x^2)$.

Функцијата $\operatorname{arc}\operatorname{ctg} x$ е изведена од многузначната функција $\operatorname{Arc}\operatorname{ctg} x$ (*в.* ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА) со издвојување на еден еднозначен дел, наречен **главна вредност** на $\operatorname{Arc}\operatorname{ctg} x$.

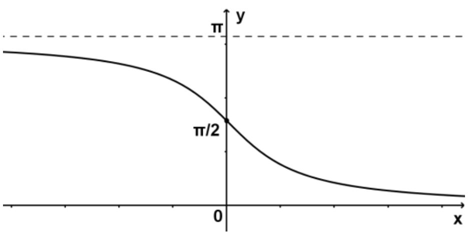


График на $\operatorname{arcctg} x$

АРКУС СЕКАНС [arc secant, antisecant, inverse secant; арксеканс] Инверзна функција на функцијата *секанс* (ознака: $\operatorname{arc}\sec x$) со домен $|x| \geq 1$ и опсег $0 \leq \arccos x \leq \pi$ (*в.* црт.).

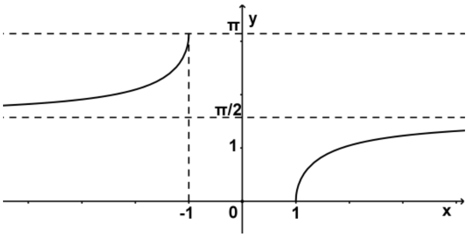


График на arcsec *x*

Функцијата а.с. е ограничена, не е ни парна ни непарна и нејзиниот график се состои од две гранки. Графикот на arcsec *x* има една хоризонтална асимптота: $y = \pi/2$.

Функцијата $\operatorname{arcsec} x$ е изведена од многузначната функција $\operatorname{Arcsec} x$ (*в.* ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА) со издвојување на еден еднозначен дел, наречен **главна вредност** на $\operatorname{Arcsec} x$.

АРКУС СИНУС [arc sine, antisine, inverse sine; арксинус] Инверзна функција на функцијата *синус* (се означува: $\arcsin x$) со домен $[-1, 1]$ и опсег $[0, \pi]$ (*в.* црт.). Функцијата аркус синус е ограничена, ненегативна, монотоно опаѓа и не е ни парна ни непарна, а нејзиниот извод е

$$(\arcsin x)' = 1/\sqrt{1-x^2}.$$

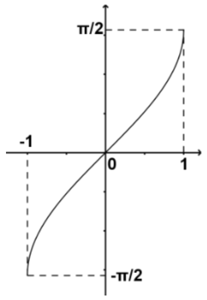


График на arcsin *x*

Функцијата $\arcsin x$ е изведена од многузначната функција $\operatorname{Arcsin} x$ со издвојување на еден еднозначен дел, наречен **главна вредност** (*в.* ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА).

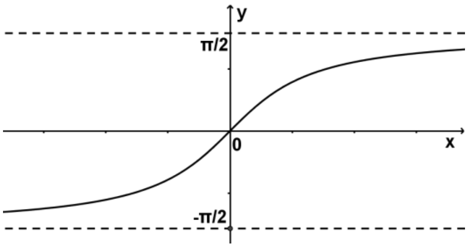


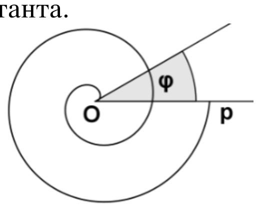
График на arctg *x*

АРКУС ТАНГЕНС [arc tangent, antitangent, inverse tangent; арктангенс] Инверзна функција на функцијата *шангенс* (ознака: $\operatorname{arctg} x$) со домен $\mathbb{R}$ и опсег $[-\pi/2, \pi/2]$ (*в.* црт.). Функцијата $\operatorname{arctg} x$ е ограничена, непарна и монотоно расте; има две хоризонтални асимптоти: $y = -\pi/2$ и $y = \pi/2$. Нејзиниот извод е: $(\operatorname{arctg} x)' = 1/(1+x^2)$.

Функцијата $\operatorname{arcctg} x$ е изведена од многузначната функција Arctg *x* со издвојување на еден еднозначен дел, наречен **главна вредност**.(*в.* ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА)

АРХИМЕД [Archimedes; Архимед] (287 – 212 г. пред н.е.), најголем математичар и физичар од антиката, роден во Сиракуза (Сицилија). Сочувани се 14 негови трудови од областа на математиката, меѓу кои најзначајни се пресметувањата на волумени и плоштини: плоштина на параболичен сегмент, круг и елипса, како и волумен на топка и ротациони тела. Дал добра апроксимација на бројот π и во работата со броевите го усовршил позициониот систем. Зачетник е на диференцијалното и интегралното сметање со примена на методот на ексхаустија (исцрпување). Се занимавал и со примена на математиката во механиката. Конструирал воени машини и машини за наводнување, го открил законот на лостот, ги поставил основите на хидростатиката (*Архимедов закон*: секое тело потопено во течност или во гас привидно губи од својата тежина толку колку што тежи од него истиснатата течност или гас). Неговото име го носат повеќе математички поими и тврдења. Бил убиен при римското освојување на Сиракуза.

АРХИМЕДОВА СПИРАЛА [spiral of Archimedes; архимедова спираль] Рамнинска крива опишана од точка што се движи рамномерно по права p, којашто, пак, рамномерно се врти околу една од своите точки (*в.* црт.). Ако која било точка O од разгледуваната права p се земе за пол, а почетната положба на p за поларна оска, тогаш равенката на а.с. во поларни координати е $\rho = a\varphi$, каде што a е константа.



Архимедова спирала

А.с. на цртежот одговара на вредностите $\varphi > 0$. Растојанието меѓу две соседни витки на која било гранка од а.с. по радиус-векторот е константно и изнесува $2\pi a$.

АРХИМЕДОВО ПОЛЕ [Archimedean field; архимедово поле] Подредено поле, чиешто множество позитивни елементи го задоволува *Архимедовото својство* (*в.*).

АРХИМЕДОВО СВОЈСТВО [Archimedean property; Архимедово свойство], *в.* АКСИОМА НА АРХИМЕД.

АРХИМЕДОВО ТЕЛО [Archimedean solid, semiregular solid; Архимеда тело, полуправильный многогранник] Полиедар на кој сите ѕидови му се правилни многуаголници, но не се сите меѓу себе складни, а сите полиедарски агли (т. е. сите ќошиња) му се конвексни и складни меѓу себе. Секое А.т. е еднакворабно; но, бидејќи ѕидовите му се многуаголници од два или од повеќе видови, ѕидните агли му се од два или од повеќе видови.

За разлика од А.т., **правилните** (т.е. **Платоновите**) **тела** се и еднакворабни и со еднакви ѕидни агли. Има само пет правилни полиедри: *тетраедар*, *хексаедар* (т. е. *коцка*), *октаедар*, *додекаедар* и *икосаедар*, а постојат 13 А.т., од кои пет се добиваат ако со рамнина се пресечат ќошињата на секој од петте правилни полиедри.

Познато и како *полуправилен полиедар* (*в.*).

АСИМПТОТА на крива [asymptote; асимптота]. Права во рамнината што се доближува неограничено до гранка од рамнинска крива, којашто оди во бескрајност. Попрецизно, за рамнинска крива (L), со равенка $y = f(x)$, а. е права со својството: растојанието од променливата точка $M(x, f(x))$ на (L) до правата се стреми кон нула кога растојанието од координатниот почеток до M неограничено расте.

За а. се вели дека е: **вертикална** а. ако е паралелна со ординатната оска, **хоризонтална** а. ако е паралелна со апсцисната оска, **коса** а. ако не е паралелна со ниедна од координатните оски. Ако $f(x) \to +\infty$ или $f(x) \to -\infty$ кога $x \to a$, тогаш правата $x = a$ е *вертикална* а. Ако $f(x) \to b$ кога $x \to +\infty$ или $x \to -\infty$, тогаш правата $y = b$ е *хоризонтална* а. Ако $f(x) \to +\infty$ или $f(x) \to -\infty$ кога $x \to \infty$, а постојат реални броеви $k \neq 0$ и b, такви што

$$k = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x\to\infty} [f(x) - kx],$$

тогаш правата $y = kx + b$ е *коса* а. на кривата $y = f(x)$.

АСИМПТОТИ НА ХИПЕРБОЛА, *в.* ХИПЕРБОЛА.

АСОЦИЈАТИВЕН ЗАКОН [associative law; ассоциативный закон] Закон којшто гласи: при компонирањето на три елементи се доаѓа до еден ист резултат, независно од тоа дали бинарната операција се применува прво на првите два или пак на последните два елемента. Ако елементите ги означиме со a, b и c, а.з. за собирањето броеви гласи

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

а за множењето

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

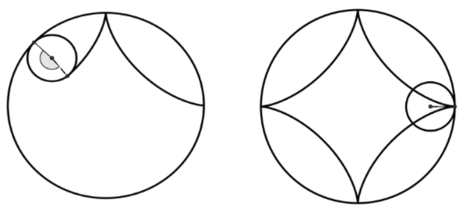
А.з. важи и за собирањето и за множењето, на пр. во множеството на: природните броеви, целите броеви, рационалните броеви, реалните броеви и комплексните броеви, а не важи, на пр. при векторското множење на вектори. Познато и како: *асоцијативност*.

АСОЦИЈАТИВНА ОПЕРАЦИЈА [associative operation; ассоциативная операция] Операција за која важи *асоцијативниот закон* (*в.*), како на пр., операцијата множење на реални броеви.

АСОЦИЈАТИВНОСТ [associativity; ассоциативность], *в.* АСОЦИЈАТИВЕН ЗАКОН.

АСТРОИДА [astroid; астроида] Крива во вид на ѕвезда со четири шилци. Се добива како трага на фиксирана точка од кружница со радиус $a/4$, којашто се тркала од внатрешната страна, без лизгање, по друга, неподвижна кружница со радиус a (црт. а).

а б



Астроида

Во Декартови координати, определена е со равенката $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, а со параметарски равенки:

$$x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t \quad (0 \le t \le 2\pi).$$

Отсечката на тангентата на а. зафатена меѓу координатните оски има константна должина, еднаква на a. Должината на а. изнесува $6a$.

А. (црт. б) е алгебарска крива од шести ред; таа е специјален вид *хипоциклоида* (*в.*).

АТХЕРЕНТНА ТОЧКА [adherent point; точка прикосновения] А.т. за едно подмножество S на тополошки простор X е точка a од S или е *точка на акумулација* (*в.*) на S. Точката a е а.т. за S ако и само ако a му припаѓа на *затворачот на* S (*в.*).

АТХЕРЕНЦИЈА, исто што и *затворач на множество* (*в.*).

АФИНА ГЕОМЕТРИЈА [affine geometry; аффинная геометрия] Геометрија која ги изучува афините својства на фигурите, т. е. такви својства коишто остануваат неизменети во однос на *афини трансформации* (*в.*). А.г. може да се дефинира и како геометрија определена со групата афини трансформации.

Во а.г. не се запазува растојанието меѓу две точки A, B и нивните слики A', B', т. е. $\overline{AB} \neq \overline{A'B'}$, во општ случај. Општо, поимот растојание меѓу две точки не припаѓа во а.г. Исто така, поимите висина или симетрала на агол во триаголник не се поими во а.г. Но, на пр., теоремата за поделбата на тежишните линии на триаголник во определен однос и теоремата за својството на спрегнати дијаметри на елипса, се теореми во а.г. Изучувањето на својства во а.г. може да се врши со користење методи од линеарната алгебра.

АФИНА РАМНИНА [affine plane; аффинная плоскость] Во проективна геометрија, тоа е рамнина во која: (i) секои две точки лежат точно на една права; (ii) ако M е дадена точка и p е дадена права такви што M не лежи на p, тогаш постои една и само една права што минува низ M и не ја сече p; и (iii) постојат три неколинеарни точки.

АФИНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [affine transformation; аффинное преобразование] **1**. Трансформација од обликот: $x' = a_1x + b_1y + c_1$, $y' = a_2x + b_2y + c_2$ со детерминанта $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$.

2. Пресликување на векторски простор во себе, коешто е состав на линеарно пресликување и транслација.

А.т. се вика и: **афино пресликување** или **афиност** (од латинскиот збор afainis, „сврзан со“, „соседен“). При а.т. права се пресликува во права, паралелни прави се пресликуваат во паралелни прави и односите на растојанијата меѓу точките од иста права се зачувуваат. А.т., во општ случај, не зачувува големини на агли и должини.

Специјални, важни случаи на а.т. се: транслација, ротација, хомотетија, симетрија, сличност, растегнување и стеснување, како и нивни состави. Множеството од сите а.т. во однос на операцијата состав на трансформации е група, наречена **афина група**.

АФИНИ КООРДИНАТИ, *в.* КООРДИНАТЕН СИСТЕМ.

АФИНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [affine map; аффинное отображение], *в.* АФИНА ТРАНСФОРМАЦИЈА.

АФИНОСТ [affinity; аффинность], *в.* АФИНА ТРАНСФОРМАЦИЈА.

АФИН ПРОСТОР [affine space; аффинное пространство] Нека е $\mathcal{A}$ дадено непразно множество (чиишто елементи се наречени *точки* и се означени со $A, B, C,...$) и $\mathcal{V}$ е даден векторски простор над поле F. На секој подреден пар (A, B) точки од $\mathcal{A}$ му е придружен вектор $\boldsymbol{v}$ од $\mathcal{V}$, во ознака $\boldsymbol{v} = \overrightarrow{AB}$. (Првата од овие точки е наречена *почеток* на векторот $\overrightarrow{AB}$, а втората негов *крај*.)

Множеството $\mathcal{A}$, заедно со векторскиот простор $\mathcal{V}$ над полето F се вика **афин простор** ако важат следниве две аксиоми: i) за секоја точка A од $\mathcal{A}$ и секој вектор $\boldsymbol{v}$ од $\mathcal{V}$ постои единствена точка B од $\mathcal{A}$ таква што $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{v}$; ii) ако $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{v}$ и $\overrightarrow{BC} = \boldsymbol{w}$, тогаш $\overrightarrow{AC} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}$. (За векторскиот простор $\mathcal{V}$ се вели дека *е* **основа** на а.п. $\mathcal{A}$ или дека *го носи* а.п. $\mathcal{A}$.)

А.п. е *реален* или *комплексен*, *конечнодимензионален* или *бесконечно-димензионален*, во зависност од тоа каков е соодветниот векторски простор $\mathcal{V}$. Димензијата на $\mathcal{V}$ се вика **димензија** на а.п. $\mathcal{A}$.

Секој векторски простор $\mathcal{V}$ е и а.п. – за тоа е доволно векторите да се земат за точки, а на секој пар $(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w})$ вектори, коишто се сметаат за точки од множеството $\mathcal{A}$, да им се придружи векторот $\boldsymbol{w} - \boldsymbol{v}$ од $\mathcal{V}$.

Секој а.п. $\mathcal{A}$ може да се смета и за векторски простор – за тоа е доволно да се фиксира некоја точка O од а.п. $\mathcal{A}$; тогаш на произволна точка M од $\mathcal{A}$ ѝ се придружува нејзиниот радиус-вектор $\overrightarrow{OM}$; множеството радиус-вектори на сите точки од а.п. $\mathcal{A}$ претставува векторски простор.

АХМЕСОВ ПАПИРУС [Rhind papyrus, Ahmes papirus; папирус Ринда, папирус Ахмеса] Еден од најстарите (а веројатно и најстар) познати извори за египетската математика. Делото е создадено околу 1650 год. пред н.е. и е наречено така според неговиот составувач Ахмес. Напишано е со хиероглифи на 20 m долг и 30 cm широк папирус, којшто бил откриен во XIX век од шкотскиот египтолог ***Х. Рајнд*** (Henry Rhind, 1833 – 1863) и сега се чува во Британскиот музеј. (Поради пронаоѓачот, делото се вика и **Риндов** или **Рајндов папирус**.) Од него се гледа дека старите Египќани знаеле да оперираат со цели и дробни броеви, да решаваат едноставни алгебарски равенки, како $x - x/5 = 17$, и приближно да пресметуваат некои периметри, плоштини и волумени. Папирусот содржи околу 85 математички проблеми, неколку задачи за мерења на пирамиди и најстаро (познато) споменување на приближна вредност на бројот π.

Б

БАЗА НА ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР [basis of a vector space; базис векторного пространства] Множество од линеарно независни вектори, такви што секој вектор од тој векторски простор може да се изрази како линеарна комбинација на векторите од тоа множество. Така, во векторскиот простор од полиноми со степен не поголем од n, база е, на пр., множеството полиноми: $1, x, x^2, \ldots, x^n$.

Ако во векторскиот простор е воведен скаларен производ, тогаш може да се зборува за ортогонална база. Б.н.в.п. се вика **ортогонална база**, ако сите вектори од б.н.в.п. се пар по пар заемно нормални. Ако, покрај тоа, нормата на секој од тие вектори е единица, тогаш б.н.в.п. се вика **ортонормирана база**. Така, базата

$$\boldsymbol{i} = (1,0,0),\ \boldsymbol{j} = (0,1,0),\ \boldsymbol{k} = (0,0,1)$$

на векторскиот простор $\mathbb{R}^3$ е ортонормирана.

Постојат векторски простори со конечна база, а и векторски простори со бесконечна база. Сите бази на еден векторски простор имаат ист кардинален број; тој број се вика **димензија** на векторскиот простор.

БАЈЕС, Томас, *в. Бејз, Томас.*

БАНАХОВА АЛГЕБРА [Banach algebra; банахова алгебра] Алгебра над полето од реалните броеви (или над комплексните броеви), којашто е реален (или комплексен) Банахов простор во кој, за секој пар вектори x и y, нормата од нивниот производ не е поголема од производот на нормите на тие вектори, т. е. $\| xy \| \le \| x \| \cdot \| y \|$. Таа се вика **реална** Б.а. ако е над полето на реалните броеви, а **комплексна** Б.а. ако е над полето на комплексните броеви.

Пример за реална Б.а. е множеството од сите функции непрекинати на затворениот интервал [0, 1], ако за норма $\| f \|$ се земе најголемата вредност на $| f(x) |$ кога $x \in [0, 1]$.

БАНАХОВА ТЕОРЕМА ЗА ФИКСНА ТОЧКА [Banach's fixed-point theorem; теорема Банаха о неподвижной точке] Теорема, којашто тврди: „Ако едно пресликување f од еден метрички простор M во себе е *контракција* (*в.*), тогаш постои единствен елемент $x \in M$, таков што $f(x) = x$."

БАНАХОВ ПРОСТОР [Banach space; банахово пространство] Банахов простор е векторски простор V над полето $\mathbb{R}$ од реалните броеви или над полето $\mathbb{C}$ од комплексните броеви, којшто е снабден со *норма* $\| \cdot \|$ (*в.*) (т. е. V е *нормиран векторски простор* над $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$) и, освен тоа, V е **комплетен** во однос на таа норма, т. е. за секоја Кошиева низа (x_n) во V, постои елемент x во V, таков што $\lim x_n = x$ кога $n \to \infty$, или еквивалентно: $\lim \| x_n - x \| = 0$ кога $n \to \infty$.

Кратко, може да се каже дека Б.п. е *комплетен нормиран векторски простор*.

Примери на Б.п. се: *Хилбертов простор*, просторот $C[0,1]$ од сите непрекинати функции f дефинирани на интервалот [0,1] со норма $\| f \| = \max | f(x) |$ за $0 \le x \le 1$ и др.

БАНАХ, Стефан [Stefan Banach; Стефан Банах] (1892 – 1945), полски математичар, роден во Краков, еден од основачите на модерната функционална анализа. Според неговите резултати, тој е нареден меѓу најважните и највлијателни математичари на 20-тиот век. Голем број математички термини го носат неговото име:

Банахови ūросūори, *Банахови алīебри*, *Банахова ūеорема за фиксна ūочка*, теорема на Хан–Банах, парадоксот на Банах–Тарски и др.

БАРИЦЕНТАР [barycenter, center of mass; центр тяжести, центр масс] Исто што и *ценūар на маса* (*в.*).

БАСКАРА [Bhaskara; Бхаскара] (1114 – 1185), еден од најважните индиски математичари во периодот од 1000 до 1500 год. Најпознато дело му е *Лилаваūи*, книга наречена по неговата ќерка. Во него ги развил основните алгебарски правила што се однесуваат на нулата, особено принципите на адитивен инверзен и мултипликативен инверзен елемент. Во друго дело, *Bija Ganita* („сметање на семе“), тој го воведува поимот на негативни броеви, при што „негативните“ се нарекувани како „губиток“ или „долг“ и означувани, симболички, со точки ставени над броевите.

БЕЗУ, Етјен [Étienne Bézout; Этьенн Безу] (1730 – 1783), француски математичар, член на Француската академија на науките. Дал придонес во теоријата на детерминанти и теоријата на полиноми; *в.* ТЕОРЕМА НА БЕЗУ.

БЕЈЗ, Томас [Thomas Bayes; Томас Байес] (1702 – 1763), англиски математичар; дал придонес во математичката анализа и теоријата на веројатност.

БЕЈЗОВА ФОРМУЛА [Bayes rul; Бейеса формула] Формула, којашто гласи:

$$P(A_k \mid B) = \frac{P(A_k)\cdot P(B \mid A_k)}{\sum\limits_{k=1}^{n} P(A_k)\cdot P(B \mid A_k)}$$

$k = 1,2,\ldots,n$; таа е тесно сврзана со *ūеоремаūа за ūоūална веројаūносū* (*в.*). Притоа, $A_1, A_2,\ldots, A_n$ се случајни настани коишто пар по пар се дисјунктни, $A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \Omega$ е сигурниот настан, B е произволен случаен настан што има позитивна веројатност (т. е. $P(B) \neq 0$), а $P(A_k \mid B)$ е веројатноста да се случи настанот A_k ако се случил настанот B.

БЕРНУЛИ [Bernoulli; Бернулли] Истакната швајцарска фамилија математичари и физичари, од кои деветмина дале значаен придонес во науката. Особен придонес во математичките науки имале четворица од нив – двајцата браќа, ***Јакоб*** (Jacob или Jaques Bernoulli, 1654 – 1705) и ***Јохан*** (Johann или Jean Bernoulli, 1667– 1748), а потоа двата сина на Јохан, ***Даниел*** (Daniel Bernoulli, 1700 – 1782) и ***Николаус*** (Nicolaus Bernoulli, 1695 – 1726).

Јакоб и Јохан биле ученици на Лајбниц и професори на Базелскиот универзитет. Тие дошле до многу резултати, коишто денес се основа на математичката анализа. Јакоб се бавел со теоријата на криви, теоријата на редови и теоријата на веројатност (*в. закон на īолемиūе броеви*). Јохан ја продолжил работата во теоријата на кривите, а дал голем придонес во областа на диференцијалното и интегралното сметање. Открил метод за решавање диференцијални равенки, коишто го носат неговото име.

Даниел, синот на Јохан, е основач на теоријата на парцијалните диференцијални равенки. Заедно со Ојлер и Даламбер ја развил теоријата на жица што трепери. Дал голем придонес во хидродинамиката. Неговиот брат Николаус дал придонес во теоријата на веројатност.

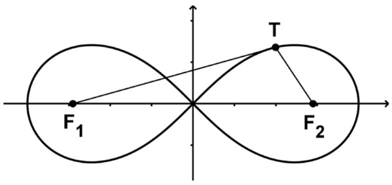
БЕРНУЛИЕВА ЛЕМНИСКАТА [Bernoulli’s lemniscate; лемниската Бернулли] Рамнинска крива, со својството: производот од растојанијата на секоја нејзина точка T од две фиксирани точки $F_1(-a, 0)$ и $F_2(a, 0)$, наречени **фокуси**, е еднаков на a^2. Б.л. (наречена по Јакоб Бернули) е алгебарска крива од четврти ред, со форма слична на „легната осумка“, чијашто равенка во Декартови правоаголни координати има облик:

$$(x^2+y^2)^2 = 2a^2(x^2-y^2),$$

а во поларни координати:

$$\rho^2 = 2a^2\cos 2\varphi.$$

Б.л. е симетрична во однос на координатните оски и координатниот почеток O, којшто е јазлова точка со тангенти $y = \pm x$ и превојна точка. Плоштината на секоја од двете јамки е $P = a^2$.



Бернулиева лемниската

БЕРНУЛИЕВА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА [Bernoulli's equation; уравнение Бернулли] Диференцијална равенка од обликот

$$y' + y\,f(x) = y^k g(x), \quad k \neq 0,\ 1,$$

каде што $f(x)$ и $g(x)$ се дадени непрекинати функции, а k е даден реален број; наречена е по Јакоб Бернули.

БЕРНУЛИЕВА ШЕМА, в. ШЕМА НА БЕРНУЛИ.

БЕРНУЛИЕВО НЕРАВЕНСТВО [Bernoulli's inequality; неравенство Бернулли] Б.н. гласи: $(1 + x)^n \geq 1 + nx$, каде што $x > -1$ е реален број и n е природен број. Друга варијанта на Б.н.: $(1 + x)^n > 1 + nx$, каде што $x > -1$ ($x \neq 0$) е реален број и $n > 1$ е природен број. Б.н. е наречено по Николаус Бернули.

БЕСЕЛОВА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА [Bessel differential equation; дифференциальное уравнение Бесселя] Диференцијалната равенка од втор ред: $x^2y'' + xy' + (x^2 - p^2)y = 0$, каде што p е позитивен реален број; наречена е Б.д.р. по германскиот астроном, математичар, физичар и геодет ***Ф. В. Бесел*** (Friedrich Wilhelm Bessel, 1784 – 1846). Функциите коишто се решенија на Б.д.р. се викаат **Беселови функции**.

БЕСКОНЕЧЕН [infinite; бесконечный] Што станува поголем од кој било фиксиран број или подалечен од која било граница (*в.* ЛИМЕС, бесконечен лимес); син. *бескраен.*

БЕСКОНЕЧЕН КОРЕН [infinite root; бесконечный корень] За една равенка $f(x) = 0$ се вели дека има б.к. ако равенката $f(1/y) = 0$ има корен за $y = 0$.

БЕСКОНЕЧЕН РЕД [infinite series; бесконечный ряд], *в.* РЕД**²**.

БЕСКОНЕЧНА НИЗА [infinite sequence; бесконечная последовательность], *в.* НИЗА.

БЕСКОНЕЧНОДЕСЕТИЧНА / БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛНА ДРОПКА [infinite decimal; бесконечная десетичная дробь], *в.* БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ.

БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ [infinite decimal; бесконечная десетичная дробь] Запис на број во вид на децимална дропка, во која ниеден знак не се јавува како последен, т. е. тоа е една од формите на запишување реален број во вид:

$$a_0,\, a_1a_2 \ldots a_n \ldots, \qquad (1)$$

каде што a_0 е цел број, а секој од знаците $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ е една од цифрите 0, 1, ..., 9. На пр., $\frac{24}{11} = 2{,}181818\ldots$, $1\frac{3}{4} = 1{,}75000\ldots$ или $1\frac{3}{4} = 1{,}74999\ldots$, $\sqrt{2}$

= 1,4142136... се б.б. Ако во изразот (1), почнувајќи од некое место, сите a_i се нули или сите a_i се 9, тогаш изразот (1) се вика **конечнодецимален број** (како на пр., 1,75000... или 1,74999...).

Б.б. може да се претстави во вид на збир на редот

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n}. \qquad (2)$$

Кај б.б., по секоја цифра, секогаш следи некоја (која било) цифра, па според тоа ваков број во својот запис нема последна цифра.

Б.б. е **периодичен** ако во изразот (1), почнувајќи од некое место, група цифри (наречена **период** на б.д.б.) периодично се повторува (на пример, 2,181818...), а е **непериодичен**, ако таква група цифри што се повторува неограничен број пати, не постои (на пр., $\sqrt{2}$ = 1,4142136...).

Периодичните б.б. се делат на **чисто периодични** б.б. – ако периодот почнува веднаш по целиот дел на бројот, т. е. по децималната запирка, и на **мешано периодични** б.б. – ако периодот не почнува веднаш по децималната запирка; во овој случај, групата цифри што се наоѓа меѓу целиот дел на бројот и периодот се вика **претпериод**. Периодот на периодичен б.б. може да биде произволно голем.

Секој рационален број може да се претстави во вид: на конечнодецимален број, на чисто периодичен б.б. или на мешано периодичен б.б. Секој ирационален број е непериодичен б.б. и, обратно, секој непериодичен б.б. е ирационален.

Примери. 1) 3,444... = 3,(4) (се чита „три цели и 4 периодично") е чисто периодичен б.б. и е рационален број: 3,(4) = 3 + 4 / 9 = 31 / 9.

2) 0,41(6) е мешано периодичен б.б.; групата цифри 41 е претпериод, цифрата 6 е период на овој б.б; 0,41(6) = (41/100) + (6/900) = 375/900 = 5/12 е рационален број.

3) $\sqrt{3}$ = 1,73205… и lg 2 = 0,30103… се непериодични б.б., т. е. ирационални броеви.

4) 0,999…= 0,(9) = 1; 0,7000… = 0,7(0) = 0,7; б.б. со период 0 или 9 обично не се сметаат за периодични, зашто тие се конечнодецимални броеви.

Познато и како *бесконечнодецимална дропка*; *бесконечнодесетична дропка*.

БЕСКОНЕЧНО МНОЖЕСТВО [infinite set; бесконечное множество] Множество што не е конечно, т. е. множество што има безброј многу елементи. Едно множество е б.м. акко е еквивалентно со некое свое вистинско подмножество. На пр. множеството природни броеви е бесконечно – тоа е еквивалентно со множеството парни природни броеви.

БЕСКОНЕЧНОСТ [infinity; бесконечность] **1**. Поим за вредност поголема од која било конечна вредност.

2. Име на симболот ∞, којшто се употребува во некои ознаки, како во: ознаката за ред, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$; бесконечен интервал, $[a, +\infty) = \{x \mid x \geq a\}$; лимес на функција $f(x)$, кога $x \to \infty$.

Син. *бескрајност*.

БЕСКРАЕН, син. *бесконечен.*

БЕСКРАЕН ИЗВОД [infinite derivative; бесконечная производная] За една функција $f(x)$ се вели дека има б.и. во точката a ако

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \infty$$

(симболот ∞ стои за +∞ или за –∞); се означува: $f'(a) = \infty$. Во тој случај, тангентата на графикот на функцијата $f(x)$ во точката $(a, f(a))$ е нормална на апсцисната оска и има равенка $x = a$. На пример, $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ има бескраен извод во точката 1, т. е. $f'(1) = +\infty$.

БЕСКРАЈНА ГРАНИЦА [infinite limit; бесконечный предел], *в.* ЛИМЕС.

БЕСКРАЈНО ГОЛЕМА ВЕЛИЧИНА [infinite quantity; бесконечно большая величина] Функција чијашто вредност станува поголема од која било конечна вредност кога нејзиниот аргумент се приближува кон некоја одредена вредност *a*, т. е. функција $f(x)$ за која $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$.

БЕСКРАЈНО ДАЛЕЧНА ПРАВА [line at infinity; бесконечно удалённая прямая, прямая в бесконечности] *Алгебарски*, б.д.п. е геометриското место од точки на равенката $x_3 = 0$ во систем *хомогени координати* (*в.*) коишто се однесуваат на Декартовите координати $x_1 / x_3 = x$, $x_2 / x_3 = y$.

Геометриски, б.д.п. е вкупноста на сите *бескрајно далечни точки* (*в.*) на рамнината. Познато и како *идеална права*; *права во бескрајност*.

БЕСКРАЈНО ДАЛЕЧНА ТОЧКА [point at infinity; бесконечно удалённая точка] Термин што се користи за комплетирање на терминологијата во некои области (на пр., проективна геометрија) со цел да не се прават исклучоци при формулирањето на некои теореми. Наместо да се каже дека две прави во иста рамнина се сечат освен кога тие се паралелни, се вели дека две прави во една рамнина *секогаш* се сечат, при што пресек во б.д.т. е синоним за тоа дека правите се паралелни. Значи, б.д.т. може да се замисли како *правец* – правецот на некое множество паралелни прави. Кога се изразуваат со хомогени координати x_1, x_2, x_3, б.д.т. се точките $(x_1, x_2, 0)$, при што барем една од x_1, x_2 не е нула. Точката $(x_1, x_2, 0)$ лежи на која било права со коефициент на правецот x_2 / x_1. Познато и како *идеална точка*; *точка во бескрајност*.

БЕСКРАЈНО ДАЛЕЧНИ ЕЛЕМЕНТИ [elements at infinity; бесконечно удалённые элементы, несобственные элементы] *Во геометријата*, елементите: точка, права и рамнина, со кои „се пополнуваат" евклидската: права, рамнина и простор, соодветно, при изучување на проективната геометрија. При пополнување на евклидскиот простор со б.д.е. се добиваат нови, нееквклидски геометрии. Познато и како *идеални елементи*.

БЕСКРАЈНО МАЛА ВЕЛИЧИНА [infinitesimal; бесконечно малая] Функција *f*, чијашто вредност се стреми кон 0 кога нејзиниот аргумент се стреми кон некоја одредена вредност, на пр. *a*, т. е. $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$.

Познато и како *инфинитезимала*.

За *споредување* на една б.м.в. со друга, воведен е поимот *ред на* б.м.в. Нека $f(x)$ и $g(x)$ се б.м.в. во точката *a*. Ако $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ (или $\lim\limits_{x\to a} \frac{g(x)}{f(x)} = \infty$), тогаш за $f(x)$ се вели дека е б.м.в. **од повисок ред** во однос на $g(x)$ во точката $x = a$, а за $g(x)$ дека е б.м.в. **од понизок ред** во однос на $f(x)$.

Ако пак $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = k$, каде што *k* е ненулти реален број, тогаш се вели дека, во точката *a*, $f(x)$ и $g(x)$ се б.м.в. **од ист ред**. Посебно важен е случајот кога $k = 1$; тогаш се вели дека, во точката a, $f(x)$ и $g(x)$ се **еквивалентни** б.м.в. *Примери.*

1) $\sin x$ и x во точката 0 се еквивалентни б.м.в., зашто $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$.

2) Функциите $e^{2x}-1$ и $4x$ во точката 0 се б.м.в. од ист ред, но не се еквивалентни: $\lim\limits_{x\to 0}(e^{2x}-1)/4x=\dfrac{1}{2}$.

3) Функцијата $x-\sin x$ во точката 0 е б.м.в. од повисок ред во однос на б.м.в. x, зашто $\lim\limits_{x\to 0}(x-\sin x)/x=0$.

Ако n-тиот степен на една б.м.в. α е од ист ред со друга б.м.в. β, тогаш β е б.м.в. **од *n*-ти ред** во однос на α. На пр., $\beta = x-\sin x$ е б.м.в. *од трет ред* во однос на б.м.в. $\alpha = x$ (при $x\to 0$), зашто $\lim\limits_{x\to 0}[x^3/(x-\sin x)]=6$.

БЕСКРАЈНОСТ, *в.* БЕСКОНЕЧНОСТ.

БИЕКТИВНИ МНОЖЕСТВА, *в.* ЕКВИВАЛЕНТНИ МНОЖЕСТВА.

БИЕКТИВНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [bijective mapping; биективное отображение], *в.* БИЕКЦИЈА.

БИЕКЦИЈА [bijection; биекция] Пресликување од множество X во множество Y што е и сурјекција и инјекција, т. е. за секој $y\in Y$ постои единствен елемент $x\in X$ таков што $f(x)=y$. Син.: *биективно пресликување*.

БИКВАДРАТЕН ТРИНОМ [biquadratic trinomial; биквадратный трёхчлен] Полином од четврти степен, од обликот ax^4+bx^2+c $(a, b, c\neq 0)$.

БИКВАДРАТНА РАВЕНКА [biquadratic equation; биквадратное уравнение] Полиномна равенка од четврти степен од видот $ax^4+bx^2+c=0$, $a\neq 0$. Б.р. е специјален случај од *триномна равенка* (*в.*). Се решава со заменување на x^2 со y, а потоа – со решавање систем од две квадратни равенки, $ay^2+by+c=0$ и $x^2=y$, или непосредно со формулата

$$x_{1,2,3,4}=\pm\sqrt{(-b\pm\sqrt{b^2-4ac})/2a}\,.$$

БИЛИНЕАРНА ФОРМА [bilinear form; билинейная форма] **1**. Полином од втор степен од две групи променливи $x_1, x_2, ..., x_n$ и $y_1, y_2, ..., y_n$, којшто има вид $\sum\limits_{i,j=1}^{n} a_{ij}x_iy_j$, при што a_{ij} се константи.

2. Поопшто, б.ф. *на векторски простор* V над поле F е пресликување $f: V\times V\to F$ коешто ги задоволува условите:

(i) $f(ax+bz, y)=a f(x, y)+b f(z, y)$,

(ii) $f(x, ay+bz)=a f(x, y)+b f(x, z)$,

за кои било $x, y, z\in V$ и $a, b\in F$.

(Условот (i) може да се искаже и вака: f е линеарно по првата променлива, а (ii): f е линеарно по втората променлива).

БИЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [bilinear mapping; билинейное отображение] Пресликување f од $V\times V$ во W, каде што V и W се векторски простори над исто поле F, при што се задоволени следниве услови:

$$f(ax+bz, y)=af(x, y)+bf(z, y) \text{ и}$$
$$f(x, ay+bz)=af(x, y)+bf(x, z)$$

за кои било $x, y, z\in V$ и $a, b\in F$ (т.е. f е линеарно по двете променливи).

БИЛИОН [billion; биллион] Број претставен со единица и 12 нули, т. е. 10^{12} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) б. се вика бројот 10^9.

БИНАРЕН БРОЕН СИСТЕМ [binary number system; двоичная числовая система] Претставување броеви со користење само на цифрите 0 и 1, при што последователните цифри се толкуваат како коефициенти на последователни степени со основа 2.

На пример, бројот 11011 запишан во б.б.с. значи: $1\cdot2^4+1\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0$ (а тоа е бројот 27 во декаден запис).

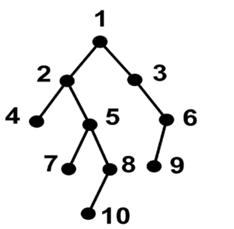
Познато и како *бинарен систем*; *двоичен броен систем*.

БИНАРЕН БРОЈ [binary number; двоичное число] Број претставен во бинарниот броен систем.

БИНАРЕН СИСТЕМ [binary system; двоичная система], *в.* БИНАРЕН БРОЕН СИСТЕМ.

БИНАРНА ОПЕРАЦИЈА [binary operation; бинарная операция] Правило на комбинирање на два елемента од едно множество за да се добие трет елемент од тоа множество, на пр., собирање или множење на броеви. Попрецизно, б.о. е пресликување f од Декартовиот производ на едно множество S во себе, $f: S\times S\to S$. Обично се користи некоја ознака, на пр. $*$, + и др., па наместо $f(x,y)$ се пишува $x*y$; *в.* и ОПЕРАЦИЈА 2.

БИНАРНА РЕЛАЦИЈА [binary relation; бинарное отношение], *в.* РЕЛАЦИЈА.



Бинарно дрво

БИНАРНО ДРВО [binary tree; двоичное дерево, бинарное дерево] Во компјутерските науки, б.д. е хиерархиска структура на податоци, налик на дрво, којашто има **корен** и во која секој *јазол* (**теме**) има најмногу два *потомка* (**деца**), а секое дете на еден јазол е означено како негово лево или десно дете. Заемната позиција на децата е значајна; *в.* и ДРВО.

БИНОМ [binomial; двучлен, бином] Алгебарски израз составен точно од два монома, сврзани со знак плус (+) или минус (–). Б. се, на пример: $a+2b$, xy^2+5yz^3, $b-cx$, $\sqrt{x}-\sqrt{y}$.

БИНОМЕН ДИФЕРЕНЦИЈАЛ [binomial differential; дифференциальный бином] Диференцијал од обликот

$$x^p(a+bx^q)^r\,dx,$$

каде што a и b се ненулти константи, а p, q, r се рационални броеви. Основната задача за б.д. е да се посочат сите случаи на интеграбилност во елементарни функции. Ојлер посочил три случаи на интеграбилност на б.д.: 1) r е цел број; 2) $\frac{p+1}{q}$ е цел број; 3) $\frac{p+1}{q}+r$ е цел број. Чебишов докажал дека нема други случаи на интеграбилност на д.б. Познато и како *диференцијален бином*.

БИНОМЕН РЕД [binomial series; биномиальный ряд] Редот на функцијата $f(x)=(1+x)^\alpha$ (α е реален број):

$$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x+\frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\ldots+\frac{\alpha(\alpha-1)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}x^n+\ldots$$

Редот конвергира за $|x|<1$.

БИНОМНА РАВЕНКА [binomial equation; двучленное уравнение] Равенка од обликот $x^n-a=0$, каде што a е кој било ненулти реален или комплексен број, а n е природен број.

Во полето на комплексните броеви, б.р. има точно n решенија, коишто во комплексната рамнина се распоредени на кружница со центар во координатниот почеток и со радиус еднаков на аритметичкиот n-ти корен од модулот на бројот a.

За $a=1$, б.р. $x^n-1=0$ се вика **равенка на делење на кругот** (**кружницата**), бидејќи делењето на кругот (кружницата) на n еднакви делови е еквивалентно со решението на таа равенка (*в.* и ДЕЛЕЊЕ НА КРУГ).

Решенијата на равенката $x^n-1=0$ се викаат ***n*-ти корени** од 1. Еден комплексен број ε се вика **примитивен *n*-ти корен од единицата** ако $\varepsilon^n=1$, а $\varepsilon^m\neq 1$ за секој m: $0<m<n$. Комплексниот број ε е примитивен n-ти корен на 1 ако и само ако

$$\varepsilon=\cos\frac{2k\pi}{n}+i\sin\frac{2k\pi}{n},$$

каде што k е природен број заемно прост со n и $0\le k\le n-1$. Во тој случај $E_n=\{\varepsilon,\varepsilon^2,\ldots,\varepsilon^{n-1},\varepsilon^n=1\}$ е множеството од сите n-ти корени на единицата; E_n е циклична група во однос на множењето на комплексни броеви; *в.* КОРЕН ОД ЕДИНИЦА.

БИНОМНА РАСПРЕДЕЛБА [binomial distribution; биномиальное распределение] Во теоријата на веројатност и статистика, б.р. со параметри n и p е дискретна *распределба на веројатностите* од бројот на поволни исходи во низа од n независни „да/не“ експерименти, секој од кои настапува со веројатност p.

Имено, се изведува серија од n независни експерименти, така што во секој од нив настапува одреден настан A со иста веројатност p. Дефинираме случајна променлива X = „број на појавувања на настанот A“. Тогаш законот на распределба на веројатностите на случајната променлива X е даден со *шемата на Бернули* (*в.*):

$$p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k},\text{ за } k=0,1,2,\ldots,n.$$

каде што $\binom{n}{k}$ е биномен коефициент.

За n = 1, б.р. е **Бернулиева распределба** (наречена според Јакоб Бернули), којашто кажува само дали при реализација на експериментот се случил или не се случил настанот A,

$$p(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k},\text{ за } k=0,1.$$

БИНОМНА ТЕОРЕМА [binomial theorem; бином Нютона] Правилото за разложување на изразот $(a+b)^n$; *в.* БИНОМНА ФОРМУЛА.

БИНОМНА ФОРМУЛА [binomial formula; формула бинома Нютона] Формулата за пресметување на n-тиот степен на даден бином: за кои било два реални броја a, b и природен број n важи равенството

$$(a+b)^n=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+\ldots+\binom{n}{n-1}ab^{n-1}+\binom{n}{n}b^n.$$

Изразот $\binom{n}{k}$ (се чита: „*n над k*“) се вика **биномен коефициент** и се дефинира со

$\binom{n}{k}=\dfrac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1\cdot 2\cdots k}$ за $n\ge k\ge 1$, а $\binom{n}{0}=1$. Така, $\binom{n}{1}=n$, $\binom{n}{2}=\dfrac{n(n-1)}{1\cdot 2}$, $\binom{n}{3}=\dfrac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}$. Со помош на ознаката $n!$ (се чита: „n факториел“, а се дефинира со $n!=1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n$, $n\ge 2$; 1! = 1; 0! = 1), биномниот коефициент $\binom{n}{k}$ може да се запише и вака:

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

За $\binom{n}{k}$ се употребуваат и ознаките:

$$C_n^k;\ C_k^n;\ C(n,k);\ {}_nC_k.$$

Познато и како *Њушонова биномна формула*.

БИНОМНИ КОЕФИЦИЕНТИ [binomial coefficients; биномиальные коэффициенты] Коефициентите во разложувањето на изразот $(a+b)^n$; *в.* БИНОМНА ФОРМУЛА.

БИНОРМАЛА [binormal; бинормаль] *в.* ПРИРОДЕН ТРИЕДАР.

БИСЕКТРИСА НА АГОЛ [bisector; бисектриса угла] Полуправата со почетна точка во темето на даден агол, којашто го дели аголот на два еднакви агли. Син. *симешрала на аīол*.

БЛИЗНАЦИ [twin primes; близнецы] Пар прости броеви p и q за кои $|p-q|=2$, т. е. пар од облик $(p,p+2)$. Б. се, на пример: (3,5), (5,7), (11,13) (17,19), (29,31), (41,43).

Сите б., со исклучок на парот (3,5), имаат облик $6n\pm1$. Двете најразретчени, т. е. со најголема разлика аритметички прогресии, коишто ги содржат сите б. (освен парот (3, 5)), се прогресиите $6n+5$ и $6n+7$ со разлика еднаква на 6.

Се претпоставува дека множеството б. е бесконечно, но оваа хипотеза сè уште не е потврдена. Единстената **тројка-близнаци** е (3,5,7); имено, најмалку еден од тројката (n, n+2, n+4), за $n \geq 5$, не е прост зашто мора да е делив со 3.

Може да се разгледуваат класи од т.н. **обопштени близнаци** – тоа се парови од прости броеви со разлика $2m$, каде што m е природен број. На пр., за m=2: (3,7), (7,11), (13,17); за m=3: (5,11), (7,13), (11,17); за m=4: (5,13), (11,19), (23,29); итн. (За m=1, „обопштени б. “ се, просто, „близнаци“).

Се разгледуваат, исто така, „најблиски“ четворки прости броеви, т. е. прости броеви од обликот $p_1=n-4$, $p_2=n-2$, $p_3=n+2$, $p_4==n+4$, наречени **четворки-близнаци**. Четирите најразретчени (т. е. со најголема разлика) аритметички прогресии што ги содржат сите четворки-близнаци (освен четворката 5, 7, 11, 13) се прогресиите со разлика 30:

$$30n+11,\quad 30n+13,\quad 30n+17,\quad 30n+19.$$

БОЛЦАНО, Бернард [Bernhard Bolzano; Бернард Больцано] (1781 – 1848), чешки математичар, филозоф и логичар. Студирал филозофија, теологија, а подоцна и математика. Бил професор по теологија во Прага. Филозофските дела му биле под силно влијание на Лајбниц. Делата му се објавени дури во 1930 година. Дал придонес во математичката анализа; *в.* ТЕОРЕМА НА БОЛЦАНО–ВАЈЕРШТРАС.

БОЉАИ, Јанош [János Bolyai; Янош Бойяи] (1802 – 1860), унгарски математичар, офицер во австриската армија. „Докажувајќи“ го петтиот Евклидов постулат за паралелни прави, дошол до основните поими на *неевклидскаша īеомешрија* (*в.*), речиси истовремено и независно од *Лобачевски* (*в.*).

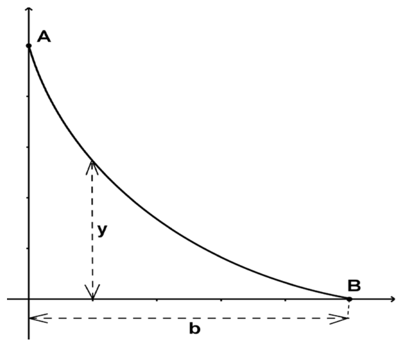
БОЧЕН ЅИД [lateral face; боковая грань] Б.ѕ. на призма, пирамида или потсечена пирамида е ѕид што не е основен ѕид. в. ПРИЗМА; ПИРАМИДА.

БОЧЕН РАБ [lateral edge; боковое ребро] Б.р. на призма, пирамида или потсечена пирамида е отсечка што е страна на бочен ѕид, но не припаѓа на некоја основа. Познато и како *околен раб*.

БОЧНА ПЛОШТИНА [lateral area; боковая площадь] Плоштината на *бочна површина* (*в.*).

БОЧНА ПОВРШИНА [lateral surface; боковая поверхность] Б.п. на геометриско тело што има основи е поврshината што останува откако ќе се отстранат основите, како кај: цилиндар, конус, призма, пирамида, потсечен конус, потсечена пирамида. Познато и како *околна површина*.

БРАУЕР, Лаутзен Егберт Јан [Luitzen Egbertus Jan Brouwer; Лёйтзен Эгберт Ян Брауэр] (1882 – 1966), еден од најистакнатите холандски математичари. Дал голем придонес во топологијата и функционалната анализа. Се занимавал со аксиоматика на теоријата на множества и со математичка логика. Основач е на интуиционизмот, т. е. конструктивната логика.



Брахистохрона

БРАХИСТОХРОНА [brachistochrone; брахистохрона] Крива на најкратко спуштање.

Ако две точки *A* и *B*, коишто лежат на иста вертикална рамнина, но не се на иста вертикална права и не лежат на исто рамниште, се соединат со (фамилијата од сите) линии од *A* до *B*, тогаш материјална честичка, движејќи се под дејство на Земјината тежа од „повисоката“ точка *A* кон „пониската“ точка *B*, ќе потроши најмалку време ако оди по б. (*в.* ЗАДАЧА ЗА БРАХИСТОХРОНАТА).

Задачата за брахистохроната била предложена од Јохан Бернули во 1696 г. Таа послужила како поттик за развој на *варијационото сметање*.

БРИГЗ, Хенри [Henry Briggs; Генри Бригс] (1561 – 1630), англиски математичар. Прв ги пресметал декадните логаритми во соработка со Непер. Во 1617 г. ја објавува книгата „Првите илјада логаритми“, а во 1624 г. – книгата „Логаритамска аритметика“, каде што се дадени таблици на логаритмите на броевите од 1 до 20 000 и од 90 000 до 100 000 со 14 точни цифри. Бригз разработил метод за пресметување на логаритмите, заснован на последователно коренување и таблична интерполација.

БРИГЗОВ ЛОГАРИТАМ, *в.* ДЕКАДЕН ЛОГАРИТАМ.

БРИЈАНШОН, Шарл Жилиен [Charles Julien Brianchon; Шарль Жюльен Брианшон] (1783 – 1864), француски математичар. Се занимавал со разни проблеми од геометријата, а посебно со криви од повисок ред. Познат е по теоремата што го носи неговото име – *теорема на Бријаншон* (*в.*).

БРОЕН [numerical; численный, числовой] Придавка што се однесува кон броеви; значи исто што и *нумерички*.

БРОЕН ИЗРАЗ [numerical expression; численное выражение] Израз што содржи само броеви и аритметички операции; на пр., $(4-7,5:3)^2+15\cdot 0,2$ и $3+7\cdot 6$ се б.и. Бројот што се добива по извршувањето на сите операции во даден броен израз се вика **бројна вредност** на изразот; на пр., бројната вредност на изразот $3+7\cdot 6$ е 45. Познато и како *аритметички израз*.

БРОЕН СИСТЕМ [number system, numeration system, numeral system; система счисления] **1**. Начин на именување и означување броеви. Во денешно време општоприфатен е *декадниот* (*позиционен*) *броен систем* (*в.*), т. е. б.с. со *основа* 10. Позиционен б.с., наместо 10, може да има основа некој друг број, како на пр.: 2 (*двоичен* или *бинарен* б.с.), 8 (*осмичен* или *октален* б.с.), 12 (*дванаесетичен* или *дуодецимален* б.с.), 16 (*шеснаесетичен* или *хексадецимален* б.с.), 60 (*шеесетичен* или *хексагезимален* б.с.).

Секој децимален број a што е запишан во *позиционен броен систем* (*в.*) при која било основа, на пр. p, т. е.

$$a = (\overline{a_n a_{n-1} ... a_2 a_1 a_0,\ b_1 b_2 ... b_m})_p ,$$

може да се запише во т.н. **полиномна форма**, т. е.

$$a = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p^1 + a_0 p^0 + \\ + b_1 p^{-1} + b_2 p^{-2} + ... + b_m p^{-m} .$$

Декадниот позиционен б.с. се јавил релативно доцна, по долг историски развиток. Станал универзално средство за запишување броеви дури по воведувањето на децималните дропки.

2. Б.с. се нарекува секое од полињата $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$ (на рационалните, реалните или комплексните броеви, соодветно), но и други математички системи што задоволуваат многу од аксиомите на реалниот б.с. (на пр. *кватернионите* и *Кејлиевите броеви*). Општо, б.с. е конечнодимензионален векторски простор над полето на реалните броеви со операцијата множење, во однос на која тој е асоцијативна или неасоцијативна *алгебра со делење* (*в.*).

БРОИТЕЛ [numerator; числитель] Бројот a во дропката a/b (b се вика *именител* на дропката).

БРОЈ [number; число] Основен математички поим. Неговата појава и формирање се случила во текот на долг историски период заедно со раѓањето и развојот на математиката. Секој обид да се дефинира овој поим е однапред осуден на неуспех, зашто дефиницијата би содржела посложени и помалку јасни поими.

Историски, развојот на поимот б. се одвивал мошне долго. Први се појавиле **природните броеви** 1, 2, 3, 4, ... во врска со броење предмети како потреба во секојдневниот живот, трговијата и производството. Скоро истовремено се појавиле **дропките** (**рационалните** б.) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, ...$, а многу подоцна **нулата** и **негативните цели** б. $0, -1, -2, -3, ...$. Во врска со мерењето должини се појавила потребата од нов вид броеви, уште во античко време. На пр., ако страната на квадрат има должина 1, тогаш должината на неговата дијагонала не е рационален број; таквите броеви (како: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$) се наречени **ирационални** б. Потребите за решавање равенки како: $x^2 + 1 = 0$, $x^2 - 2x + 5 = 0$ и др., довеле до проширување на поимот б. т. е. до воведување на **комплексните** б.

Сите гореспомнати видови броеви може да се опфатат во математиката во една целина. Тоа може да се направи, главно, на два начина: конструктивен и аксиоматски. При **конструктивниот начин** се тргнува од природните броеви и нивните својства дадени аксиоматски со *Пеановите аксиоми* (*в.*), а од нив се конструираат целите, рационалните, реалните и комплексните б. При **аксиоматскиот начин** се тргнува од реалните б. дадени аксиоматски и од нив се изведуваат сите други видови б.

Реалните броеви образуваат математичка структура $(R, \leq, +, \cdot, -, ^{-1}, 0, 1)$ каде што: R е множеството реални броеви, $\leq$ е релација за подредување на R, $+$ и $\cdot$ се бинарни операции на R, $-$ и $^{-1}$ се унарни операции на R, а 0, 1 се константи од R. Оваа структура ги задоволува аксиомите на реалните броеви, поделени на три групи:

I. *Аксиоми на поле*:
(1) $x+(y+z)=(x+y)+z$,
(2) $x+0=x$,
(3) $x+(-x)=0$,
(4) $x+y=y+x$,
(5) $x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z$,
(6) $x\cdot(y\cdot z)=(x\cdot y)\cdot z$,
(7) $x\cdot 1=x$,
(8) $x\neq 0 \Rightarrow x\cdot x^{-1}=1$,
(9) $x\cdot y=y\cdot x$,
(10) $0\neq 1$;
II. *Аксиоми на подредување*:
(1) $x\leq x$,
(2) $x\leq y \wedge y\leq x \Rightarrow x=y$,
(3) $x\leq y \wedge y\leq z \Rightarrow x\leq z$,
(4) $x<0 \vee x=0 \vee x>0$
($a<b$ значи: $a\leq b \wedge a\neq b$;
$a>b$ значи: $b\leq a \wedge b\neq a$),
(5) $x\geq 0 \Rightarrow -x\leq 0, \quad x\leq 0 \Rightarrow -x\geq 0$,
(6) $x\geq 0 \wedge y\geq 0 \Rightarrow x+y\geq 0 \wedge x\cdot y\geq 0$;
III. *Аксиома на потполно подредување*: секое минорирано непразно подмножество на R има инфимум во R.

Математичка структура што ги исполнува групите аксиоми **I**, **II**, **III** се вика **комплетно подредено поле** (*в.*) или **потполно подредено поле**. Според тоа, реалните броеви формираат комплетно подредено поле; тоа се означува со $\mathbb{R}$. Докажано е дека секое комплетно подредено поле е изоморфно со $\mathbb{R}$, т. е. реалните броеви се единствени, и од наведените аксиоми произлегуваат сите нивни својства.

Множеството **природни броеви** е множеството $\mathbb{N}$ реални броеви од обликот 1, $2=1+1$, $3=(1+1)+1$, итн.; тие се викаат и **позитивни цели броеви**. Множеството **негативни цели броеви** е $-\mathbb{N}=\{-n \mid n\in\mathbb{N}\}$. Множеството цели броеви е $\mathbb{Z}=\mathbb{N}\cup -\mathbb{N}\cup\{0\}$. Множеството **рационални броеви** е $\mathbb{Q}=\{m\cdot n^{-1} \mid m\in\mathbb{Z}, n\in\mathbb{N}\}$. Множеството **ирационални броеви** е **J** = $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$. **Комплексните броеви** се дефинираат како изрази од обликот $a+ib$, каде што $i^2=-1$, а a и b се реални броеви.

Под терминот *број* најчесто се подразбира *реален број*.

БРОЈКА[numeral; цифра] Симбол што се користи за означување број; син. *цифра*. На пр. „7“ е арапска цифра за бројот седум; „VII“ е римска цифра за истиот број.

БРОЈНА ВРЕДНОСТ [numerical value; численное значение, числовое значение] Б.в. на алгебарски израз одн. функција $f(a,b,...,z)$ е број, добиен како резултат на заменување на буквите $a,b,...,z$ со некои конкретни реални броеви од доменот на f и извршување на назначените операции над вклучените букви. На пр., б.в. на изразот $f(a,b)=a^3b:(2b-a)$, за $a=2$ и $b=3$, е $f(2,3)=6$. Познато и како *нумеричка вредност* (на израз).

БРОЈНА КАРАКТЕРИСТИКА [numerical characteristic; числовая характеристика] Б.к. *на случајна величина* е број, околу кој се групираат, на некој начин, можните значења на случајната величина, или некој број со кој ќе може да се опише растурањето на значењата на таа величина околу бројот што го опишува центарот на распоредувањето на вредностите на случајната величина. Меѓу најважните б.к. се *математичкото очекување* (*в.*) и *дисперзијата* (*в.*).

БРОЈНА ОСКА [number line; числовая ось], *в.* БРОЈНА ПРАВА.

БРОЈНА ПРАВА [number line; числовая прямая] Права, на која се претставуваат реалните броеви, во согласност со нивното растојание во позитивна или негативна насока од една произволно избрана *почетна* точка O, при произволно избрана *единична отсечка* OA. На точката O ѝ се придружува бројот нула, на A – бројот 1, а за *позитивна* се зема насоката од O кон A. На тој начин е определено биективно пресликување од множеството реални броеви на множеството точки од б.п., така што секоја точка од б.п. се идентификува со соодветен реален број. Познато и како *бројна оска*; *реална права*.

БРОЈНА РАВЕНКА [numerical equation; числовое уравнение] Равенка во која сите коефициенти на променливите и слободниот член се броеви, а не буквени константи. На пр., равенката $5x^2 + 2x - 3 = 0$ е б.р., а $x^2 + x = c$ не е б.р. Познато и како *нумеричка равенка*.

БРОЈНА ФУНКЦИЈА [numerical function; числовая функция] Функција, чиишто домен и опсег се подмножества од множеството $\mathbb{R}$ на реалните броеви (*в.* и РЕАЛНА ФУНКЦИЈА). Поопшто, б.ф. се вика и секоја функција f од некој метрички простор M во метричкиот простор $\mathbb{R}$ на реалните броеви, $f : M \to \mathbb{R}$.

БРОЈНО ПОЛЕ [number field; числовое поле] Секое множество од реални или комплексни броеви коешто е затворено во однос на операциите собирање, одземање, множење и делење, при што се исклучува делењето со нулата (*в.* ПОЛЕ).

Б.п. се, на пример, $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$, $K = \{ a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q} \}$, множеството од сите алгебарски броеви и др. Всушност, б.п. е секое потполе од полето на комплексните броеви.

БРОЈОТ *e* [the number e; число e] Б. e е една од најважните математички константи. Се дефинира со лимесот на низата $a_n = (1 + 1/n)^n$:

$$e = \lim_{n\to\infty} \left(1 + 1/n\right)^n \quad \text{или} \quad e = \textstyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}.$$

Ознаката e ја вовел Л. Ојлер, а Ш. Ермит докажал дека б. e е трансцендентен и неговата приближна вредност изнесува 2,718281. Тој е земен за основа на природните логаритми. Понекогаш (не баш оправдано) e го нарекуваат *Неперов број*.

БРОЈОТ π [pi; пи, число π] Број, еднаков на количникот од периметарот и дијаметарот на кружница. Тој е трансцендентен (па значи, и ирационален) број, со приближна вредност 3,14 (или, на петнаесет децимали: 3,141 592 653 589 793). Старите Египќани ја користеле приближната вредност $(16 / 9)^2 \approx 3{,}16$.

Трансцендентноста на б. π е докажана во 1882 година од германскиот математичар ***Ф. Линдеман*** (Ferdinand von Lindemann, 1852 – 1939).

Нумеричка приближна вредност на π може да се најде со впишување (односно опишување) на правилни многуаголници во дадена кружница, а може да се апроксимира (грубо) и со дропката 22/7, или 377/120. π може да се добие и од **Лајбницовиот ред**:

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

или од **формулата на Волис** (*в.*):

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdots \frac{2k}{2k-1} \cdot \frac{2k}{2k+1} \cdots.$$

Б. π се јавува во многу области на науката и, заедно со *бројот e*, спаѓа меѓу најважните математички константи. Понекогаш, б. π го нарекуваат *Лудолфоф број* (*в.*).

БУЛЕАН, исто што и *партитивно множество*.

БУЛОВА АЛГЕБРА [Boolean algebra; булева алгебра] Непразно множество B со две бинарни операции $\vee$ и $\wedge$ (наречени *унија* и *пресек*, соодветно), една унарна операција ′ (наречена *комӣлеменӣ*) и два елемента $0, 1 \in B$, така што за кои било елементи $x, y, z \in B$, следните аксиоми се исполнети.

(i) $x \vee y = y \vee x$, $x \wedge y = y \wedge x$,
т. е. $\vee$ одн. $\wedge$ е *комуӣаӣивна*;

(ii) $x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$,
$x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$,
т. е. $\vee$ одн. $\wedge$ е *асоцијаӣивна*;

(iii) $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$,
$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$,
т. е. $\wedge$ е *дисӣрибуӣивна сӣрема* $\vee$ и $\vee$ е *дисӣрибуӣивна сӣрема* $\wedge$;

(iv) $x \vee 0 = x$, $x \wedge 1 = x$,
т. е. 0 е *неуӣрален елеменӣ* за $\vee$, а 1 е *неуӣрален елеменӣ* за $\wedge$;

(v) постои елемент $x' \in B$, наречен *комӣлеменӣ* на x во B, таков што $x \vee x' = 1$, $x \wedge x' = 0$.

(Бинарните операции $\vee$ и $\wedge$ се викаат уште **логичко собирање** и **логичко множење**, соодветно.)

Можни се и други аксиоматики. Во аксиомите на Б.а. е одразена аналогијата меѓу поимите „множество“, „настан“, „исказ“. Во таа смисла, б.а. има голема примена во математичката логика, во теоријата на веројатност и огромна важност во развојот на компјутерите. Примери на Б. а.:

1) Ако $B = \mathcal{P}(S)$ е партитивното множество на дадено непразно множество S, тогаш B е Б.а. во однос на операциите со множества: унија $\cup$, пресек $\cap$ и комплемент ′ во S; притоа, празното множество $\varnothing$ и даденото множество S имаат улога на 0 и 1, соодветно.

2) Б. а. $B = \{0, 1\}$ што се состои само од два елемента има многу едноставна структура, но има важна примена во математиката (на пр., во т.н. *исказна алгебра*), а и надвор од неа – во т.н. *алгебра на ӣрекинувачи* или *алгебра на конӣакӣни шеми*.

БУЛОВА МАТРИЦА [Boolean matrix; булева матрица] Матрица, чиишто членови се елементи на Буловата алгебра $B = \{0,1\}$. За б.м. се користат и називите: **логичка матрица**; **бинарна матрица**; **релациона матрица**. Таква матрица може да се искористи за претставување бинарна релација меѓу пар конечни множества.

БУЛОВА ФУНКЦИЈА [Boolean function; булева функция] Функција. чиишто аргументи, исто како и самата функција, примаат вредности од двоелементно множество, обично {0, 1}, т. е. функција $f(x, y, ..., z)$ составена со примена на операциите $\wedge$ (И), $\vee$ (ИЛИ), $\neg$ (НЕ) над променливите x, $y, \ldots, z$ и елементи чијшто заеднички домен е дадена Булова алгебра.

БУЛОВ ОПЕРАТОР [Boolean operator; булев оператор] Логички оператор – кој било од операторите И ($\wedge$), ИЛИ ($\vee$), НЕ ($\neg$), или пак оператор што може да се изрази како комбинација од овие три оператори.

БУЛОВ ПРСТЕН [Boolean ring; булево кольцо] Комутативен прстен со својството дека, за секој елемент a од прстенот, $a^2 = 1$ и $a + a = 0$. Се покажува дека поимот Б.п. е еквивалентен со поимот *Булова алгебра*.

БУЛ, Џорџ [George Boole; Джорж Буль] (1815 – 1864), англиски математичар и логичар, основач на современата математичка логика. Во делото „*Закони на мислењеӣо*“ покажал дека законите на формалната логика можат да бидат предмет на математичко сметање; *в.* БУЛОВА АЛГЕБРА.

БУЊАКОВСКИ, Виктор Јаковлевич [Viktor Yakovlevich Bunyakovsky; Виктор Яковлевич Буняковский] (1804 – 1889), руски математичар, професор на Петроградскиот универзитет, академик. Се занимавал со математичка анализа (*в*. НЕРАВЕНСТВО НА БУЊАКОВСКИ), теорија на броеви, теорија на веројатност и статистика.

БУРБАКИ, Никола [Nicolas Bourbaki; Никола Бурбаки], псевдоним под кој група француски математичари направиле обид да ја изложат целата современа математика. Од 1939 г. излегле повеќе од 40 тома на трактатот „*Елементи на математиката*", кои што многу влијаеле врз развојот на важни области од математиката.

Составот на групата се чувал во тајност. Основачи и водечки членови на групата биле:

Андре Веј (André Weil, 1906 – 1998), ***Анри Картан*** (Henri Cartan, 1904 – 2008), ***Самуел Ејленберг*** (Samuel Eilenberg, 1913 – 1998), ***Жан Дјeдоне*** (Jean Dieudonné, 1908 – 1992), ***Лоран Шварц*** (1915 – 2002) и ***Клод Шевале*** (Claude Chevalley, 1909 – 1984).

В

ВАДЕЊЕ, *в*. ОДЗЕМАЊЕ.

ВАЈЕРШТРАС, Карл [Karl Theodor Wilhelm Weierstrass; Карл Теодор Вильгельм Вейерштрасс] (1815 – 1897), истакнат германски математичар, еден од творците на современата математичка анализа, со голем придонес во теоријата на функциите. Се занимавал со теорија на редови (*в*. КРИТЕРИУМ НА ВАЈЕРШТРАС), Јакобиеви функции, диференцијални равенки, комплексни функции и варијационо сметање. Низ своите предавања прецизно и строго засновал многу поими од математичката анализа.

ВАЛИС, Џон, *в*. ВОЛИС, Џон.

ВАЛЈАК, *в*. ЦИЛИНДАР.

ВАНДЕРМОНДОВА ДЕТЕРМИНАНТА [Vandermonde determinant; определитель Вандермонда] Детерминанта од обликот:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \ldots & a_n^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \ldots & a_n^{n-1} \end{vmatrix},$$

т. е. детерминанта во која елементите од i-та редица се $(i–1)$-в степен на елементите од втората редица. В.д. е еднаква со производот од сите можни разлики $(a_i - a_j)$:

$$\prod_{1 \le j < i \le n} (a_i - a_j),$$

каде што $1 \le j < i \le n$. На пример:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 3 \\ 4 & 64 & 9 \end{vmatrix} = (8 - 2)(3 - 2)(3 - 8) = -30.$$

Терминот В.д. е даден по името ***А. Вандермонд*** (Alexandre-Théophile Vandermonde, 1735 – 1796), француски музичар, математичар и хемичар, којшто работел со *Безу* (*в*.) и Лавоазје.

ВАНЦЕЛ, ПЈЕР [Pierre Laurent Wantzel; Пьер Лоран Ванцел] (1814 – 1848), француски математи;ар, којшто докажал (во статија од 1837) дека неколку стари геометриски проблеми не може да се решат со користење само на шестар и линијар, како: *удвојување на коцка* (*в*.) и *трисекција на агол* (*в*.), а во истата статија го решил и проблемот за конструктибилност на правилни полигони (*в*. ФЕРМАОВИ БРОЕВИ).

ВАРИЈАНСА [variance; дисперсия] Средно квадратно отстапување – една од статистичките мери на расејување резултати; *в*. ДИСПЕРЗИЈА.

ВАРИЈАЦИЈА [k-permutation of n, permutation of n things taken k at a time, arrangement; размещение] **1**. Еден од поимите на *комбинаторика*та (*в*.). Нека S е множество со n елементи. Секој елемент од Декартовиот производ $S^k = S \times \cdots \times S$ (k фактори S) се вика **варијација со повторување** од класа k од n елементи. Со други зборови, тоа е подредена k-торка, со елементи избрани од n-те елементи на множеството S, при што некои од нив може да се повторуваат. Бројот на сите в. со повторување од класа k од n елементи е $\overline{V_n^k} = n^k$.

За в. $(a_1, a_2, ..., a_k)$ обично се употребува ознаката $a_1 a_2 ... a_n$. Сите в. со повторување од класа 2 од елементите на множеството $S = \{a, b, c\}$ се:

$aa, ab, ac, \quad ba, bb, bc, \quad ca, cb, cc,$

вкупно: $3^2 = 9$.

Секоја в. од класа k од n елементи, во која сите елементи се различни, се вика **варијација без повторување** од класа k од n елементи. Бројот на в. без повторување од класа k од n елементи ($k \le n$) е

$$V_n^k = n(n-1)...(n-k+1) \quad \text{или}$$

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сите варијации без повторување од класа 2 од множеството $\{a, b, c\}$ се:

$ab, ac;\quad ba, bc;\quad ca, cb;$

т.е. вкупно: $V_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$.

2. За терминот *варијација* во математичката анализа *в.* ФУНКЦИЈА СО ОГРАНИЧЕНА ВАРИЈАЦИЈА.

3. Зборот *варијација* означува преуредување, разместување, менување, различност. Понекогаш се користи за да се опише колку една величина се менува во однос на друга величина (други величини). Ако врската меѓу две променливи величини е таква што нивниот количник (одн. производ) е константа, тогаш се вели дека едната се менува *право пропорционално* (одн. *обратно пропорционално*) на другата.

ВАРИЈАЦИОНО СМЕТАЊЕ [calculus of variations; вариационное исчисление] Област од вишата математика, чиишто методи се користат за решавање многу задачи од геометријата, теориската физика и техниката. В.с. изучува проблеми за екстреми на функционали – максимизирање или минимизирање на даден определен интеграл во однос на зависно-променливите од подинтегралниот израз. Меѓу најпростите задачи на в.с. е проблемот за наоѓање екстрем на функционалот

$$L(y) = \int_a^b F(x, y, y')\, dx,$$

каде што $y(x)$ е непозната функција; *в.* ЗАДАЧА ЗА БРАХИСТОХРОНАТА; ИЗОПЕРИМЕТРИСКИ ПРОБЛЕМ.

ВЕКТОР [vector; вектор] **1**. *Геометриски*, в. е насочена отсечка, при која едниот крај (точка A) се вика **почеток** на в., а другиот (точка B) – **крај** на в.; се означува со: $\boldsymbol{a}$, $\vec{a}$ или со $\vec{AB}$. Должината на отсечката AB се вика **должина** (или: *интензитет*; *модул*; *норма*; *апсолутна вредност*) на в. $\boldsymbol{a} = \vec{AB}$ и се означува со $|\boldsymbol{a}|$ или со $|\vec{AB}|$. Правецот одреден со правата AB се вика **правец** на в. $\vec{AB}$, а насоката (од A кон B) на насочената отсечка AB се вика **насока** на в. $\vec{AB}$.

В. $\vec{BA}$ има спротивна насока од в. $\vec{AB}$; затоа се вика **спротивен** в. на в. $\vec{AB}$. В. при кој почетокот и крајот се совпаѓаат се вика **нулти** в. и обично се означува со $\boldsymbol{o}$; неговата должина е 0, а му се припишува која било насока. Секој в. (освен нултиот) се карактеризира со *должина* и со *насока*. В. со должина единица се вика **единичен** в. или *орт* (*в.*). Два в. се викаат **колинеарни** в., ако лежат на иста права или на паралелни прави. За три или повеќе в. се вели дека се **компланарни** в., ако лежат во една рамнина или во паралелни рамнини.

За два вектора $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{A'B'}$ се вели дека се **истонасочени** (или: имаат **иста насока**) ако лежат на иста права и едната од полуправите AB, $A'B'$ се содржи целосно во другата, или пак, ако векторите лежат на паралелни прави и нивните краеви лежат на иста страна од правата што минува низ нивните почетоци. За два колинеарни в. се вели дека се **спротивнонасочени** (или имаат **спротивни насоки**), ако тие не се истонасочени.

Два в. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ се **еднакви** ако се колинеарни, имаат еднакви должини и иста насока. Сите нулти вектори се сметаат за еднакви. Релацијата „еднаквост на в.“ е релација на еквивалентност. Множеството од сите вектори во однос на релацијата „еднаквост на в.“ се дели на дисјунктни класи. Елементите на овие класи се викаат **слободни** в. За слободните в. почетната точка може да биде слободно избрана. Пример на слободен в. е в. на транслација.

Покрај слободните в., во механиката и физиката често се користат т.н. *лизгачки вектори* (*в.*), како и в. со фиксирана почетна и крајна точка, наречени **врзани** в.; такви се, на пр., *радиус-векторите* (*в*). Поимот в. настанал како математичка апстракција на објекти коишто се карактеризираат со големина и насока, како на пр.: транслација, брзина, сила, напон на електрично или магнетно поле.

В. во координатна рамнина може да се претстави како подредена двојка броеви, на пр. (3, 2), а во простор како подредена тројка броеви, на пр. (4, 2, 1). Секој број од таа двојка одн. тројка се вика **компонента** на в.

2. Поимот в. може да се разгледува многу поопшто: в. е секој елемент на даден *векторски простор* (*в.*).

ВЕКТОР-КОЛОНА, *в.* КОЛОНИЧЕН ВЕКТОР.

ВЕКТОР НА ПОЛОЖБА, *в.* РАДИУС-ВЕКТОР.

ВЕКТОР-РЕДИЦА, *в.* РЕДИЧЕН ВЕКТОР.

ВЕКТОРСКА АЛГЕБРА [vector algebra; векторная алгебра] Раздел на *векторското сметање* во кој се изучуваат линеарните операции со вектори (собирање на вектори и множење на вектор со скалар) и разни производи на вектори (скаларен, векторски, мешан и двоен векторски производ).

ВЕКТОРСКА АНАЛИЗА [vector analysis; векторная анализа] Раздел на *векторското сметање*, во кој се изучуваат *векторски полиња* и *скаларни полиња* (*в.*), т. е. вектори што се функции од еден или од повеќе скаларни аргументи.

ВЕКТОРСКА ФУНКЦИЈА [vector function; вектор-функция, векторная функция] Функција $\boldsymbol{r}(t)$, од скаларен аргумент t, а вредностите на $\boldsymbol{r}(t)$ припаѓаат на некој векторски простор V. Во n-димензионален векторски простор V со база $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_n$, задавањето на в.ф. $\boldsymbol{r}(t)$ е еквивалентно со задавањето на нејзините **компонентни функции** $r_i(t)$, $1 \le i \le n$:

$$\boldsymbol{r}(t) = r_1(t)\,\boldsymbol{e}_1 + r_2(t)\,\boldsymbol{e}_1 + \ldots + r_n(\mathrm{t})\,\boldsymbol{e}_n .$$

Кога t се менува во сегмент $[\alpha,\beta]$, краевите на векторите $\boldsymbol{r}(t)$, нанесени од произволно избрана фиксирана точка O (*нулта точка* на просторот V), претставува крива којашто се вика **ходограф** на в.ф.

Поимот в.ф. од една реална променлива t може да се прошири на произволен број променливи. На пр., нека x, y, z се три реални функции од n реални променливи $t_1, t_2, \ldots, t_n$ и нека е непразно множество пресекот од нивните домени, $D = D_x \cap \mathrm{D}_y \cap D_z$. Тројката (x, y, z) се вика в.ф. **од** n **реални аргументи** и се означува со $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t_1, t_2, \ldots, t_n)$, $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ или само со $\boldsymbol{r}$, а x, y, z се викаат **компонентни функции** на $\boldsymbol{r}$.

За в.ф. се вели дека е *непрекината*, *диференцијабилна* итн. (во точка или во област), ако тоа својство го имаат сите нејзини компонентни функции.

ВЕКТОРСКИ ПРОИЗВОД [vector product, cross product; векторное произведение] В.п. на два ненулти и неколинеарни вектори $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ е вектор $\boldsymbol{c}$, (се означува со симболот $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ или со $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$), определен на следниов начин: (i) правецот на $\boldsymbol{c}$ е нормален на

рамнината во која лежат векторите $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$; (ii) ако $\boldsymbol{a}$ е насочен како палецот на десната рака, а $\boldsymbol{b}$ како показалецот, тогаш $\boldsymbol{c}$ е насочен како средниот прст на истата рака (ова е наречено **правило на десната рака**);
(iii) должината му е $|\boldsymbol{c}| = |\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|\sin\varphi$ (φ е аголот меѓу векторите $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$).
По деф. се става $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \boldsymbol{o}$, ако $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{o}$, или $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{o}$ или $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ се колинеарни.

В.п. ги има следниве својства:
а) антикомутативност: $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = -(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{a})$
б) дистрибутивност во однос на собирањето вектори:
$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}$,
$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times \mathrm{c} = \boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c} + \boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$;
в) согласување за множење со број:
$\lambda(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = (\lambda\,\boldsymbol{a})\times\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}\times(\lambda\,\boldsymbol{b})$.

Ако векторите $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ имаат координати (a_1, a_2, a_3) и (b_1, b_2, b_3) во ортонормирана база $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$, тогаш

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2)\,\boldsymbol{i} + $$
$$+\ (a_3b_1 - a_1b_3)\,\boldsymbol{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\,\boldsymbol{k}.$$

т. е.

$$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b} = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right).$$

Асоцијативниот закон за векторско множење (во општ случај) не важи, т. е. $\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) \neq (\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{c}$, но го задоволува **Јакобиевиот идентитет**:

$$\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}) + \boldsymbol{b}\times(\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{a}) + \boldsymbol{c}\times(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{o}.$$

Поради дистрибутивноста, линеарноста и Јакобиевиот идентитет, векторскиот простор $\mathbb{R}^3$ во однос на собирањето на вектори и векторското множење е *Лиева алгебра* (*в.*).

ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР [vector space; векторное пространство] Поим којшто го обопштува обичниот тридимензионален простор.

В.п. над поле F се дефинира како множество V, во кое е определена операција собирање на елементи од V и операција множење на елементи од F со елементи од V, така што да се исполнети следниве аксиоми:

1^0. V е комутативна група во однос на операцијата собирање.

2^0. За секоја двојка елементи $\lambda, \mu\in F$ и секој пар елементи $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in V$, точни се равенствата:

$$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = \lambda\boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b},\ (\lambda+\mu)\,\boldsymbol{a} = \lambda\boldsymbol{a} + \mu\boldsymbol{a},$$
$$(\lambda\,\mu)\,\boldsymbol{a} = \lambda(\mu\boldsymbol{a}),\quad 1\,\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}.$$

Ако $F = \mathbb{R}$, тогаш за V се вели дека е в.п. *над полето од реалните броеви* или само *реален* в.п. Елементите од V се викаат **точки** на в.п. или **вектори**, а реалните броеви – **скалари**.

Примери на в.п. 1) Множеството (обични) тридимензионални вектори образуваат в.п. во однос на обичното собирање на вектори и множење на вектор со реален број. Општо, множеството $\mathbb{R}^n$ од сите подредени n-ки реални броеви, $(x_1,\ldots,x_n)$, е в.п. во однос на покомпонентно собирање на подрдени n-ки и покомпонентно множење на n-ка со реален број.

2) Множеството $M_{m,n}$ матрици со облик $m\times n$ е в.п. во однос на обичното собирање на матрици и множење на матрица со број.

3) Множеството $\mathbb{R}^\infty$ од сите бесконечни низи $(a_1, a_2, \ldots)$ реални броеви е в.п. во однос на вообичаеното собирање на низи и множење на низа со реален број.

4) Множеството $C[a,b]$ од сите функции, непрекинати на сегментот $[a,b]$, е в.п. во однос на собирање на функции и множење на функција со реален број, дефинирани со:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x),$$
$$(\lambda f)(x) = \lambda f(x),\ \lambda\in\mathbb{R},$$

за кои било $f, g \in C[a,b]$ и $x \in [a,b]$.

Секој в.п. има *база* (*в.*). Ако кардиналниот број на множеството вектори од базата е конечен, тогаш за в.п. со таква база се вели дека е **конечнодимензионален** в.п. (такви се в.п. од пр. 1) и 2)); ако пак кардиналноста на базата е бесконечна, тогаш се вели дека в.п. е **бесконечнодимензионален** (такви се в.п. од пр. 3) и 4)). Кардиналниот број на базата се вика **димензија** на в.п.

Познато и како *линеарен простор*.

ВЕКТОРСКО ПОЛЕ [vector field; векторное поле] *Векторска функција* (*в.*) од три реални аргументи x, y, z; обично се означува со $\boldsymbol{F}(x, y, z) =$

$$= (F_1(x,y,z), F_2(x,y,z), F_3(x,y,z))$$

или само со $\boldsymbol{F}$. Секоја од компонентните функции F_1, F_2, F_3 на в.п. $\boldsymbol{F}$ е реална функција од трите реални аргументи x, y, z. Ако M_0 (x_0, y_0, z_0) е точка од доменот на в.п. $\boldsymbol{F}$, тогаш $\boldsymbol{F}_0$=$\boldsymbol{F}_0$ (x_0, y_0, z_0) се интерпретира како вектор $\boldsymbol{F}_0$ со почеток во M_0. Според тоа, в.п. $\boldsymbol{F}$, на секоја точка M_0 од својот домен ѝ придружува вектор $\boldsymbol{F}_0$ со почеток во M_0.

ВЕКТОРСКО СМЕТАЊЕ [vector calculus; векторное исчисление] Назив за областа на математиката во која се изучуваат својствата на операциите над вектори. В.с. се дели на *векторска алгебра* (*в.*) и *векторска анализа* (*в.*).

ВЕЛИЧИНА [quantity; величина] В. е еден од основните математички поими, кој со развојот на математиката добил редица обопштувања.

Својствата на поимот в. биле јасно формулирани уште во Евклидовите „*Елементи*“ (3-ти век пред н.е.). Тој првобитен поим на в. претставува обопштување на конкретни поими: должина, плоштина, волумен, маса и др. Поради разликување од натамошните обопштувања, овие в., во денешно време се нарекуваат **позитивни скаларни** в.

Во системот од сите позитивни скаларни истородни в. се воведува релација „*е помало*“ (<), одн. „*е поголемо*“ (>) и операција *собирање* (+), така што за кои било истородни в. (на пр., должини) a, b и c да се исполнети следниве услови:

1) или $a = b$, или $a < b$, или $b < a$ (својство на *трихотомија*);
2) ако $a < b$ и $b < c$, тогаш $a < c$ (*транзитивност* на релацијата „е помало“);
3) за кои било две в. a и b постои еднозначно определена в. $c = a + b$;
4) $a+b = b+a$ (*комутативност на* +);
5) $a+(b+c) = (a+b)+c$ (*асоцијативност* на +);
6) $a + b > a$ (*монотоност* на +);
7) ако $a > b$, тогаш постои една и само една величина c, за која $b + c = a$ (можност за *одземање*);
8) за која било в. a и кој било природен број n, постои в. b, таква што $nb = a$ (можност за *делење*);
9) за кои било в. a и b, постои природен број n, таков што $a < nb$.
   (Ова својство се вика *аксиома на Евдокс* или *аксиома на Архимед*).

Со својствата 1) – 9) е основана **теоријата на мерење** в., развиена во античко време. За да се добие целосно завршена теорија на в., на горните барања им се приклучува уште една (дополнителна) **аксиома за непрекинатост**:

10) ако низите од в., (a_n) и (b_n), се такви што

$$a_1 < a_2 < \cdots < a_n < \cdots < b_2 < b_1$$

и $b_n - a_n < c$ за која било в. c при доволно голем n, тогаш постои единствена в. x, која е поголема од сите a_n и помала од сите b_n.

Својствата 1) – 10) го дефинираат целосно современиот поим на систем позитивни скаларни в. Ако во таков систем се избере некоја в. *e* за *единица на мерењата*, тогаш сите други в. во тој систем се претставуваат во вид $a = \alpha e$, каде што α е позитивен реален број.

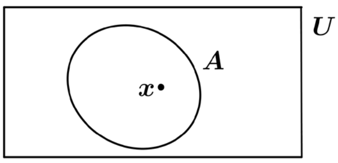
Непосредно обопштување на поимот в. е системот *скаларни* в. којшто, покрај *позитивна* в., вклучува *нула и негативна* в. Ако во таков систем се избере некоја позитивна в. *e* за *мерна единица*, тогаш секоја в. од системот може да се изрази во обликот $a = \lambda e$, каде што λ е реален број (позитивен, негативен или нула).

Во поопшта смисла на зборот, *величини* се нарекуваат *векторите*, *тензорите* и други „нескаларни величини“. Таквите в. може да се собираат, но релацијата „е помало“ $(a < b)$ за нив нема смисла.

ВЕНОВ ДИЈАГРАМ [Venn diagram; диаграмма Венна] Дијаграм кој се користи за да отслика множества или фамилии множества и нивни меѓусебни врски.

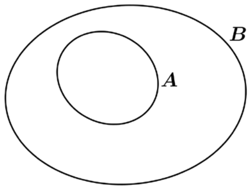
Со В.д. графички се претставуваат релации и операции на множества, содржани во некое *универзално множество U*. Универзалното множество *U* може да се претстави со затворена област во рамнина, на пр. правоаголник.

Едно множество $A \subset U$ се претставува како затворена област во *U*, а исказот $x \in A$ се означува со точка во областа *A*.



$A \subset U$; $x \in A$

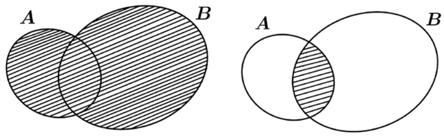
Релацијата $A \subset B$ се опишува со



$A \subset B$

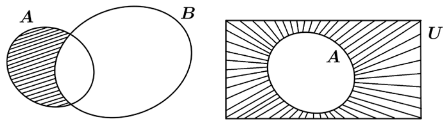
поставување на областа што ја претставува *A* во областа од *B*.

Унијата на две множества *A* и *B*, $A \cup B$, може да се претстави со засенчување на комбинираните области што ги содржат *A* и *B*, а пресекот $A \cap B$ со засенчување на деловите од *A* и *B* што се преклопуваат.



$A \cup B$ $A \cap B$

Разликата $A \setminus B$ се претставува со засенчување на делот од *A* во кој нема елементи од *B*, а комплементот A' на *A* во *U* се претставува со засенчување на областа во *U* што е надвор од *A*.



$A \setminus B$ $A' = U \setminus A$

Методот на дијаграми бил предложен од ***Џон Вен*** (John Venn, 1834 – 1923, британски логичар и филозоф) за решавање задачи од математичката логика. Во негова чест, дијаграмите се наречени *Венови дијаграми*.

ВЕРИГА [chain; цепь], *в.* ЛИНЕАРНО ПОДРЕДЕНО МНОЖЕСТВО.

ВЕРИЖНА ДРОПКА [continued fraction; непрерывная дробь, цепная дробь] Низа од заемно сврзани *дропки* од видот (1):

$$a_0 + \cfrac{b_1}{a_1 + \cfrac{b_2}{a_2 + \cfrac{b_3}{\dots + \cfrac{b_n}{a_n + \dots}}}}, \qquad (1)$$

каде што $a_0, a_1, \dots$ и $b_1, b_2, \dots$ се цели броеви; $b_1, b_2, \dots$ се викаат *броители*, броевите $a_1, a_2, \dots$ – *именители* на в.д. а дропките b_1/a_1, b_2/a_2, се викаат **делумни дропки** на в.д. Изразот (1) се вика **конечна** в.д. ако има само конечно многу делумни дропки, а **бесконечна** в.д. – ако има бесконечно многу делумни дропки.

Најчесто се разгледуваат т.н. **правилни** в.д., т. е. в.д. при кои сите броители b_i се еднакви на 1, имените $a_1, a_2, \dots, a_n$ се природни броеви, а a_0 е цел број:

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{\dots + \cfrac{1}{a_n}}}} \qquad (2)$$

В.д. (2) севика **правилна конечна** (одн. **правилна бесконечна**) в.д., ако има конечно (одн. бесконечно) многу делумни дропки.

Секој рационален број може да се претстави како конечна в.д. (и обратно), а секој ирационален – како бесконечна в.д. Еден реален број е рационален акко тој може да се претстави како правилна конечна в.д.

Наместо горната кабаста ознака, се употребува и поедноставната ознака: $[a_0; a_1, a_2, \dots, a_n]$ – за конечна в.д., а $[a_0; a_1, a_2, \dots, a_n, \dots]$ – за бесконечна в.д.

Алгоритамот за разложување на ре ален број x во правилна в.д. се дефинира со следниве релации:

$$a_0 = [x]; \quad r_1 = \frac{1}{x - a_0} \text{ ако } a_0 \neq x,$$

$$a_1 = [r_1]; \quad r_2 = \frac{1}{r_1 - a_1} \text{ ако } r_1 \neq a_1,$$

$$a_2 = [r_2]; \quad r_3 = \frac{1}{r_2 - a_2} \text{ ако } r_2 \neq a_2,$$

$$a_3 = [r_3]; \ \dots,$$

каде што $[x]$ означува „*цел дел од* x“.

Пример. Нека $x = \frac{77}{30}$. Имаме :

$$a_0 = [x] = [\tfrac{77}{30}] = 2; \quad r_1 = \frac{1}{r_0 - a_0} = \frac{30}{17},$$

$$a_1 = [r_1] = 1; \quad r_2 = \frac{17}{13},$$

$$a_2 = [r_2]; \quad r_3 = \frac{1}{r_2 - a_2}$$

$$a_3 = [r_3] = 3; \quad r_4 = \frac{4}{1}, \quad a_4 = [r_4] = 4, \text{ па}$$

$$\frac{77}{30} = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3 + \frac{1}{4}}}}$$

или, кратко: $\frac{77}{30} = [2; 1, 1, 3, 4]$.

Познато и како *нейрекинаша дройка*.

ВЕРИЖНА ЛИНИЈА, *в.* СИНЦИРКА.

ВЕРИЖНО ПРАВИЛО [chain rule; цепное правило], *в.* СЛОЖЕНА ФУНКЦИЈА.

ВЕРОЈАТНОСТ [probability; вероятность] „Мера“ на можностите за настапување на даден случаен настан A, т. е. број означен со $P(A)$, за кој важи $0 \leq P(A) \leq 1$. Всушност, тоа е квантитативниот израз на шансите дека даден настан ќе се случи. Воопшто, колку е повисока вредноста $P(A)$, толку се поголеми изгледите дека настанот ќе настапи. Ако настанот A не е можно да се случи, тогаш $P(A) = 0$; ако пак е сигурно дека тој настан ќе се случи, тогаш $P(A) = 1$.

В. може да биде оценувана емпириски – со испитување колку често настапува определениот настан. Нумерички вредности може да се припишат во едноставни случаи со еден од следниве два метода.

(1) Ако множеството од сите можни исходи на еден експеримент може да биде поделен на подмножества од n ($n \geq 2$) еднакво можни исходи и настанот A е сврзан со m $(0 \leq m \leq n)$ од нив, тогаш $\mathrm{P}(A) = m / n$.

(2) Ако еден експеримент може да се повторува голем број пати, n, а настанот A настапи во m случаи, тогаш m / n е *релативната фреквенција* на A (*в.* НАСТАН). Ако количникот m / n има лимес кога $n \to \infty$, тогаш тој лимес е $\mathrm{P}(A)$.

ВЕРОЈАТНОСТ АПОСТЕРИОРИ, *в.* СТАТИСТИЧКА ВЕРОЈАТНОСТ.

ВЕРОЈАТНОСТ АПРИОРИ, *в.* МАТЕМАТИЧКА ВЕРОЈАТНОСТ.

ВЕРОЈАТНОСТ НА СЛУЧАЕН НАСТАН [probability of a random event; вероятность случайного события] Мера на зачестеноста на појавувањето на одреден случаен настан во серија експерименти. В.н.с.н. се карактеризира со фреквенцијата на настапување на случајниот настан, ако експериментите се повторуваат голем број пати под исти услови.

ВЕРСИЕРА [versiera; версиера], исто што и *локна на Ањези*.

ВЕРТИКАЛА [plumb line; вертикаль], *в.* ВЕРТИКАЛНА ПРАВА.

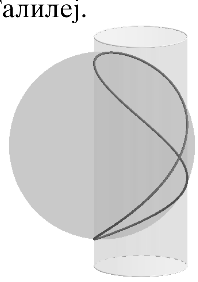
ВЕРТИКАЛНА АСИМПТОТА [vertical asymptote; вертикальная асимптота], *в.* АСИМПТОТА.

ВЕРТИКАЛНА ПРАВА [vertical line, plumb line; вертикальная прямая] **1**. Во координатна рамнина со правоаголен Декартов координатен систем Oxy – тоа е права, на која сите точки имаат иста апсциса, т. е. иста x-координата. Равенката на в.п. е $x = a$, каде што a е апсцисата на точката во која правата ја сече x-оската, а x е апсцисата на произволна точка од правата. **2**. Права, чијашто насока се совпаѓа со насоката на конецот од висок, т. е. права насочена кон центарот на Земјата.

Познато и како *вертикала*.

ВИВИЈАНИЕВА КРИВА [Viviani's curve; Вивиани кривая] Просторна крива којашто претставува пресек на кружниот цилиндар со радиус a и центар $(a, 0, 0)$, т. е. $(x-a)^2 + y^2 = a^2$, и сферата со центар $(0, 0, 0)$ и радиус $4a$, т. е. $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ (*в.* црт.).

Кривата била изучувана од ***В. Вивијани*** во 1692 (Vincenzo Viviani, 1622 – 1703), италијански математичар и научник, ученик на Торичели и следбеник на Галилеј.



Вивијаниева крива

ВИЕТОВИ ФОРМУЛИ [Vieta's formulas; формулы Виета] Формули коишто ја даваат врската меѓу коефициентите на полином од n-ти степен $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$ и неговите корени $x_1, x_2, \ldots, x_n$. В.ф. имаат облик:

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = -\,(a_1 / a_0),$$

$$(x_1x_2 + \ldots + x_1x_n) + (x_2x_3 + \ldots + x_2x_n) + \ldots + x_{n-1}x_n = (a_2 / a_0),$$

$$(x_1x_2x_3 + \ldots + x_1x_2x_n) + (x_2x_3x_4 + \ldots + x_2x_3x_n) + \ldots + x_{n-2}x_{n-1}x_n = -\,(a_3 / a_0),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_1x_2 \ldots x_n = (-1)^n (a_n / a_0).$$

За $n = 2$, т. е. за $ax^2 + bx + c$, В.ф. се:

$$x_1 + x_2 = -b/a, \quad x_1 x_2 = c/a,$$

а за $x^2 + px + q$ имаат вид

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 x_2 = q.$$

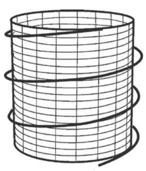
ВИЕТ, Франсоа [François Viète; Франсоа Виет] (1540 – 1603), француски математичар, творец на елементарната алгебра, го отворил патот кон аналитичната геометрија применувајќи ја алгебрата во геометријата и ја предвидел ирационалноста на бројот π.

ВИЛСОНОВА ТЕОРЕМА [Wilson's theorem; теорема Вильсона] Бројот n е прост ако и само ако $(n - 1)! + 1$ е делив со n. На пр., $4! + 1 = 25$ е делив со 5, па 5 е прост број; $8! + 1 = 40\,321$ не е делив со 9, па бројот 9 не е прост. (В.т. како критериум за определување на „простотата“ на даден број практично не се користи, поради брзото растење на факториелот.) Наречена е според името на англискиот математичар ***Џон Вилсон*** (John Wilson, 1741 – 1793).

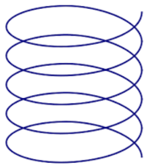
ВИНТОВА ЛИНИЈА [helix; винтовая линия] Крива, којашто лежи на цилиндар (или на конус) и генератрисите ги сече под константен агол.

Кривата е **цилиндрична** в.л. ако лежи на цилиндар, а **конусна** в.л. ако лежи на конус. Кога цилиндарот е прав и кружен, тогаш в.л. е **кружна** в.л. и нејзините равенки, во параметарска форма се:

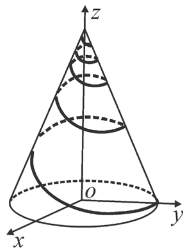
$$x = a \sin \theta,\ y = a \cos \theta,\ z = b\theta.$$



а) б)



Винтова линија:
а), б) цилиндрична;



в)

Винтова линија:
в) конусна.

Конусна в.л. може да се дефинира како *спирала* на конусна површина.

Познато и како: *завојна линија*; *завојница*.

ВИНТОВА ПОВРШИНА [helix surface; винтовая поверхность] Површина опишана од рамнинска крива линија која изведува винтово движење околу неподвижна оска, т. е. која се врти околу оска со константна аголна брзина ω и истовремено постапно се преместува со константна линеарна брзина v во насока на оската на ротација. Ако права линија изведува винтово движење, тогаш в.п. се вика *хеликоид* (*в.*).

ВИОР, *в.* РОТАЦИЈА[2].

ВИСИНА [altitude; высота] **1**. В. **на рамнинска фигура** во однос на отсечка (*основа*), којашто влегува во обиколката на таа фигура, е најдолгата од отсечките, спуштени од точките на обиколката нормално до основата или до нејзиното продолжение; и должината на таа „најдолга отсечка“ се вика *висина* на фигурата.

На пр.: в. *на триаголник* е отсечката спуштена од (кое било) теме на триаголникот нормално до спротивната страна или до нејзиното продолжение; в. *на трапез* е растојанието меѓу основите на трапезот.

2. В. **на просторна фигура** во однос на рамнинска основа (рамнинска област), којашто влегува во границата на таа фигура, е најдолгата од отсечките, спуштени од граничните точки на таа фигура нормално до рамнината на основата; и должината на таа „најдолга отсечка“ се вика *висина* на фигурата.

На пр., в. *на призма* е растојанието меѓу основите на призмата; в. *на цилиндар* е растојанието меѓу двете основи; в. *на пирамида* е растојанието од врвот до основата на пирамидата; в. *на конус* е растојанието од врвот до основата на конусот.

ВИСТИНИТОСНА ВРЕДНОСТ [truth value; значение истинности] Резултатот на логичко заклучување; во класичната логика, в.в. е или „вистина” (⊤) или „лага” („невистина“) (⊥).

ВИСТИНИТОСНА ТАБЛИЦА [truth table; таблица истинности] Таблица што се користи во математичката логика (посебно: во исказно сметање, Булова алгебра и Булови функции), за да се пресметаат вистинитосните вредности на логички изрази. Во в.т. се наредуваат исказите што се однесуваат на даден логички израз, потоа сите комбинации на нивните вистинитосни вредности и, на крајот се запишуваат вистинитосните вредности на разгледуваниот логички израз, добиени за секоја комбинација од вистинитосните вредности на исказите. На пр., в.т. на логичка импликација, $p \Rightarrow q$, е:

p	q	$p \Rightarrow q$
⊤	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥
⊥	⊤	⊤
⊥	⊥	⊤

Специјално, в.т. може да се искористи за да се одговори на прашањето дали дадена исказна формула е идентично вистинита (т. е. тавтологија) или не е.

ВИСТИНСКО ПОДМНОЖЕСТВО [proper subset; собственное подмножество, истинное подмножество] В.п. на множество M е подмножество A на M, различно од множеството M; ознака: $A \subset M$. Со симболи:

$$A \subset M \Leftrightarrow A \subseteq B \wedge (\exists b \in M)\,(b \notin A).$$

ВИТКАНИ ЗАГРАДИ [braces, curly brackets; фигурные скобки], *в.* ЗАГРАДИ.

ВИША МАТЕМАТИКА [higher mathematics; высшая математика] Назив за група математички дисциплини (аналитична геометрија, диференцијално и интегрално сметање, диференцијални равенки, линеарна алгебра, нумеричка математика, диференцијална геометрија и др.) што се предаваат на факултети. Но, овој термин е сосема условен и се менува зависно од менувањето на наставните програми на факултетите.

ВКРСТЕНИ АГЛИ, *в.* НАКРСНИ АГЛИ.

ВКУПНОСТ НЕРАВЕНКИ [union of inequalities; совокупность неравенств] Множество од m неравенки ($m \geq 2$) со непозната x,

$$F_1(x) < G_1(x), ..., F_m(x) < G_m(x), \quad (1)$$

се нарекува *вкупност неравенки* ако треба да се одредат сите вредности на променливата x за кои е задоволена барем една од тие неравенки; в.н. се означува со:

$$\left[\begin{array}{l} F_1(x) < G_1(x) \\ F_2(x) < G_2(x) \\ \dots\dots\dots\dots \\ F_m(x) < G_m(x) \end{array}\right. . \quad (2)$$

(Во која било од неравенките (1), односно (2), наместо знакот < може да стои кој било од знаците ≤, >, ≥ .)

Секоја вредност на променливата x за која дадена неравенка станува точен исказ се вика **решение** на таа неравенка. Ако M_1 е множеството решенија на првата, M_2 на втората, ..., M_m на m-та неравенка од вкупноста (2), тогаш $M = M_1 \cup M_2 \cup ... \cup M_m$ е **множеството решенија** на вкупноста неравенки (2). **Да се реши** в.н. (2) значи да се најде нејзиното множество решенија.

Пример. Да ја решиме в.н.:

$$\left[\begin{array}{l} 3x+5 \ < \ 2x+4, \\ \ 2x-1 \ \geq \ x+1. \end{array}\right.$$

Првата неравенка се сведува на неравенката $x < -1$, чиешто множество решенија е интервалот $M_1 = (-\infty, -1)$; втората неравенка се сведува на неравенката $x \geq 2$, чиешто множество решенија е интервалот $M_2 = [2, +\infty)$; множеството решенија на дадената в.н. е $M = M_1 \cup M_2 = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$.

ВКУПНОСТ РАВЕНКИ [union of equations; совокупность уравнений] Множество од m равенки ($m \geq 2$) со n непознати $x, y, \ldots, z$,

$$F_1(x, y, ..., z) = 0, ..., F_m(x, y, ..., z) = 0, \ (1)$$

се нарекува *вкупност равенки* ако треба да се најдат сите подредени n-ки броеви $(x_0, y_0, \ldots, z_0)$, за кои е задоволена барем една (но не задолжително сите) од тие равенки; в.р. се означува со:

$$\left[\begin{array}{l} F_1(x, y, ..., z) = 0 \\ F_2(x, y, ..., z) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ F_m(x, y, ..., z) = 0 \end{array}\right. . \qquad (2)$$

Секоја таква подредена n-ка броеви (од полето во кои се разгледува в.р.) се вика **решение** на в.р. (2).

Ако M_1 е множеството решенија на првата равенка, M_2 на втората, ..., M_m на m-та равенка од в.р. (2), тогаш нивната унија $M = M_1 \cup M_2 \cup ... \cup M_m$ е **множеството решенија** на в.р. (2). **Да се реши** в.н. (2) значи да се најде нејзиното множество решенија M.

Пример. Да ја решиме в.р.:

$$\left[\begin{array}{l} x+y=0 \\ x-y=2 \end{array}\right. .$$

Множеството решенија на првата равенка е множеството M_1 од сите парови подредени $(x, y) = (u, -u)$, за секој $u \in \mathbb{R}$; за втората равенка – тоа е множеството M_2 од сите подредени парови $(x, y) = (v, v-2)$, за секој $v \in \mathbb{R}$; множеството решенија на дадената в.р. е $M = M_1 \cup M_2$. Геометриски, тоа значи: дека множеството решенија M на дадената в.р. се состои од сите точки на правата $y = -x$ и од сите точки на правата $y = x - 2$.

(Во некои случаи се јавува потреба да се разгледува **вкупност од систем равенки**, а исто така и **систем од вкупност равенки**.)

ВНАТРЕШЕН АВТОМОРФИЗАМ [inner automorphism; внутренний автоморфизм] В.а. на група G е автоморфизам од обликот $\sigma_a(x) = axa^{-1}$, каде што a е фиксиран елемент од G. Имено, нека G е група. За $a \in G$ дефинираме пресликување $\sigma_a : G \to G$ со:

$$\sigma_a(x) = axa^{-1} \text{ за сите } x \in G.$$

За $x, y \in G$ имаме: $\sigma_a(xy) = a(xy)a^{-1} =$ $= a(xa^{-1}ay)a^{-1} = (axa^{-1})(aya^{-1}) = \sigma_a(x)\sigma_a(y)$, што значи дека σ_a е хомоморфизам од G во себе. Но, σ_a е и биекција, па значи σ_a е автоморфизам, наречен *внатрешен автоморфизам* на G. Ако групата G е комутативна, тогаш таа има само еден в.а. – тривијалниот, а ако е некомутативна, таа секогаш има нетривијален в.а.

Множеството од сите в.а. на групата G, $\mathrm{Inn}(G) = \{\sigma_a \mid a \in G\}$, е група (во однос на операцијата составување на трансформации), наречена *група од внатрешните автоморфизми* на G.

ВНАТРЕШЕН АГОЛ [interior angle; внутренний угол] **1**. Агол меѓу две соседни страни на многуаголник и лежи во многуаголникот; в. МНОГУАГОЛНИК; ТРИАГОЛНИК. **2**. За права (наречена *трансверзала*) што сече други две прави, в.а. е кој било од аглите меѓу трансверзалата и една од двете прави, а лежи во просторот меѓу двете прави; *в*. ТРАНСВЕРЗАЛА.

ВНАТРЕШЕН ПРОЗВОД [inner product; внутреннее произведение] **1**. Поимот в.п. е обопштување на поимот *скаларен производ* (*в*.). Ако V е векторски простор над полето F на комплексните (или реалните) броеви, в.п. е пресликување $\langle -,-\rangle : V\times V\to F$ што ги задоволува следниве услови:

(i) $\langle x,x\rangle \geq 0$; $\langle x,x\rangle =0\Leftrightarrow x=0$;

(ii) $\langle x+y,z\rangle =\langle x,z\rangle +\langle y,z\rangle$

(iii) $\langle ax,y\rangle =\bar{a}\langle x,y\rangle$

(iv) $\langle x,y\rangle =\overline{\langle y,x\rangle}$,

за кои било вектори x, y и скалар a, при што $\bar{a}$ е конјугирано комплексниот број од a; $\langle x,y\rangle =\langle y,x\rangle$ ако скаларите се реални броеви. Познато и како *ермитски внатрешен производ*; *ермитски скаларен производ*.

2. В.п. на два вектора $(x_1,...,x_n)$ и $(y_1,...,y_n)$ од n-димензионален евклидски простор е збирот $x_1y_1+...+x_ny_n$. Познато и како *скаларен производ*.

Векторски простор во кој може да се дефинира в.п. се вика **обопштен евклидски простор**.

ВНАТРЕШНА ГЕОМЕТРИЈА [inner geometry; внутренняя геометрия] Раздел од геометријата во кој се изучуваат својствата на површина, коишто остануваат непроменети при нејзино извивање (наречени *внатрешни својства на површината*). На пр., должината на лак од крива на површината нема да се измени при свивање на таа површина, но кривината на кривата при истото свивање на површината ќе се измени. Поимите: должина на лак од крива, агол меѓу две криви во нивната пресечна точка и плоштина на фигура се основни поими во в.г. Аналогија на права во в.г. е *геодезиска линија* (*в*.). Посебно, може да се разгледува в.г. на сфера.

ВНАТРЕШНА ТОЧКА [interior point; внутренняя точка] **1**. Една точка P од дадено множество S во тополошки простор T е в.т. на S ако постои околина на P која се содржи во S. Множеството од сите в.т. на S се вика **внатрешност** на множеството S. **2**. За рамнинска фигура (агол, многуаголник, круг и др.), в.т. е секоја точка од фигурата што не лежи на нејзината граница.

ВНАТРЕШНОСТ [interior; внутренность] **1**. *За множество* S во тополошки простор, в. е множеството од сите внатрешни точки на S. **2**. *За рамнинска фигура* (круг, многуаголник), в. е множеството од сите нејзини точки што не лежат на нејзината граница. **3**. *За агол*, множеството од сите негови точки што не лежат на неговите краци. **4**. За *проста затворена рамнинска крива* (на пр., кружница или елипса), едната од двете области на кои кривата ја дели рамнината во согласност со *Жордановата теорема* за криви, имено, обласа што е ограничена со кривата. **5**. Затворена сврзана полиедарска површина во евклидскиот простор $\mathbb{R}^3$ има комплемент што се состои од две компоненти (секоја од нив е пат-сврзана). Едната, ограничената компонента, се вика *внатрешност на полиедарот* определен со таа полиедарска површина.

ВНАТРЕШНОСТ НА МНОЖЕСТВО [interior of a set; внутренность множества], *в.* ВНАТРЕШНА ТОЧКА.

ВОДЕЧКИ КОЕФИЦИЕНТ НА ПОЛИНОМ, *в.* ГЛАВЕН КОЕФИЦИЕНТ НА ПОЛИНОМ.

ВОЛИС, Џон [John Wallis; Джон Валлис, точнее – Уоллис] (1616 – 1703), англиски математичар, еден од претходниците на современата математичка анализа. Добил значајни резултати во геометријата, тригонометријата и теоријата на броеви. Во своето дело *Аритметика на бесконечните величини* (1655), на анализата ѝ пристапил алгебарски, а не геометриски, како што се правело дотогаш. Тој го вовел знакот за бесконечност (∞) и терминот *continued fraction* (непрекината дропка). Формулата за пресметување на бројот π, го носи неговото име: *формула на Волис* (*в.*) (или **Волисов производ**).

ВОЛУМЕН [volume; объем] Мера на големината на геометриско тело во тридимензионалниот простор, т. е. мера на делот од просторот што го зафаќа телото. В. на тело е реална функција V дефинирана на множеството тела (т. е. на подмножества од тридимензионалниот евклидски простор), којашто ги задоволува следниве аксиоми:

(i) *аксиома на позитивност* – функцијата V е ненегативна, $V \geq 0$;

(ii) *аксиома на инваријантност* – ако две тела се складни, тогаш нивните волумени V_1 и V_2, ако постојат, се еднакви, $V_1 = V_2$;

(iii) *аксиома на адитивност* – ако две тела немаат заеднички внатрешни точки и имаат волумени V_1 и V_2, тогаш волуменот V на нивната унија е збир од нивните в., $V = V_1 + V_2$;

(iv) *аксиома на нормираност* – в. на коцка, чијшто раб е еднаков на една должинска единица, е еднаков на 1.

На множеството од сите полиедри постои единствена реална функција V којашто ги задоволува аксиомите (i) – (iv). Во најпростиот случај, телото е правоаголен паралелопипед со димензии a, b, c и со в. $V = abc$.

Со помош на гранична вредност, задржувајќи ги аксиомите (i) – (iv), поимот в. може да се прошири од множеството полиедри на пошироко множество тела, на пр. тела со „дел по дел“ мазна граница, како: цилиндар, конус, топка, топкин исечок, и др. На пр. 1) в. на конус е $V = \frac{1}{3}Bh$, каде што B е плоштината на основата, а h е висината на конусот; 2) в. на топка со радиус R е $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

За пресметување в. на тела, во некои случаи може да се примени и *Кавалиериевиот принцип* (*в.*).

Поимот в. на тело може да се прошири и на множества во n-димензионален простор ($n > 3$) со зачувување на својствата (i) – (iv). Тоа може да се направи со заменување на правоаголните паралелопипеди со „клетки“. Една *n-димензионална клетка* е множество од обликот

$$K = \{(x_1, x_2, ..., x_n) : a_i \leq x_i \leq b_i\},$$

$i = 1, 2, ..., n$. В. на клетката K е

$$V = (b_1 - a_1) \cdot (b_2 - a_2) \cdot ... \cdot (b_n - a_n).$$

Познато и како *зафатнина*; *обем*.

ВОРИНГОВА ЗАДАЧА [Waring's problem; Варинга проблема], *в.* АДИТИВНА ТЕОРИЈА НА БРОЕВИТЕ.

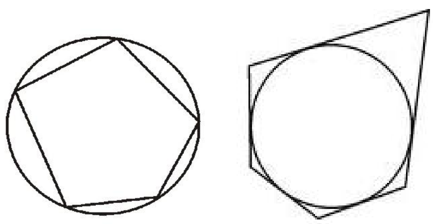
ВПИШАН АГОЛ [inscribed angle; вписанный угол] Агол, чиешто теме лежи на крива (специјално на кружница) и чиишто краци се тетиви на кривата. В.а. во кружница се вика и *периферен агол* (*в.*).

ВПИШАНА КРУЖНИЦА [inscribed circle; вписанная окружность] В.к. *во многуаголник* е кружница што ги допира сите страни на многуаголникот, т. е. секоја страна на многуаголникот припаѓа на некоја тангента на кружницата. Центар на в.к. е пресекот на симетралите на аглите на многуаголникот, а радиусот е растојанието од центарот до која било страна. Круг чијашто периферија е в.к. се вика **вписан круг** на многуаголникот. *В*. ВПИШАНИ И ОПИШАНИ ФИГУРИ; ТРИАГОЛНИК.

ВПИШАНА СФЕРА [inscribed sphere; вписанная сфера], *в*. ВПИШАНИ И ОПИШАНИ ФИГУРИ.

ВПИШАНА ТОПКА [inscribed sphere; вписанный шар] Топка, чијашто сфера е впишана во полиедар, конус итн.; *в*. ВПИШАНА СФЕРА.

ВПИШАНИ И ОПИШАНИ ФИГУРИ [inscribed and circumscribed geometric figures; вписанные и описанные фигуры] За еден *многуаголник* се вели дека е **впишан** во конвексна крива (а кривата – **опишана** околу многуаголникот), ако сите негови темиња лежат на кривата (*в*. црт.). За еден *многуаголник* се вели дека е **опишан** околу конвексна крива, а кривата – **впишана** за многуаголникот, ако секоја страна на многуаголникот (односно нејзиното продолжение) ја допира кривата. Во својство на крива, најчесто се разгледува кружница.



Впишан одн. опишан многуаголник;
Опишана одн. впишана крива

Така, на пр., секој триаголник има: една опишана кружница, една впишана и три *однадвор припишани кружници* (*в*). Впишани и опишани фигури се разгледуваат и *во простор*. Во тој случај, наместо многуаголник се разгледува полиедар, а наместо конвексна крива се зема конвексна површина, најчесто сфера.

Впишана сфера во полиедар е сфера, којашто ги допира сите ѕидови на полиедарот – во тој случај се вели и дека полиедарот е *опишан* околу сферата. **Опишана сфера околу полиедар** е сфера којашто минува низ сите темиња на полиедарот; тогаш полиедарот е *впишан* во сферата. **Впишана сфера во конус** е сфера, којашто ја допира основата на конусот во една точка, а бочната површина – во една кружница; тогаш конусот е *опишан* околу сферата. **Опишана сфера околу конус** е сфера којашто ја допира периферијата на основата на конусот и минува низ неговиот врв; тогаш конусот е *впишан* во сферата. **Впишан конус во пирамида** е конус чијашто основа е впишана во основата на пирамидата, а врвовите им се совпаѓаат; тогаш се вели и дека пирамидата е *опишана* околу конусот. **Впишана пирамида во конус** е пирамида чијашто основа е впишана во основата на конусот, а врвовите им се совпаѓаат; тогаш конусот е *опишан* околу пирамидата. **Впишана призма во цилиндар** е призма чиишто основи се компланарни со основите на цилиндарот и впишани во нив. Тогаш бочните рабови на призмата лежат на бочната површина од цилиндарот и за цилиндарот се вели дека е *опишан* околу призмата. **Опишана призма околу цилиндар** е призма чиишто основи се компланарни со основите на цилиндарот, и опишани околу нив. Во тој случај, бочните ѕидови на призмата ја допираат цилиндричната површина и се вели, исто така, дека цилиндарот е *вйишан* во призмата.

ВПИШАН КРУГ [inscribed circle; вписанный круг], *в.* ВПИШАНА КРУЖНИЦА.

ВПИШАН МНОГУАГОЛНИК [inscribed polygon; вписанный многоугольник] Еден многуаголник е в.м. во крива, одн. во некој друг многуаголник, ако сите негови темиња лежат на кривата одн. на страните од другиот многуаголник.

На пр., имаме: триаголник впишан во квадрат, правоаголник впишан во триаголник, петаголник впишан во петаголник, четириаголник впишан во парабола, итн. Спец., еден многуаголник е **впишан во кружница** ако сите негови темиња ѝ припаѓаат на кружницата. Во тој случај, сите страни на в.м. се тетиви, па тој многуаголник се вика и **тетивен многуаголник**. Секој многуаголник што е впишан во кружница е конвексен.

ВПИШАН ЧЕТИРИАГОЛНИК во кружница, *в.* ТЕТИВЕН ЧЕТИРИАГОЛНИК.

ВРВ [vertex; вершина] Кај рамнинска или просторна фигура којашто има основа, в. е најоддалечената точка од основата, како на пр.: в. на рамнокрак триаголник или в. на пирамида е темето спроти основата; в. на конус е заедничката точка на неговите генератриси.

ВРЕДНОСТ [value; значение] Зборот *вредносӣ* е составен дел на повеќе сложени математички термини, како на пр.: *айсолуӣна вредносӣ на број* (*в.*), *бројна вредносӣ на израз* (*в.*), *ѓлавна вредносӣ* (*в.*), *средна вредносӣ* (*в.*), *вредносӣ на израз* (*в.*), *вредносӣ на функција* (*в.*) и др.

ВРЕДНОСТ НА ИЗРАЗ [value of an expression; значение выражения] Резултатот што би се добил ако се извршат назначените операции во изразот. На пр.: вредноста на $\sqrt{49}$ е 7; вредноста на мономот $3ab$ за $a = 2$ и $b = -1$ е -6; вредноста на полиномот $x^2 - 3x - 4$ за $x = 5$ е 6; вредноста на интегралот $\int_a^b 2x\,dx$ е $b^2 - a^2$.

ВРЕДНОСТ НА ФУНКЦИЈА [value of a function; значение функции] Кој било елемент од *ойсеѓоӣ* на функцијата. В.н.ф. f за даден елемент a е елементот b којшто со помош на f е придружен на a, т.е. $b = f(a)$.

ВРЗАН ВЕКТОР [localized vector; связанный вектор] Вектор со фиксирани почетна и крајна точка.

ВРЗАН ЕКСТРЕМ, *в.* УСЛОВНИ ЕКСТРЕМИ.

ВРОЊСКИЕВА ДЕТЕРМИНАНТА, син. *вронскијан*.

ВРОЊСКИЈАН [Wronskian, Wronski determinant; вронскиан, определитель Вронского] В. на едно множество од n функции $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$,..., $y_n = f_n(x)$, дефинирани на некој интервал I од реални броеви и диференцијабилни на I најмалку $n-1$ пат, се вика детерминантата

$$W(y_1,...,y_n) = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 & ... & y_n \\ (y_1)' & (y_2)' & ... & (y_n)' \\ ..... & ..... & ..... & ..... \\ y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & ... & y_n^{(n-1} \end{vmatrix}.$$

За $n = 2$, $W(y_1, y_2) = y_1(y_2)' - (y_1)'y_2$.

В. се означува и кратко само со W.

Ако в. $W \neq 0$ во некој интервал, тогаш функциите y_i, $i = 1,...,n$, се линеарно независни, а ако $W = 0$, тогаш тие се линеарно зависни. В. се користи во изучувањето на диференцијалните равенки при испитувањето дали едно множество решенија е линеарно независно.

Терминот *врonскијан* доаѓа од името ***Вроњски*** (Józef Maria Hoëné-Wroński, 1776 – 1853), филозоф и математичар со потекло од Полска, кој поголемиот дел од животот работел во Франција.

Син. *Вроњскиева детерминанта*.

Г

ГАЛОА, Еварист [Évariste Galois; Эварист Галуа] (1811 – 1832), францускि математичар. Дал клучен придонес во теоријата на групите. Г. прв го употребил терминот *група*, активно изучувајќи ги *симетричните групи*, а конечните полиња го носат името *полиња на Галоа*. Резултатите од таа теорија успешно ги применил во решавањето на стариот проблем (којшто математичарите не успевале да го решат уште од XVI век): да се најде општо решение на полиномна равенка од произволен степен, т. е. да се изразат неговите корени преку коефициентите, користејќи само аритметички операции и радикали.

Неговите собрани дела изнесуваат вкупно 61 страница, вклучувајќи го и писмото, напишано ноќта пред двобојот во кој загинал. Неговите резултати се вградени во основите на современата алгебра и се извор на нови идеи.

ГАМА-ФУНКЦИЈА [gamma function; гамма-функция] Г.-ф., во ознака: $\Gamma(x)$, е определена со интегралот

$$\Gamma(x)=\int_0^{\infty} e^{-t}t^{x-1}dt, \quad x>0.$$

За $\Gamma(x)$ важи равенството

$$\Gamma(x+1)=x\,\Gamma(x).$$

Ако $x=n$ е природен број, тогаш

$$\Gamma(n+1)=n!, \ \ \Gamma(1)=1.$$

Г.-ф. помага да се одреди општото решение на Гаусовата хипергеометриска диференцијална равенка:

$$x(x-1)y''+[(a+b+1)x-c]y'+aby=0,$$

каде што a, b, c се константи.

ГАУС, Карл Фридрих [Carl Friedrich Gauss; Карл Фридрих Гаусс] (1777 – 1855), германски математичар и астроном, професор на универзитетот во Гетинген. Дал голем придонес во теоријата на броевите. Го решил проблемот на елементарна конструкција на правилни многуаголници. Во 1799 г. дал строг доказ на *основната теорема на алгебрата* (*в.*). Ги положил основите на елиптичните функции и теоријата на површини. Тој бил прв што ја определил природата на комплексните броеви, претставувајќи ги како точки од рамнината. Занимавајќи се со основите на геометријата, ја спознал можноста за *неевклидска геометрија* (*в.*). Дал важен придонес во физиката, геодезијата и во други области. Голем број поими и резултати во математиката се именувани според неговото име.

ГАУСОВА КРИВА [Gaussian curve, Gauss curve; кривая Гаусса], *в.* НОРМАЛНА РАСПРЕДЕЛБА.

ГАУСОВА КРИВИНА [Gaussian curvature, total curvature; гауссова кривизна, полная кривизна] Г.к. на површина во точка M се определува со формулата $k=1/R_1R_2$, каде што R_1 и R_2 се радиусите на главните кривини во точката M, т. е. радиусите на максималната и минималната кривина на рамнинските криви (нормални пресеци), коишто се добиваат од пресекот на дадената површина со рамнините што минуваат низ нормалата на површината во разгледуваната точка M. Познато и како *потполна кривина*.

ГАУСОВ АЛГОРИТАМ за решавање систем линеарни равенки, *в.* ГАУСОВ МЕТОД НА ЕЛИМИНАЦИЈА.

ГАУСОВА РАСПРЕДЕЛБА [Gaussian distribution; распределение Гаусса, гауссовское распределение, распределение Гаусса-Лапласа] Исто што и *нормална распределба* (*в.*).

ГАУСОВА ТЕОРЕМА [Gauss' theorem; теорема Гаусса] **1**. ОСНОВНА ТЕОРЕМА НА АЛГЕБРАТА (*в.*).

2. Во теоријата на полиноми: Ако рационалниот број $\frac{p}{q}$ (во сведен облик) е нула на полиномот

$$f(x) = a_n x^n + ... + a_1 x + a_0$$

со целобројни коефициенти, тогаш p е делител на a_0, а q е делител на a_n.

Оваа теорема дава постапка за пресметување на сите рационални нули на полином со целобројни коефициенти. На пр., се бараат рационалните корени на полиномот $2x^4 - x^3 + 7x^2 - 4x - 4$. Ако p/q е негова нула, тогаш p е делител на 4, а q е делител на 2. Значи, p може да биде: 4, –4, 2, –2, 1, –1, а q: 2, –2, 1, –1. Според тоа, p/q може да е: 4, –4, 2, –2, 1, –1, 1/2, –1/2; со заменување на секоја од овие вредности се утврдува дека рационални нули се 1 и –1/2 (и само тие).

3. Нека R е интегрален домен со еднозначно разложување. Секој полином од прстенот на полиноми $R[x]$ или $R[x_1,...,x_n]$ (коишто исто така се интегрални домени со еднозначно разложување) може да се претстави на единствен начин како производ од некои *примитивни полиноми* (*в.*) и елемент од R. Затоа, производ на примитивни полиноми е примитивен полином.

Со името на Гаус се поврзани и неколку теореми во анализата; на пр.: *формула на Гаус–Остроградски* (*в.*); т.н. "Theorema Egregium" или Гаусова кривина за регуларни површини во $\mathbb{R}^3$; теорема на Гаус-Боне; теорема за средна вредност на хармониски функции; и др.

ГАУСОВ БРОЈ [Gaussian integer; гауссово число, целое комплексное число] Секој комплексен број од облик $a + bi$, каде што a и b се цели броеви. На пример: $2+3i$, $1-5i$, $-8i$, 7 се Г.б.

Множеството Г.б.

$$\mathbb{Z}[i] = \{a+bi \mid a,b \in \mathbb{Z}\}$$

е прстен во однос на операциите собирање и множење на комплексни броеви. Всушност, прстенот $\mathbb{Z}[i]$ е интегрален домен (со четрири делители на единицата: ± 1, $\pm i$) и, уште повеќе, тој е главноидеалски домен со еднозначна факторизација. Познато и како: *Гаусов цел број*; *цел комплексен број*.

ГАУСОВ МЕТОД НА ЕЛИМИНАЦИЈА [Gaussian elimination, Gaussian reduction; метод Гаусса] Методот се состои во трансформирање на системот линеарни равенки така што последната равенка да содржи само една непозната, претпоследната да содржи само две непознати, итн. Системот лесно се решава откако ќе се доведе до т.н. „триаголна форма", со „враќање назад", почнувајќи од последната равенка.

На пример, да го решиме системот:

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= 5 \\ 6x + y - 5z &= 51 \\ 4x + 14y - 8z &= 100 \end{aligned}$$

исклучувајќи го x од последните две равенки. Првата равенка ја множиме со –3 и ја додаваме на втората, а потоа, пак првата, ја множиме со –2 и ја додаваме на третата равенка. Така го добиваме системот

$$\begin{aligned} 2x - 3y + \quad z &= 5 \\ 10y - \ 8z &= 36 \\ 20y - 10z &= 90 \end{aligned}$$

којшто е еквивалентен со дадениот. Втората равенка од овој систем ја множиме со –2 и ја додаваме на третата, па дадениот систем се трансформира во систем со „*триаголна форма*“:

$$2x-3y+z=5$$
$$10y-8z=36$$
$$6z=18.$$

Од последната равенка имаме $z=3$, од претпоследната $10y-8\cdot 3=36$, т.е $y=6$, а од првата $2x-3\cdot 6+3=5$, т. е. $x=10$. Последниот и дадениот систем се еквивалентни, па решение на дадениот е тројката $x=10$, $y=6$, $z=3$.

Постапката тече слично и во општ случај. Имено, нека е даден линеарен систем од n равенки со n непознати:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = a_{i0},\quad i=1,2,...,n. \quad (1)$$

Да избереме некоја равенка од (1) и непозната во неа, водејќи сметка коефициентот пред непознатата да е различен од нула. Ќе извршиме преместување на равенките и пренумерација на непознатите (ако е потребно), така што можеме да сметаме дека е избрана првата равенка и непознатата x_1, при што $a_{11}\neq 0$. Со цел да ја извршиме елиминацијата на x_1 од другите равенки, првата равенка ќе ја помножиме, последователно, со $-a_{21}/a_{11}$, $-a_{31}/a_{11}$, ..., $-a_{n1}/a_{11}$ и ќе ја додадеме на i-тата равенка (i = 2, 3,…, n). По така извршената трансформација, сите равенки од (1) без првата, образуваат систем од $n-1$ равенка со $n-1$ непозната:

$$\sum_{j=2}^{n} a_{ij}^{(1)}x_j = a_{i0}^{(1)},\quad i=2,3,...,n\,,\quad (2)$$

каде што $a_{ij}^{(1)} = a_{ij}-(a_{i1}/a_{11})\cdot a_{1j}$ за i = 2, 3,…, n; j = 2, 3,…, n, 0.

За системот (2) ја повторуваме истата постапка: избираме равенка и непозната во неа со коефициент различен од нула, вршиме (ако е потребно) преместување на равенките и пренумерација на непознатите, така што можеме да сметаме дека е избрана првата равенка од (2) и x_2 со $a_{22}^{(1)}\neq 0$. Потоа, таа равенка ја множиме со $-a_{i2}^{(1)}/a_{22}^{(1)}$ за секој i = 3,…, n, и ја додаваме на i-тата равенка од (2); ... итн.

Да претпоставиме дека било можно да се извршат m–1 ($m < n$) такви чекори, а коефициентите пред непознатите во преостанатите равенки се нули, т. е. дека системот (1) сме го трансформирале во следнава форма:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+...+a_{1n}x_n &= a_{10}\\
a_{22}^{(1)}x_2+a_{23}^{(1)}x_3+...+a_{2n}^{(1)}x_n &= a_{20}^{(1)}\\
a_{33}^{(2)}x_3+...+a_{3n}^{(2)} &= a_{30}^{(2)}\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots&\\
a_{mm}^{(m-1)}x_m+...+a_{mn}^{(m-1)}x_n &= a_{m0}^{(m-1)}\\
0 &= a_{m+1,0}^{(m-1)}\\
\dots\dots\dots&\\
0 &= a_{n0}^{(m-1)}.
\end{aligned}$$

Ако меѓу броевите $a_{m+1,0}^{(m-1)}$, …, $a_{n0}^{(m-1)}$ (слободни членови) има различни од нула, тогаш системот (1) е противречен, т. е. нема решенија; ако, пак, сите тие слободни членови се нули, тогаш системот има безброј многу решенија. Во случајот кога $m = n$, системот има единствено решение; тоа се добива со поаѓање од последната равенка и со „*враќање назад*“ кон првата равенка.

Познато и како: *метод на елиминација*; *Гаусов алгоритам за решавање систем линеарни равенки*.

ГАУСОВ ЦЕЛ БРОЈ, *в.* ГАУСОВ БРОЈ.

ГЕДЕЛ, Курт [Kurt Friedrich Gödel; Курт Фридрих Гёдел] (1906 – 1978), австриски математичар од чешко потекло, кој од 1940 г. живеел во САД. Се занимавал со математичка логика и истражување на аксиоматиката во математиката. Докажал некои фундаментални теореми, меѓу кои и теоремата според која секој непротивречен систем аксиоми е непотполн. Со други зборови, ако системот аксиоми е непротивречен, тогаш постои тврдење кое не може ниту да се докаже ниту да се побие, користејќи ги притоа само почетните аксиоми. Неговите резултати откорен ја измениле математичката логика и филозофските основи на математиката.

ГЕНЕРАЛИЗАЦИЈА, *в.* ОБОПШТУВАЊЕ.

ГЕНЕРАТОРИ НА ГРУПА [generators of a group; порождающие элементы группы] Во *теорија на групи*, елементите на непразно подмножество S од една група G, такви што G е генерирана од S, т. е. $G = \langle S \rangle$, каде што $\langle S \rangle$ се состои од сите можни производи на елементите од S и од нивните инверзни елементи, коишто може да бидат предмет на извесен број услови (наречени *релации*) од типот

$$s_1^{n_1} s_2^{n_2} ... s_m^{n_m} = e, \quad s_i \in S, \ n_i \in \mathbb{Z}.$$

Кога S е конечно, тогаш за групата G се вели дека е **конечно генерирана** или **конечно претставена**. Ако S е едноелементно множество, $S = \{s\}$, тогаш $G = \langle s \rangle$ се вика **циклична група**.

ГЕНЕРАТОРИ НА ИДЕАЛ [generators of an ideal; порождающие элементы идеала] Во *теорија на прстени*, за еден идеал I во (комутативен) прстен R велиме дека е *генериран од конечно подмножество* $S = \{s_1, ..., s_n\}$ од R, ако $I = \{r_1 s_1 + ... + r_n s_n : r_i \in R\}$; се означува и со $I = (s_1, ..., s_n)$ или со

$$I = Rs_1 + Rs_2 + ... + Rs_n,$$

а за елементите $s_1, ..., s_n$ се вели дека се **генератори на идеалот** I. Идеал генериран од еден генератор s, $I = (s)$, се вика **главен идеал**. Овие поими се прошируваат и за некомутативни прстени.

ГЕНЕРАТОРНО МНОЖЕСТВО [generating set; порождающее множество] Нека X е подмножество од алгебарска структура A (на пр., група, прстен, модул и др.). Множеството од сите елементи на A што се добиваат од елементите на X, со можно извршување на сите операции во A, формира подалгебра од A; таа се вика **подалгебра генерирана од** X и се означува со $\langle X \rangle$, а X се вика **генераторно множество** на таа подалгебра.

Подалгебрата $\langle X \rangle$ е најмалата од сите подалгебри на A што го содржат множеството X. Ако $\langle X \rangle = A$, тогаш се вели дека **алгебрата** A **е генерирана** од X. Ако множеството X е конечно, тогаш за алгебрата A се вели дека е **конечно генерирана**.

Специјално, ако X е г.м. *на група* G, тогаш X не е содржано во ниедна подгрупа на G освен во самата група. За *прстен* R, едно подмножество X од R го генерира R ако и само ако единствениот потпрстен на R што го содржи X е самиот прстен R.

ГЕНЕРАТРИСА [generatrix; образующая линия] Права којашто при своето движење сече дадена линија, наречена *директриса* (*в.*) и генерира праволиниска површина. Ако г., поместувајќи се по директрисата, останува постојано паралелна на својата почетна положба, тогаш се формира **цилиндрична површина**; ако пак г., поместувајќи се по директрисата, цело време минува низ една фиксирана точка, тогаш се формира **конусна површина**.

ГЕОДЕЗИСКА КРИВИНА [geodesic curvature, tangential curvature; геодезическая кривизна] Г.к. на крива, расположена на некоја површина, е кривината на ортогоналната проекција на кривата врз тангентната рамнина што ја допира површината во дадена точка. Слично како што обичната *кривина* (*в.*) на рамнинска крива служи за мера на искривувањето на кривата на нејзината рамнина, така и г.к. служи за мера на искривување на кривата на нејзината површина. Како што обичната кривина на крива се карактеризира со отклонувањето на кривата од тангентата на кривата во дадената точка, така г.к. на крива се карактеризира со отклонувањето на кривата од геодезиската линија што ја допира кривата во дадената точка.

ГЕОДЕЗИСКА ЛИНИЈА [geodesic line, geodesic; геодезическая линия] Линија на површина, чијашто *ḡеодезиска кривина* (*в.*) во секоја точка е еднаква на нула. Доволно малите лаци на г.л. се најкусите патишта меѓу нивните краеви на површината. Според тоа, г.л. на површината ја имаат истата улога како и правите во рамнина.

ГЕОДЕЗИСКИ ТРИАГОЛНИК [geodesic triangle; геодезический треугольник] Фигура составена од три геодезиски линии кои сврзуваат три точки на дадена површина. Точките се викаат *ѿемиња*, а геодезиските линии – *сѿрани* на г.т. На сфероид, г.т. се вика *сфероиден ѿриаḡолник*.

ГЕОМЕТРИЈА [geometry; геометрия] Гранка на математиката што се занимава со својствата на просторот, посебно со односите и својствата на точки, прави, површини и геометриски тела.

Г. е најстара математичка дисциплина. Нејзината историја се губи длабоко во древноста, но лулката на г., несомнено, е Истокот. Нејзиниот развиток може да се подели на четири периоди, чиишто граници не е можно да се одделат со некои определени години.

Првиоѿ ӣериод – период на раѓање на г. – се однесува отприлика на времето до V век пр. н. е. и е сврзана со културата на мерење на почвата (оттаму потекнува името *ḡеомеѿрија*: гео – земја, метриа – мерење) во стариот Египет и Вавилонија. Геометриските знаења и факти се сведувале главно на правила за пресметување плоштини и волумени, при што тие правила имале повеќе емпириски отколку логички карактер. Се смета дека во VII век пр. н. е. геометриските знаења биле пренесени од Египет и Вавилонија во Грција и грчките филозофи почнале да се запознаваат со таа мудрост.

Вѿориоѿ ӣериод од развојот е период на систематско изложување на г. како наука. Започнува ок. V в. пр. н. е. и трае до XVII в. од н. е. Во тој период веќе биле познати теоремите на Талес (VI в. пр. н. е.), Питагора и неговиот следбеник Хипократ од Хиос (V в. пр. н. е.). Платон и неговиот ученик Аристотел (IV век пр. н. е.), макар што не оставиле никакви трудови по г., биле многу заслужни за нејзиниот развој. Тие му придавале големо значење на обосновувањето на г. врз дефиниции и аксиоми.

Во тој период биле создадени услови за систематизирање на геометриските знаења. Таков систематизатор бил Евклид (III в. пр. н. е.) којшто ја изложил г. врз база на основни поими и основни тврдења – аксиоми, во своите книги „Елементи“. По Евклид се појавиле видни математичари: Архимед, Аполониј, Ератостен (III в. пр. н. е) и др., кои ја збогатиле г. со нови откритија. Падот на античкиот робовласнички поредок довел до застој во развојот на г. во Грција, но тој продолжил во земјите на арапскиот Исток, во Средна Азија и во Индија.

Третиот период започнува во првата половина на XVII век со создавањето на аналитичната геометрија, чиишто творци биле Декарт и Ферма. Во работите на Дезарг и Паскал, во првата половина на XVII век, се зароди проективната г., а во врска со развојот на диференцијалното сметање во работите на Ојлер, Монж и др. во XVIII век се појави диференцијалната г.

Четвртиот период се карактеризира со појавата на неевклидски г., од кои првата била г. на Лобачевски, понекогаш нарекувана *хиперболична* г., создадена во врска со испитувањата на основите на г., посебно на аксиомата за паралелни прави (работата била претставена во 1826, а објавена во 1829). Во 1832 год., унгарскиот математичар Ј. Бољаи дошол до истите резултати независно од Лобачевски, а подоцна е создадена т.н. *елиптична* или *Риманова* г.

Во сегашно време г. содржи голем број „геометрии“ и теории меѓу кои нема прецизни граници. Модерните г. се разгледуваат главно како форми на логика, а не на мерење. Секоја од г. може да се дефинира и со соодветната група трансформации, коишто таа ги изучува. Така, елементарната г. се дефинира со групата евклидски движења, афината – со групата афини трансформации, проективната – со групата колинеации (т. е. проективни трансформации).

ГЕОМЕТРИЈА НА БОЉАИ–ЛОБАЧЕВСКИ-ГАУС, в. ГЕОМЕТРИЈА НА ЛОБАЧЕВСКИ.

ГЕОМЕТРИЈА НА ЛОБАЧЕВСКИ [Lobachevskian geometry; геометрия Лобачевского] Неевклидска геометрија, добиена од евклидската геометрија, заменувајќи ја аксиомата за паралелност со следнава аксиома: „Низ точка што не лежи на дадена права минуваат најмалку две прави коишто лежат во иста рамнина со дадената права и не ја сечат“.

Г.н.Л. има широка примена како во математиката, така и во физиката. Нејзиното значење од историска и од филозофска гледна точка се состои во тоа што, со нејзиното конструирање, Лобачевски покажал дека е можна геометрија различна од евклидската. Тоа означило нова епоха во развитокот на геометријата, математиката и науката општо.

Познато и како: *хиперболична геометрија*; *геометрија на Бољаи-Лобачевски-Гаус*.

ГЕОМЕТРИСКА ВЕРОЈАТНОСТ [geometric probability; геометрическая вероятность] Веројатност на настани, сврзани со заемната положба на геометриски фигури, случајно разместени на рамнината или во просторот.

Наjпрост пример: во област A на рамнината, на среќа се фрла точка. Колкава е веројатноста за точката да падне во дадена област B којашто лежи во A? Прифаќајќи дека бараната веројатност P зависи само од „формата“ на областа, но не и од нејзината „положба“, се доаѓа до заклучокот дека P на единствен начин се определува како количник од плоштината $S(B)$ на B и плоштината $S(A)$ на A, т. е. $P = S(B)/S(A)$.

ГЕОМЕТРИСКА КОНСТРУКЦИЈА [geometric construction; геометрическое построение] Во елементарна геометрија, цртање на геометриски објект со користење само на линијар и шестар. Едноставни примери на г.к.: преполовување агол, конструирање симетрала на отсечка, опишување кружница околу триаголник. За конструкции што не може да се изведат само со линијар и шестар, *в.*:

КВАДРАТУРА НА КРУГ; ТРИСЕКЦИЈА НА АГОЛ; УДВОЈУВАЊЕ КОЦКА; ФЕРМАОВИ БРОЕВИ.

Поопшто, под г.к. се подразбира решавање некои геометриски задачи со помош и на друг избор на цртачки инструменти, со поголеми ограничувања: само со аголник (модел на прав агол), или само со линијар што има паралелни рабови, или само со еден линијар – под услов на рамнината да е нацртана кружница и нејзиниот центар (*Штајнерови конструкции*), или само со шестар (конструкции на Мор–Маскерони) и др.

ГЕОМЕТРИСКА НИЗА [geometric sequence; геометрическая прогрессия], *в.* ГЕОМЕТРИСКА ПРОГРЕСИЈА.

ГЕОМЕТРИСКА ПРОГРЕСИЈА [geometric progression; геометрическая прогрессия] Низа броеви (a_n) од кои секој, почнувајќи од вториот, е еднаков на производот од претходниот број и даден константен број $q \neq 0$. Низата може да се претстави во облик

$$a, aq, aq^2, \dots, aq^n, \dots \qquad (1)$$

каде што бројот a се вика **прв член**, q – **количник**, а $a_n = aq^{n-1}$ **општ член** на г.п. Пр.: 2, 6, 18, 54, …(во која количникот е q=3); 4, 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$,… (во која количникот е q=$\frac{1}{4}$). **Збирот** S_n на првите n членови е $S_n = a\cdot\frac{1-q^n}{1-q}$ ако $q\neq 1$, односно $S_n = na$ ако $q = 1$.

Ако $|q|<1$, тогаш **збирот** S_n, кога $n\to\infty$, се стреми кон $\frac{a}{1-q}$, т.е.

$$a + aq + aq^2 + \dots + aq^n + \dots = \frac{a}{1-q}.$$

Левата страна на ова равенство се вика **геометриски ред**; тој може да се претстави и во вид: $\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1}$.

Називот „геометриска прогресија" потекнува од следново својство: секој член на низата (1) со позитивни членови е *геометриска средина* (*в.*) од претходникот и следбеникот на a_n, т. е. $a_n = \sqrt{a_{n-1}a_{n+1}}$. Познато и како *геометриска низа*.

ГЕОМЕТРИСКА РАСПРЕДЕЛБА [geometric distribution; геометрическое распределение] Се повторува некој експеримент сè до појавувањето на одреден настан A. Нека p е веројатноста на појавување на A и нека повторувањата на експериментот се независни. Распределбата на *дискретната случајна променлива* X = „број на повторувања на експериментот додека не се случи настанот A или до првото појавување на настанот A", чијшто закон на распределба на веројаности е даден со

$$p(X = k) = p(1-p)^{k-1} \text{ за } k = 1, 2, ..., n,$$

се вика *геометриска распределба*.

ГЕОМЕТРИСКА СЛИКА, *в.* ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА.

ГЕОМЕТРИСКА СРЕДИНА [geometric mean, geometric average; геометрическое среднее] Г.с. (или *геометриски просек*) од n позитивни броеви $a_1, a_2, ..., a_n$ е аритметичкиот n-ти корен од нивниот производ:

$$\sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

Специјално, г.с. од два броја a и b е бројот $c = \sqrt{ab}$; тоа е средниот член во геометриска прогресија од три члена: a, c, b.

Г.с. на два меѓусебно различни броеви секогаш е помала од аритметичката средина; на пр., г.с. на 3 и 12 е $\sqrt{3\cdot 12} = 6$, а аритметичката средина е (3 + 12) / 2 = 7,5; в. СРЕДИНИ.

ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА [geometric figure; геометрическая фигура] Која било комбинација од точки, прави, рамнини, кружници итн., т. е. кое било множество точки во просторот. Г.ф. се состои од конечно или бесконечно многу точки. Често се користи скратениот назив **фигура** (а и **просторна фигура**) наместо г.ф. За г.ф. во рамнина се вели и: **рамнинска фигура**. Рамнинска фигура што е затворена и ограничена област се вика **геометриска слика** или **лик**.

ГЕОМЕТРИСКИ ДОКАЗ [geometric proof; геометрическое доказательство] Доказ, спроведен стриктно со геометриски методи.

ГЕОМЕТРИСКИ РЕД [geometric series; геометрический ряд] Ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, во кој низата (a_n) е *геометриска прогресија* (*в.*), т. е. $a_n = aq^{n-1}$. Г.р. е конвергентен ако $|q| < 1$ (притоа, неговиот збир е $\frac{a}{1-q}$), а е дивергентен ако $|q| \geq 1$.

ГЕОМЕТРИСКИ ТРАНСФОРМАЦИИ [geometric transformations; геометрические преобразования] Секое пресликување од едно множество M во себе се вика *трансформација* на M. Трансформациите на рамнината Π се викаат **геометриски трансформации**.

Меѓу најважните г.т. се тие што зачувуваат растојанија меѓу точки. Тие г.т. се наречени **изометрични** т. или **движења**, а тоа се: *транслација* (т. е. поместување), *ротација* (т. е. вртење) и *рефлексија* (т. е. превртување; тука спаѓаат: *осна*, *централна* и *лизгачка симетрија*). Исто така важни се г.т. што зачувуваат агли, т. е. форма на фигура, а тоа се **трансформациите на сличност**, потоа: *афини*, *проективни* и други трансформации.

ГЕОМЕТРИСКО МЕСТО НА ТОЧКИ [geometric locus; геометрическое место точек] Кој било систем од точки во евклидски простор чиишто координати задоволуваат еден или повеќе алгебарски услови или равенки, како на пр.: г.м.н.т. еднакво оддалечени од дадена точка (кружница, сфера); г.м.н.т. на равенката $y = x^2$ (парабола). Познато и како *локус*.

ГЕОМЕТРИСКО РЕШЕНИЕ [geometric solution; геометрическое решение] Решение на задача добиено само со геометриски методи (како контраст на алгебарско или на аналитично решение).

ГЕОМЕТРИСКО ТЕЛО [geometric solid; геометрическое тело] Во стереометријата, секоја затворена и ограничена просторна област.

Подетално, г.т. е ограничено множество точки од тридимензионалниот простор, отсекаде заградено со површински области (рамни или криви), при што кон него се вклучуваат и тие области. Унијата на точките од сите заградувачки површински области се вика **површина** на г.т. Ако г.т. е заградено само од рамнински области, тогаш тоа се вика **рабесто тело** или **полиедар**, а ако е ограничено со површини меѓу кои сите или само некои не се рамнински, тогаш тоа се вика **валчесто тело**. На пр., призма и пирамида се рабести тела, а цилиндар, конус, потсечен конус, топка и елипсоид се валчести тела.

Наместо г.т., често се вели само **тело**, внимавајќи притоа да не дојде до забуна со терминот *тело* во алгебрата; *в.* ТЕЛО[1].

ГЛАВЕН ИДЕАЛ [principal ideal; главный идеал] Ако R е комутативен (и асоцијативен) прстен со единица и $a \in R$, идеалот $\{ra \mid r \in R\}$ од сите содржатели на a се вика **главен идеал генериран од** a и се означува со $\langle a \rangle$.

Еден идеал N од R е г.и. ако $N = \langle a \rangle$ за некој $a \in R$. На пример, множеството $\{5m \mid m \in \mathbb{Z}\}$ е г.и. во прстенот на целите броеви.

ГЛАВЕН КОЕФИЦИЕНТ НА ПОЛИНОМ [leading coefficient of a polynomial; коэффициент при старшем члене многочлена] Во полином

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + ... + a_{n-1}x + a_n, \ a_0 \neq 0,$$

коефициентот a_0. Познато и како: *водечки коефициент*.

ГЛАВНА ВРЕДНОСТ [principal value; главное значение] **1**. За една тригонометриска функција ($\sin x$, $\cos x$, tg x, ctg x, sec x, cosec x) да има инверзна функција, неопходно е нејзиниот домен (т. е. опсегот на нејзината инверзна функција) да се ограничи.

За домен на $\sin x$ се избира затворениот интервал [−π/2, π/2]; броевите од овој интервал се викаат **главни вредности на** (многузначната функција) **Arcsin *x*** и тој интервал е опсег на функцијата arcsin *x*.

Главните вредности на Arccos *x* се броевите од затворениот интервал $[0, \pi]$; **главните вредности на Arctg *x*** се броевите од отворениот интервал (−π/2, π/2); **главните вредности на Arcctg *x*** се земаат обично од интервалот $[0, \pi]$.

2. *Кошиева* г.в. (или само г.в.) на $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$ е $\lim\limits_{r\to\infty} \int_{-r}^{r} f(x)\,dx$, ако тој лимес постои.

3. Ако една функција *f* е ограничена во даден интервал (a, b) освен во околината на точка c, тогаш *Кошиевата* г.в. на $\int_a^b f(x)\,dx$ е

$$\lim_{\delta\to 0^+} [\int_a^{c-\delta} f(x)\,dx + \int_{c+\delta}^{b} f(x)\,dx],$$

под услов тој лимес да постои.

ГЛАВНА ДИЈАГОНАЛА [principal diagonal, main diagonal; главная диагональ] За квадратна матрица $[a_{ij}]$ (одн. за детерминанта), елементите што лежат на отсечката која поаѓа од горниот лев агол и оди до долниот десен агол на матрицата (одн. детерминантата), т. е. дијагоналата што ги содржи елементите a_{ij} за кои $i = j$.

ГЛАВНА НОРМАЛА [principal normal; главная нормаль] За крива (L) во простор, правата што минува низ дадена точка M_0 од (L) и е паралелна со *векторот на кривината* $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{r}''$ во таа точка (*в.* КРИВИНА 2), се вика главна нормала на кривата (L) во точката M_0. Ортот на $\boldsymbol{K}$ обично се означува со $\mathbf{v}$ и се вика **орт на** г.н. (в. и ПРИРОДЕН ТРИЕДАР).

ГЛАВНОИДЕАЛСКИ ПРСТЕН, *в.* ПРСТЕН НА ГЛАВНИ ИДЕАЛИ.

ГОЛДБАХ, Кристијан [Christian Goldbach; Христиан Гольдбах] (1690 –1764), руски математичар од германско потекло. Се занимавал со теоријата на броеви и теоријата на редови. Познат е по хипотезата (којашто му ја искажал на Л. Ојлер во писмо во 1742 г.), наречена **Голдбахова хипотеза**: „*Секој непарен број n > 5 е збир од три прости броја, а секој парен број n ≥ 6 е збир од два непарни прости броја.*“ Таа се вика и **Голдбах–Ојлеров проблем**. Решение на проблемот за непарниот случај дава **теоремата на Виноградов**: „*Секој доволно голем непарен број е збир на три прости броеви*“, докажана во 1937 од руксиот математичар ***И. М. Виноградов*** (Иван Матвеевич Виноградов, 1891 – 1983). Хипотезата за парниот случај (*Секој парен број n ≥ 6 е збир од два непарни прости броеви*), досега, не е ни докажана ни побиена.

ГОЛЕМА КРУЖНИЦА [great circle; большая окружность] Кружница на сфера, добиена како пресек на сферата со рамнина што минува низ центарот на сферата. Радиусот на г.к. е еднаков со радиусот на сферата. Ако A и B се две точки на сферата, тогаш кривата со најмала должина што ги сврзува A и B е лак на г.к.

ГОЛЕМА ОСКА НА ЕЛИПСА [major axis of an ellipse; большая ось эллипса] Подолгата од двете оски во однос на кои елипсата е симетрична; на неа лежат двата фокуса на елипсата; *в.* ЕЛИПСА.

ГОЛЕМИ ЗАГРАДИ [braces, curly brackets; фигурные скобки], *в.* ЗАГРАДИ.

ГОЛЕМ КРУГ [great circle; большой круг] Кај топка, круг добиен како пресек на топката со рамнина што минува низ центарот на топката.

ГОЛЕМ ЛАК [major arc; большая дуга] Кај кружница, подолгиот од двата лака, добиени по пресекување на кружницата со права.

ГОНИОМЕТРИЈА [goniometry; гониометрия] Раздел на тригонометријата, којшто ги изучува начините на мерење агли и својствата на тригонометриските функции.

ГОРЕН ЛИМЕС, исто што и *лимес супериор*.

ГОРНА ГРАНИЦА, исто што и *горна меѓа*.

ГОРНА ГРАНИЦА НА ИНТЕГРИРАЊЕ [upper limit of integration; верхний предел интегрирования], *в.* ИНТЕГРАЛ.

ГОРНА МЕЃА [upper bound; верхняя грань] **1**. Ако A е подмножество од некое подредено множество S (на пр. од множеството на реалните броеви), г.м. на A во S е елемент c од S, таков што $x \le c$ за секој x од A. Г.м. се вика и **мајорант**. За A се вели дека е **мајорирано множество** во S ако постои барем еден мајорант на A во S.

2. Г.м. на *низа* (a_n) од реални броеви е реален број c, таков што $a_n \le c$ за секој $n = 1,2,\ldots$ Бројот c се вика и **мајорант**, а низата – **мајорирана низа** ако таа има барем еден мајорант. Така, г.м. (т. е. мајорант) за низата $a_n = 2 + 1/n$ е, на пр., бројот 5, но и секој реален број $b \ge 3$.

3. Г.м. на *реална функција* f е реален број c, таков што $f(x) \le c$ за секој x од доменот на f.

Познато и како *горна граница*.

ГРАДИЕНТ [gradient; градиент] Вектор, добиен од реална функција $u = f(x,y,z)$, чиишто компоненти се парцијалните изводи на u; се означува со симболот $\operatorname{grad} u$. Значи:

$$\operatorname{grad} u = (u_x, u_y, u_z) = u_x\boldsymbol{i} + u_y\boldsymbol{j} + u_z\boldsymbol{k},$$

т. е. $\operatorname{grad} u$ е векторско поле добиено од скаларното поле $u = f(x,y,z)$. Изводот на функцијата $u = f(x,y,z)$ во насока на г. во дадена точка постигнува најголема вредност, еднаква на

$$|\operatorname{grad} u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_x^2)^{1/2},$$

т. е. насоката на г. е насока на најбрзо растење на функцијата.

ГРАДУС [grad, grade; град] Единица за мерење рамнински агли, еднаква на $1/100$ од правиот агол, т. е. 9/10 од (аголен) степен, т. е. π/200 од радијан. Терминот г. нема добиено широка практична примена.

ГРАНИЦА [boundary, frontier; граница, край] Множеството точки на потпростор S од тополошки простор X, коишто го имаат својството: секоја околина на која било од тие точки содржи како точки од S, така и точки од $X \setminus S$. На пр., г. на круг (во $X = \mathbb{R}^2$) е неговата периферија, т. е. соодветната кружница; г. на полиедар (во $X = \mathbb{R}^3$) е неговата површина; г. на отсечка (во $X = \mathbb{R}$) се нејзините крајни точки итн. Познато и како *раб на множество*; *в*. ГРАНИЧНА ТОЧКА.

ГРАНИЦА НА МНОЖЕСТВО [boundary of a set, frontier of a set; граница множества] Множеството од сите *гранични точки* (*в*.) на тоа множество; *в*. и ГРАНИЦА. Познато и како: *раб на множество*.

ГРАНИЦА НА НИЗА, исто што и *лимес на низа*.

ГРАНИЦА НА ФУНКЦИЈА, исто што и *лимес на функција*.

ГРАНИЦИ НА ИНТЕГРИРАЊЕ [limits of integrations; пределы интегрирования] Крајните точки на интервалот над кој се интегрира функцијата; *в*. ИНТЕГРАЛ 2.

ГРАНИЦИ НА ОПРЕДЕЛЕН ИНТЕГРАЛ [limits of a definite integral; пределы определенного интеграла], *в*. ИНТЕГРАЛ 2.

ГРАНИЧЕН УСЛОВ [boundary condition; краевое условие] Услов што треба да го исполни решението на диференцијална равенка (или систем равенки) за точно утврдени вредности на независнопроменливите, обично сврзани со физички услови, на границата од областа.

ГРАНИЧНА ВРЕДНОСТ (на низа, на функција), *в*. ЛИМЕС НА: НИЗА / ФУНКЦИЈА.

ГРАНИЧНА ЗАДАЧА [boundary value problem; краевая задача] Задача во која се бара решение на диференцијална равенка (или на систем диференцијални равенки) што ги задоволува дадените *гранични услови* (*в*.) т. е. некои услови на границата од областа.

ГРАНИЧНА ТОЧКА [boundary po--int; граничная точка] Г.т. на множество од реални броеви е точка, таква што во секој отворен интервал што ја содржи неа, има точки што му припаѓаат на множеството и точки што не му припаѓаат. Г.т. може да му припаѓа на множеството, а може и да не му припаѓа. На пр., г.т. на множеството реални броеви – полусегментот $M = [1, 3)$ се 1 и 3, при што $1 \in M$, а $3 \notin M$.

Општо, во тополошки простор, г.т. на множество M е точка со својството: секоја околина на точката содржи точки и од множеството M и од неговиот комплемент. Множеството од сите г.т. на M се вика **раб** (или **граница**) на множеството M.

Познато и како: *рабна точка*.

ГРАНКА [branch; ветвь] **1**. Дел од крива што е одвоен од други делови на кривата со прекин, сингуларна точка или други специјални точки (максимум, минимум и др.). На пр., хиперболата има две гранки.

2. Г. се вика кое било ребро кај граф, наречен *дрво* (*в*.).

ГРАФ [graph; граф] Колекција од точки и линии коишто сврзуваат некое (можно е и празно) подмножество од тие точки. Точките од г. најчесто се викаат **темиња**, но се викаат и **јазли** или просто **точки**. Линиите што ги сврзуваат темињата на г. најчесто се викаат **ребра**, но се викаат и **лаци** или **линии**.

Ако две темиња, x и y, се сврзани со ребро r, тогаш се вели дека x и y се **инцидентни** со реброто r, а и дека се **соседни** (преку r). Ако едно ребро r почнува од темето x и завршува во x, тогаш r се вика **лупа** во темето x.

Г. кој може да се нацрта во рамнината така што неговите ребра, освен во темињата на г., немаат други заеднички точки, се вика **планарен** г. За еден г. се вели дека е **сврзан** ако и само ако за кои било негови темиња x и y, постои *пат* со почетно теме x и крајно теме y.

Ребрата може да бидат ориентирани или неориентирани, па во таа смисла има **ориентирани** (или **насочени**) г. и **неориентирани** г. За разни области на примена, видовите на г. може да се разликуваат по ориентираноста, по ограничувањата за бројот на врските и по дополнителните податоци за темињата или за ребрата.

Областа која ги изучува г. се вика **теорија на графови** (којашто се смета за дел од дискретната математика). Г. даваат модели на разни врски меѓу множества, па многу структури во математиката и во информатиката може да се претстават со г.

ГРАФИК НА ФУНКЦИЈА [graph of a function; график функции] За дадена функција f со домен D, множеството од сите подредени парови $(x, f(x))$, $x \in D$, се вика *график* на f. Г.н.ф. се претставува геометриски како множество точки од координатната рамнина. За непрекината функција, тој е некоја непрекината линија.

ГРЕШКА [error; погрешность] **1**. Разликата $X - x$, каде што x се разгледува како приближна вредност на некоја величина чијашто точна вредност е X. Апсолутната вредност на разликата $X - x$, т. е. $|X - x|$, се вика **апсолутна** г. на приближниот број x, а секој број Δ_x за кој $|X - x| \le \Delta_x$, се вика **граница на апсолутната** г.

Количникот $|X - x| / |x|$ се вика **релативна** г., а секој број δ_x таков што $|X - x| / |x| \le \delta_x$ се вика **граница на релативната** г. Релативната г. искажана во проценти се вика **процентна** г. Познато и како *погрешност*.

2. При *мерења* се јавуваат три основни видови грешки: **систематски** (или **редовни**) г. (коишто произлегуваат од неправилно поставување на мерните инструменти, од влијанието на околната средина и др.), **груби** г. (коишто се јавуваат како резултат на погрешно пребројување или пресметување, неправилно читање на показателите од мерниот прибор итн.) и **случајни** г., коишто произлегуваат од разни случајни причини што влијаат, при секое одделно мерење на неправилен начин, де на зголемување, де на намалување на резултатот.

3. Во *статистика*, г. е отстапување при мерења, коешто се должи на фактори што не може да се контролираат. Ако таквите фактори се многу на број, независни, приближно еднакви и адитивни во нивниот ефект врз отстапувањето околу некоја константа или очекувана вредност, тогаш девијацијата ќе биде нормално распределена околу константата или очекуваната вредност.

ГРЕШКА НА ЗАОКРУЖУВАЊЕ [rounding error, round-off error, truncation error; ошибка округления] При заокружување, даден број се заменува со друг број, кој обично има помалку цифри. Грешката при пресметувањата што се должи на заокружувањето на броевите се вика г.н.з.; *в*. ЗАОКРУЖУВАЊЕ.

ГРУПА [group; группа] Множество G од елементи a, b, c,… за кои е определена бинарна операција означена мултипликативно, со знакот $\cdot$ (или со $+$, $\circ$, $*$ и сл.), а за која се исполнети следниве услови:

(i) $(G, \cdot)$ е групоид, т. е. ако a и b се елементи од G, тогаш и $a \cdot b$ е во G.

(ii) Операцијата $\cdot$ е асоцијативна, т.е.

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ за кои било $a,b,c \in G$.

(iii) Постои неутрален елемент $e \in G$ т. е. $e \cdot a = a \cdot e = a$, за секој $a \in G$.

(iv) За секој $a \in G$ постои инверзен (a^{-1}), така што $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e$.

Ако операцијата е и комутативна, (v) $a \cdot b = b \cdot a$ за кои било $a, b \in G$, тогаш G се вика **комутативна** г.

Г. е една од основните структури во алгебрата. Елементите на г. може да бидат од најразлична природа: броеви, матрици, функции, геометриски објекти итн.

Примери на г. 1) Множеството од сите цели броеви во однос на операцијата собирање (*адитивна* г. *на целите броеви*). 2) Множеството од сите рационални броеви, различни од нула, во однос на операцијата множење (*мултипликативна* г. *на рационалните броеви*). 3) Множеството броеви $\{1, -1, i, -i\}$ во однос на множењето комплексни броеви е (конечна) г. 4) Множеството од сите вектори во рамнината во однос на операцијата собирање на вектори е г. 5) Множеството несингуларни матрици од втор ред во однос на множењето матрици е некомутативна г.

Ако бројот на елементите на г. е конечен, тогаш таа се вика **конечна** г.; инаку таа е **бесконечна** г. Бројот на елементите на конечна г. се вика **ред** на г.; *в.* и: ГРУПА НА ГАЛОА; ГРУПА ДВИЖЕЊА; ГРУПА ОД СИМЕТРИИ.

ГРУПА БЕЗ ТОРЗИЈА [torsion-free group; группа без кручения] Група во која секој елемент, различен од неутралниот, има бесконечен ред. На пр., адитивната група $(\mathbb{Z},+)$ на целите броеви е г.б.т. Познато и како *апериодична група*.

ГРУПА ДВИЖЕЊА [group of motions; группа движений] Множеството трансформации во евклидски n-димензионален простор, коишто го запазуваат растојанието меѓу точки. Во евклидската рамнина, такви трансформации се: транслација, ротација, централна симетрија, осна симетрија и лизгачка симетрија, коишто кратко се викаат **движења**.

ГРУПА НА ГАЛОА [Galois group; группа Галуа] Нека K е поле на проширување на полето F (се означува со K/F, а се чита K над F) и нека σ е *автоморфизам на* K/F (т. е. σ е автоморфизам на K таков што $\sigma(x) = x$ за секој $x \in F$). Множеството од сите автоморфизми на K/F е група во однос на операцијата составување на трансформации; таа се вика *група на Галоа* од K над F; ознака: $\mathrm{Gal}(K/F)$ или $\mathrm{Aut}(K/F)$. Нека

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 \quad (1)$$

е полином од n-ти степен со рационални коефициенти и нека K е *поле на разложување* на f над полето $\mathbb{Q}$, т. е. најмалото потполе од $\mathbb{C}$ што ги содржи сите корени на f. Тогаш секој елемент од г.н.Г. $G = \mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$ ги пермутира корените на f на единствен начин. Според тоа, G може да се изедначи со подгрупа од симетричната група S_n, а тоа е групата пермутации од корените на f.

Ако полиномот f е неразложлив, тогаш г.н.Г G е **транзитивна подгрупа** од симетричната група S_n, а тоа значи дека G ги пермутира сите корени на f (т. е. за кои било два дадени корени x_1, x_2 на f постои елемент $\sigma \in G$, таков што $\sigma(x_1) = x_2$).

Полиномната равенка $f(x) = 0$ е *решлива во радикали*, т. е. нејзините корени може да се изразат само со помош на коефициентите a_i од (1), ако и само ако G е *решлива група* (*в.*). Бидејќи сите подгрупи на S_n за $n \le 4$ се решливи, корените на сите полиноми со степен ≤ 4 се решливи со радикали. Меѓутоа, полиномите со степен ≥ 5, во општ случај, не се решливи со радикали, затоа што S_n (и алтернативната група A_n) не се решливи за $n \geq 5$.

Секое проширување на Галоа е поле на проширување на некој полином $f(x) \in F[x]$ ($F[x]$ е прстенот од полиноми со коефициенти во F) и кои било две полиња K на разложување на $f(x) \in F[x]$ се изоморфни. Според тоа, г.н.Г. Gal(K/F) зависи само од f (до изоморфизам), па ако K е полето на разложување на полиномот $f(x)$ од $F[x]$, г.н.Г. Gal(K/F) се нарекува и *група на Галоа за полиномот f над F*.

ГРУПА ОД ПЕРМУТАЦИИ [permutation group, substitution group; группа подстановок] Множеството S_M од сите пермутации на дадено множество M (т. е. биекции од M во M) е група во однос на операцијата состав на пресликувања, којашто се вика **симетрична група** на M. Секоја подгрупа G од S_M се вика **група од пермутации** на множеството M.

Симетричната група на конечно множество од n елементи се означува со S_n и се вика *група од пермутации од n елементи*. Ако A и B се две еквивалентни множества (не неопходно конечни), тогаш симетричните групи S_A и S_B се изоморфни.

ГРУПА ОД СИМЕТРИИ [group of symmetries; группа симметрий] Множеството од сите движења (*в.*) што пресликуваат дадена фигура сама на себе, во однос на операцијата составување на пресликувања, образува група наречена г.о.с. на таа фигура.

Примери. 1) Рамнокракиот триаголник (што не е рамностран) има само две симетрии: идентичното пресликување ε и осната симетрија σ_a (во однос на симетралата на основата), па неговата г.о.с. се состои од два елемента, ε и σ_a. 2) Рамностраниот триаголник има шест симетрии: три ротации во рамнината на триаголникот околу неговиот центар (за 0°, 120° и 240°) и три осни симетрии (во однос на секоја од симетралите на страните), па неговата г.о.с. се состои од 6 елементи (*в.* ДИЕДРАЛНА ГРУПА). 3) Квадратот има осум симетрии: 4 ротации околу неговиот центар (за 0°, 90°, 180° и 270°) и 4 осни симетрии (две во однос на двете дијагонали и двете симетрали на страните), т. е. г.о.с. на квадратот има 8 елементи. 4) Симетриите на кругот се состојат од сите ротации околу центарот и сите осни симетрии околу дијаметрите, па г.о.с. на кругот е бесконечна група.

ГРУПОИД [groupoid; группоид] Г. е множество елементи на кое е дефинирана бинарна операција. Поимот г. е многу општ. Во разни области на математиката наоѓаат примена потесни класи г., добиени од општиот поим, со наложување дополнителни услови на операцијата; *в.* ГРУПА, ПОЛУГРУПА, КВАЗИГРУПА. Познато и како *магма*.

ГУГОЛ [googol; гугол] Број, којшто во декадниот броен систем се претставува со единица проследена со 100 нули, т. е. бројот 10^{100}.

ГУСТИНА НА РАСПРЕДЕЛБА НА ВЕРОЈАТНОСТИ [density function, probability density function, frequency function; плотность распределения вероятностей] Г.н.р.н.в. на една случајна променлива X е функција $f(x)$, таква што при кои било реални броеви a и b, веројатноста да важи на неравенството $a \leq X < b$ е еднаква со интегралот $\int_a^b f(x)dx$,

$$p(a \leq X < b) = \int_a^b f(x)\,dx\,;$$

в. НЕПРЕКИНАТА СЛУЧАЈНА ПРОМЕНЛИВА.

Д

ДАЛАМБЕР, Жан Лерон [Jean le Rond d'Alembert; Д'Аламбер Жан Лерон] (1717 – 1783), француски математичар и филозоф, член на Академијата на науките. Дал значаен придонес во теоријата на парцијалните диференцијални равенки, теоријата на аналитичните функции, основите на алгебрата и механиката. Основач е на математичката физика. Автор е на математичките статии во Големата Енциклопедија, Париз 1751. Познато и како *Аламбер*, *Жан Лерон д'*.

ДАЛАМБЕРОВ КРИТЕРИУМ ЗА КОНВЕРГЕНЦИЈА [D'Alembert's test for convergence; Д'Аламбера признак сходимости] Нека $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ е броен ред со позитивни членови и нека $\lim_{n\to\infty} (a_{n+1} / a_n) = q$. Ако $q < 1$, тогаш редот конвергира, а ако $q > 1$, тогаш редот дивергира. За $q = 1$, Д.к. не дава одговор; така, на пример, редот $\sum_{n=1}^{\infty}(1/n(n+1))$ е конвергентен, редот $\sum_{n=1}^{\infty}(1/n)$ е дивергентен, а за обата реда важи $\lim_{n\to\infty}(a_{n+1} / a_n) = 1$.

ДВАНАЕСЕТИЧЕН БРОЕН СИСТЕМ, *в.* ДУОДЕЦИМАЛЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДВИЖЕЊЕ [rigid motion; движение] Трансформација на просторот којашто ги запазува геометриските својства на фигурите (димензии, форма и др.). Поимот д. настанал со апстракција на реалните преместувања на тврди тела во (тридимензионалниот) простор. Д. се зема понекогаш за основен поим при аксиоматската изградба на геометријата.

Д. **на евклидски простор** е трансформација којашто го запазува растојанието меѓу точки, т. е. ако A и B се произволни точки од просторот, а A' и B' се нивните слики соодветно, тогаш должините на отсечките AB и $A'B'$ се еднакви. Секое д. е биекција. Д. се вика д. **од прв вид** ако ја запазува ориентацијата на просторот, а се вика д. **од втор вид** ако не ја запазува ориентацијата.

Транслацијата, ротацијата, централната симетрија и осната симетрија на евклидската рамнина се д. Секое д. од прв вид на рамнината може да се претстави или како транслација или како ротација околу некоја точка. Секое д. од втор вид може да се претстави како состав на транслација во некоја насока и симетрија во однос на права што ја има истата насока. Познато и како: *изометрија*; *изометрична трансформација*.

ДВОАГОЛНИК, *в.* МЕСЕЧИНКА 1 (И СФЕРЕН ДВОАГОЛНИК).

ДВОЕН ВЕКТОРСКИ ПРОИЗВОД [vector triple product; двойное векторное произведение] За кои било три вектори $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$, секој од изразите

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{c} \quad \text{и} \quad \boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c})$$

се вика **двоен** в.п. За нив важи:

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{c} = (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{bc})\boldsymbol{a},$$
$$\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{ac})\boldsymbol{b} - (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c},$$

каде што $\boldsymbol{uv}$ го означува скаларниот производ на векторите $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$; *в.* и ВЕКТОРСКИ ПРОИЗВОД.

ДВОЕН ИНТЕГРАЛ [double integral; двойной интеграл] Нека $f(x, y)$ е функција од две променливи дефинирана во сите точки од дадена затворена ограничена област D со плоштина P. Нека $\{D_1, D_2, ..., D_n\}$ е разбивање на D на n подобласти и нека е означена со P_i плоштината на подобласта D_i. Во секоја подобласт D_i се избира точка (ξ_i, η_i) и се формира сумата

$$\sigma_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i) P_i, \qquad (1)$$

наречена **интегрална сума** од $f(x, y)$ на D. Сметајќи ги за фиксни обласга D и функцијата $f(x, y)$, сумата σ_n зависи од: начинот на разбивањето $\{D_1, D_2, ..., D_n\}$ на D, од бројот n и од изборот на точките (ξ_i, η_i).

Ако постои лимесот $\lim \sigma_n = I$ (кога $n \to \infty$ и $P_i \to 0$) и ако тој лимес не зависи од начинот на кој се врши поделбата на областа D, ниту пак од изборот на точките (ξ_i, η_i), тогаш за $f(x, y)$ се вели дека е **интеграбилна по Риман** (или, кратко: *интеграбилна*) на D, а лимесот I се вика **двоен интеграл** од $f(x, y)$ на D и се означува:

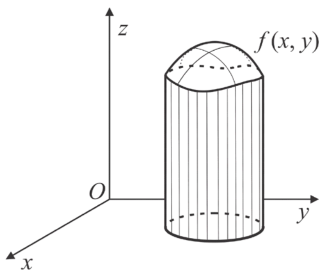
$$I = \iint_D f(x, y)\, dxdy. \qquad (2)$$

Ако $f(x, y)$ е непрекината на D, тогаш $f(x, y)$ е интеграбилна на D. Ако $f(x, y) = c,$ за секоја точка $(x, y) \in D,$ тогаш $\iint_D c\, dxdy = cP,$ каде што c е константа, а P е плоштината на D.

Геометриски, д.и. од функцијата $f(x, y)$ го претставува волуменот на делот од просторот под површината $z = f(x, y)$ и над xy-рамнината во дадената област D. На пример,

$$\iint_D f(x, y) dxdy = \int_{x=a}^{x=b} dx \int_{y=c}^{y=d} f(x, y)\, dy$$

го претставува волуменот под површината $z = f(x, y)$, а над правоаголникот $D = \{(x, y) : a \le x \le b,\ c \le y \le d\}.$ Притоа се претпоставува дека $f(x, y)$ е непрекината и ненегативна во областа на интегрирањето. Ако $f(x, y)$ е негативна, тогаш д.и. ќе даде негативна вредност за волуменот над површината и под xy-рамнината.

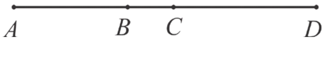


Двоен интеграл – волумен

За пресметување на д.и. во некои случаи е згодно да се изврши смена на променливите во д.и., на пр. од Декартови во поларни координати; во такви случаи се користи формула за премин од Декартови во поларни координати во д.и. (*в.* ЈАКОБИЈАН)

ДВОЕН КОРЕН [double root; двукратный корень] За полиномна равенка $f(x) = 0$, број a таков што равенката може да се запише во форма $(x-a)^2 p(x) = 0,$ каде што $p(x)$ е полином за кој a не е корен. На пр., за равенката $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$, бројот 3 е двоен корен; $(x-3)^2(x-1) = 0$.

ДВОЕН ОДНОС [cros ratio, cros-ratio, anharmonic ratio, double ratio; двойное отношение] Д.о. е поим кој игра значајна улога во проективна геометрија. Се дефинира за две множества објекти: 4 различни колинеарни точки и 4 различни компланарни прави што се сечат во единствена точка.



Д.о. на точките A, B, C, D е број, којшто се означува со $(ABCD)$ и се дефинира со:

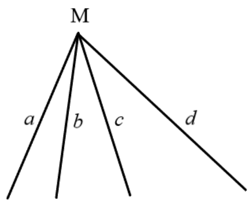
$$(ABCD) = \frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} : \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}},$$

при што со $\overline{CA}$ е означено растојанието меѓу точките C и A, со $\overline{DB}$ меѓу D и B, итн. и сите отсечки се сметаат за насочени. Очигледно, д.о. не зависи од правецот на правата $ABCD$, но зависи од релативната положба на точките и од редоследот по кој се наведени. Притоа, односот $\overline{CA}/\overline{CB}$ се смета за позитивен ако насоките на насочените отсечки CA и CB се совпаѓаат, а за негативен – при различни насоки. За д.о. се користат и ознаките:

$[A,B,C,D]$, $(AB;CD)$, $(A,B;\,C,D)$.

Ако апсцисите (или ординатите) на четирите точки се a, b, c, d, д.о. е:

$$(a,b\ ;\ c,d) = \frac{\overline{CA}}{\overline{DA}} \cdot \frac{\overline{DB}}{\overline{CB}} = \frac{(c-a)(d-b)}{(d-a)(c-b)}.$$



Д.о. на четири различни компланарни прави a,b,c,d што се сечат во единствена точка M (црт.) е број, којшто се означува со $(abcd)$ и се дефинира со

$$(abcd) = \frac{\sin(cMa)}{\sin(cMb)} : \frac{\sin(dMa)}{\sin(dMb)},$$

при што аглите cMa, cMb, итн. исто така се сметаат за насочени (на „природен“) начин.

Врската меѓу двете дефиниции е дадена во својството: Ако A, B, C, D се пресечните точки на една права со четири компланарни прави што се сечат во единствена точка M, тогаш $(ABCD) = (abcd)$.

Ако д.о. на четири точки (одн. четири прави) е еднаков на –1, тогаш тој се вика **хармониски однос**, а точките (одн. правите) се викаат **хармониска четворка**. Ако $(ABCD) = -1$, тогаш се вели дека паротточки A,B *го разделува парот* C, D *хармониски.*

Ако ниеден распоред на четирите точки не е хармониска четворка, тогаш постојат, во општ случај, шест различни д.о., во зависност од распоредот на точките. Познато и како: *анхармониски однос*; *сложен однос*.

ДВОЅИДЕН АГОЛ, *в.* ДИЕДАР.

ДВОИЧЕН БРОЕН СИСТЕМ, *в.* БИНАРЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДВОЈНА ДРОПКА [complex fraction; сложная дробь] Дропка при која броителот или именителот содржи една или повеќе дропки. На пр., д.д. е: $\frac{2}{3}/\frac{5}{7}$; 2 и 7 се викаат *надворешни членови*, а 3 и 5 – *внатрешни членови* на д.д. Една д.д. може да се претвори во *обична дропка* ако производот на надворешните членови се запише како броител, а производот на внатрешните – како именител (т. е. ако дропката од броителот во д.д. се помножи со реципрочната вредност на дропката од именителот); на пр.:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2\cdot 7}{3\cdot 5} = \frac{14}{15}, \text{ т.е. } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{7}{5} = \frac{14}{15}.$$

Познато и како *сложена дропка*.

ДВОЈНА НЕГАЦИЈА [double negation; двойное отрицание] Двапати применет логичкиот оператор $\neg$ (не) на исказ p; формулата $\neg\neg p \Leftrightarrow p$ е тавтологија; *в.* ЗАКОН НА ДВОЈНА НЕГАЦИЈА.

ДВОЈНА ТОЧКА [double point; двойная точка] Точка на крива во која кривата се допира себеси, се самопресекува или има шилец, т. е. точка во која кривата има две тангенти (коишто може и да се совпаѓаат). Кривата $F(x,y)=0$ во таа точка се карактеризира со тоа што важат равенставата $\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial y} = 0$ (признак на сингуларна точка) и најмалку еден од парцијалните изводи од втор ред $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$ или $\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$ е различен од нула.

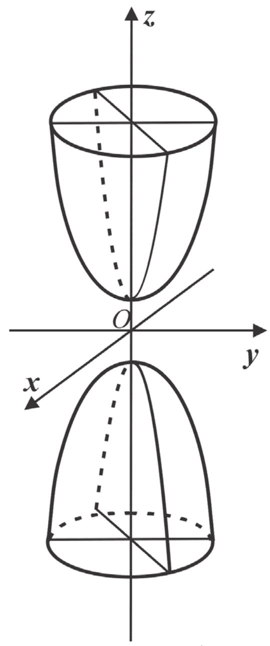
ДВОКРИЛЕН ХИПЕРБОЛОИД [hyperboloid of two sheets; двуполостный гиперболоид] Површина од втор ред чијашто канонична равенка во Декартов координатен систем има облик $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$, каде што броевите a,b,c се должини на отсечки кои се викаат **полуоски** на д.х. Д.х. се состои од две крила.

Ако д.х. се пресече со рамнина $z=|k|>c$ се добива елипса (затоа се вика и **елиптичен** д.х.), а ако се пресече со рамнина што ја содржи z-оската, на пр. со $x=0$ или со $y=x$, се добиваат хиперболи. Ако $a=b$, тогаш д. х. се се вика **кружен** д.х. Тој може да се добие со ротирање на хиперболата $\frac{z^2}{c^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ околу z-оската (поради тоа се вика и **ротационен** д.х.); неговата равенка е

$$\frac{z^2}{c^2}-\frac{x^2+y^2}{a^2}=1\,.$$

Д.х. има центар на симетрија во координатниот почеток, а е симетричен во однос на координатните рамнини; *в.* ХИПЕРБОЛОИДИ.

ДВОСТРАНА ПОВРШИНА [orientable surface; двусторонная поверхность] Површина што има две страни, т. е. го има својството: еден објект, движејќи се непрекинато по една нејзина страна, не може да се префрли на другата страна без да помине преку некој нејзин раб. На пр., цилиндрична површина е д.п., а *Мебиусова лента* (*в.*) е еднострана површина. Д.п. е ориентирлива површина.



Двокрилен хиперболоид

ДЕВИЈАЦИЈА [deviation; отклонение] Разликата меѓу (кој било) даден број од едно множество броеви и аритметичката средина на тие броеви. Во веројатност: *стандардна девијација* (*в.*).

ДЕДЕКИНДОВ ПРЕСЕК [Dedekind cut; дедекиндово сечение] Аксиоматски метод за воведување на ирационалните броеви. Ирационален број се дефинира како разбивање на множеството рационални броеви на две класи, „горна“ и „долна“, така што секој елемент од „горната“ класа е поголем од кој било елемент од „долната“ класа и: во „горната“ класа нема најмал елемент, а во „долната“ класа нема најголем елемент.

Д.п. се користат да се дефинираат реалните броеви како проширување на рационалните. Тие овозможуваат полесно да се покаже комплетноста, односно непрекинатоста на реалната права. Преку нив е можно релативно едноставно да се разликуваат рационалните од ирационалните броеви на реалната права.

ДЕДЕКИНД, Рихард [Richard Dedekind; Рихард Дедекинд] (1831 – 1916), германски математичар. Дал голем придонес во математичката анализа и теоријата на множествата. Ја создал првата строга теорија на ирационалните броеви; *в.* ДЕДЕКИНДОВ ПРЕСЕК.

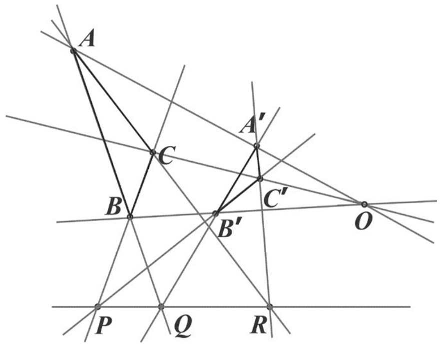
ДЕДУКТИВЕН ДОКАЗ [deductive proof; дедуктивное доказательство] Д. д. или **дедуктивен метод на докажување** се нарекува докажување коешто се заснова на систем од одредени аксиоми; *в.* ДЕДУКЦИЈА; ДОКАЗ.

ДЕДУКТИВЕН СИСТЕМ [deductive system; дедуктивная система] Д.с. (или **дедуктивен апарат** на *формална теорија*, (*в.*)) се состои од аксиомите и правилата на заклучување што може да се користат за изведување теореми во тој систем.

ДЕДУКЦИЈА [deduction; дедукция] Изведување заклучок врз основа на аксиоми или претходно докажани тврдења; заклучокот што притоа се добива е секогаш точно тврдење.

Во *методиката на наставата по математика*, д. се вика и **дедуктивен метод** – расудување „*од општо кон посебно*“, или од претпоставки кон логички непобитни заклучоци. Д. и индукцијата се најважните методи на научното сознавање.

ДЕЗАРГ, Жерар [Gerard Desargues; Жерар Дезарг] (1593 – 1662), француски математичар, по професија архитект. Се занимавал со аналитична геометрија и со проблеми од перспективата. Неговите идеи биле основа за создавање на проективната геометрија.



Дезаргова теорема

ДЕЗАРГОВА ТЕОРЕМА [Desargues theorem; теорема Дезарга] *Прва* Д. т.: „Ако соодветните страни на ΔABC и на $\Delta A'B'C'$ се сечат во три точки *P*, *Q*, *R* што лежат на иста права l, тогаш правите што ги поврзуваат соодветните темиња минуваат низ една точка O“(*в.* црт.) Точката O се вика *центар на перспективност*, правата *l* – *оска на перспективност*, ΔABC и $\Delta A'B'C'$ се *перспективни* (*хомологни*, *кополарни*) триаголници.

Важи и обратното тврдење (*втора* Д.т.): „Ако правите што минуваат низ соодветните темиња на ΔABC и на $\Delta A'B'C'$ минуваат низ иста точка, тогаш соодветните страни се сечат во три точки што лежат на иста права.“

Д.т. е една од поважните теореми во проективната геометрија. Може да се најде и во облик: триаголниците ABC и $A'B'C'$ се осно перспективни ако и само ако се централно перспективни.

ДЕКАДА [decade; десяток], *в.* ДЕСЕТКА 2.

ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ [decimal number system; десятичная система счисления] Броен систем со *основа* 10, во кој се користат вкупно 10 цифри (знаци): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Д.б.с. е позиционен систем за претставување реални броеви, во кој позиционите вредности на цифрите се читаат во степени од 10. Пр.: бројот

$$6\cdot 10^2+0\cdot 10^1+8\cdot 10^0+7\cdot 10^{-1}+5\cdot 10^{-2}$$

се запишува позиционо вака: 608,75.

Општо, секој реален број x може да се претстави како **децимален број**, т. е. во обликот

$$x=c_{n-1}c_{n-2}\dots c_1c_0,\ c_{-1}c_{-2}\dots, \qquad (1)$$

при што c_i се цифрите на x; c_0 и c_{-1} се одделени со **децимална запирка**.

Пример. Бројот $x=608\frac{3}{4}$ има *децимален запис* x = 608,75; значи: n = 3, $c_2=6$, $c_1=0$, $c_0=8$, $c_{-1}=7$, $c_{-2}=5$.

Цифрата c_0 се вика цифра на *единиците*, c_1 цифра на *десеткиите*, c_2 цифра на *стотките*, c_3 цифра на *илјадите*, итн., а c_{-1} цифра на *десетинките*, c_{-2} цифра на *стотинките*, c_{-3} цифра на *илјадинките*, итн.

Секоја цифра во децималниот број има свое **декадно место**, определено со соодветната декадна единица 10^k, $k\in\mathbb{Z}$. Секоја од цифрите по децималната запирка се вика **децимала**, а сите децимали заедно се викаат **децимален дел** на бројот. Делот формиран од цифрите пред децималната запирка се вика **цел дел** на децималниот број. (Да забележиме дека „цел дел на децимален број“ не се совпаѓа со „функцијата цел дел“, [x]; на пример, за бројот –1,4 целиот дел е –1, а [–1,4] = –2; *в.* ЦЕЛ ДЕЛ.)

Во записот на бројот, секоја цифра пред децималната запирка, сметајќи оддесно налево, покажува: број на единици (c_0), број на десетки (c_1), број на стотки (c_2) итн., соодветно на *позицијата* (*местото*) на кое е запишана. Аналогно за цифрите по запирката. Вредноста на цифрата е одредена со нејзиното место во бројот и таа се вика **позициона** (или **месна**) вредност на таа цифра. На пр., во бројот 608,75, месната вредност на цифрата 6 е 600, на 0 е 0, на 5 е $\frac{5}{100}$.

Кога бројот x е рационален, во децималниот дел на неговото претставување може да има блок цифри којшто периодично се повторува, т. е. постои најмал природен број p за кој $c_{i-p}=c_i$, за секој цел број i помал од некој фиксиран индекс. Низата од цифри $c_{i-1}\,c_{i-2}\dots c_{i-p}$ се вика **повторувачки блок**, а p – **период** на претставувањето на x. Во специјалниот случај кога повторувачкиот блок е само цифрата 0, по договор, се отфрла целата опашка од нули во претставувањето; тогаш се вели дека x има **конечно децимално развивање**. Во овој случај е можно да се даде второ, различно развивање на x: ако x има конечно децимално развивање со крајна цифра c_i, тогаш може да се добие друго претставување на x заменувајќи го c_i со c_{i-1} и дефинирајќи $c_{i-1}=$ $=c_{i-2}=\dots=9$. На пр., 6,75 = 6,74999...

Познато и како: *десетичен броен систем*; *десетичен систем*; *декаден систем*.

ДЕКАДЕН БРОЈ [decimal number; десятичное число] Број претставен во *декадниот броен систем* (*в.*), со позициона нотација. Познато и како: *десетичен број*.

ДЕКАДЕН ЛОГАРИТАМ [common logarithm, Brigg’s logarithm; десятичный логарифм] Логаритам со основа 10. Бројот y е д.л. од бројот x (ознака: $y=\log_{10}x$) ако и само ако $x=10^y$. Често, $\log_{10}x$ се запишува како $\lg x$, без индексот 10; *в.* ЛОГАРИТАМ. Познато и како: *обичен логаитам*; *Бригзов логаритам*; *десетичен логаритам*.

ДЕКАДЕН СИСТЕМ, *в.* ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДЕКАДНА ЕДИНИЦА [decimal unit; десятичная единица] Секој степен на бројот 10 со показател цел број: 10^k, $k \in \mathbb{Z}$; на пр., $10^0 = 1$, $10^1 = 10$, $10^2 =$ 100, $10^{-1} = \frac{1}{10}$, $10^{-2} = \frac{1}{100}$ се д.е.

ДЕКАРТОВИ КООРДИНАТИ [Cartesian coordinates; декартовы координаты] Начин за определување на положбата на точка во рамнината со нејзините растојанија до две фиксирани заемно нормални прави, наречени **координатни оски**.

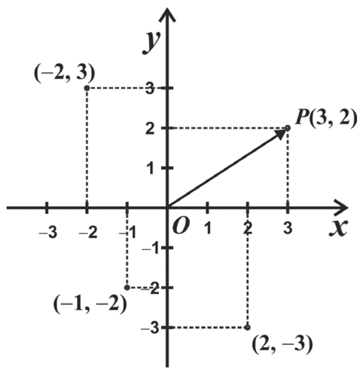
Таа идеја за првпат била развиена од П. Ферма и Р. Декарт (1637 год.). Во нивните разгледувања, растојанијата до оските можеле да бидат само позитивни броеви или нула, а идејата дека едното или двете од нив може да се смета за негативно, потекнува од Њутон. Тие растојанија за првпат се наречени „координати“ од Лајбниц. Познато и како *правоаголни Декартови координати*.

ДЕКАРТОВ КООРДИНАТЕН СИСТЕМ [Cartesian coordinate system; декартова система координат] Праволиниски координатен систем во евклидски простор.

Д.к.с. *во рамнина* се задава со две заемно нормални прави; на секоја од нив е избрана позитивна насока и е зададена отсечка со единична должина. Правите се викаат **координатни оски**, а нивната пресечна точка O – **координатен почеток**. Едната од координатните оски (обично хоризонталната) се вика **апсцисна оска** или *x-оска*, а другата (обично вертикалната) – **ординатна оска** или *y-оска*.

Координатните оски ја делат рамнината на четири складни делови, наречени **квадранти**. Рамнина во која е зададен д.к.с. се вика **координатна рамнина**.

На секоја точка P од рамнината ѝ се придружува подреден пар реални броеви (x, y), наречени **правоаголни Декартови координати** (кратко: *Декартови координати*) на точката P. Притоа, бројот x, наречен **апсциса** на P, е еднаков со големината на ортогоналната проекција на насочената отсечка OP врз апсцисната оска, а бројот y, наречен **ордината** на P, е еднаков со големината на ортогоналната проекција на насочената отсечка OP врз ординатната оска.



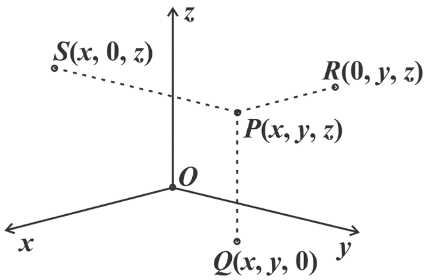
Декартов координатен систем

На тој начин се воспоставува биекција меѓу точките од рамнината и множеството подредени парови од реални броеви.

Д.к.с. *во тридимензионален простор* се задава со три заемно нормални прави што се сечат во една точка, аналогно на рамнинскиот случај.

Едната од нив се вика **апсцисна оска** или *x-оска*, другата – **ординатна оска** или *y-оска*, третата – **апликатна оска** или *z-оска*, а нивната пресечна точка – **координатен почеток**. Трите рамнини определени со трите пара оски се викаат **координатни рамни-**

ни. Тие го делат просторот на осум области, наречени **октанти**. Секоја точка P од просторот е определена со подредена тројка (x, y, z) од реални броеви, наречени **правоаголни Декартови координати** на точката P (по ред: **апсциса** x, **ордината** y и **апликата** z).



Декартов координатен систем во простор

Понекогаш се користи систем со координатни оски кои зафаќаат меѓу себе остри агли; таков систем се вика **косоаголен** Д.к.с. Во таа смисла, кога е неопходно да се нагласи дека оските се заемно нормални, се вели: **правоаголен** Д.к.с. Ако не е нагласено поинаку, под Д.к.с. се подразбира: *правоаголен* Д.к.с.

ДЕКАРТОВ ЛИСТ [folium of Descartes; декартов лист] Рамнинска крива, чија равенка во Декартов правоаголен координатен систем е

$$x^3 + y^3 - 3axy = 0; \qquad (*)$$

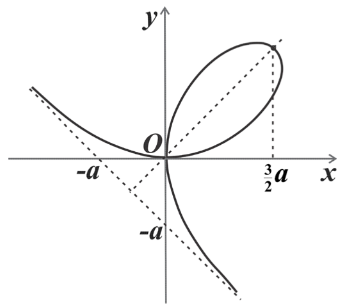
правата $x + y + a = 0$ е асимптота.

Ако се стави $y = xt$ (**), тогаш од (*) и (**) се добиваат параметарските равенки на Д.л.:

$$x = \frac{3at}{1+t^3}, \quad y = \frac{3at^2}{1+t^3}.$$

Поларната равенка на Д.л. има облик

$$\rho = \frac{a\cos\varphi\sin\varphi}{\cos^3\varphi + \sin^3\varphi}.$$



Декартов лист

ДЕКАРТОВ ПРОИЗВОД [Cartesian product; декартово произведение] Д.п. на две множества A и B е множеството (означено со $A \times B$) од сите подредени парови (x, y) такви што $x \in A$, $y \in B$; $A \times B = \varnothing$ ако $A = \varnothing$ или $B = \varnothing$.

Д.п. на конечна низа множества $A_1, A_2, ..., A_n$ (при што некои од членовите на низата, па дури и сите, може да бидат еднакви) се вика множеството A од сите подредени n-ки:

$$(a_1, a_2, ..., a_n),$$

каде што $a_i \in A_i$. Се означува со:

$$A_1 \times A_2 \times ... \times A_n;$$

притоа:

$$(a_1, a_2, ..., a_n) = (b_1, b_2, ..., b_n) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow a_1 = b_1,\ a_2 = b_2,\ ...,\ a_n = b_n.$$

Ако сите n множества се меѓусебно еднакви, $A_1 = A_2 = ... = A_n = A$, тогаш нивниот Д.п. се означува со A^n и се вика n-ти **Декартов степен** на множеството A.

Д.п. е познат и како *директен производ*; *производ на множества*.

ДЕКАРТОВ СТЕПЕН [Cartesian power; декартова степень множества] n-ти Д.с. на дадено множество A е множеството A^n од сите подредени n-ки елементи од A, т.е.

$$A^n = \{(a_1, a_2, ..., a_n) \mid a_i \in A,\ 1 \le i \le n\}.$$

На пр., $\mathbb{R}^3 = \mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ е трети Д.с. на множеството $\mathbb{R}$; *в*. ДЕКАРТОВ ПРОИЗВОД.

ДЕКАРТ, Рене [René Descartes; Рене Декарт] (1596 – 1650), француски филозоф, математичар и физичар, основач на модерната филозофија и модерниот рационализам. Основите на неговиот филозофски систем ги поставил во делата: „Расправа за методот", „Принципи на филозофијата" и „Медитации за првата филозофија". Како прилог на делото „Расправа за методот" го објавил делото „Геометрија" (1637), во кое го употребил (веќе познатиот) метод на координатно претставување на зависноста на една величина (*функција*) од друга величина (*аргумент*). На тој начин геометријата се поврзува со алгебрата така што геометриските прашања можат да се формулираат, изучуваат и решаваат со алгебарски средства, а алгебарските врски да се претставуваат геометриски. Со ваквата синтеза на алгебрата и геометријата, основана е аналитичната геометрија; *в*. АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА.

ДЕКОМИНО [decomino; декамино, декомино] Рамнинска фигура, формирана со спојување на 10 идентични квадрати по нивни страни; има 4 655 такви фигури; *в*. ПОЛИОМИНО.

ДЕЛЕНИК [dividend; делимое] Бројот којшто се дели; *в*. ДЕЛЕЊЕ.

ДЕЛЕЊЕ [division; деление] **1.** Инверзна операција на операцијата множење. Операцијата д. се означува со две точки (:), или со хоризонтална црта (—), или со коса црта (/).

Резултатот од делењето на еден број *a* (**деленик**) со друг број *b* (**делител**) се вика **количник**. Количникот $a:b$ (т.е. $\frac{a}{b}$ или a/b) е број c таков што $b\cdot c = a$, под услов да постои единствен таков број c и да има само една вредност (ако $a\neq 0$ и $b=0$, тогаш таков c не постои, а ако $a=0$, $b=0$, тогаш c не е единствен; значи, $a:0$ нема смисла за кој било a).

2. Ако при делењето на *цел број* a со *цел број* b како количник се добива цел број, тогаш за бројот a велиме дека **е делив** (односно дека **се дели без остаток**) со бројот b и често се означува со $a\vdots b$, или дека b **е делител** на a и се означува со $b\,|\,a$.

3. За одредување количник и остаток при делење на два природни броја, *в*. ДЕЛЕЊЕ СО ОСТАТОК.

4. Д. на два комплексни броја $a+bi$ и $c+di$ се изведува по формулата:

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i\,.$$

ДЕЛЕЊЕ НА КРУГ [cyclotomy; деление круга] Д.н.к. е теорија за делење на круг на еднакви делови или за конструирање правилни многуаголници, а аналитички – за наоѓање на *n*-тите корени од единицата, т. е. решавање на равенката: $z^n - 1 = 0$.

Д.н.к. на n еднакви делови со помош само на шестар и линијар е проблем што потекнува уште од древноста. Старогрчките математичари знаеле да поделат круг со шестар и линијар на 3, 4, 5 и 15 еднакви делови, но и да го удвојуваат бројот на делењата. Гаус докажал дека круг може да се подели на 17 еднакви делови, т. е. дека може да се конструира правилен 17-аголник со помош на шестар и линијар, а и дека д.н.к. на n еднакви делови со помош на шестар и линијар е можно ако и само ако

$n = 2^c p_1 p_2 ... p_m$, каде што $c \geq 0$, а $p_i = 2^{2^k} + 1$ се различни прости *Фермаови броеви* (*в.*), $i = 1, 2, ..., m$, а k е природен број. Познато и како *циклотомија*.

ДЕЛЕЊЕ НА ОТСЕЧКА ВО КРАЕН И СРЕДЕН ОДНОС [divine proportion; деление отрезка в крайнем и среднем отношении], *в.* ЗЛАТЕН ПРЕСЕК.

ДЕЛЕЊЕ СО ОСТАТОК [division with remainder; деление с остатком] Тоа е, во суштина, посебна операција, различна од операцијата *делење* (*в.*). Ако a и b се *природни броеви*, тогаш операцијата д.с.о. се состои во одредување два цели броја q и r, такви што

$$a = bq + r \text{, каде што } 0 \leq r < b .$$

Притоа, a се вика **деленик**, b – **делител**, q – (**нецелосен**) **количник**, а r – **остаток**. Таа операција е секогаш изведлива и еднозначна во множеството на природните броеви.

Ако $r = 0$, тогаш се вели дека *a се дели со b* **без остаток**. Во тој случај (нецелосниот) количник е ист како количникот при обичното делење.

Овој термин се употребува и при делење на полиноми.

ДЕЛИВА ГРУПА [divisible group; делимая группа] Абелова група G (со операција собирање), таква што за секој $g \in G$ и секој $n \in \mathbb{N}$, постои $x \in G$ таков што $g = nx$. Еквивалентен услов е: $G = nG$ за секој природен број n. Со други зборови, секој елемент од G е делив со секој природен број. Пример за д. г. е фактор-групата G/T, каде што T е *торзионата подгрупа* (*в.*) на G.

ДЕЛИВОСТ [divisibility; делимость] Релација во прстен, на пр. во прстенот на целите броеви или во прстенот на полиноми. Се вели дека бројот *a е делив со бројот b* или дека *b го дели a*, ако постои број c таков што $a = bc$. Се означува $b \mid a$. Оваа релација се вика **релација за деливост**, при што b се вика **делител** или **фактор** на a.

ДЕЛИТЕЛ [divisor; делитель] **1**. Број што дели друг број при операцијата делење (*в.* ДЕЛЕЊЕ 1).

2. Број што дели друг број при операцијата *делење со остаток* (*в.*); во изразот 12 : 5, бројот 5 е делител.

3. За цели броеви, еден број $b\,(\neq 0)$ е д. на цел број a, ако постои цел број c, таков што $a = cb$; ознака: $a \mid b$. Така, 3 е д. на 15 (зашто $3 \cdot 5 = 15$), а 6 не е д. на 15. Позитивните делители на 15 се: 1, 3, 5, 15, а негативните: –1, –3, –5, –15; *в.* и ФАКТОР (на цел број).

4. Во прстен, еден елемент b е д. на елемент a ако постои елемент c во прстенот таков што $a = cb$ или $a = bc$.

Познато и како: *фактор*; *чинител*.

ДЕЛИТЕЛ НА НУЛАТА [zero divisor; делитель нуля] Во прстен, еден елемент $a \neq 0$ се вика д.н.н. ако постои елемент $b \neq 0$, таков што $ab = 0$. Во прстенот на целите броеви (и во другите бројни прстени) нема д.н.н., но во произволен прстен (на пр. во прстенот од матрици) може да има.

ДЕЛИТЕЛ НА ПОЛИНОМ [factor of a polynomial; делитель многочлена] Секој од два или повеќе полиноми чијшто производ е дадениот полином. Во елементарна алгебра обично се смета дека даден полином е *разложлив* акко тој има два или повеќе неконстантни делители. На пр. полиномот $x + y$ е д.н.п. $x^3 + y^3$, зашто $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$. Познато и како *фактор на полином*.

ДЕЛОСКИ ПРОБЛЕМ [Delian problem; делоская задача] Проблемот на *удвојување на коцка*, познат од античко време (името е по островот Делос). Да се „удвои коцка“ значи: ако е дадена должината a на работ на коцка, се бара да се конструира коцка со волумен двојно поголем од волуменот $V = a^3$ на дадената коцка, само со користење линијар и шестар. Францускиот математичар *П. Ванцел* (*в.*) докажал (во 1837) дека проблемот не е решлив, зашто бројот $\sqrt[3]{2}$, наречен **делоска константа**, не може да се конструира со тие средства.

ДЕЛТА-ФУНКЦИЈА [delta function, Dirac's delta function, impulse symbol; дельта-функция] Функција, која овозможува да се запише просторната густина на физички величини (маса, електричен полнеж, интензивност на топлотен извор, сила итн.), сконцентрирана или применета во точка a од евклидскиот простор $\mathbb{R}^n$.

На пр., густината на единична маса m што се наоѓа во точката a од еднодимензионалниот простор $\mathbb{R}^1$ се запишува со помош на д.-ф. во вид: $m\,\delta(x-a)$.

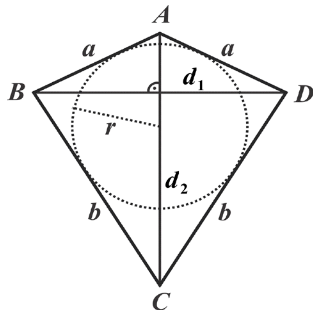
Д.-ф. може да се дефинира со:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-a)\,\varphi(x)\,dx = \varphi(a),$$

за која било непрекината функција $\varphi(x)$. Д.-ф. не е обична функција во класична смисла, туку *обопштена функција* (*в.*). Д.-ф. се нарекува и како: **δ-функција**, **δ-функција на Дирак**, **Диракова делта функција**, **единична импулсна функција**.

ДЕЛТОИД [kite, deltoid; дельтоид, ромбоид] Конвексен четириаголник *ABCD*, којшто има само една оска на симетрија која се совпаѓа со неговата дијагонала *AC* (*в.* црт.). Д. има два пара страни со еднаква должина, но за разлика од паралелограмот, еднакви се не спротивните, туку двата пара соседни страни (*в.* црт.). (Покрај конвексните д. има и неконвексни д., но тие обично не се разгледуваат.)

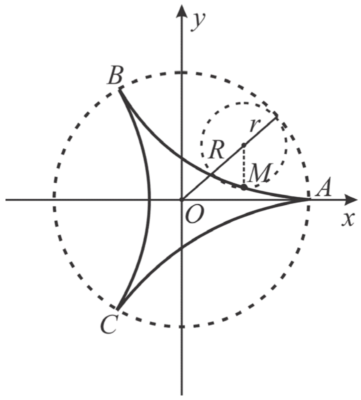
Аглите меѓу страните со различни должини се еднакви меѓу себе. Дијагоналите на д. се заемно нормални. Во д. може да се впише кружница.



Делтоид

Плоштината на д. е $P = d_1 d_2 / 2$, каде што d_1 и d_2 се должините на дијагоналите; исто така, $P = ab\sin\alpha$, каде што a и b се должините на нееднаквите страни, а α е аголот меѓу нив.

ДЕЛТОИДА, *в.* ДЕЛТОИДНА КРИВА.



Делтоида

ДЕЛТОИДНА КРИВА [deltoid, deltoid curve; дельтоида] *Хипоциклоида* (*в.*) со три рога (*тришилец*), уште позната и како *Штајнерова крива* или *делтоида*.

ДЕЛУМНА ИНТЕГРАЦИЈА, *в*. ИНТЕГРИРАЊЕ ПО ДЕЛОВИ.

ДЕЛУМНО ПОДРЕДЕНО МНОЖЕСТВО [partially ordered set, poset; частично упорядоченное множество] Подредено множество во кое барем два елемента не се споредливи (*в*. ПОДРЕДУВАЊЕ); исто што и *парцијално подредено множество*.

ДЕЛУМНО ПОДРЕДУВАЊЕ [partial ordering; частичное упорядочение, частичная упорядоченность], *в*. ПОДРЕДУВАЊЕ.

ДЕ МОРГАНОВИ ЗАКОНИ [De Morgan laws; де Моргана законы] Д. М.з. за две подмножества A и B од дадено множество M се:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c ,$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c ,$$

при што A^c одн. B^c е *комплементот* (*в*.) на A одн. на B во M. Овие формули важат и за која било фамилија подмножества $\{A_\alpha \mid \alpha \in I\}$ од дадено множество M:

$$(\bigcup_\alpha A_\alpha)^c = \bigcap_\alpha A_\alpha{}^c ; \quad (\bigcap_\alpha A_\alpha)^c = \bigcup_\alpha A_\alpha{}^c .$$

Во математичката логика, Д.М.з. за два искази p и q гласат:

$$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q .$$

Д.М.з. се наречени по британскиот математичар ***А. Д. Морган*** (Augustus De Morgan, 1806 – 1871), којшто ја вовел нивната формална верзија во класичната исказна логика. Познато и како *закони на Де Морган*.

ДЕСЕН КОМПЛЕКС [right coset; правый смежный класс], *в*. КОМПЛЕКС.

ДЕСЕН ЛИМЕС [limit on the right, right-hand limit; предел справа] Нека функцијата f е определена на полуинтервалот $[a, b)$, освен, можеби, во точката $x_0 \in [a,b)$ (притоа, не се исклучува случајот $x_0 = a$). Ако постои број L (се допушта L да е и некој од симболите $-\infty$, $+\infty$), таков што, за која било низа $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ што ги исполнува условите

$$x_n \in [a,b) , \ x_n > x_0 , \ \lim_{n\to\infty} x_n = x_0 ,$$

низата $f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), ...$ конвергира кон L, тогаш L се нарекува *десен лимес* и се означува

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = L \text{ или } f(x_0^+) = L .$$

Д.л. е еден од двата *еднострани лимеси* (*в*.). Познато и како: *десна граница*; *лимес оддесно*.

ДЕСЕТИЧЕН БРОЈ, *в*. ДЕКАДЕН БРОЈ.

ДЕСЕТИЧЕН БРОЕН СИСТЕМ, *в*. ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДЕСЕТИЧЕН ЛОГАРИТАМ, *в*. ДЕКАДЕН ЛОГАРИТАМ.

ДЕСЕТИЧЕН СИСТЕМ, *в*. ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДЕСЕТИЧНА ДРОПКА, *в*. ДЕЦИМАЛНА ДРОПКА.

ДЕСЕТИЧНА ЗАПИРКА, *в*. ДЕЦИМАЛНА ЗАПИРКА.

ДЕСЕТКА [ten, the number ten, decade; десяток] **1**. Поделба или групирање по десет. Така, броевите од 1 до 10 заклучно чинат прва д., тие од 11 до 20 втора д. итн.

2. Десет нешта, десет години (како целина); бројот десет. Познато и како *декада*.

ДЕСКРИПТИВНА ГЕОМЕТРИЈА, *в*. НАЦРТНА ГЕОМЕТРИЈА.

ДЕСНА ГРАНИЦА, *в*. ДЕСЕН ЛИМЕС.

ДЕТЕРМИНАНТА [determinant; определитель, детерминант] Алгебарски израз во вид на квадратна шема, составена од ист број хоризонтални и вертикални редици, чиишто елементи се броеви или функции, од кои според посебни правила се формира број или функција. На пр., д. од *втор ред* е шема од две редици и две колони, а претставува број (или функција) што се пресметува по формулата:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\,.$$

Д. од *трет ред* се преметува по формулата:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}\,.$$

Општо, д. од n*-ти ред* е збир на $n!$ собироци коишто се производи од елементите на *квадратна матрица*

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

а секој собирок е од облик

$$(-1)^{I_\alpha} a_{1\alpha_1} a_{2\alpha_2} \dots a_{n\alpha_n}\,.$$

Притоа, α се менува во множеството од сите пермутации на множеството $\{1,2,...,n\}$, а I_α е бројот на инверзиите на пермутацијата α. Д. на матрицата A се означува со

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Се користат исти називи како кај матриците: a_{ij} се **членови** (или **елементи**), хоризонталните редови се **редици**, вертикалните редови се **колони**, а n е **ред** на детерминантата.

Д. се користат при решавање на системи линеарни равенки.

ДЕФИНИЦИЈА [definition; определение, дефиниция] Во математичката логика, д. на *поим* е опис на индивидуален објект, на класа објекти, на релации или операции, со помош на некое карактеристично својство за класата објекти, а преку поими од даден систем, коишто се сметаат веќе за познати.

Д. може да биде *експлицитна* (т. е. *јавна*) или *имплицитна* (т.е. *нејавна*). **Експлицитната** д. на еден поим се искажува со реченица во која се дава содржината на тој поим, т. е. се набројуваат неговите суштински својства, со чија помош се издвојуваат објектите што ги имаат споменатите својства, и само тие објекти. Таа се состои од: **дефиниран поим** (*дефиниенд*, т. е. поимот што се дефинира), од **логичка врска** и од **дефиниравчки поим** (*дефинирач*, т.е. родовиот поим со видовите одлики). Поради тоа е наречена и: д. *преку најблискиот род и видови одлики*. *Пример*: *в.* поим.

Д. е **логички правилна**, ако: 1) обемот на дефинирачкиот поим е еднаков со обемот на дефинираниот поим; 2) во секој контекст дефинираниот поим може да се замени со дефинирачот; 3) нема логички бесмислен круг во дефиницијата (т. е. поимот што се дефинира не смее да учествува во дефинирачот ни јавно ни нејавно).

Покрај експлицитните д., постојат и *имплицитни* д. Пример на имплицитна д. е *аксиоматската* д. (*в.*).

Поимите во математиката може да се дефинираат правилно и на други начини, т.е има повеќе видови д. Покрај спомнатите (експлицитна д. и аксиоматска д.) се користат: генетичка д. и рекурзивна д.

Генетичка д. е д. во која се опишува процесот на формирање на објектот, т. е. на поимот кој се дефинира. На пр., *ūоūка* е геометриско тело коешто се добива со ротација на круг околу некој негов дијаметар.

Рекурзивна д. е д. при која се задаваат: i) почетните елементи на класата објекти што се дефинира; ii) правилата за формирање нови објекти од веќе формираните (обично, некои рекурзивни врски); iii) ограничување дека со i) и ii) се исцрпуваат сите објекти од таа класа. *Пример. Ариūмеūичка ūроīресија* може да се дефинира и вака: i) даден е број a_1; ii) дадена е врската $a_n = a_{n-1} + d$, n = 2, 3, 4, ..., каде што d е фиксиран број $\neq 0$; iii) членови на аритметичката прогресија се a_1 и секој a_n што е добиен од i) или ii), и никој друг.

ДЕФИНИЦИОНА ОБЛАСТ, **ДЕФИНИЦИОНО МНОЖЕСТВО**, *в.* ДОМЕН НА ФУНКЦИЈА.

ДЕЦИЛИОН [decillion; дециллион] Број претставен со единица и 60 нули, т. е. 10^{60} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) д. е бројот 10^{33}.

ДЕЦИМАЛА [decimal place; десятичный знак], *в.* ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДЕЦИМАЛЕН БРОЕН СИСТЕМ [decimal number system; десятичная система счисления], *в.* ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ [decimal number; десятичное число] Број запишан во обликот: цел број проследен од децимална запирка, а по неа е запишана (можно и бесконечна) низа од цифри. На пример, 0,625 и –5,222… се децимални записи на рационалните броеви $\frac{5}{8}$ и $-\frac{47}{9}$, соодветно. Целиот број пред децималната запирка се вика **цел дел**, цифрите по децималната запирка се викаат **децимали**, а сите децимали заедно се викаат **децимален дел** на бројот.

Познато и како *децимален зайис на реален број*; *в.* БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ; ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ; ДЕЦИМАЛНА ДРОПКА.

ДЕЦИМАЛЕН ЗАПИС НА РЕАЛЕН БРОЈ, *в.* ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ.

ДЕЦИМАЛЕН СИСТЕМ [decimal system; десятичная система], *в.* ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ДЕЦИМАЛНА ДРОПКА [decimal fraction; десятичная дробь] Посебен вид обична дропка, во која именителот е степен од 10 со показател природен број, т. е. број претставен (во декадниот броен систем) со единица што е следена од нули. На пример, $\frac{3}{10}, \frac{27}{10}, \frac{569}{100}, \frac{1}{10000}$ се д.д., а $\frac{7}{20}$ не е д.д.

Д.д. се запишуваат без именител, при што се користи истиот принцип како за целите броеви: вредноста на секоја цифра зависи од местото на кое стои. Во д.д. *целиоū дел* се одделува со запирка, наречена **децимална запирка**, а десно од запирката се запишува *дробниоū дел*. Така запишана, д.д. се вика **децимален број**. На пр., д.д. од горниот пример се запишуваат: 0,3; 2,7; 5,69; 0,0001, соодветно.

Цифрите од дробниот дел се викаат **децимали**. Првата децимала означува десетти делови од единицата (тие се викаат **десетинки**), втората децимала – **стотинки**, третата – **илјадинки**, итн. Познато и како: *десеūична дроūка*; *децимален број.*

ДЕЦИМАЛНА ЗАПИРКА [decimal point; десятичная запятая] Запирка во децимален запис на број во декаден броен систем, којашто се користи за да се означи местото на кое се менува вредноста од ненегативните кон негативните степени на 10. Познато и како *десетична запирка*; *в.* ДЕЦИМАЛНА ДРОПКА.

ДЕЦИМАЛНО МЕСТО [decimal place; десятичный разряд] Место на цифра по децималната запирка во децимален број.

ДИВЕРГЕНТЕН РЕД [divergent series; расходящийся ряд] Бесконечен ред чијашто низа од парцијални суми не е конвергентна; *в.* РЕД 2.

ДИВЕРГЕНТНА НИЗА [divergent sequence; расходящаяся последовательность] Низа што не е конвергентна; *в.* КОНВЕРГЕНТНА НИЗА.

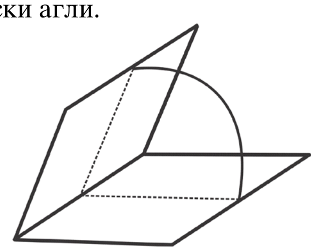
ДИВЕРГЕНЦИЈА [divergence; дивергенция] За векторско поле $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $a_i = a_i(x, y, z)$, $i = 1,2,3$, д. во точката (x, y, z) е изразот

$$\operatorname{div} \boldsymbol{a} = \frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} + \frac{\partial a_3}{\partial z};$$

тој е скаларен производ на *операторот набла* (*в.*) и векторското поле, т. е. div $\boldsymbol{a} = \nabla \boldsymbol{a}$. Д. на векторско поле е скаларно поле.

ДИЕДАР [dihedron, dihedral; двугранный угол, диэдр] Геометриска фигура формирана од две полурамнини што се ограничени од иста права; исто така, д. е делот од просторот ограничен со тие полурамнини. (Фигурата формирана од две полурамнини што се ограничени од една иста права често се нарекува **диедарска површина**.) Заедничката права се вика **раб** или **ребро** на д., а полурамнините – **ѕидови** или **страни** на д.

Аголот што се добива како пресек на д. со рамнина нормална на работ на д. се вика **линиски агол на** д. (или: *агол на* д.; *диедарски агол*). **Мера** на д. е мерата на кој било од неговите линиски агли.



Диедар

Својствата на д. се аналогни на својствата на неговите линиски агли. Така, д. е: **остар**, **прав**, **тап**, **рамен**, **конвексен**, **конкавен** – во согласност со тоа дали се такви линиските агли.

Познато и како *двоѕиден агол*.

ДИЕДАРСКИ АГОЛ [dihedral angle; линейный угол двугранного угла] исто што и *линиски агол на диедар*; *в.* ДИЕДАР.

ДИЕДРАЛНА ГРУПА [dihedral group; диэдральная группа, группа диэдра] Групата симетрии на правилен многуаголник, во која се вклучени ротациите и осните симетрии на n-аголникот. Се означува со D_n. Има $2n$-елементи.

Д.г. е генерирана од два елемента: елемент a, којшто е ротација за агол $2\pi / n$, и елемент b, којшто е осна симетрија. На пр., д.г. D_3 е групата симетрии на рамностран триаголник: $G = \{\varepsilon, \rho_1, \rho_2, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, каде што ρ_1, ρ_2 и ε се ротации за агол 120°, 240° и 360° соодветно, а $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ се симетриите во однос на страните на триаголникот. Ако $n \geq 3$, д.г. D_n е некомутативна.

Д.г. се дефинира, независно од геометрискиот пристап, и како множество $D_n = \{a_0, a_1, ..., a_{n-1}, b_0, ..., b_{n-1}\}$ на кое е дефинирана операција $*$ со:

$$a_i * a_j = a_{i+j}, \quad b_i * b_j = a_{i-j},$$

$$a_i * b_j = b_{i+j}, \quad b_i * a_j = b_{i-j},$$

со тоа што се зема $i+j-n$ наместо $i+j$ кога $i+j \geq n$, а $n+i-j$ кога $i-j<n$. Тогаш: $(D_n,*)$ е група со $2n$ елементи, со единица a_0; $a_i^{-1}=a_{n-i}$, $b_i^{-1}=b_i$, некомутативна за $n \geq 3$.

Д.г. се наjпростите примери на конечни групи. Тие играат важна улога во: теоријата на групи, геометријата и хемијата.

ДИЈАГОНАЛА [diagonal; диагональ]

1. Д. **на многуаголник** е отсечка, чиишто крајни точки се две несоседни темиња на многуаголникот. Бројот на д. во многуаголник со *n* темиња се пресметува по формулата $\frac{n(n-1)}{2}$. Во проективна геометрија, д. на многуаголник е права што минува низ две несоседни темиња.

2. Д. **на полиедар** е отсечка, чиишто крајни точки се кои било две темиња на полиедарот што не лежат на ист ѕид. Познато и како: *телесна дијагонала*; *просторна дијагонала*.

3. Д. **на детерминанта** (или **на квадратна матрица**) од *n*-ти ред е „редицата" елементи $a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn}$ или „редицата" $a_{1n}, a_{2(n-1)}, ..., a_{n1}$. Д. на која лежат елементите $a_{11}, a_{22}, ..., a_{nn}$ се вика **главна** д., а д. на која лежат елементите $a_{1n}, a_{2(n-1)}, ..., a_{n1}$ се вика **споредна** д.

ДИЈАГОНАЛА ВО МНОЖЕСТВО [diagonal, diagonal set; диагональ в множестве] За кое било множество *A*, подмножеството $\Delta = \{(x, x) \mid x \in A\}$ од $A \times A$; *в*. и РЕЛАЦИЈА.

ДИЈАГОНАЛНА МАТРИЦА [diagonal matrix; диагональная матрица] Квадратна матрица $[a_{ij}]$ во која сите елементи што се надвор од главната дијагонала се нули, т. е. $a_{ij}=0$ ако $i \neq j$. Елементите што се на главната дијагонала, наречени **дијагонални елементи**, може да се различни од нула, но може да бидат и нули.

Д.м. при која дијагоналните елементи се еднакви меѓу себе се вика **скаларна матрица**. На пр., единичната матрица и нултата матрица се скаларни матрици.

ДИЈАГОНАЛНА РЕЛАЦИЈА [diagonal, relation of equality; отношение равенства, единичное бинарное отношение] Бинарна релација во множество A, со ознака Δ_A, дефинирана со $\Delta_A = \{(x,x) \mid x \in A\}$. Познато и како: *дијагонала во множество*; *релација на равенство*; *в*. и РЕЛАЦИЈА.

ДИЈАГРАМ [diagram; диаграмма] Цртеж што прикажува одредени податоци или прикажува зависност меѓу разгледувани величини. Најчесто се користи **столбест** (*правоаголен*) д. Висината на столбовите ја покажува фреквенцијата на секој од разгледуваните настани. Столбест д. има елементи на правоаголен координатен систем и е „близок" до *хистограм*. Столбестиот д. се користи главно за дискретни обележја.

Често се употребува и **секторски** (*кружен*) д. Во него, кружните сектори се земаат пропорционално на величините што се разгледуваат. Секторскиот д. има елементи на поларен координатен систем.

ДИЈАМЕТАР [diameter; диаметр] **1**. Д. **на кружница** (**сфера**). Отсечка што минува низ центарот на *кружница* (сфера), а нејзините крајни точки лежат на *кружницата* (*в*.) (одн. на сферата). Таквата отсечка е д. и на **кругот** (**топката**) чијашто периферија е таа кружница (таа сфера). И должината на таквата отсечка се вика д. Познато и како *пречник*.

2. Д. **на конусен пресек**. Права што минува низ средините на сите тетиви на конусниот пресек што се паралелни на дадена тетива. Кој било конусен пресек има бесконечно многу д. За д. се вели дека е **спрегнат** д. со тетивите низ чиишто средини минува. Д. на елипса и хипербола минуваат низ нивниот центар. Д. на парабола се: нејзината оска и правите паралелни со оската.

3. Д. **на множество точки** (во метрички простор) е супремумот од растојанијата меѓу паровите точки на тоа множество. *Примери*. 1) Д. на квадрат (како множество точки) е која било негова дијагонала. 2) Д. на триаголник (како множество точки) е неговата најдолга страна. 3) Д. на прав кружен конус (како множество точки) се неговите генератриси.

ДИМЕНЗИЈА [dimension; размерность] **1**. Д. на *објект* (т. е. на *геометриска фигура*) е бројот на независни параметри или координати што се неопходни да се определи положбата на која било негова точка. Д. на објект се вика и **димензионалност** на објектот. На пр.: д. на точка е 0; д. на отсечка е 1 (нејзината должина), д. на правоаголник е 2 (должина и ширина); д. на правоаголен паралелопипед е 3 (должина, ширина и висина).

2. Д. на *векторски простор* е кардиналниот број на множеството вектори од неговата база; *в*. ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР.

3. Во *топологијата*, д. е која било од многуте можни различни тополошки инваријантни мери на големината на тополошки простор. Разни дефиниции на *димензија* вклучуваат, т.н.: хомолошка д., кохомолошка д., Лебегова д. и др.

ДИМЕНЗИЈА НА ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР [dimension of a vector space; размерность векторного пространства], *в*. ДИМЕНЗИЈА 2.

ДИМЕНЗИОНАЛНОСТ НА ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА [dimensionality of a geometric figure; размерность геометрической фигуры] Бројот на димензии на фигурата; *в*. ДИМЕНЗИЈА 1.

ДИНАМИЧКО ПРОГРАМИРАЊЕ [dinamic programming; динамическое программирование] Област од математиката, посветен на теоријата и методите за решавање повеќестепени проблеми на оптимизација. Под *повеќестепеност* се подразбира разбивање на проблемот на редица последователни етапи (чекори), коишто одговараат, по правило, на различни временски моменти и имаат само по една променлива.

ДИОФАНТ [Diophantus; Диофант] (ок. 250 год.), александриски математичар. Во својот основен труд „Аритметика“ тој ги разгледувал линеарните и квадратните равенки со целобројни коефициенти чиишто решенија се рационални броеви.

ДИОФАНТОВА АНАЛИЗА [diophantine analysis; диофантов анализ] Раздел од теоријата на броеви, во кој се изучува решавањето на алгебарски равенки или системи алгебарски равенки со целобројни коефициенти, во множеството на целите броеви.

ДИОФАНТОВИ РАВЕНКИ [diophantine equations; диофантовы уравнения] Алгебарски равенки или системи алгебарски равенки со повеќе од една непозната и со целобројни коефициенти за кои се бараат целобројни решенија. Обично се претпоставува дека Д.р. имаат поголем број непознати отколку бројот на равенките, па во таа смисла, д.р. се викаат и **неопределени равенки**.

Примери. 1) Д.р. $ax+by=1$, каде што a и b се заемно прости броеви, има безброј многу целобројни решенија: $x=x_0+bk$, $y=y_0-ak$, каде што (x_0,y_0) е кое било решение, а k е кој било цел број. 2) Д.р. $x^2+y^2=z^2$ има целобројни решенија наречени *Питагорови тројки*, на пр. (3, 4, 5), (5,12,13). 3) Д.р. $x^n+y^n=z^n$, за $n\geq 3$, нема целобројни решенија; *в.* ПОСЛЕДНАТА ТЕОРЕМА НА ФЕРМА.

ДИРАКОВА ДЕЛТА-ФУНКЦИЈА *в.* ДЕЛТА-ФУНКЦИЈА.

ДИРЕКТЕН ДОКАЗ [direct proof; прямое доказательство] Расудување со кое се установува вистинитоста на едно тврдење со директно користење на претпоставките. Има два вида д.д.: *аналитичен* и *синтетичен доказ* (*в.*).

ДИРЕКТЕН ПРОИЗВОД [direct product; прямое произведение] Една од основните општоматематички конструкции. Идејата му припаѓа на Р. Декарт – затоа д.п. се вика и *Декартов производ*.

Д.п. на две множества A и B е множеството $A\times B$ од сите подредени парови (x,y) такви што $x\in A$, $y\in B$.

Ако на секое од множествата A и B се дефинирани операции: собирање, множење, множење со скалар λ, тогаш истите операции може да се дефинираат и на $A\times B$, соодветно со:

$$(x_1,y_1)+(x_2,y_2)=(x_1+x_2,y_1+y_2)$$

$$(x_1,y_1)\cdot(x_2,y_2)=(x_1\cdot x_2,y_1\cdot y_2)$$

$$\lambda(x,y)=(\lambda x,\lambda y).$$

Ако A и B се групи, прстени, векторски простори над исто поле, тогаш и $A\times B$ е група, прстен, векторски простор, соодветно. Истото важи и за д.п. од повеќе множества. Познато и како *Декартов производ*.

ДИРЕКТНА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ, *в.* ПРАВА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ**.**

ДИРЕКТНА СУМА [direct sum; прямая сумма] Конструкција, широко користена во математички структури, како во: векторски простори, модули, прстени, Абелови групи и др.

Д.с. на два објекта A и B се означува: $A\oplus B$, а на произволно множество објекти $A_i, i\in I$ – како $\oplus_{i\in I}A_i$. Притоа, секој A_i се вика **директен собирок**. На пр., за еден векторски простор X се вели дека е д.с. на своите потпростори $A_1, A_2,\ldots, A_n$,

$$X=A_1\oplus A_2\oplus\ldots\oplus A_n,$$

ако секој вектор $x\in X$ може да се претстави во обликот

$$x=a_1+a_2+\ldots+a_n,\quad a_i\in A_i,$$

и, притоа, на единствен начин.

ДИРЕКТНО ПРОПОРЦИОНАЛНИ ВЕЛИЧИНИ, *в.* ПРАВОПРОПОРЦИОНАЛНИ ВЕЛИЧИНИ.

ДИРЕКТРИСА [directrix; директриса] **1**. Права што лежи во рамнината на конусен пресек (елипса, хипербола или парабола) и го има својството: односот на растојанието од која било точка на кривата до фокусот на кривата и растојанието од таа точка до правата е константа (наречена *ексцентрицитет*).

2. Крива, низ која минува правата, наречена *генератриса*, којашто генерира дадена праволиниска површина, на пр., цилиндрична или конусна.

ДИРИХЛЕОВА ТЕОРЕМА [Dirichlet theorem; Дирихле теорема] Теоремата која гласи: „ако a и d се природни заемно прости броеви, тогаш постојат бесконечно многу прости броеви коишто се членови на аритметичката прогресија со прв член a и разлика d, т. е. се од обликот $a+nd$, каде што n е природен број".

ДИРИХЛЕОВ ПРИНЦИП „за кутии", *в.* ПРИНЦИП НА ДИРИХЛЕ.

ДИРИХЛЕ, Петер Густав Лежен [Peter Gustav Lejeune Dirichlet; Петер Густав Лежен Дирихле] (1805 – 1859), германски математичар од француско потекло. Дал голем придонес во теоријата на редовите, теоријата на броевите и варијационото сметање.

ДИСЈУНКТНИ МНОЖЕСТВА [disjoint sets; непересекающиеся множества] Множества што немаат заеднички елементи; на пр., $\{1, 2\}$ и $\{p, q, r\}$ се д.м.

ДИСЈУНКЦИЈА [disjunction; дизъюнкция] Логичка операција (ознака: $\vee$) со која од два дадени искази p и q се формира нов исказ $p \vee q$ (се чита: „*p или q*") и се смета за вистинит кога барем еден од исказите p, q е вистинит, а невистинит кога двата исказа p, q се невистинити; *в.* ЛОГИЧКА ОПЕРАЦИЈА. И самиот исказ $p \vee q$ се вика **дисјункција** (на исказите p, q).

Операцијата $\vee$ во Булова алгебра се вика **логичко собирање**. Оваа д. се вика и **вклучителна** (т. е. **инклузивна**) д., за разликување од *исклучната* д. (*в.*).

p	q	$p \vee q$
⊤	⊤	⊤
⊤	⊥	⊤
⊥	⊤	⊤
⊥	⊥	⊥

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА [discrete mathematics; дискретная математика], *в.* КОНЕЧНА МАТЕМАТИКА.

ДИСКРЕТНА СЛУЧАЈНА ПРОМЕНЛИВА [discrete random variable; дискретная случайная величина] За една *случајна променлива X* (*в.*) се вели дека е *дискретна*, ако прима вредности од некое конечно множество броеви $x_1, x_2, ..., x_n$, одн. пребројливо множество броеви $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ и, притоа, важи:

$$\sum_{i=1}^{n} p(X = x_i) = 1, \text{ одн. } \sum_{i=1}^{\infty} p(X = x_i) = 1.$$

(Да забележиме дека не мора да е „дискретно" сѐ што е „пребројливо". Така, на пр., множеството рационални броеви од кој било интервал е пребројливо, но не е дискретно, бидејќи меѓу кои било два рационални броја постои рационален број.)

За д.с.п., *законот на распределба на веројатности* е целосно определен со задавање на нејзините вредности и соодветните веројатности

$$\begin{matrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n & \cdots \\ p_1 & p_2 & \cdots & p_n & \cdots \end{matrix}$$

каде што $p_i = P(X = x_i)$.

Функцијата на распределба на случајни променливи во овој случај е скалеста, со скокови во точките $x_1, x_2, ..., x_n, ...$, еднакви на p_i. За случајна променлива со конечен број вредности, функцијата $F(x)$ на распределба го има обликот:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ за } x < x_1 \\ \sum\limits_{1 \le i < k-1} p_i \text{ за } x_{k-1} \le x < x_k \\ 1 \text{ за } x \ge x_n \end{cases}$$

Сите веројатносни информации за случајната променлива X се сумирани во нејзиниот закон на распределба на веројатности и, следствено, во нејзината функција на распределба.

Некои д.с.п. и нивните закони на распределба се јавуваат во практиката често. Тоа се: *биномна распределба* (*в.*), *Поасонова распределба* (*в.*), *геометриска распределба* (*в.*), хипергеометриска распределба и др.

ДИСКРЕТНО МНОЖЕСТВО [discrete set; дискретное множество, множество изолированных точек] Множество што нема точки на натрупување, т. е. секоја точка има околина којашто не содржи други точки од множеството (т. е. д.м. е **множество од изолирани точки**). На пр., множеството од целите броеви е д.м., а од рационалните броеви не е д.м.

ДИСКРИМИНАНТА [discriminant; дискриминант] **1**. Д. *на триномот* ax^2+bx+c ($a\neq 0$) е бројот b^2-4ac.

2. Д. *на полиномот* x^3+px+q (чии корени се пресметуваат со *Кардановата формула*) е бројот $-27q^2-4p^3$.

3. Општо, *за полиномната равенка* $a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n=0$, со $a_0\neq 0$, чиишто корени се $\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n$, д. е производот: $a_0^{2n-2}\cdot\prod_{n\geq i>j\geq 1}(\alpha_i-\alpha_j)^2$.

Д. е нула ако и само ако равенката има повеќекратни (двократни, трикратни, ...) корени.

ДИСПЕРЗИЈА [variance; дисперсия] Во *теоријата на веројатност*, д. е мерата на отстапување на случајната величина X од нејзиното *математичко очекување* (*в.*) EX, т. е. д. е бројот DX определен со:

$$DX=E(X-EX)^2.$$

Д. може да се изрази и со формулата

$$DX=EX^2-(EX)^2.$$

Дисперзијата често се означува со σ^2. Буквата σ се користи за означување на квадратниот корен од дисперзијата, т. е. $\sigma=\sqrt{DX}$, се нарекува и *стандардна девијација*.

Познато и како: *средно квадратно отстапување*; *варијанса*.

ДИСТРИБУТИВЕН ЗАКОН [distributive law; закон дистрибутивности] Закон со кој се сврзани две бинарни алгебарски операции, дефинирани на едно исто множество. Ако едната ја замислиме како множење ($\cdot$), а другата како собирање (+), тогаш д.з. на ($\cdot$) во однос на (+) има вид:

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c. \qquad (1)$$

Бидејќи множењето може да не е комутативно, покрај наведениот д.з. (1), наречен **лев** д.з., се разгледува и **десен** д.з.:

$$(b+c)\cdot a=b\cdot a+c\cdot a. \qquad (2)$$

За случајот (1) се вели: „множењето е дистрибутивно во однос на собирањето *одлево*“, а за (2) „– *оддесно*“. Реченицата: „множењето е дистрибутивно во однос на собирањето“ значи дека се исполнети и (1) и (2).

Примери. 1) За броеви, множењето е дистрибутивно во однос на собирањето; но, собирањето не е дистрибутивно во однос на множењето.

2) Делењето на броеви е дистрибутивно спрема собирањето *оддесно*, $(a+b):c=a:c+b:c$, но *не и одлево*, т.е. $c:(a+b)\neq c:a+c:b$ $(c\neq 0)$.

3) За множества, операцијата $\cap$ (пресек) е дистрибутивна во однос на операцијата $\cup$ (унија), а и обратно:

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C),$$

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C).$$

Познато и како *распределител закон.*

ДИСТРИБУТИВНОСТ [distributivity; дистрибутивность, распределительность] Својство на пар бинарни алгебарски операции, изразено со *дистрибутивен закон* (*в.*).

ДИСТРИБУЦИЈА [distribution; распределение] Збор, со потекло од латинскиот јазик, којшто означува *распределба*, *распространување* или *распоредување* на некакви објекти. Се користи како термин или составен дел од термин во повеќе научни области, како: математика, електротехника, економија и др.

На пример: во веројатност и статистика, д. е друг назив за *расӣределба*; во функционална анализа, д. е друг назив за *обоӣшѿена функција*; во електротехника – д. на електрична снага; во економија – д. на приход или резултат на меѓудејство меѓу поединци или фактори на производство; во лингвистика – д. на лингвистички елементи. *В*. ОБОПШТЕНА ФУНКЦИЈА; РАСПРЕДЕЛБА; РАСПРЕДЕЛБА НА ВЕРОЈАТНОСТИ; ФУНКЦИЈА НА РАСПРЕДЕЛБА.

ДИФЕРЕНЦИЈА, *в*. РАЗЛИКА.

ДИФЕРЕНЦИЈАБИЛНА ФУНКЦИЈА [differentiable function; дифференцируемая функция] **1**. За една реална функција, $y = f(x)$, дефинирана на интервалот (a,b), се вели дека е д.ф. *во дадена ѿочка* $x_0 \in (a,b)$, ако постојат:

i) функција $\alpha = \alpha(\Delta x)$ со својството
$$\lim_{\Delta x \to 0} \alpha(\Delta x) = 0 \quad \text{и} \quad \alpha(0) = 0;$$

ii) константа A, такви што за *нараснувањеѿо* $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ важи равенството
$$\Delta y = A\Delta x + \alpha\Delta x. \qquad (1)$$

Ако $y = f(x)$ е диференцијабилна во точката x_0, тогаш од (1) следува дека $A = f'(x_0)$. Според тоа, $f(x)$ е д.ф. во точката x_0 ако и само ако има *извод* во x_0. За $f(x)$ се вели дека е д.ф. *на множесѿво D* ако има извод во секоја точка од D.

2. За една *функција од два арѓуменѿа*, $z = f(x,y)$, определена во некоја отворена област D, се вели дека е д.ф. во точката (x_0, y_0) од D, ако нараснувањето
$$\Delta z = f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$$
во точката (x_0, y_0) има облик
$$\Delta z = A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y, \qquad (2)$$
каде што A и B се константи, а $\alpha = \alpha(\Delta x, \Delta y)$ и $\beta = \beta(\Delta x, \Delta y)$ се функции што се стремат кон нула кога $\Delta x \to 0$, $\Delta y \to 0$.

Ако $z = f(x,y)$ е д.ф. во (x_0, y_0), тогаш постојат парцијалните изводи f_x и f_y во таа точка, при што релацијата (2) е можна само за
$$A = f_x(x_0, y_0), \; B = f_y(x_0, y_0).$$
Според тоа, $f(x,y)$ е д.ф. во точката (x_0, y_0) ако постојат парцијалните изводи $f_x = \dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $f_y = \dfrac{\partial z}{\partial y}$ во таа точка и Δz може да се претстави во вид
$$\Delta z = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y, \; (3)$$
каде што α и β се стремат кон нула кога Δx и Δy се стремат кон нула.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛ [differential; дифференциал] **1**. Ако една функција $y(x)$ е дефинирана во интервал (a,b) и има извод во дадена точка x_0 од тој интервал, тогаш е точно равенството
$$\Delta y = y'(x_0)\Delta x + \alpha\,\Delta x \qquad (1)$$
(познато како **формула за конечно нараснување** на $y(x)$ во точката x_0) за секој Δx таков што $x_0 + \Delta x \in (a,b)$. Производот $y'(x_0)\Delta x$ е **главна вредност** на нараснувањето Δy и се вика **диференцијал** на $y(x)$ во точката x_0; се означува со dy. Поради $dx = \Delta x$, обично се пишува
$$dy = y'(x_0)\,dx. \qquad (2)$$

Ако функцијата $y = y(x)$ има извод од n-ти ред (ознака: $y^{(n)}$), тогаш **диференцијал од *n*-ти ред** на y (ознака: $d^n y$) се дефинира со формулата

$$d^n y = y^{(n)} dx^n \,. \qquad (3)$$

2. За *диференцијабилна функција* (*в.*) $z = f(x, y)$ во точка (x_0, y_0), изразот

$$f_x(x_0, y_0) \cdot \Delta x + f_y(x_0, y_0) \cdot \Delta y \,, \qquad (4)$$

т. е. $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \Delta y$, е **главна вредност на нараснувањето** Δz и се вика **диференцијал** на функцијата $z = f(x, y)$; се означува со dz. Поради $dx = \Delta x$ и $dy = \Delta y$, диференцијалот dz има облик

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy \,. \qquad (5)$$

Диференцијалот *dz* се вика и **тотален** (или **потполн**) диференцијал, за разлика од **парцијалните диференцијали** коишто се определуваат со:

$$d_x z = \frac{\partial z}{\partial x} dx \,, \quad d_y z = \frac{\partial z}{\partial y} dy \,.$$

Аналогно се дефинира диференцијал на функција со повеќе од две независнопроменливи.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛЕН БИНОМ, *в.* БИНОМЕН ДИФЕРЕНЦИЈАЛ.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛЕН ОПЕРАТОР [differential operator; дифференциальный оператор] Оператор на простор од функции, којшто пресликува една функција *f* во линеарна комбинација од изводи на *f* што имаат повисок ред. Пример: *операторот набла* (*в.*).

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА ГЕОМЕТРИЈА [differential geometry; дифференциальная геометрия] Д.г. е математичка дисциплина која изучува геометриски облици (криви, површини и нивни фамилии) со помош на техники од диференцијалното и интегралното сметање.

Централни поими во д.г. се: кривина и торзија на крива, искривување на површина, прва и втора основна форма на површина.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА [differetial equation; дифференциальное уравнение] Равенка што содржи непозната (т. е. барана) функција од една или од повеќе независнопроменливи и нејзини изводи од произволен ред. Редот на највисокиот извод на непознатата функција се вика **ред** на д.р. Д.р. се делат на: *обични* и *парцијални* д.р.

Д.р. се вика **обична** д.р., ако непознатата е функција од една променлива, $y = y(x)$. Од нив, наједноставни се д.р. **од прв ред**, т. е. д.р од видот

$$F(x, y, y') = 0 \,. \qquad (1)$$

Тие понекогаш може да се сведат на:

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0 \,,$$

или, поспецијално, на д.р.

$$dy = f(x, y)\, dx \,, \text{ т. е. } \; y' = f(x, y) \,.$$

Една функција $\varphi(x)$ се вика **решение** на д.р. (1) од прв ред во некој интервал, ако таа е дефинирана и диференцијабилна на тој интервал, а равенката (1) станува идентитет кога *y* и *y*' се заменат со φ и φ' соодветно.

Општо решение (или **општ интеграл**) на дадена д.р. од прв ред е функција со една произволна константа *C*, $y = \varphi(x, C)$, или во имплицитен вид $\Phi(x, y, C) = 0$, којашто идентично ја задоволува (т. е. е решение на) дадената д.р. за сите вредности на константата *C* од некое бесконечно множество реални броеви.

Многу д.р. од прв ред, со алгебарски трансформации, може да се доведат во вид $P(x)\,dx + Q(y)\,dy = 0$, т. е. $Q(y)\,dy = -P(x)\,dx$; таквите равенки се викаат **сепарабилни** д.р. или д.р. **со раздвојливи променливи**. Нивното општо решение може да се добие со директно интегрирање.

Во теоријата на обичните д.р. се изучуваат и д.р. **од повисок ред**:

$$F(x, y, y', y'', ..., y^{(n-1)}, y^{(n)}) = 0\,, \quad (2)$$

а и системи д.р.

Решавањето на обични д.р. во „конечен вид“ најчесто не е можно; затоа широко се применуваат приближни методи: разложување во ред, метод на конечни разлики и др.

Равенка што содржи парцијални изводи од некоја функција u од два или повеќе аргументи, при што непозната во равенката е функцијата u, се вика **парцијална** д.р. Редот на највисокиот парцијален извод во равенката се вика **ред** на таа парцијална д.р. На пример:

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = u, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^3 - xy = 0$$

се парцијални д.р. од прв ред по непознатата функција $u = u(x, y)$, а

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

е парцијална д.р. од втор ред по непознатата функција $u = u(x, y, z)$.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНО И ИНТЕГРАЛНО СМЕТАЊЕ [calculus; дифференциальное и интегральное исчисление] Гранка од математиката што се занимава со *диференцирање* (*в.*), *интегрирање* (*в.*) и сродни теми.

ДИФЕРЕНЦИЈАЛНО СМЕТАЊЕ [differential calculus; дифференциальное исчисление] Област од математиката во која се изучуваат изводи и диференцијали и нивни примени.

Централни поими на д.с. се поимите *извод* и *диференцијал*, коишто од своја страна се сврзани со поимот лимес на низа, лимес на функција или со бескрајно мала величина. Познавањето на изводот на функцијата овозможува да се каже за неа каде расте или опаѓа, каде има точки на максимум, минимум или превој. Тие поими се применуваат и при изучувањето на функции од повеќе променливи.

Првите обиди во создавањето на д.с. потекнуваат од Р. Декарт, П. Ферма и др. во 17. век, а неговото заокружување е направено во работите на И. Њутон и Г. Лајбниц.

ДИФЕРЕНЦИРАЊЕ [differentiation; дифференцирование, отыскание производной] Постапка за наоѓање извод на дадена функција. Со други зборови, д. е операција, којашто на дадена функција од една променлива ѝ го придружува нејзиниот извод или диференцијал (во точка или на множество), односно на функција од повеќе променливи ѝ придружува парцијални изводи, извод во дадена насока или тотален диференцијал.

ДИФЕРЕНЦНА РАВЕНКА [difference equation; разностное уравнение] Равенка што содржи конечни разлики на бараната функција.

Нека $y(n) = y_n$ е функција од целоброен аргумент $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Симболот Δy_n, со значење

$$\Delta y_n = y_{n+1} - y_n\,,$$

се вика **конечна разлика од прв ред** на функцијата $y(n)$ во точката n, а

$$\Delta^{m+1} y_n = \Delta(\Delta^m y_n)\,, m = 1, 2, \ldots,$$

– **конечна разлика од** $(m+1)$-**ред**; притоа, $\Delta^1 y_n = \Delta y_n$. Изразот $\Delta^m y_n$ ги содржи вредностите на функцијата y во точките: m + 1, n, n+1,…, n+m. Важи формулата

$$\Delta^m y_n = \textstyle\sum_{k=0}^{m} (-1)^{m-k} \binom{m}{k} y_{n+k}\,. \quad (1)$$

Д.р. се вика равенка од видот

$$F(n;\, y_n, \Delta y_n, ..., \Delta^m y_n) = 0\,, \quad (2)$$

каде што F е дадена функција и y е непозната (т. е. барана) функција. Ако конечните разлики што се јавуваат во (2) се заменат со нивните изрази преку вредностите на бараната функција со помош на формулата (1), тогаш д.р. (2) може да се напише во обликот

$$F(n\,;\, y_n,\, y_{n+1}, ..., y_{n+m}) = 0\,. \quad (3)$$

Познато и како: *разликовна равенка*; *равенка во конечни разлики*.

ДЈЕДОНЕ, Жан [Jean Alexandre Eugène Dieudonné; Жан Александр Эжен Дьёдонне] (1906 – 1992), еден од највистакнатите француски математичари на дваесеттиот век (*в.* БУРБАКИ). Дал значаен придонес во функционалната анализа, тополоgијата и алгебрата.

ДОБРО ПОДРЕДЕНО МНОЖЕСТВО [well-ordered set; вполне упорядоченное множество] *Линеарно подредено множество* (*в.*) во кое секое негово непразно подмножество има најмал елемент. На пр., множеството природни броеви, со своето природно подредување е д.п.м. Множеството $\mathbb{Z}$ на целите броеви нема најмал елемент, па е пример на множество што не е д.п.м. и множеството на реалните броеви е линеарно подредено, но не е и д.п.м. (зашто, на пр., множеството реални броеви поголеми од 2 нема најмал елемент).

ДОВЕДУВАЊЕ ДО АПСУРД, *в.* СВЕДУВАЊЕ НА ПРОТИВРЕЧНОСТ.

ДОВОЛЕН УСЛОВ [sufficient condition; достаточное условие] Д.у. за исполнување на некое точно тврдење се вика услов, од кој следува дека тоа тврдење задолжително е вистинито. На пример, условот *A*: „Бројот *n* завршува со 0" е д.у. за да е точно тврдењето *B*: „Бројот *n* е делив со 5".

Теоремата: „Ако бројот *n* завршува со 0, тогаш тој е делив со 5", со помош на терминот д.у. може да се искаже вака: „Доволен услов за бројот *n* да биде делив со 5 е тој број да завршува со 0". (Во овој случај, условот *A* е доволен, но не е неопходен за *B*, зашто има и други броеви што се деливи со 5, а не завршуваат со 0.)

Општо, за теорема искажана во условна форма: „Ако *p*, тогаш *q*", т. е. во вид на импликација: $p \Rightarrow q$, точноста на претпоставката *p* е д.у. за точноста на заклучокот *q*. Кратко речено: *p* е д.у. за *q* (а *q* – *потребен услов* за *p*).

Д.у. е едно од најважните поими во математиката и често се среќава во формулациите на теореми заедно со поимот *потребен услов*; в. УСЛОВ.

ДОДЕКАЕДАР [dodekahedron; двенадцатигранник] Полиедар што има дванаесет ѕидови. Ѕидовите на **правилен додекаедар** се правилни петаголници.

ДОКАЗ [proof; доказательство] Расудување што има за цел да ја утврди вистинитоста (или лажноста) на некое тврдење (наречено *теза*) со помош на други тврдења (наречени *аргументи* или *факти*) што се признати за вистинити.

Д. на математичко тврдење може да се изведе, во строга смисла, само во рамките на формален *аксиоматски систем* (*в.* ФОРМАЛНА ТЕОРИЈА). Да се докаже едно математичко тврдење значи да се установи точноста на тоа тврдење врз основа на други тврдења, чија точност е претходно установена, со користење соодветни логички средства на докажување, т.е. правила на изведување заклучоци.

Методите на докажување теореми, според начинот на водењето на доказот се *директни* или *индиректни*, а според формата на заклучувањето се *дедуктивни* или *индуктивни*.

Еден метод на докажување теорема $A \Rightarrow B$ се вика **директен метод**, ако заклучокот *B* се изведува со директно користење на претпоставките *A*.

Директниот метод може да биде: **со напредување** (т. е. **синтетичен доказ**, *в.*) – метод при кој се тргнува од претпоставките и се стигнува до заклучокот; **со враќање** (т. е. **аналитичен доказ**, *в.*) – метод при кој се тргнува од заклучокот и се стигнува до претпоставките.

Еден метод на докажување теорема $A \Rightarrow B$ се вика **индиректен метод**, ако нејзината вистинитост се установува посредно, преку докажување на вистинитоста на друго математичко тврдење коешто е еквивалентно со $A \Rightarrow B$. Вистинитоста на заклучокот B со индиректен метод се установува најчесто преку докажување на лажноста на тврдењето $\neg B$ (спротивното тврдење на B), т. е. со $\neg B \Rightarrow \neg A$. Поради тоа, тој метод се вика и: **доказ од спротивното**, **доказ со доведување до противречност**. Доказот од спротивното се базира на *законот на исклучено трето* (*в.*).

Дедуктивните докази се спроведуваат само со примена на логички закони, а **идуктивните докази** се добиваат како резултат од примената на потполна индукција или на математичка индукција.

ДОКАЗ ОД СПРОТИВНОТО [proof by contradiction; доказательство от противного], *в.* СВЕДУВАЊЕ НА ПРОТИВРЕЧНОСТ.

ДОКАЗ СО ДОВЕДУВАЊЕ ДО ПРОТИВРЕЧНОСТ [reductio ad absurdum proof; доказательство от противного], *в.* СВЕДУВАЊЕ НА ПРОТИВРЕЧНОСТ.

ДОЛЕН ЛИМЕС, исто што и *лимес инфериор* (*в.*).

ДОЛЖИНА [length; длина] Бројна карактеристика на крива во метрички простор; *в.* ДОЛЖИНА НА: ОТСЕЧКА, ИСКРШЕНА ЛИНИЈА, КРУЖНИЦА, КРИВА.

ДОЛЖИНА НА ВЕКТОР [length of a vector; длина вектора] Во рамнина и во простор – должината на насочената отсечка со која е определен векторот. Во $\mathbb{R}^3$, д.н.в. $\boldsymbol{v} = (x_1, x_2, x_3)$ е

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\ .$$

Познато и како: *интензитет*; *модул*; *норма*; *апсолутна вредност* (*на вектор*).

ДОЛЖИНА НА ИСКРШЕНА ЛИНИЈА [length of a broken line; длина ломанной] Збирот од должините на страните на искршената линија.

ДОЛЖИНА НА КРИВА [length of a curve; длина кривой] Должина на *лак* на крива е супремумот од збирот на должините на искршените линии впишани во тој лак.

Должината s на *рамнинска крива*, зададена во правоаголни координати со равенката $y = f(x)$, $a \le x \le b$, при што функцијата $f(x)$ има непрекинат извод $f'(x)$ во сегментот $[a, b]$, се пресметува со определениот интеграл

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx\ .$$

Ако кривата е зададена во параметарска форма

$$x = x(t),\ \ y = y(t)\ ,\ \alpha \le t \le \beta\ ,$$

тогаш д.н.к. е

$$s = \int_\alpha^\beta \sqrt{x'^2 + y'^2}\, dt\ .$$

Должината на лак од *просторна крива*, зададена во параметарска форма

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t),\ \ \alpha \le t \le \beta\ ,$$

се пресметува со формулата

$$s = \int_\alpha^\beta \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}\, dt\ .$$

ДОЛЖИНА НА КРУЖНИЦА [length of a circle; длина окружности], исто што и *периметар на кружница*.

ДОЛЖИНА НА ОТСЕЧКА [length of a segment; длина отрезка] Растојанието меѓу краевите на отсечката, измерено со помош на некоја отсечка, земена за единица.

ДОЛНА ГРАНИЦА, *в.* ДОЛНА МЕЃА.

ДОЛНА ГРАНИЦА НА ИНТЕГРИРАЊЕ [lower limit of integration; нижний предел интегрирования], *в.* ИНТЕГРАЛ.

ДОЛНА МЕЃА [lower bound; нижняя грань] **1**. Д.м. *на подмножество A* од едно подредено множество S (на пр., множеството реални броеви) е елемент од S којшто е помал или еднаков од секој елемент од A. Д.м. се вика и **минорант**. За A се вели дека е **минорирано множество**, ако постои минорант на A во S.

2. Д.м. *на низа* (a_n) од реални броеви е реален број d, таков што $d \leq a_n$ за секој $n = 1,2,\ldots$ Бројот d се вика и **минорант**, а (a_n) – **минорирана низа** ако таа има барем еден минорант; *в.* ОГРАНИЧЕНА НИЗА.

3. Д.м. *на реална функција* f е реален број d, таков што $d \leq f(x)$ за секој x од доменот на f.

Познато и како *долна граница*.

ДОМЕН [domain; область] **1**. Непразно отворено сврзано множество во евклидски простор; познато и како: *отворена област*; *област*.

2. За *пресликување/функција*, *в.* ДОМЕН НА ПРЕСЛИКУВАЊЕ/ФУНКЦИЈА.

3. За *бинарна релација* α меѓу две множества A и B, д. е подмножеството D_α елементи од A, со својството: за секој $x \in D_\alpha$, постои барем еден елемент $y \in B$, така што $(x, y) \in \alpha$.

4. Скратен назив за *интегрален домен* (*в.*).

ДОМЕН НА ПРЕСЛИКУВАЊЕ [domain of a map; область определения отображения] За пресликувањето $f : A \to B$, тоа е множеството A; *в.* и ДОМЕН НА ФУНКЦИЈА.

ДОМЕН НА ФУНКЦИЈА [domain of a function; область определения функции] Множеството од сите можни вредности на независнопроменливата на дадената функција.

На пример, д.н.ф. $f(x) = \sqrt{x}$ е множеството од сите реални броеви $x \geq 0$, а за $f(x) = \sin x$ д.н.ф. е множеството од сите реални броеви. Познато и како: *дефиниционо множество*; *дефинициона област*; *област на дефинираност* (*на функција*).

ДОПИР [touch; касание, соприкосновение] Геометриски поим, којшто означува дека две криви (или: крива и површина), во заедничка точка, имаат заедничка тангента или две површини имаат заедничка тангентна рамнина. *Ред* на д. е карактеристика на „блискоста“ на двете криви (на крива и површина, или на две површини) во околина на нивната заедничка точка. Познато и како *допирна точка*.

ДОПИРКА, **ДОПИРНА ПРАВА**, *в.* ТАНГЕНТА.

ДОПИРНА РАМНИНА НА КРИВА, *в.* ОСКУЛАТОРНА РАМНИНА.

ДОПИРНА ТОЧКА, *в.* ДОПИР.

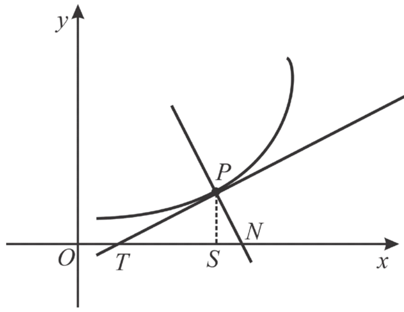
ДОПИРНИ КОЛИЧИНИ [length of tangent, length of subtangent, length of normal, length of subnormal; длина отрезка касательной, длина подкасательной, длина отрезка нормали, длина поднормали] Ако функцијата $f(x)$ е диференцијабилна за $x = x_0$, тогаш кривата $y = f(x)$ во точката $P(x_0, y_0)$, $y_0 = f(x_0)$, има тангента определена со равенката

$$y - y_0 = y_0'(x - x_0)\,,$$

$y'_0 = f'(x_0)$, и нормала определена со равенката

$$y - y_0 = -\frac{1}{y_0'}(x - x_0)\,,\quad y_0' \neq 0\,.$$

На цртежот, тангентата ја сече оската Ox во точка T (ако $y_0' \neq 0$), нормалата – во точка N, а со S е означена ортогоналната проекција на точката P врз оската Ox.



Допирни количини

Должините на отсечките:
TP (*отсечка на тангентата*),
NP (*отсечка на нормалата*),
ST (*суптангентата*) и
SN (*субнормалата*)
се викаат **допирни количини** на кривата $y = f(x)$ во точката P. Тие се определени со формулите:

$$\overline{TP} = \left|\frac{y_0}{y_0'}\right|\sqrt{1+(y_0')^2}\,,\quad \overline{ST} = \left|\frac{y_0}{y_0'}\right|,$$

$$\overline{NP} = |\,y_0\,|\sqrt{1+(y_0')^2}\,,\quad \overline{SN} = |\,y_0\,y_0'\,|.$$

На пр., д.к. на функцијата $y = \sqrt{x}$ за $x = 1$ се: $\overline{TP} = \sqrt{5}$, $\overline{NP} = \sqrt{5}/2$, $\overline{ST} = 2$, $\overline{SN} = 1/2$.

ДОПОЛНЕНИЕ [complement; дополнение], *в*. КОМПЛЕМЕНТ.

ДОПОЛНЕНИЕ НА: **БРОЈ**, **ЛОГАРИТАМ**, **ПОДМНОЖЕСТВО**, *в*. КОМПЛЕМЕНТ НА: БРОЈ, ЛОГАРИТАМ, ПОДМНОЖЕСТВО.

ДОПОЛНИТЕЛЕН АГОЛ, исто што и *комплементен агол* (*в*.).

ДОСЕГ, *в*. ОПСЕГ НА ФУНКЦИЈА.

ДРВО [tree; дерево] Во теоријата на графови, *дрво* е неориентиран *граф* во кој кои било две темиња се сврзани само со еден пат. Со други зборови, *дрво* е секој сврзан граф без затворени циклуси (т. е. без лупи).

Д. со n темиња има n–1 ребра. Обратно, сврзан граф со n темиња и n–1 ребра е д. Отсечките, т. е. ребрата се викаат **гранки**, а темињата се викаат **јазли**. Крајните ребра заедно со крајните темиња се викаат **листови** на д.

Д. со најмногу две гранки во секој јазол и со еден или два листа на крајот на секоја гранка се вика **бинарно** д. (*в*.).

ДРВО СО КОРЕН, *в*. КОРЕНСКО ДРВО.

ДРОБЕН ДЕЛ [fractional part; дробная часть, дробная доля числа] Функција, определена за сите реални броеви x, еднаква на разликата од бројот x и неговиот *цел дел* $[x]$ (*в*.); обично се означува со симболот $\{x\}$, па:

$$\{x\} = x - [x]\,.$$

На пр.: $\{2,7\} = 2,7 - 2 = 0,7$; $\{-2,7\} = -2,7 - (-3) = 0,3$; $\{-6\tfrac{1}{4}\} = -6\tfrac{1}{4} - (-7) = \tfrac{3}{4}$; $\{\pi\} = \{3,14...\} = 0,14...$

Според дефиницијата, д.д. и целиот дел со бројот x се сврзани со релацијата $x = [x] + \{x\}$. Поради тоа што $\{x+1\} = \{x\}$, функцијата $\{x\}$ е периодична, со најмал период 1. Множеството вредности на функцијата $\{x\}$ е интервалот [0, 1).

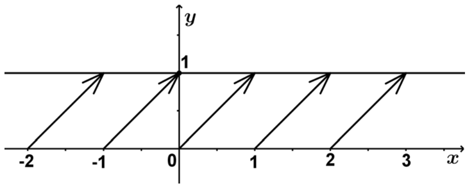


График на функцијата дробен дел

ДРОБНА РАВЕНКА [fractional equation; дробное уравнение] **1**. Равенка, која содржи дропки. **2**. Равенка во која непознатата се јавува во именителот на една или на повеќе дропки.

ДРОБНА ЦРТА [fraction bar; дробная черта] Во *дропка* $\frac{A}{B}$, симболот —. Над д.ц. е запишан броителот *A*, а под неа – именителот *B*. Понекогаш за д.ц. се употребува знакот /, т. е. дропката се запишува во вид *A*/*B*.

ДРОБНОЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА [linear fractional function; дробнолинейная функция] Функција од обликот

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}, \qquad (1)$$

со $\Delta = ad - bc \neq 0$ и $c \neq 0$ (a, b, c, d се дадени броеви). Со делење, (1) може да се трансформира во обликот

$$y = A + \frac{B}{x+C}, \qquad (2)$$

каде што $A = \frac{a}{c}$, $B = -\frac{\Delta}{c^2}$, $C = \frac{d}{c}$.

Д.ф. е наjпростата *дробнорационална функција* (*в.*). Нејзиниот график е рамнострана хипербола со асимптоти паралелни на координатните оски: $x = -C$ и $y = A$.

Ако $\Delta = 0$, тогаш (1) се сведува на константа; ако $\Delta \neq 0$, но $c = 0$, тогаш (2) е линеарна функција $y = kx + l$.

ДРОБНОРАЦИОНАЛНА РАВЕНКА [fractional rational equation; дробнорациональное уравнение] Равенка во која левата и десната страна се рационални изрази во кои се јавува барем една дропка со именител што ја содржи непознатата. Д.р. се, на пример:

$$\frac{2}{x+3} = \frac{1}{4} \quad \text{и} \quad \frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x^2-5x}.$$

Ако во именителите на сите дропки во равенката се само броеви, тогаш таа е полиномна равенка; на пр.:

$$\frac{x^2-6}{6} + \frac{2x}{3} = \frac{3x}{2}, \text{ т. е. } x^2 - 5x - 6 = 0.$$

ДРОБНОРАЦИОНАЛНА ФУНКЦИЈА [rational fractional function; дробно-рациональная функция] Функција којашто е количник на два полинома, но не е полином; в. и РАЦИОНАЛНА ФУНКЦИИЈА.

ДРОПКА [fraction; дробь] Количник на два броја, *a* и *b*, означен како $\frac{a}{b}$ или a/b. Бројот *a* (*деленикот*) се вика **броител**, бројот *b* (*делителот*) се вика **именител**, а хоризонталната црта што ги дели – **дробна црта**. Броителот и именителот се викаат **членови** на д.

Во *аритметиката*, д. е количник m/n на два *цели броја*, *m* и *n*. Таа може да се разгледува и како број којшто се состои од еден или од повеќе еднакви делови на единицата. Именителот (*n*) покажува на колку еднакви делови е поделена единицата, а броителот (*m*) – колку такви делови се земени. На пр., кај д. $7/4$ единицата е поделена на 4 еднакви делови, а земени се 7 такви делови. Дропка, при која и броителот и именителот се цели броеви, се вика **обична** (**проста** или **аритметичка**) д. Две прости дропки се **слични** ако имаат исти именители.

Д. при која именителот е степен од 10 (на пр. $271/10^2$) се вика **децимална** д.. Проста д. чијшто броител е 1 (т. е. има облик $1/n$, $n \in \mathbb{Z}$ и $|n| \geq 2$)

се вика **единична** д.

Дропка, со броител и именител реални броеви, се вика **рационална** д. ако броителот и именителот се рационални броеви; таа се вика **правилна** или **чиста** д. ако нејзиниот броител е помал по апсолутна вредност од именителот (како, на пр., $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{-5}$), а се вика **неправилна** (**несвојствена** или **нечиста)** д. ако нејзиниот броител е поголем (или еднаков) по апсолутна вредност од именителот (како на пр. $\frac{5}{2}$ и $\frac{-3}{3}$). Неправилна д. при која броителот е делив со именителот без остаток, т. е. д. се сведува на цел број, се вика **привидна** д. (како на пр. $\frac{15}{3}$). Д. при која броителот или именителот (или обата) содржат една или повеќе д., се вика **двојна** д. (како на пр. $\frac{1}{5}/(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})$; в. ДВОЈНА ДРОПКА.

Неправилна д. може да се запише како збир од цел број и правилна д., т. е. во вид на **мешана** д. или **мешан број** ($\frac{25}{4}=6+\frac{1}{4}=6\frac{1}{4}$ е мешан број); или, како ненулти цел број и децимален дел (на пр. $\frac{25}{4}=6,25$).

Во алгебрата, под *дропка* се подразбира израз од обликот A/B, каде што A и B се алгебарски изрази; таквата д. се вика **алгебарска дропка**.

Дропка чиишто броител и именител се полиноми се вика **рационална** (*алгебарска*) д. (или **рационална функција**); таа е **правилна** д. ако степенот на броителот е помал од степенот на именителот, а **неправилна** д. – во спротивниот случај; $x/(x^3+1)$ е правилна, $x^2/(x-1)$ е неправилна д.

ДУАЛЕН ПРОСТОР [dual space; двойственное пространство] Векторски простор што се состои од сите линеарни трансформации $f:V\to F$, каде што V е даден векторски простор над полето F (од скалари).

ДУАЛНА ОПЕРАЦИЈА [dual operation; двойственная операция] Во проективна геометрија, тоа е операција што се добива заменувајќи: точки со прави, прави со точки, повлекување права низ точка со маркирање точка на права, ... итн.

ДУАЛНА ТЕОРЕМА [dual theorem; двойственная теорема] Во проективна геометрија, тоа е теорема што се добива од дадена теорема, заменувајќи точки со прави, прави со точки и операции со нивни дуални операции.

ДУОДЕЦИМАЛЕН БРОЕН СИСТЕМ [duodecimal number system; двенадцатеричная система счисления] Броен систем со основа 12. Познато и како *дванаесетичен броен систем*; *в*. БРОЕН СИСТЕМ.

Е

e , *в*. БРОЈОТ *e*.

ЕВДОКС [Eudoxus; Евдокс] (ок. 408 – 355 п.н.е.), старогрчки математичар и астроном, основач на астрономската школа во Книд. Познат е по општата теорија на пропорциите (којашто е зачувана во V книга на Евклидовите „Елементи“) и по теоријата на златен пресек. Се смета дека е заслужен за откривањето на формулите за пресметување волумен на пирамида и конус. Прв го користел т.н. метод на ексхаустија (исцрпување) при пресметувањето на плоштини и волумени на геометриски тела.

ЕВКЛИД [Euclid; Евклид] (ок. 325 – 269 г. п.н.е.), еден од највлијателните математичари на сите времиња, кој живеел и работел во Александрија. Неговото најпознато дело, „*Елементи*“, е синтеза на геометриските знаења од антиката.

„Елементи“ се состои од 13 книги, од кои првите 6 ја опфаќаат планиметријата, 4 геометриската теорија на броевите и последните 3, стереометријата. Евклид ги обработувал алгебарските прашања геометриски. Евклидовите ученици додале уште две книги, често вбројувани во „Елементите“. Материјалот е претставен со помош на теореми и конструктивни задачи со докази, дадени во строго утврдена форма, т. е. со помош на аксиоматскиот метод. Ова дело е речиси совршено како логичка градба. Повеќе од две илјади години делото се зема како пример за аксиоматска изградба на геометријата и науката општо, а се смета за една од највлијателните книги за човештвото.

ЕВКЛИДОВ АЛГОРИТАМ [Euclidean algorithm, Euclid’s algorithm; алгорифм Евклида] Метод на наоѓање најголем заеднички делител (НЗД) на два цели броја, на два полинома (и општо, на два елемента од евклидски прстен) или заедничка мера на две отсечки.

Е.а. за наоѓање НЗД на два природни броја *a* и *b*, се состои во следното. Нека $a > b$. Прво се пресметува остатокот од делењето $a : b$ (нека е означен со r_1). Потоа се пресметува остатокот од делењето $b : r_1$ (нека е означен со r_2); потоа се пресметува остатокот од делењето $r_1 : r_2$. Процесот продолжува така што при секој чекор се пресметува остатокот од делењето во претходниот чекор со новиот остаток, сè додека се добие остаток 0. Тогаш последниот ненулти остаток е НЗД на *a* и *b*.

Пример. Да се најде НЗД на броевите 738 и 276.

I *делење*: 738 : 276 = 2, остаток 186
II *делење*: 276 : 186 = 1, остаток 90
III *делење*: 186 : 90 = 2, остаток 6
IV *делење*: 90 : 6 = 15, остаток 0.

Бидејќи 6 е последниот ненулти остаток, тој е НЗД на 738 и 276.

ЕВКЛИДОВИ АКСИОМИ [Euclid’s axioms; аксиомы Евклида] (1) Нешта еднакви на исто нешто се еднакви меѓу себе. (2) Ако еднакви се додадат на еднакви, резултатите се еднакви. (3) Ако еднакви се одземат од еднакви, разликите се еднакви. (4) Нешта коишто се совпаѓаат се еднакви меѓу себе. (5) Целото е поголемо од кој било негов дел. Аксиомите (4) и (5) му се припишуваат на Евклид, но тоа не е општоприфатено.

ЕВКЛИДОВИ ПОСТУЛАТИ [postulates of Euclid; постулаты Евклида] (1) Отсечка може да се повлече меѓу кои било две точки. (2) Која било отсечка може да се продолжи бескрајно до права линија. (3) За која било дадена отсечка може да се нацрта кружница чијшто радиус е отсечката, а центарот е една нејзина крајна точка. (4) Сите прави агли се еднакви меѓу себе. (5) Ако една права пресекува две прави така што збирот на внатрешните агли од едната страна е помал од два прави агла, тогаш двете прави, ако се продолжат бескрајно, ќе се сечат на таа страна.

На петтиот постулат, други математичари му даваат попрости еквивалентни формулации; *в.* на пр., ЕВКЛИДОВ ПЕТТИ ПОСТУЛАТ.

ЕВКЛИДОВИ ТЕОРЕМИ [Euclid's theorems; теоремы Евклида] **1**. Е.т. *за простите броеви* гласи: „Множеството прости броеви е бесконечно."

2. Е.т. *за правоаголен триаголник* се наречени следниве три тврдења.

(i) Катетата a е геометриска средина од хипотенузата c и проекцијата q од a врз хипотенузата. Кратко, со симболи: $a^2 = qc$ (*в.* црт.).

(ii) Катетата b е геометриска средина од хипотенузата c и проекцијата p од b врз хипотенузата. Кратко, со симболи: $b^2 = pc$.

(iii) Висината h спуштена кон хипотенузата е геометриска средина од проекциите p и q на катетите. Кратко, со симболи: $h^2 = pq$.

Евклидови теореми
за правоаголен триаголник

ЕВКЛИДОВ ПЕТТИ ПОСТУЛАТ [Euclid's fifth postulate; пятый постулат Евклида] Оригиналната формулација на Е.п.п. била наведена во Евклидовите „Елементи" (*в.* ЕВКЛИДОВИ ПОСТУЛАТИ, (5)). Попроста, еквивалентна формулација на Е.п.п., наречена *аксиома за паралелност* (*в.*): (5') „Низ дадена точка M, надвор од дадена права p, во рамнината што минува низ M и p, може да се повлече една и само една права што не ја сече p."

Е.п.п. не може да се докаже како теорема од првите четири, макар што голем број математичари, во текот на два милениума, се обидувале да го докажат. (Самиот Евклид ги користел само првите четири постулати за првите 28 тврдења во „Елементите", но бил принуден да се повика на петтиот постулат за 29-то тврдење.) Проблемот бил решен во 1826 год., од Н. Лобачевски (и, независно од него, речиси истовремено, од Ј. Бољаи), со конструирање нова, „*неевклидска*" геометрија во која Е.п.п. се заменува со друга аксиома. Од непротивречноста на *геометријата на Лобачевски* следува дека Е.п.п. е независен од другите аксиоми на евклидската геометрија.

ЕВКЛИДСКА ГЕОМЕТРИЈА [Euclidean geometry; евклидова геометрия] Геометрија на просторот, опишан со систем аксиоми, чиешто прво систематско (но не доволно строго) излагање било дадено во делото „Елементи" од Евклид. Во него тој се стремел, од 5 аксиоми и 5 постулати, да ги изведе сите други геометриски тврдења.

Е.г. се опишува како вкупност на *објекти од три вида*, наречени: 1) „точки", „прави", „рамнини"; 2) *релации*: припадност, подредување („лежи меѓу"), складност (или поимот движење); 3) *непрекинатост*. Посебно место во аксиоматиката на е.г. зазема аксиомата за паралелност (*Евклидовиот петти постулат*, *в.*). Првата доволно строга аксиоматика на е.г. била предложена од *Д. Хилберт* (*в.*).

ЕВКЛИДСКА РАМНИНА [Euclidean plane; евклидова плоскость] Дводимензионален евклидски простор, во кој секоја точка е еднозначно определена со подреден пар (x, y) од реални броеви и растојание $d(M_1, M_2)$ меѓу точките $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$, определено со формулата

$$d(M_1, M_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} .$$

ЕВКЛИДСКИ ПРОСТОР [Euclidean space; евклидово пространство] Простор, чии својства се опишуваат со аксиомите на евклидската геометрија. Поопшто, ***n*-димензионален** е.п. е конечнодимензионалниот векторски простор $\mathbb{R}^n$ којшто се состои од сите подредени n-ки $\boldsymbol{x} = (x_1, ..., x_n)$ реални броеви x_i и растојание меѓу

$$\boldsymbol{x} = (x_1, ..., x_n) \text{ и } \boldsymbol{y} = (y_1, ..., y_n),$$

определено со формулата

$$d(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = [\, \textstyle\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2 \,]^{1/2}$$

(наречено **евклидско растојание**); бројот n се вика **димензија** на е.п.

Специјално, за $n = 2$, е.п. се вика *евклидска рамнина* (*в.*).

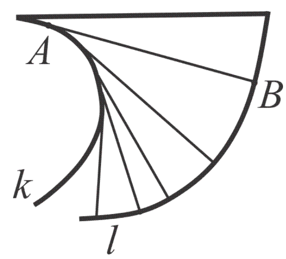
ЕВКЛИДСКИ ПРСТЕН [Euclidean ring; евклидово кольцо] Интегрален домен со единица, таков што на секој негов ненулти елемент a му е придружен ненегативен цел број $n(a)$, при што е исполнет следниов услов: за кои било два елемента a и b, $b \neq 0$, постојат елементи q и r, такви што $a = bq + r$, при што или $r = 0$, или $n(r) < n(b)$. На пр., е.п. е прстенот на целите броеви (улогата на $n(a)$ ја игра апсолутната вредност $|\, a \,|$), како и прстенот на полиноми од една променлива над поле ($n(a)$ е степенот на полиномот).

ЕВОЛВЕНТА [involute; эвольвента, развёртка, инволюта] Е. на крива k е крива l за која кривата k е *еволута* (*в.*). Е. може да се добие како траекторија на крајот B од конец којшто се намотува на кривата k или се размотува од неа, така што AB е тангента на k (*в.* црт.); поради тоа, е. се нарекува и **развивка**.

На пр., параметарските равенки на е. на кружница, определена со равенките $x = a \cos t, y = a \sin t$, се:

$$x = a(t \sin t + \cos t), \;\; y = a(\sin t - t \cos t).$$

ЕВОЛУТА [evolute; эволюта] Е. на крива l е геометриско место на центрите на *кривината* (*в.*) на кривата l. На цртежот, е. на l е кривата k. Кривата l во однос на својата е. се вика *еволвента* (*в.*). Тангентите на е. се нормали на еволвентата (*в.* црт.).



Еволута и Еволвента

ЕГЗИСТЕНЦИЈАЛЕН КВАНТОР [existential quantifier; квантор существования] Логичка релација, често означувана со симболот $\exists$, којашто се искажува со изразот „постои“ или со „има барем еден“. Ако P е исказна функција, исказот $(\exists x)P(x)$ е вистинит ако постои барем една вредност на x од доменот на P за која $P(x)$ е вистинит исказ. Во спротивно, исказот $(\exists x)P(x)$ е лажен.

ЕДИНИЦА [one, identity, identity element, unity, unit; единица] **1**. Најмалиот природен број, означен со 1. При множење на кој било природен број со е. се добива истиот број.

2. Кај *комплексните броеви*, е. се вика неутралниот елемент 1 во однос на множењето (а тоа значи дека 1 е, исто така, е. за реалните, рационалните и целите броеви).

3. Во *групоид* $(G, *)$, еден елемент e се вика **лева** (одн. **десна**) е. ако за кој било елемент $a \in G$ важи

$$e * a = a \text{ (одн. } a * e = a\text{)}.$$

Ако постои барем една лева е. и барем една десна е., тогаш тие се совпаѓаат. Тогаш тој елемент се вика **единица** на групоидот. Во *група*, секогаш постои е. (обично, по дефиниција). Познато и како *неутрален елемент*.

4. Ако на едно множество M се дефинирани неколку бинарни операции (на пр., собирање и множење во *прстен*), тогаш е. се вика само е. во однос на една од тие операции, обично, во однос на множењето. Тогаш е. во однос на собирањето се вика **нула**.

5. Е. или **делител на** е. во *интегрален домен D* се вика секој негов инверзибилен елемент, т.е. таков елемент ε, за којшто постои инверзен ε^{-1} и $\varepsilon\varepsilon^{-1}=1$ (1 е неутралниот елемент за множењето во D). Сите е. на (кој било) интегрален домен образуваат група во однос на множењето.

ЕДИНИЦА ЗА МЕРЕЊЕ, *в.* МЕРНА ЕДИНИЦА.

ЕДИНИЧЕН ВЕКТОР [unit vector; единичный вектор] Вектор со должина единица. Син. *орт*.

ЕДИНИЧЕН ЕЛЕМЕНТ [unit element; единичный элемент] Елемент во прстен којшто дејствува како мултипликативна *единица*.

ЕДИНИЧЕН ОПЕРАТОР [unit operator; единичный оператор] Оператор над множество X којшто на секој елемент $x \in X$ му го придружува истиот елемент x; ознака: id_X или 1_X.

ЕДИНИЧЕН ТАНГЕНТЕН ВЕКТОР [unit tangent vector; единичный касательный вектор] Единичен вектор на тангентата во точка од некоја просторна крива.

ЕДИНИЧНА ДРОПКА [unit fraction; единичная доль, доль единицы] Обична дропка чијшто броител е единица, т..е. дропка од видот $1/n$ $(n \geq 2)$. На пр., $1/2$, $1/5$, $1/12$, $1/100$ се е.д.

ЕДИНИЧНА ИМПУЛСНА ФУНКЦИЈА, *в.* ДЕЛТА-ФУНКЦИЈА.

ЕДИНИЧНА КРУЖНИЦА [unit circle; единичная окружность] Кружница со радиус единица. Во тригонометријата, е.к. е кружница со радиус единица и центар во координатниот почеток (0,0) на правоаголен Декартов координатен систем во евклидска рамнина. Таа е.к. се вика *тригонометриска кружница*. Нејзината равенка е $x^2 + y^2 = 1$. Кругот чија периферија е е.к. се вика **единичен круг**.

ЕДИНИЧНА МАТРИЦА [unit matrix; единичная матрица] Дијагонална матрица при која сите елементи на главната дијагонала се единици. Е.м. при множењето на матрици дејствува како *единица*.

ЕДИНИЧНА НОРМАЛА [unit normal; единичная нормаль] Единичен вектор во насока на *главната нормала* (*в.*) на површина или на просторна крива.

ЕДИНИЧНА СФЕРА [unit sphere; единичная сфера] Множеството точки во тридимензионален простор (поопшто, во n-димензионален простор) коишто се на растојание точно една единица од координатниот почеток.

ЕДИНИЧНА ТОПКА [unit bal; единичный шар] Множеството од сите точки во евклидски тридимензионален (општо, n-димензионален) простор чиешто растојание од координатниот почеток е најмногу 1.

ЕДНАКВИ АГЛИ [equal angles; равные углы] Два агла се еднакви ако и само ако се *складни*, т. е. ако со транслација или ротација може да се доведат до совпаѓање.

ЕДНАКВИ ВЕКТОРИ [equal vectors; тождественные векторы] Два вектора се сметаат за *еднакви*, ако се колинеарни, имаат еднакви должини и исти насоки (т. е. ако едниот може да се добие од другиот со паралелен пренос); *в.* и ВЕКТОР.

ЕДНАКВИ ДРОПКИ [equal fractions; равные дроби] Две дропки a/b и c/d се еднакви, $a/b = c/d$, ако и само ако $ad = bc$.

ЕДНАКВИ МАТРИЦИ [equal matrices; равные матрицы] Две матрици $A = [a_{ij}]$ и $B = [b_{ij}]$, коишто имаат ист облик $(m \times n)$ и соодветните елементи им се еднакви, т.е. $a_{ij} = b_{ij}$ за сите $i = 1,...,m$; $j = 1,...,n$.

ЕДНАКВИ МНОЖЕСТВА [equal sets; равные множества] Две множества A и B се е.м. ако се состојат од истите елементи, т.е. ако A и B се различни ознаки за едно исто множество; се означува: $A = B$. Важи: $A = B$ ако и само ако $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$.

ЕДНАКВИ ПРЕСЛИКУВАЊА [equal maps; равные отображения] Две пресликувања $f : A \to B$ и $g : C \to D$ се е.п., $f = g$, ако и само ако $A = C$, $B = D$ и $f(x) = g(x)$ за секој $x \in A$.

ЕДНАКВИ ФИГУРИ [congruent figures; равные фигуры], *в.* СКЛАДНИ ФИГУРИ.

ЕДНАКВОПЛОШНИ ФИГУРИ [equivalent area geometric figures; равновеликие фигуры] Рамнински фигури што имаат еднакви плоштини.

ЕДНАКВОСТ [equality; равенство] **1**. Својството два математички објекти да се совпаѓаат, т. е. состојба да се еднакви. На пр., две множества A и B се еднакви ако тие ги имаат истите елементи; ознака: $A = B$. **2**. Тврдење дека два математички изрази се еднакви; *в.* РАВЕНКА. Син. *равенство*.

ЕДНАКОВ [equal; равный] Да се биде ист во некоја смисла, определена од контекстот.

ЕДНОЗНАЧНА ФУНКЦИЈА [single-valued function, one-valued function; однозначная функция] Функција, којашто на секој елемент од доменот му придружува само по еден елемент од опсегот, т. е. функција, којашто на секоја вредност од независнопроменливата ѝ придружува само по една вредност на зависнопроменливата.

Вообичаено е терминот „функција“ да означува е.ф. Меѓутоа, понекогаш е потребно да се работи и со „многузначни функции“, па тогаш терминот „еднозначна функција“ се користи за нагласување.

ЕДНОКРАТЕН КОРЕН [simple root; однократный корень], син. *прост корен*; *в.* КОРЕН НА РАВЕНКА.

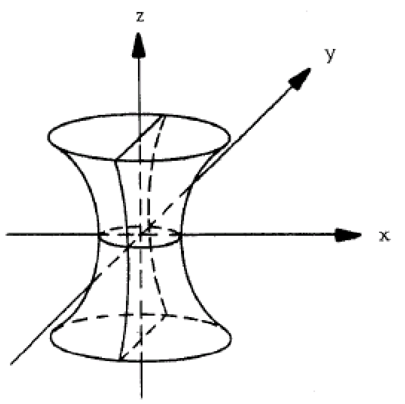
ЕДНОКРИЛЕН ХИПЕРБОЛОИД [hyperboloid of one sheet; однополосатый гиперболоид] Површина од втор ред, чијашто канонична равенка во Декартов правоаголен координатен систем има облик

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

каде што a, b, c се должини кои се нарекуваат **полуоски**.

Пресек на е.х. со рамнина $z = c$ е

елипса (затоа е.х. се нарекува и **елиптичен** е.х.), а ако се пресече со рамнината $x = 0$ или со $y = 0$ се добива хипербола. Ако $a = b$, тогаш е.х. се вика **кружен** е.х. Тој се добива со ротирање на хипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ околу z-оската (затоа се вика и **ротационен** е. х.); неговата равенка е $\frac{x^2+y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Е.х. се вбројува меѓу *праволиниските површини* (*в.*).



Еднокрилен хиперболоид

ЕДНОСТАВНА ЗАТВОРЕНА ЛИНИЈА, *в.* ПРОСТА ЗАТВОРЕНА КРИВА.

ЕДНОСТРАНА ПОВРШИНА [one-sided surface; односторонная поверхность] Површина, таква што: еден објект, поставен на „една нејзина страна", може да се придвижи непрекинато по површината и да стигне на „другата страна" без да префрли нејзин раб. Е.п. се вика и **неориентирлива површина**. *Мебиусова лента* и *Клајново шише* се примери на е.п.

ЕДНОСТРАН ЛИМЕС [limit on the left or right; односторонный предел] Е.л. е лимес на функција f во некоја точка x_0, оддесно или одлево, т. е. *десен лимес* (*в.*): $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)\ (= f(x_0^+))$ или *лев лимес* : $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)\ (= f(x_0^+))$.

Притоа, f може, но не мора да е дефинирана во точката x_0.

Примери. 1) Знаковната функција sgn x (*сигнум*, *в.*), во точката $x_0 = 0$ има лев лимес $f(0^-) = -1$ и десен лимес $f(0^+) = 1$, а $f(0) = 0$.

2) Функцијата $f(x) = \frac{1}{2-x}$ во точката $x_0 = 2$ има лев лимес $f(2^-) = +\infty$, десен лимес $f(2^+) = -\infty$, а во точката $x_0 = 2$ не е дефинирана.

ЕКВИВАЛЕНТНИ БЕСКРАЈНО МАЛИ ВЕЛИЧИНИ [equivalent infinitesimals; эквивалентные бесконечно малые], *в.* БЕСКРАЈНО МАЛА ВЕЛИЧИНА.

ЕКВИВАЛЕНТНИ ИСКАЗИ [equivalent propositions; эквивалентные высказывания] Два исказа, такви што едниот е вистинит ако и само ако и другиот е вистинит.

ЕКВИВАЛЕНТНИ МАТРИЦИ [equivalent matrices; эквивалентные матрицы] **1**. Две квадратни матрици A и B за кои постојат несингуларни матрици S и T такви што $A = SBT$. Трансформацијата SBT на матрицата B е *трансформација на еквивалентност* (*в.*). **2**. Две $m \times n$ - матрици такви што едната може да се добие од другата преку извршување конечна низа *елементарни операции со редици* (*в.*) (одн. *елементарни колонични операции*); се користи и терминот **редично** е.м. (одн. **колонично** е.м.).

ЕКВИВАЛЕНТНИ МНОЖЕСТВА [equivalent sets, equipolent sets, bijective sets; эквивалентные множества, равномощные множества] Множества што имаат ист кардинален број, т. е. множества меѓу кои постои *биекција* (*в.*).

На пр.: {1,2,3,4,5} и {а, е, и, о, *у*} се е.м.; множеството природни броеви и множеството парни природни броеви се е.м. Познато и како: *биективни множества*; *еквипотентни множества*; *истобројни множества*.

ЕКВИВАЛЕНТНИ РАВЕНКИ [equivalent equations; эквивалентные уравнения] Равенки што имаат исто множество решенија.

ЕКВИВАЛЕНТНИ НЕРАВЕНКИ [equivalent inequalities; эквивалентные неравенства] Неравенки што имаат исто множество решенија.

ЕКВИВАЛЕТНОСТ [equivalence; эквивалентность] Бинарна релација, којашто е рефлексивна, симетрична и транзитивна. Примери на е.: „сличност на триаголници“; „паралелност на прави“; „еднаквост на дропки“. Познато и како *релација за еквивалентност*; *в*. РЕЛАЦИЈА.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\bot$
$\bot$	$\top$	$\bot$
$\bot$	$\bot$	$\top$

ЕКВИВАЛЕНЦИЈА [equivalence; эквиваленция] Логичка операција (ознака: $\Leftrightarrow$) со чија помош, од два исказа p и q, се добива нов исказ $p \Leftrightarrow q$ којшто е вистинит ако и само ако обата исказа p и q се вистинити или обата се невистинити.

ЕКВИПОТЕНТНИ МНОЖЕСТВА [equipotent sets; равномощные множества], *в*. ЕКВИВАЛЕНТНИ МНОЖЕСТВА.

ЕКСКЛУЗИВНА ДИСЈУНКЦИЈА, *в*. ИСКЛУЧНА ДИСЈУНКЦИЈА.

ЕКСПЕРИМЕНТ [experiment; эксперимент, опыт] Е. е некоја активност што се одвива во зависност (т. е. со учество) на набљудувач или независно од него, а којашто резултира со некаков исход, наречен *настан*.

На пр., фрлање коцка е е., а настан е појавувањето на некоја од бројките 1, 2, ..., 6. Е. се и разни лабораториски испитувања, набљудување на природни појави и општествени случувања.

За математички испитувања погодни се само оние е. што ги задоволуваат следниве услови: i) **случајност** (т.е. е. треба да резултира со повеќе можни исходи); ii) **можност за повторување** (т.е. да може е. да се повтори, во принцип, неограничен број пати под исти услови); iii) **стабилност** (при кои било две повторувања на е. доволен број пати, релативните честоти на одреден настан се приближно еднакви).

Е. што ги задоволува тие услови се вика **случаен експеримент** (кратко: *експеримент*) а неговите исходи – **случајни настани** (кратко: *настани*).

ЕКСПЛЕМЕНТНИ АГЛИ [conjugate angles, explementary angles; углы, в сумме составляющие 360°] Два агла коишто се дополнуваат до 360°. Познато и како *конјугирани агли*.

ЕКСПЛИЦИТЕН ВИД РАВЕНКА НА ПРАВА [slope-intercept form of the equation of a straight line; уравнение прямой с угловым коэффициентом], *в*. РАВЕНКА НА ПРАВА 2; ПРАВА 3.

ЕКСПЛИЦИТНА ФУНКЦИЈА [explicite function; явная фкнкция] Функција y претставена во вид $y = f\,(x)$ [општо: $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$].

Терминот е.ф. се користи најчесто во случаи кога е потребно да се нагласи дека функцијата е определена јавно, т. е. директно, за разлика од *имплицитна функција* (*в*.), којашто се зададава нејавно, т. е. индиректно.

ЕКСПОНЕНТ, *в*. ПОКАЗАТЕЛ.

ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА [exponential equation; показательное уравнение] Равенка во која непознатата се јавува и во показателот на некој степен. На пр., $3^x = 9$, $2^x = x^2$.

Е.р. во која двете страни може да се претстават во степени со иста основа може да се реши со помош на својството: ако $a^x = a^y$, тогаш $x = y$ ($a >$ 0 и $a \neq 0$). На пр., $5^{3x-4} = 25^{2x-1}$ се сведува на: $5^{3x-4} = (5^2)^{2x-1}$, $5^{3x-4} = 5^{4x-2}$, па $3x-4 = 4x-2$, т.е. $x = -2$.

Некои е.р. се решаваат со логаритмирање; на пр., $5^x = 3^x$, $x \lg 5 = x \lg 3$, $x \cdot (\lg 5 - \lg 3) = 0$, $x = 0$. Во други случаи, е.р. се решаваат со воведување нови променливи, со замена, со графички или со други приближни методи. Син.: *показателна равенка*.

ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА ФУНКЦИЈА [exponential function; показательная функция] Функција од видот $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$, со домен $D = \mathbb{R}$ и опсег $0 < y < +\infty$. При $a > 1$ е.ф. монотоно расте, а при $a < 1$ монотоно опаѓа. Е.ф. е непрекината и има непрекинати изводи од произволен ред:

$$y' = a^x \ln a, \ldots, y^{(n)} = a^x (\ln a)^n.$$

Ако $f(x) = a^x$, тогаш за кои било реални броеви x и y важи:

$$f(x+y) = f(x) f(y).$$

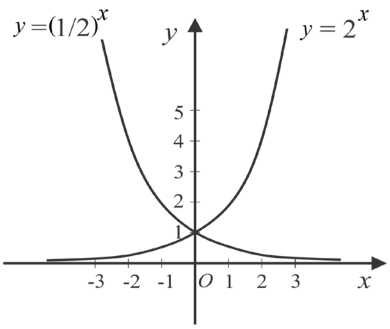


График на експоненцијална функција

Специјален случај на е.ф. е $y = e^x$, каде што e е основата на природните логаритми. Е.ф. $y = e^x$ широко се користи, како во математиката, така и во физиката, хемијата, инженерството, економијата итн. Таа се претставува со (рамномерно и апсолутно) конвергентниот ред

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

ЕКСТРАПОЛАЦИЈА [extrapolation; экстраполяция] Проширување на резултати, добиени со набљудување на еден дел од некоја појава, на друг нејзин дел. Така, ако се познати вредностите на некоја функција $y = f(x)$ во точките $x_0, x_1, \ldots, x_n$ на сегментот $[x_0, x_n]$, $x_0 < x_1 < \ldots < x_n$, тогаш може да се претскажат вредностите на функцијата во точки што лежат надвор, „недалеку" од сегменот $[x_0, x_n]$.

ЕКСТРЕМ [extremum; экстремум] Термин што ги обединува поимите *максимум* и *минимум* на функција; *в.* ЕКСТРЕМНА ВРЕДНОСТ НА ФУНКЦИЈА. Познато и како *екстремум*.

ЕКСТРЕМНА ВРЕДНОСТ НА ФУНКЦИЈА [extreme value of a function; экстремальное значение функции] Нека f е функција со домен D и нека $c \in D$. Ако $f(x) \le f(c)$ за сите $x \in D$, тогаш $f(c)$ се вика **апсолутен максимум** на f. Аналогно, функцијата постигнува **апсолутен минимум** $f(c)$ во точката c ако $f(x) \ge f(c)$ за сите $x \in D$.

Ако постои реален број $\delta > 0$, таков што $f(x) \le f(c)$ за секој x од множеството $D_1 = (c - \delta, c + \delta) \cap D$, тогаш $f(c)$ се вика **локален максимум**. Ако, пак, $f(x) \ge f(c)$ за секој $x \in D_1$, тогаш $f(c)$ се вика **локален минимум**.

Апсолутниот максимум и минимум и локалниот максимум и минимум со заедничко име се викаат **екстремни вредности** (или **екстреми**) на функцијата.

Ако функцијата е диференцијабилна во интервал I и има екстрем за $x = c$ ($c \in I$), тогаш $f'(c) = 0$, т. е. тангентата на нејзиниот график во точката $(c, f(c))$ е паралелна со x-оската.

Познато и како *екстрем на функција*.

ЕКСТРЕМ НА ФУНКЦИЈА [extreme of a function; экстремум функции] Исто што и *екстремна вредност на функција* (*в.*).

ЕКСТРЕМУМ, *в.* ЕКСТРЕМ.

ЕКСЦЕНТРИЦИТЕТ [eccentricity; эксцентриситет] Е. *на конусен пресек* (елипса, парабола или хипербола) е број, означен со e, којшто е еднаков со количникот од растојанието на произволна точка на дадениот конусен пресек до фокусот, и растојанието од таа точка до соодветната *директриса* (*в.*). За елипса $e < 1$, за парабола $e = 1$ и за хипербола $e > 1$.

Два конусни пресеци се слични фигури ако и само ако имаат еднакви е.

Ако е. се стреми кон 0, елипсата по својата форма, се стреми кон кружница, а ако е. се стреми кон 1, тогаш елипсата се стреми кон отсечка – кон поголемата оска на елипсата $2a$.

За хипербола, ако е. се стреми кон 1, двете гранки се стегаат (кон x-оската), стремејќи се да дегенерираат во две полуправи, а кога е. неограничено расте ($\to \infty$), гранките на хиперболата сѐ повеќе се исправуваат, стремејќи се да ја заземат положбата на две прави ($x = a$ и $x = -a$).

ЕЛЕМЕНТ [element; элемент] Поединечен дел во составот на некоја математичка целина. На пр., е. на некое множество се објектите што го формираат тоа множество. Исто така, е. се викаат броевите или буквите во матрица или во детерминанта. Познато и како *член*.

ЕЛЕМЕНТАРЕН НАСТАН [elementary event; элементарное событие] Множеството Ω од исходите на даден случаен експеримент се вика **простор на елементарни настани** ако: (i) при секоја реализација на експериментот, добиениот настан е елемент од Ω; (ii) нема два настана од Ω што може истовремено да се случат.

Секој елемент на множеството Ω се вика **елементарен настан**.

На пр., за експериментот „фрлање на маса две коцки за играње“, множеството Ω од сите елементарни настани е $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, при што со i (= 2, 3, …, 12) е означен настанот што настапува кога збирот на точките од двете коцки е еднаков на i. Настанот: збирот на точките од двете коцки е помал од 5, не е е.н., зашто содржи повеќе исходи (можни исходи се: 2, 3, 4).

Познато и како *прост настан*.

ЕЛЕМЕНТАРНА АЛГЕБРА [elementary algebra; элементарная алгебра] Раздел на елементарната математика во кој се изучуваат равенки и неравенки од прв и втор степен, посебни случаи на равенки од повисок степен, поимот број, идентични трансформации, најпростите елементарни функции, и прашања од комбинаториката. Границите на е.а. не се јасно определени.

ЕЛЕМЕНТАРНА ГЕОМЕТРИЈА [elementary geometry; элементарная геометрия] Во разговорниот јазик, терминот е.г. се користи за делот од евклидската геометрија, којшто се изучува во основните и средните училишта.

Е.г. обично се занимава со изучување на групата движења и групата сличности. Но, нејзината содржина не се исцрпува со овие трансформации. Во неа се изучуваат, исто така, трансформацијата инверзија, елементи на сферната геометрија, елементи на геометриски конструкции, теоријата на мерење геометриски величини и др. области. Содржината на е.г. не е строго одредена, а се подразбира дека ги опфаќа оние области коишто ги сочинуваат основите на геометријата.

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА [elementary mathematics; элементарная математика] Е.м. е прилично неопределен поим. Прво, е.м. се вика оној период од развојот на математиката, којшто започнува во 6-ти век пр.н.е. и завршува во 16-ти век („од Талес до Декарт“), а е окарактеризиран како *математика на постојани величини*. Второ, терминот е.м. се употребува за оние делови од математиката што се предаваат во основното и средното образование. Меѓутоа, таа ситуација е мошне променлива, зашто зависи од менувањето на наставните програми, а во нив скоро редовно се вклучуваат и содржини од *математиката на променливи величини*, т. е. елементи од вишата математика.

ЕЛЕМЕНТАРНА МАТРИЦА [elementary matrix; элементарная матрица] Квадратна матрица, добиена со извршување на првата од *елементарните операции со редици*, $R_i \leftrightarrow R_j$ (*в.*), над единичната матрица.

Е.м. ја генерираат општата линеарна група на инверзибилни матрици. Множењето на дадена матрица одлево со е.м., претставува елементарна редична операција над таа матрица, а множењето оддесно претставува елементарна колонична операција.

ЕЛЕМЕНТАРНИ ОПЕРАЦИИ СО РЕДИЦИ [elementary row operations; элементарные преобразования строк] Е.о.с.р. на $m \times n$-матрица $A = [a_{ij}]$ се викаат следниве дејства:

i) i-тата редица R_i и j-тата редица R_j си ги разменуваат местата $R_i \leftrightarrow R_j$.

ii) Множење на i-тата редица со ненулти број c, $R_i \to cR_j$ ($c \neq 0$).

iii) Замена на i-тата редица со c-пати j-тата редица плус i-тата редица, т. е. $R_i \to cR_j + R_i$ ($c \neq 0$ и $i \neq j$).

Една матрица A се вика **редично еквивалентна** со друга матрица B ако едната може да се добие од другата со помош на конечна низа е.о.с.р.

Аналогно се дефинираат **елементарни операции со колони**, т. е. елементарни **колонични операции** (заменувајќи го во i) – iii) зборот „редица“ со зборот „колона“), како и **колонично еквивалентни матрици**.

Со помош на е.о.с.р., која било матрица може да се доведе до триаголна или трапезна форма. Е.о.с.р. имаат решавачка улога во наоѓањето инверзни матрици или во решавањето системи линеарни равенки.

Познато и како *редични операции*.

ЕЛЕМЕНТАРНИ ФУНКЦИИ [elementary functions; элементарные функции] Следниве функции се наречени **основни елементарни функции**:

i) c (c е константа);
ii) x (x е променлива);
iii) $x^{1/n}$, n е константа, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$;
iv) a^x (a е константа, $a > 0$, $a \neq 0$) и, специјално, e^x;
v) $\log_a x$ (a = конст., $a > 0$, $a \neq 0$) и, специјално, $\ln x$;
vi) $\sin x$, $\cos x$;
vii) $\arcsin x$, $\operatorname{arctg} x$.

Со помош на овие функции се дефинира најпростата, но истовремено најважната класа функции што се изучува во математичката анализа – класата елементарни функции.

Елементарна функција е, имено, секоја функција $f(x)$ што може да се добие од основните елементарни функции, со примена на аритметичките операции (собирање, множење и делење), како и со операцијата составување (т. е. композиција) на функции.

(Паѓа во очи отсуството на функциите $\text{tg}\, x, \text{ctg}\, x, \arccos x$ и $\text{arcctg}\, x$ во списокот на основните е.ф.; сите тие се е.ф., но не се основни; имено:

$$\text{tg}\, x = \frac{\sin x}{\cos x}, \ \text{ctg}\, x = \frac{\cos x}{\sin x}, \ \arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x, \ \text{arcctg}\, x = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\, x.)$$

Е.ф. се, на пр.:

1) секоја *рационална функција* (*в.*);

2) *степенаша функција* x^a, за кој било реален број *a*, специјално, кога *a* е рационален број, $a = m/n$;

3) секоја *алгебарска функција* (т. е. функција $f(x)$ што може да се добие од основни е.ф. од облик I, II и III со примена на спомнатите аритметички операции, како и операцијата композиција на функции).

Алгебарскиште функции (*в.*) што не се рационални се викаат **ирационални функции**. Е.ф., пак, што не се алгебарски се **трансцендентни функции**. Такви се, на пр., функциите наведени во iv) – vii).

Постојат доста едноставни функции што не се е.ф.; на пр., не е елементарна ниедна од функциите: sgn *x* (*сигнум од x*), [*x*] (*цел дел од x*), *функцијаша на Дирихле* (*в.*).

Класата е.ф. е мошне широка, најдобро изучена и најчесто се среќава во примените на математиката.

„ЕЛЕМЕНТИ“ [“Elements“; „Элементы“], *в.* ЕВКЛИД.

ЕЛЕМЕНТ СО КОНЕЧЕН РЕД [element with finite period; элемент конечного порядка], *в.* РЕД НА ЕЛЕМЕНТ. Познато и како *шорзионен елеменш*.

ЕЛИМИНАЦИЈА [elimination; исключение] Процес со кој од еден систем равенки се добива нов систем со помалку непознати, но со точно истите решенија. Познато и како *исклучување*; в. ГАУСОВ МЕТОД (на елиминација).

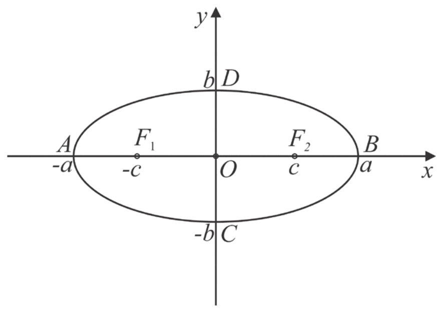
ЕЛИПСА [ellipse; эллипс] Множеството точки од една рамнина, такви што збирот на растојанијата до две фиксни точки F_1 и F_2 од таа рамнина (наречени **фокуси**) е константен и е еднаков на $2a$ (*a* е даден број), при што $\overline{F_1F_2} < 2a$. Растојанието меѓу фокусите се вика **фокусно растојание** и се означува обично со $2c$. Ако $(-c, 0)$ и $(c, 0)$ се правоаголните Декартови координати на фокусите F_1 и F_2 соодветно, тогаш соодветната равенка на е. е:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ при што } b^2 = a^2 - c^2.$$

Оваа е т.н. **канонична равенка** на е., а параметарски равенки на е. се:

$$x = a\cos t, \ y = b\sin t.$$

Е. е крива од втор ред.



Елипса

Правата што минува низ фокусите е оска на симетрија на е.; таа се вика **главна оска на симетрија** на е. И правата што минува низ средината O на отсечката F_1F_2 и е нормална на неа, е оска на симетрија на е. и се вика **споредна оска на симетрија** на е. Точката O се вика **центар** на е.

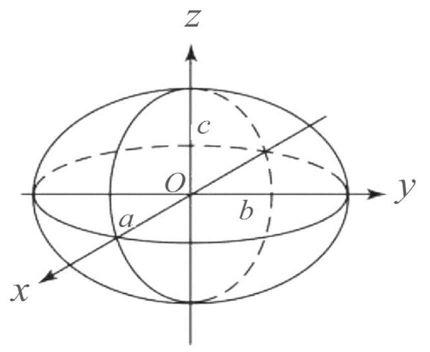
Пресечните точки A, B, C, D на е. и оските на симетрија се викаат **темиња** на е. Отсечката AB, одн. нејзината должина $2a$, се вика **голема оска** на е.; отсечката CD, одн. нејзината должина $2b$, се вика **мала оска** на е. Плоштината P на е. се пресметува со формулата $P = ab\pi$.

Бројот $e = \frac{c}{a}$ се вика **ексцентрицитет** на е.; $e < 1$ за секоја е. Ако $a = b$, тогаш точките F_1 и F_2 се совпаѓаат и е. станува кружница со центар $F_1 = F_2$ и $e = 0$. Ако e се стреми кон 1, тогаш е. дегенерира во отсечката AB. Правите со равенки $x = \pm\, a / e$ се викаат **директриси** на е.

ЕЛИПСОИД [ellipsoid; эллипсоид] Површина од втор ред чијашто канонична (најпроста) **равенка** во правоаголен Декартов систем има вид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1,$$

каде што a, b, c се полуоските на е.

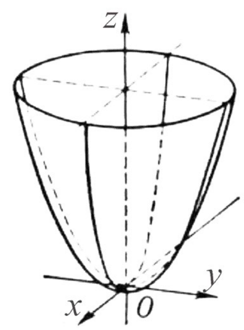


Елипсоид

Е. има центар, три оски и три рамнини на симетрија (*в.* црт.). Секој пресек на е. со рамнина е елипса, а во специјален случај може да биде кружница. Ако две оски на е. се еднакви (на пр., $2a = 2b$), тогаш е. се вика **ротационен** е., а ако сите три оски се еднакви ($2a = 2b = 2c$), тогаш е. преминува во сфера.

ЕЛИПТИЧЕН ПАРАБОЛОИД [elliptic paraboloid; эллиптический параболоид] Површина од втор ред, чијашто најпроста **равенка** во правоаголни Декартови координати има вид

$$z=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}.$$



Ротационен параболоид

Пресеците со рамнини $z = k$ $(k > 0)$ се елипси, додека пресеците со рамнини $x = k$ или, $y = k$, $k =$ конст., се параболи. Ако $a = b$, тогаш е.п. се вика **ротационен** (или **кружен**) **параболоид**; тој се добива со ротација на парабола околу нејзината оска.

ЕЛИПТИЧЕН ЦИЛИНДАР [elliptic cylinder; эллиптический цилиндр] **1**. Површина од втор ред, чијашто наједноставна равенка во Декартови координати е

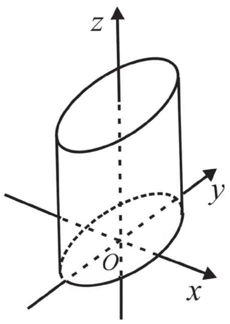
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$$

а параметарски равенки (со параметри u и v) се:

$$x = a\cos u,\quad y = b\sin u,\quad z = v.$$

За $a = b$ се добива **кружен цилиндар**.

2. Геометриско тело; в. ЦИЛИНДАР.



Елиптичен цилиндар

ЕЛИПТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА [elliptic geometry; эллиптическая геометрия] Неевклидска геометрија, добиена од евклидската геометрија, заменувајќи ја аксиомата за паралелност со следнава аксиома: „Низ дадена точка надвор од дадена права, не може да се повлече ниедна права, паралелна на дадената права“.

Е.г. може визуелно да се претстави како сфера, на која големите кружници се сметаат за „прави“. Во е.г. збирот на аглите во триаголник е поголем од 180°. Син.: *Риманова геометрија*.

ЕЛИПТИЧНА КРИВА [elliptic curve; эллиптическая кривая] Крива, зададена со равенката

$$y^2 + a_1xy + a_2y = x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 ,$$

каде што a_i е цел број. Со соодветна замена на координатите, е.к. може да се сведе на канонична форма:

$$y^2 = x^3 + ax + b .$$

Е.к. се еден од основните објекти на изучување во современата теорија на броеви и криптографијата. Специјално, е.к. биле искористени во доказот на *последната теорема на Ферма* (*в.*), а се применуваат и во некои алгоритми на факторизација и проверка на простоста на броеви. Во криптографијата тие формираат самостоен раздел „елиптична криптографија“.

ЕМПИРИСКА ВЕРОЈАТНОСТ [empirical probability; эмпирическая вероятность] Количникот од бројот на појавувања на даден настан и вкупниот број на извршени проби. Син. *статистичка веројатност*.

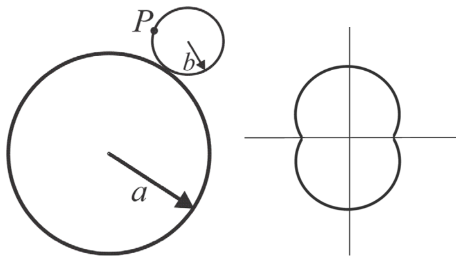
ЕМПИРИСКА КРИВА [empirical curve; эмпирическая кривая] Мазна крива, повлечена низ (или близу до) точки што претставуваат измерени вредности на две променливи, за да одговара приближно на некое множество статистички податоци. Познато и како *крива на распределба*.

ЕНДОМОРФИЗАМ [endomorphism; эндоморфизм] Пресликување од едно множество со некоја структура (како, на пр.: група, прстен, векторски простор, тополошки простор) во себе, коешто ја запазува таа структура. Со други зборови, е. е *хомоморфизам* (*в.*) на алгебарска структура во себе.

ЕНТРОПИЈА [entropy; энтропия] Во математички контекст, овој поим се припишува на динамички системи, трансформации меѓу простори со мера или системи од настани со веројатности. Е. го изразува количеството безредие, што е својствено (т. е. што постои како постојана карактеристика) или е создадено.

ЕПИМОРФИЗАМ [epimorphism; эпиморфизм] Пресликување $f : A \to B$ од алгебарска структура A во алгебарска структура B, коешто е сурјекција и хомоморфизам; кратко речено, е. е сурјективен *хомоморфизам* (*в.*).

ЕПИЦИКЛОИДА [epicycloid; эпициклоида] Кривата што ја опишува дадена точка P од една кружница со радиус b, кога таа кружницата се тркала по друга, фиксирана кружница со радиус a, од надворешната страна.



Опишување епициклоида: $a = 2b$

За $a = b$, е. има една повратна точка и претставува *кардиоида* (*в.*), за $a = 2b$ е. има две повратни точки (црт.) итн.

ЕРАТОСТЕН [Eratosthenes; Эратосфен] (ок. 276 – 194 г. пред н.е.), старогрчки математичар, географ, поет, астроном и музички теоретичар, управник на Александриската библиотека. Тој бил првиот човек што го употребил зборот „географија“ (на грчки) и ја создал научната дисциплина географија. Тој го измислил системот на ширина и должина во астрономија. Прв ја пресметал должината на екваторот, наклонот на Земјината оска, растојанието од Земјата до Сонцето (со забележителна прецизност), должината на денот, ја вовел престапната година, а ја направил и првата географска карта на светот (според тогашните сознанија) со вклучени паралели и меридијани.

Во математиката е познат по постапката со која се испитува дали даден природен број е прост или сложен; в. ЕРАТОСТЕНОВО СИТО.

ЕРАТОСТЕНОВО СИТО [Eratosthenes' sieve; решето Эратосфена] Еден од најстарите методи за одредување на сите прости броеви помали од даден природен број n со филтрирање на сите непрости броеви до n.

Постапката, на пр. за $n = 30$, е следната. Прво, се испишуваат по ред (се прави „список“ на) сите природни броеви од 2 до 30. Потоа, откако ќе се установи дека бројот 2 е прост, се пречкртуваат во списокот сите содржатели на бројот 2: 4, 6, 8, ..., 30; тогаш првиот непречкртан број – бројот 3 е прост. Потоа се пречкртуваат сите содржатели на бројот 3 во списокот (што не се пречкртани претходно): 9, 15, 21 и 27; тогаш првиот од останатите непречкртани броеви – бројот 5 е прост; итн.

Потребно е да се спроведе пречкртување на содржателите за сите прости броеви p, за кои $p^2 \le n$. Како резултат на тоа, сите сложени броеви ќе бидат пречкртани, а непречкртани ќе останат сите прости броеви. За $n = 30$, веќе по пречкртувањето на содржателите на бројот 5, сите сложени броеви се пречкртани. Остануваат непречкртани броевите

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29

– тоа се сите прости броеви до 30.

ЕРМИТСКА МАТРИЦА [Hermitian matrix; эрмитова матрица] Квадратна матрица $A = [a_{ij}]$ над полето од комплексните броеви, којашто е еднаква на својата *ермитски транспонирана матрица* (*в.*), т.е.

$$A = A^{\mathrm{H}} = \overline{A}^{\mathrm{T}} = [\overline{a}_{ji}].$$

Ако сите елементи на A се реални броеви, тогаш е.м. е *симетрична матрица* (*в.*). Множеството е.м. од фиксиран ред образува векторски простор над полето на реалните броеви. Ако A, B се е.м. од ист ред, тогаш $AB + BA$ е е.м.

Ако $A = -A^{\mathrm{H}} = -\overline{A}^{\mathrm{T}}$, тогаш A се вика **антиермитска матрица**. За која било квадратна матрица B (со комплексни елементи), $B + B^{\mathrm{H}}$ е е.м., а $B - B^{\mathrm{H}}$ е антиермитска матрица. Ако A е е.м., тогаш iA е антиермитска матрица. Производот AB на две е.м. A и B е е.м. ако и само ако тие две матрици комутираат.

Сите сопствени вредности на е.м. се реални броеви. За секоја е.м. A постои унитарна матрица U таква што $U^{-1}AU$ е дијагонална реална матрица.

ЕРМИТСКИ ВНАТРЕШЕН ПРОИЗВОД [Hermitian inner product; эрмитово внутреннее произведение], *в*. ВНАТРЕШЕН ПРОИЗВОД 1.

ЕРМИТСКИ СКАЛАРЕН ПРОИЗВОД [Hermitian scalar product; эрмитово скалярное произведение], *в*. ВНАТРЕШЕН ПРОИЗВОД 1.

ЕРМИТСКИ ТРАНСПОНИРАНА МАТРИЦА [Hermitian conjugate; эрмитово сопряжённая матрица, сопряжённая матрица] За дадена комплексна $m\times n$-матрица $A=[a_{ij}]$, е.т.м. е транспонираната матрица од A со конјугирани елементи, т. е. тоа е $n\times m$-матрицата

$$A^{\mathrm{H}} = \overline{A}^{\mathrm{T}} = [\overline{a}_{ji}].$$

На пр.:

$$A=\begin{bmatrix}1-i & -5 & 2i\\ 3 & -i & 0\end{bmatrix};\quad A^{\mathrm{H}}=\begin{bmatrix}1+i & 3\\ -5 & i\\ -2i & 0\end{bmatrix}.$$

Познато и како *конјугирано-транспонирана матрица*.

Транспонирање на една комплексна матрица $A=[a_{ij}]$, придружено со конјугирање на нејзините елементи, се вика **ермитско транспонирање**; се означува со A^{H} (или со A^*). Својства на е.т.м.:

$$(A+B)^{\mathrm{H}} = A^{\mathrm{H}} + B^{\mathrm{H}};\quad (\lambda A)^{\mathrm{H}} = \overline{\lambda}\cdot A^{\mathrm{H}};$$
$$(AB)^{\mathrm{H}} = B^{\mathrm{H}}A^{\mathrm{H}};\quad (A^{\mathrm{H}})^{-1} = (A^{-1})^{\mathrm{H}};$$
$$(A^{\mathrm{H}})^{\mathrm{H}} = A.$$

ЕРМИТ, Шарл [Charles Hermite; Шарль Эрмит] (1822 – 1901), француски математичар. Се занимавал со теорија на броеви, елиптични функции и теорија на инваријанти. Докажал дека бројот e е трансцендентен. Неговото име е сврзано со повеќе математички термини: *ермитска матрица*, ермитска форма, ермитски полином, ермитски оператор и др.

Ж

ЖОРДАН, Камиј [Camille Marie Ennemond Jordan; Камиль Мари Энмон Жордан] (1838 – 1922), француски математичар. Дал значаен придонес во теоријата на групите, топологијата и математичката анализа.

ЖОРДАНОВА КАНОНИЧНА ФОРМА [Jordan canonical form; каноническая форма Жордана] Ж.к.ф. на квадратна матрица A е матрица од обликот

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & J_k \end{bmatrix},$$

каде што $J_i \; (i = 1, 2, ..., k)$ е квадратна матрица,

$$J_i = \begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & 0 & ... & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_i & 1 & ... & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_i & ... & 0 & 0 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & ... & \lambda_i & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & \lambda_i \end{bmatrix}$$

од некој ред, наречена **Жорданова клетка** (или **Жорданов блок**). Бројот λ_i (којшто е сопствена вредност на матрицата A) и редот на матрицата J_i може да се определат непосредно од A. Ако матрицата J_i е од прв ред, тогаш блокот J_i е бројот λ_i. Треба да се има предвид дека λ_i со различни индекси може да бидат еднакви меѓу себе.

Се покажува дека: за секоја квадратна матрица A постои несингуларна матрица S, таква што SAS^{-1} има вид на Ж.к.ф. Дијагоналната форма на дијагонализирливи матрици (на пр. на нормални матрици) е специјален случај на Ж.к.ф. Познато и како: *Жорданова матрица*; *Жорданова нормална форма*.

ЖОРДАНОВА КЛЕТКА [Jordan block; жорданова клетка] Горнотриаголна матрица од специјален вид: сите елементи на главната дијагонала се ненулти и меѓусебно еднакви, сите елементи на наддијагоналата (т. е. „дијагоналата“ што е непосредно над главната дијагонала) се 1, а сите други елементи се 0; *в.* ЖОРДАНОВА КАНОНИЧНА ФОРМА.

ЖОРДАНОВА КРИВА [Jordan curve; кривая Жордана] *Проста затворена крива* (*в.*) во рамнината, т. е. затворена и сврзана крива, којашто нема самопресекувања. Инаку речено, Ж. к. е хомеоморфна слика на кружница.

Ж.к. има својство да ја дели рамнината на два дела. Тоа својство е засновано на *Жордановата теорема за затворена крива* (*в.*).

ЖОРДАНОВА МАТРИЦА [Jordan matrix; жорданова матрица] Исто што и *Жорданова канонична форма*.

ЖОРДАНОВА НОРМАЛНА ФОРМА [Jordan normal form; нормальная жорданова форма] Исто што и *Жорданова канонична форма* (*в.*).

ЖОРДАНОВА ТЕОРЕМА ЗА ЗАТВОРЕНА КРИВА [Jordan curve theorem; Жордана теорема о замкнутой кривой] Теоремата дека секоја рамнинска проста затворена крива ја дели рамнината на два дела (на две компоненти) и е нивна заедничка граница. Подробно, ако Γ е Ж.к. во рамнината Π, тогаш комплементот $\Pi \setminus \Gamma$ на кривата Γ е унија на две отворени множества – едното M_{int}

(„*внатрешност*“ на Г) и другото M_{ext} („*надворешност*“ на Г), без заеднички точки и секое од нив ја има Г за своја граница.

ЖОРДАНОВ БЛОК, *в.* ЖОРДАНОВА КАНОНИЧНА ФОРМА.

ЖОРДАНОВ ЛАК [Jordan arc; жорданова дуга] Тополошки простор, хомеоморфен со сегментот [0, 1] од реалната права. Познато и како *прост лак*.

ЖОРДАН–ХЕЛДЕРОВА ТЕОРЕМА [Jordan-Hölder theorem; Жордана-Гёдьдера теорема] Теоремата дека: ако една група има *композициони низи* (*в.*), тогаш кои било две нејзини композициони низи се изоморфни.

К. Жордан и О. Хелдер, занимавајќи се со прашањето за *решливост на алгебарските равенки во радикали* (*в.*), ги испитувале групите од пермутации. За тие групи, К. Жордан го вовел поимот *композициона низа* и докажал дека индексите на две такви низи (т. е. индексите на факторните групи A_i / A_{i+1} од подгрупите A_i и A_{i+1}), со точност до распоредот, се еднакви. О. Хелдер докажал дека соодветните фактори се изоморфни. *О. Шрајер* докажал уште поопшто тврдење: „Кои било две нормални низи во произволна група имаат изоморфни проширувања“ (*в.* ТЕОРЕМА НА ШРАЈЕР).

Познато и како *теорема на Жордан–Хелдер*.

З

ЗАВИСНОПРОМЕНЛИВА [dependent variable; зависимая переменная] Променлива, чијашто вредност зависи од вредноста дадена на друга променлива (независнопроменлива). На пр., во равенството $y = 5x$, вредноста на y зависи од вредностите дадени на x: ако $x = 1; -2; 7$, тогаш $y = 5; -10; 35$, соодветно. З. е скратен назив за терминот *зависнопроменлива величина*.

ЗАВИСНОПРОМЕНЛИВА ВЕЛИЧИНА, исто што и *зависнопроменлива* (*в.*).

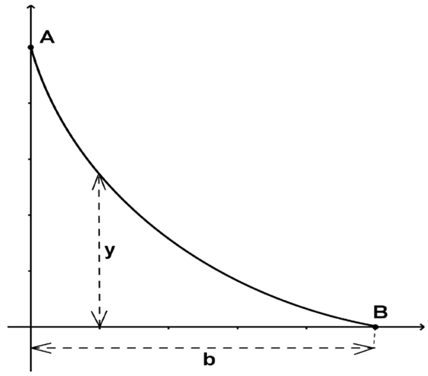
ЗАВОЈНА ЛИНИЈА, **ЗАВОЈНИЦА**, исто што и *винтова линија* (*в.*).

ЗАГРАДИ [brackets; скобки] Технички знаци, најчесто за означување на редоследот на математичките операции при пресметување на изрази. Тоа се знаците: $(\cdots)$ – **мали** или **кружни** з.; $[\cdots]$ – **средни** или **квадратни** з. (*в.*); $\{\cdots\}$ – **големи** или **виткани** з. (*в.*); и, понекогаш, $\langle ... \rangle$ – **аглести** з.

ЗАДАЧА ЗА БРАХИСТОХРОНАТА [brachistochrone problem; задача о брахистохроне] Задача од областа на *варијационото сметање* (*в.*), којашто се состои во следното. Да се најде обликот на кривата по која ќе се движи една честичка само под дејство на Земјината тежа, без триење, од една точка A до друга точка B (кои лежат на иста вертикална рамнина, но не и на иста вертикална права), во најкусо време (*в.* БРАХИСТОХРОНА). Задачата се сведува на наоѓање функција $y(x)$ којашто ќе го минимизира функционалот

$$J(y) = \int_a^b \sqrt{\frac{1+y'^2}{2gy}}\, dx, \qquad (1)$$

каде што a и b се апсциси на точките A и B. Бараната функција $y(x)$, т. е. минимумот на функционалот (1) е брахистохрона, којашто всушност е сегмент од превртена *циклоида* (*в.*).



Задача за брахистохроната

Терминот „брахистохрона“ потекнува од старогрчкиот јазик, а значи „најкусо време“ (од зборовите „брахистос“ – „најкусо“ и „хронос“ – „време“). Се користи за име на „крива на најбрзо спуштање“. З.з.б. е еден од најраните проблеми на варијационото сметање.

Задачата била предложена од Јохан Бернули во 1696 како предизвик до европските математичари. Решението било брзо најдено од: Њутон, Лајбниц, Лопитал и баќата Јохан и Јакоб Бернули.

ЗАЕДНИЧКА МЕРА [common measure; общий делитель] З.м. на две или повеќе дадени отсечки (одн. истовидни величини) е отсечка (одн. величина), којашто се содржи цел број пати во дадените отсечки (одн. величини); *в.* и ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ.

ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ [common divisor; общий делитель] З.д. на две или повеќе дадени величини е величина којашто се содржи во секоја од дадените величини цел број пати.

З.д. за броевите 36, 54 и 90 е, на пр. бројот 6, но и броевите: 2, 3, 9 и 18;

најголемиот од нив, бројот 18, се вика **најголем заеднички делител** и се означува: НЗД(36, 54, 90) = 18.

За полиномите x^3-4x и x^3-2x^2, з.д. се: x, $x-2$ и $x(x-2)$, бидејќи $x^3-4x=x(x-2)(x+2)$ и $x^3-2x^2=$ $=x^2(x-2)$; најголемиот од нив, полиномот $x(x-2)$, е **најголем заеднички делител** на дадените полиноми:

НЗД(x^3-4x, x^3-2x^2) = $x(x-2)$.

Познато и како: *заеднички фактор*; *заедничка мера*; *заеднички множител*.

ЗАЕДНИЧКИ ИМЕНИТЕЛ [common denominator; общий знаменатель] За две или повеќе *обични дропки*, з.и. е заедничкиот содржател на именителите. На пр., з.и. за дропките $5/6$ и $4/9$ е 18, но и: 36, 54, ... и секој содржател на 18. Најмалиот од сите з.и. се вика **најмал заеднички именител** (скр.: НЗИ), т. е. НЗИ е најмалиот заеднички содржател на именителите. Во примерот: НЗИ е бројот 18.

ЗАЕДНИЧКИ МНОЖИТЕЛ [common factor; общий множитель], исто што и *заеднички делител* (*в.*).

ЗАЕДНИЧКИ СОДРЖАТЕЛ [common multiple; общее кратное] З.с. на два или повеќе дадени природни броеви е природен број којшто е делив со секој од дадените броеви. На пр., бројот 180 е з.с. на броевите 4, 12 и 15, зашто 180 е делив со секој од нив. З.с. на 4, 12 и 15 се и броевите: 60, 120, 240, 300, ...; најмалиот од нив, бројот 60, се вика **најмал заеднички содржател** на 4, 12 и 15 и се означува:

НЗС(4, 12, 15) = 60.

ЗАЕДНИЧКИ ФАКТОР, исто што и *заеднички делител* (*в.*).

ЗАЕМНО НОРМАЛНИ ПРАВИ [perpendicular lines, orthogonal lines; перпендикулярные прямые] Во рамнина, две прави што се сечат под прав агол. Во простор, две *разминувачки* прави a и b се з.н.п. ако постои права c којашто е паралелна со едната од правите a, b и ја сече другата права под прав агол.

Заемната нормалност на прави лесно се проширува за отсечки и за полуправи. На пример, *една отсечка AB е заемно нормална на друга отсечка CD* ако, при нивното продолжување во двете насоки, добиените две прави се заемно нормални.

Општоприфатен знак за означување на п. е симболот $\perp$, предложен во 1634 г. од францускиот математичар ***Пјер Еригон*** (Pierre Hérigon, 1580–1643). Така, на пр., фактот дека отсечката AB е п. на отсечката CD се запишува кратко: $AB \perp CD$.

Познато и како: *ортогонални прави*; *перпендикуларни прави*.

ЗАЕМНО НОРМАЛНИ РАМНИНИ [perpendicular planes; перпендикулярные плоскости] За две рамнини во простор се вели дека се з.н.р. ако диедарот што го формираат тие рамнини е прав, т.е линискиот агол на диедарот има 90^0. Познато и како *перпендикуларни рамнини*.

ЗАЕМНО ПРОСТИ БРОЕВИ [relatively prime numbers, coprime numbers, mutually-prime numbers; взаимно простые числа] Два цели броја се з.п.б. ако немаат заеднички делители, различни од +1 или –1. Поопшто, целите броеви $a_1, a_2, ..., a_k$, $k \geq 2$, се з.п.б. ако немаат заеднички делители, различни од +1 или –1. На пр., 6, 9, 32 се з.п.б., бидејќи НЗД(6, 9, 32) = 1 (6 и 9 не се з.п.б., зашто 3 и –3 се нивни заеднички делители, а и 6 и 32 не се з.п.б.). Поимот з.п.б. не треба да се меша со поимот *пар по пар* з.п.б. (*в.*).

Основни својства на з.п.б.: i) ако секој од броевите $a_1, a_2, ..., a_k$ е з.п.б. со b, тогаш производот $a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_k$ и b се з.п.б.; ii) ако $a_1, a_2, ..., a_k$ се з.п.б., тогаш постојат цели броеви x_1, x_2, …, x_k такви што $x_1 a_1 + x_2 a_2 + ... + x_k a_k = 1$; iii) најмалиот заеднички содржател (НЗС) на апсолутните вредности од з.п.б. се совпаѓа со апсолутната вредност на нивниот производ. Познато и како *релативно прости броеви*.

ЗАЕМНО ПРОСТИ ПОЛИНОМИ [relatively prime polynomials, coprime polynomials; взаимно простые полиномы] Полиномите $p_1, p_2, ..., p_k$, $k \geq 2$, се викаат з.п.п., ако нивниот најголем заеднички делител е полином од нулти степен (т. е. ако е константа).

Својства. i) Ако q е з.п.п. со секој од полиномите $p_1, p_2, ..., p_k$, тогаш q е з.п.п. и со нивниот производ.

ii) Ако два полинома p и q се з.п.п., тогаш постојат полиноми u и v такви што $u \cdot p + v \cdot q = 1$.

iii) Ако два полинома се з.п.п., тогаш тие немаат заеднички корени.

ЗАКЛУЧОК [conclusion; заключение, вывод] Резултатот од некој процес на расудување, во текот на кој се ос-тварува премин од некои појдовни тврдења (претпоставки) кон извод на некои нови тврдења.

ЗАКЛУЧОК НА ТЕОРЕМА [conclusion of a theorem; заключение теоремы] Исказ што е последица од претпоставките на *теоремата* (*в.*).

ЗАКОН ЗА ДВОЈНА НЕГАЦИЈА [law of double negation; закон двойного отрицания] Логички принцип според кој: „ако не е вистина дека не е вистинито p, тогаш p е вистинито“, т. е. „не (не p)“ е еквивалентно со „p“. Во јазикот на исказната логика, з.н.д.н. се запишува со исказната формула

$$\neg\neg p \Leftrightarrow p .$$

Тоа значи дека з.н.д.н. дозволува бришење на пар последователни знаци на негација, т. е. з.н.д.н. е *закон за бришење на двојна негација*.

ЗАКОН ЗА ИДЕМПОТЕНТНОСТ [idempotent law; закон идемпотентности] Логички закон којшто дозволува да се исклучи повторувањето на еден ист исказ p со сврзниците „и“ и „или“:

$$p \wedge p \Leftrightarrow p ; \quad p \vee p \Leftrightarrow p .$$

З.н.и. е својство на некои операции во математиката и компјутерските науки, коешто може да се примени повеќе пати без да го промени резултатот по првата примена. Така, за бинарна операција $*$, тоа е својството: $x * x = x$, за сите елементи x од доменот на $*$. На пр., во Булова алгебра: $a \cdot a = a$ и $a + a = a$; во алгебрата на множества: $A \cap A = A$ и $A \cup A = A$. Овој поим се јавува на повеќе места во апстрактната алгебра. Познато и како: *идемпотентен закон*; *идемпотентност*.

ЗАКОН ЗА ИДЕНТИЧНОСТ [law of identity; закон тождества] Еден од трите *основни закони на логиката* (*в.*) според кој, во процесот на расудување, секој осмислен израз (поим, исказ) мора да се употребува во една и иста смисла. Обично се изразува со формулата „A е A“ или со „$A = A$“, каде што A е каква било мисла.

Во таа смисла, во секоја математичка структура, з.н.и. значи дека равенството $x = x$ важи за кој било објект x од таа структура.

ЗАКОН ЗА ИСКЛУЧЕНО ТРЕТО [law of excluded middle, principle of excluded middle; закон исключенного третьего] Еден од трите *основни закони на логиката* (*в.*) којшто се состои во следново: за кој било исказ A, или A е вистинит или неговата негација $\neg A$ е вистинита; со други зборови: $A \vee (\neg A)$ е секогаш вистинита формула. Лат.: *tertium non datur* – трета можност нема.

ЗАКОН ЗА КОНТРАДИКЦИЈА [law of contradiction; закон противоречия] Еден од трите *основни закони на логиката* (*в.*) којшто гласи: две противречни тврдења, A и $\neg A$, не може истовремено да се вистинити; симболички: $A \wedge (\neg A) \Leftrightarrow \perp$.

Познато и како *закон за противречност*.

ЗАКОН ЗА ОДРЕКУВАЊЕ, *в.* МОДУС ТОЛЕНС.

ЗАКОН ЗА ПОТВРДУВАЊЕ, *в.* МОДУС ПОНЕНС.

ЗАКОН ЗА ПРОТИВРЕЧНОСТ, *в.* ЗАКОН ЗА КОНТРАДИКЦИЈА.

ЗАКОН ЗА РАСПРЕДЕЛБА [law of distribution; закон распределения] Во теоријата на веројатност, з.з.р. е удобен термин, којшто во зависност од контекстот може да означува *распределба на веројатностите* (на пр., на некоја случајна величина), или соодветната *функција на распределба* (*в.*) или *густината на распределба на веројатности*.

Накратко: секој начин на задавање на една случајна променлива X што овозможува да се определи нејзината функција на распределба се вика *закон за распределба* на X.

ЗАКОНИ ЗА НЕГАЦИЈА НА КВАНТОРИ, *в.* КВАНТОР.

ЗАКОНИ НА ДЕ МОРГАН, *в.* ДЕ МОРГАНОВИ ЗАКОНИ.

ЗАКОН НА ГОЛЕМИТЕ БРОЕВИ [law of large numbers; закон больших чисел] „Закон на големите броеви" е теорема, една од неколкуте, којашто ја изразува идејата дека, колку што бројот на проби на еден случаен процес расте, толку разликата меѓу очекуваната и вистинската вредност се приближува кон нула.

Со други зборови, ако во една серија независни идентични експерименти, $N(B)$ е бројот на појавувања на еден настан B во n проби, а p е веројатноста дека B ќе настапи при која било дадена проба, тогаш за доволно големо n количникот $N(B)/n$ речиси нема да се разликува од p.

Една варијанта на з.н.г.б. е следната. Разликата меѓу аритметичката средина $x_n = (\xi_1 + \xi_2 + ... + \xi_n)/n$ на случајните величини $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ и аритметичката средина

$$y_n = (M\xi_1 + M\xi_2 + ... + M\xi_n)/n$$

на нивните математички очекувања (тука, M е знак за математичко очекување) станува сè помала со зголемувањето на n, т. е.

$$x_n - y_n \to 0 \quad \text{при} \quad n \to \infty .$$

Разни форми на оваа теорема се установени од Бернули, Поасон, Чебишов и други математичари.

ЗАМЕНА, *в.* СМЕНА.

ЗАОКРУЖУВАЊЕ [rounding; округление] Математичка постапка во која се врши замена на даден реален број x со приближен број x^* којшто има обично помал број цифри. Притоа, x^* се избира така што апсолутната вредност $|x - x^*|$, наречена **грешка на заокружувањето**, да биде најмала. Тоа се постигнува со следното **правило на заокружување**.

Ако бројот се заокружува до *n значајни цифри* (*в.*), тогаш се отфрлаат сите цифри десно од n-тата или пак се заменуваат со нули (ако треба да се зачуваат декадни места); притоа: ако првата од отфрлените цифри е помала од 5, тогаш последната задржана цифра останува непроменета, а ако првата од отфрлените цифри не е помала од 5, тогаш последната задржана цифра се зголемува за 1.

За бројот x^* се вели дека е **заокружен на k децимали** ако е добиен со заокружување на број x и има k децимални места. Притоа се подразбира дека бројот x што се заокружува има k или повеќе децимални места зад децималната запирка. На пр. со заокружување на бројот $\sqrt{2}$ на две децимали се добива бројот 1,41; со заокружување на бројот 0,0069984 на пет децимали се добива бројот 0,00700.

За бројот x^* се вели дека е **заокружен на m цифри** ако е добиен со заокружување и има m значајни цифри. Притоа се подразбира дека бројот x што се заокружува има m или повеќе значајни цифри. На пр., со заокружување на бројот 3 746 218 на три цифри (т. е. на десетилјадите), се добива бројот 3 750 000 (со грешка помала од 5000), т. е. бројот $375 \cdot 10^4$.

ЗАТВОРАЧ НА МНОЖЕСТВО [adherence; замыкание множества] За множество A во тополошки простор X, з.н.м. е унијата на A и множеството A' од точките на натрупување на A; се означува со $\overline{A}$; $\overline{A} = A \cup A'$. Тоа е најмалото затворено множество што го содржи A, т. е. з.н.м. е пресекот на сите затворени множества од X што го содржат множеството A.

Познато и како *адхеренција*.

ЗАТВОРЕНА КРИВА [closed curve; замкнутая кривая] З.к. (L) е сликата на затворен интервал $[a,b] \subset \mathbb{R}$, добиена со непрекината функција f од $[a,b]$ во $\mathbb{R}^2$ (или во $\mathbb{R}^3$), при што сликите на крајните точки се совпаѓаат, $f(a) = f(b)$; *в.* и КРИВА.

ЗАТВОРЕНА ОБЛАСТ [closed region; замкнутая область] Област на која ѝ се приклучени сите нејзини гранични точки, т. е. з.о. е унија на отворена област и нејзината граница.

ЗАТВОРЕН ИНТЕРВАЛ [closed interval; замкнутый промежуток, замкнутый интервал], *в.* ИНТЕРВАЛ.

ЗАТВОРЕНО МНОЖЕСТВО [closed set; замкнутое множество] Множество M од точки во тополошки (спец. евклидски) простор, такво што секоја точка на натрупување на M е точка од M. Примери на з.м.: сегмент; правоаголник; круг; призма.

ЗАФАТНИНА, *в.* ВОЛУМЕН.

ЗБИР [sum; сумма] Резултатот од собирањето на две или повеќе величини (броеви, полиноми, матрици, вектори и др). З. има својство на комутативност и асоцијативност (*в.* СОБИРАЊЕ). Познато и како *сума*.

ЗБИР НА АРИТМЕТИЧКА ПРОГРЕСИЈА [sum of an arithmetic progression; сумма арифметической прогрессии], *в.* АРИТМЕТИЧКА ПРОГРЕСИЈА.

ЗБИР НА ВЕКТОРИ [vector sum, rezultant; сумма векторов, сложение векторов] *Геометриски*, два вектора се собираат така што на крајот од едниот се поставува почетокот од вториот; тогаш нивниот збир е векторот со почеток во почетокот на првиот вектор и крај во крајот на вториот вектор; со симболи: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Ова правило се вика *правило на триаголник* (*в.*).

Ако векторите се неколинеарни, тогаш за з.н.в. може да се искористи и *правилото на паралелограм* (*в.*).

Алгебарски, збирот на два вектора $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$ и $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2)$ е векторот добиен со собирање на соодветните координати (т. е. компоненти):

$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} =$
$= (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2)$;

во простор: $(x_1, x_2, x_3) + (y_1, y_2, y_3) =$
$= (x_1 + y_1,\ x_2 + y_2,\ x_3 + y_3)$.

Збирот на неколку вектори $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, …, $\boldsymbol{a}_n$ е вектор, којшто се добива по редица последователни собирања: кон векторот $\boldsymbol{a}_1$ се додава векторот $\boldsymbol{a}_2$, кон добиениот вектор $\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2$ се додава векторот $\boldsymbol{a}_3$, итн. Познато и како *резултанта на сили*.

ЗБИР НА ГЕОМЕТРИСКА ПРОГРЕСИЈА [sum of a geometric progression; сумма геометрической прогресии], *в.* ГЕОМЕТРИСКА ПРОГРЕСИЈА.

ЗБИР НА РЕД [sum of a series; сумма ряда] Лимесот на низата од парцијалните суми на редот (ако тој лимес постои) се вика з.н.р.; *в.* РЕД ^{2}.

ЗБИР НА СЛУЧАЈНИ НАСТАНИ [union of random events; сумма случайных событий] *Збир* (или **унија**) на два случајни настани A и B е случаен настан C, којшто настапува тогаш и само тогаш кога ќе настапи барем еден од настаните A, B; се означува: $C = A \cup B$. Ако настаните A и B се **дисјунктни** (т. е. не е можно A и B да настапат истовремено), тогаш обично се запишува $C = A + B$; во тој случај, веројатноста на C е еднаква на збирот од веројатностите на A и B,

$$\mathrm{P}(C) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B).$$

ЗБОР [word; слово] Во *математиката*: произволна конечна низа знаци од некое дадено, почетно множество знаци (букви). Секој математички израз или формула може да се смета за збор, изграден според определени правила. *Примери.* 1) $(a+b)\cdot c$ е збор составен од знаците: $a, +, b, \cdot, c$ (,); 2) $(\forall x)(x=y \Rightarrow y=x)$ е збор составен од знаците (, $\forall, x,$), $=, y, \Rightarrow$ (*в.* ЗНАК).

Меѓу зборовите од *бинарната азбука* {0, 1} и зборовите од цифрите на *декадниот систем* важат, на пр., еквивалентностите 101 $\Leftrightarrow$ 5 и 1101110 $\Leftrightarrow$ 110, ако зборовите во тие азбуки ги разгледуваме како записи на броеви во бинарен и во декаден броен систем, соодветно.

Во *информатиката*: множество на одреден број битови коишто сметачот ги прифаќа како целина со која оперира.

ЗЕНОН ОД ЕЛЕЈА [Zeno of Elea; Зенон Элейский] (ок. 495 – 430 г. пред н.е.), грчки филозоф и математичар, кого што Аристотел го нарекол пронаоѓач на дијалектиката. Зенон е посебно познат по своите парадокси („Ахил и желката“, „Стрела“, „Стадион“, „Дихотомија“), кои придонеле за развојот на логичката и математичката строгост, а биле нерешливи сè до прецизното поставување на поимите *непрекинатост* (*в.*) и *бесконечност* (*в.*).

Меѓу најпопуларните од неговите парадокси е оној за **„Ахил и желката“**, којшто се состои во следното. Се натпреваруваат брзоногиот Ахил и бавната желка. На желката ѝ е дадена предност пред Ахил еднаква на растојанието од A до B. Почнуваат да трчаат истовремено, Ахил по желката. Иако Ахил трча побрзо од желката, тој никогаш нема да ја стигне, бидејќи, додека Ахил оди од A до B, желката ќе помине од B до C, а додека Ахил оди од B до C, желката ќе помине од C до D, итн., па процесот никогаш нема да заврши. Објаснението на погрешниот заклучок е во тоа што движење се мери во интервали за единица време, а не со броеви на точки.

Ако на Ахил му треба време t_1, t_2, t_3,... за да стигне од A до B, од B до C, од C до D, ... (соодветно), тогаш Ахил ќе ја стигне желката за време еднакво на $\sum_1^\infty t_i$ ако оваа сума е конечна. Ако желката патува 10 стапки во секунда и Ахил 20 стапки, а желката има предност од 10 стапки, Ахил ќе ја стигне на крајот од првата секунда, бидејќи, во тој случај, $t_1 = \frac{1}{2}$, $t_2 = \frac{1}{4}$, ..., $t_n = 1/2^n$, ... и $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+... =$ 1. Меѓутоа, ако Ахил секогаш трча побрзо од желката, но желката постепено ја зголемува својата брзина така што $t_1 = 1$, $t_2 = \frac{1}{2}$, $t_3 = \frac{1}{3}$, ..., $t_n = 1/n$, ..., тогаш сумата $\sum_1^\infty t_i$ станува поголема од секоја граница кога n расте, па Ахил никогаш нема да ја стигне желката.

ЗЕТА-ФУНКЦИЈА, *в.* РИМАНОВА ЗЕТА-ФУНКЦИЈА.

ЗЛАТЕН ПРЕСЕК [golden section, divine proportion, golden mean; золотое сечение, золотое деление, деление отрезка в крайнем и среднем отношении] Поделба на дадена отсечка со должина a на два дела, при која поголемиот дел x е средна пропорционала меѓу целата отсечка a и нејзиниот помал дел $a–x$, т. е.

$$a : x = x : (a–x).$$

З.п. се вика и **златна поделба**, а се нарекува и **делење на отсечка во краен и среден однос**.

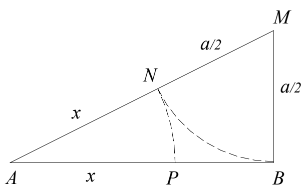
За наоѓање на x, пропорцијата се трансформира во квадратната равенка $x^2 + ax - a^2 = 0$, па бидејќи $x > 0$, се добива $x = \frac{a}{2}(-1+\sqrt{5}) \approx 0{,}618 \cdot a$ и $a–x = \frac{a}{2}(3-\sqrt{5}) \approx 0{,}382 \cdot a$, така што бројниот износ на односот $x : (a–x)$ е

$$\frac{1}{2}(1+\sqrt{5}) \approx 1{,}618.$$

Геометриски, з.п. на дадена отсечка AB се конструира на следниов начин: во точката B (црт.) се издигнува нормала и на неа се зема точката M така што $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$. На отсечката MA се избира точката N така што $\overline{MN} = \overline{MB}$, а на отсечката AB се зема точката P така што $\overline{AP} = \overline{AN}$; тогаш $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AP} : \overline{PB}$, т. е. при $a = \overline{AB}$ и $x = \overline{AP}$, $a : x = x : (a–x)$, којашто се добива од правоаголниот ΔABM со примена на Питагоровата теорема:

$$a^2 + (a/2)^2 = (x+a/2)^2.$$

З.п. бил познат уште во антиката. Називот *злашна йоделба* потекнува од Питагора. Прв го разработил Евдокс, а запишан за првпат се среќава во Евклидовите *Елеменши*. Терминот *злашен йресек* го вовел Леонардо да Винчи во почетокот на XVI век.



Златен пресек

З.п. често се среќава во природата, се смета дека е складен, мошне пријатен и убав за гледање и затоа многу се користел во архитектурата и во сликарството, особено во антиката и во ренесансата. Познато и како: *злашна йоделба*; *делење на ошсечка во краен и среден однос*.

ЗЛАТНА ПОДЕЛБА [golden ratio; золотое деление], *в.* ЗЛАТЕН ПРЕСЕК.

ЗНАК [symbol, sign, mark; знак, символ] Елемент од договорено множество, којшто има договорена смисла. Договореното множество обично се зема да е конечно и често се нарекува **азбука**. Произволна конечна низа од з. што ѝ припаѓаат на една азбука A се вика **збор**.

Во математиката, особено важни се: **цифрените** з.: 0, 1, 2,..., 9 – за претставување броеви (во декадниот броен систем); **буквените** з.: за означување *йроменливи* – најчесто последните букви од латиницата x, y, z, x_1, x_2,… и за означување *константи* – најчесто првите букви од латиницата a, b, c, a_1, a_2, … (наречени и **општи броеви**); **посебни** з.: π, $\varnothing$, $\angle$, ...; з. **за операции**: $+, \cdot, -, :, \cup, \cap, *, \setminus, \ldots$; з. **за функции** – најчесто буквите $f, g, h, f_1, f_2, \ldots$; з. **за релации** – обично буквите $R, T, R_1, R_2, \ldots$, грчките букви $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ и посебни знаци $=, \cong, <, \leq, \in, \subseteq, \ldots$

Логички з. се *знаците за логичките операции* $\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \neg, \veebar$, *кванторите* $\forall, \exists$ и вистинитосните вредности $\top, \bot$.

Помошни з. се: запирки и загради, разни линии и цртички, а покрај нив се користат и други, посебни знаци: √ (корен), ∫ (интеграл), ∑, ∏ и др.

Врз основа на своите знаци, математиката изградува посебен математички јазик, којшто се одликува со прецизност и едноставност.

Познато и како *симбол*.

ЗНАЧАЈНИ ЛИМЕСИ [remarkable limits; замечательные пределы] Во математичката анализа се изучуваат следниве два лимеса:

$$1)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1,\quad 2)\ \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e,$$

$$e = 2{,}718\ 281\ 828\ 459\ \ldots$$

Овие два лимеса се значајни по тоа што, со нивна помош, може многу едноставно и лесно да се пресметуваат бројните вредности на многу лимеси, коишто со други начини се пресметуваат значително посложено.

На пр., од првиот з.л. 1) следува дека се еквивалентни меѓу себе следниве бескрајно мали величини $(a \neq 0)$:

$$ax,\ \sin ax,\ \operatorname{tg} ax,\ \arcsin ax,\ \operatorname{arctg} ax,$$

т. е. лимесот од количникот на кои било две од тие функции при $x \to 0$ е еднаков на единица.

Од 2) исто така непосредно се добиваат, на пример, следниве лимеси:

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=e,\quad \lim_{x\to+\infty}(1-\tfrac{1}{x})^x=e^{-1},$$

$$\lim_{x\to 0}(1+ax)^{1/bx}=e^{a/b}\ \text{ и др.}$$

Секако, има и други з.л., на пример:

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a,\quad \lim_{x\to 0}\frac{a^x-b^x}{x}=\ln\frac{a}{b}.$$

ЗНАЧАЈНИ ТОЧКИ НА ТРИАГОЛНИК [remarkable points in a triangle; замечательные точки треугольника] Тоа се четири централни точки коишто се сметаат за најважни за триаголникот: **тежиште** – пресекот (T) на тежишните линии; **ортоцентар** – пресекот (H) на висините; **центар на опишаната кружница** – пресекот (O) на симетралите на страните; **центар на впишаната кружница** – пресекот (S) на симетралите на аглите. Точките T и S секогаш се во триаголникот, а H и O за некои триаголници се во триаголникот, а за некои се надвор од него. Во рамнокрак триаголник сите четири точки ѝ припаѓаат на висината спуштена кон основата, а во рамностран – сите четири се совпаѓаат.

Пресечната точка на симетралите на еден внатрешен и два надворешни агли е **центар на однадвор припишана кружница**, којашто допира една страна на триаголникот и краците на аголот на кој ѝ припаѓаат другите две страни.

Постојат и други точки во врска со триаголникот и најчесто се наречени по математичарите што ги откриле, на пр.: точка на Торичели, центар на Ојлерова кружница и др., но тие поретко се среќаваат во практиката. Точките T, H, O и центарот M на Ојлеровата кружница лежат на една права, наречена *Ојлерова права* (*в.*).

ЗНАЧАЈНИ ЦИФРИ [significant figures, significant digits; значащие цифры] З.ц. на еден приближен број се викаат сите негови *точни цифри* (*в.*) освен нулите што стојат пред првата, различна од нула цифра. На пр., ако во записот на бројот *a* = 0,00<u>57040</u> сите цифри се точни, тогаш з.ц. се 5,7,0,4,0 (потцртаните); ако пак во *a* = 32000 се точни само цифрите 3, 2, 0, тогаш тие се з.ц., а последните две нули не се з.ц.

ЗОНА [zone; зона], *в*. СФЕРЕН ПОЈАС И ТОПКИН ПОЈАС.

z-**КОМПОНЕНТА НА ВЕКТОР** [*z* component of a vector; *z*-компонента вектора] Проекцијата на вектор врз апликатната оска во просторен Декартов координатен систем.

z-**КООРДИНАТА** [*z* coordinate; *z*-координата] Една од координатите на точка $M(x, y, z)$ во тридимензионален координатен систем – третата по ред, којашто се вика и *апликата*.

z-**ОСКА** [*z* axis; *z*-ось] Една од трите оски во тридимензионален Декартов координатен систем; се вика и **апликатна оска**. Во правоаголен координатен систем таа е нормална на апсцисната и на ординатната оска.

ЗРАК [ray; луч] , *в*. ПОЛУПРАВА.

S

SВЕЗДА [star; звезда] **1**. Одреден вид рамнински неконвексен многуаголник којшто нема еднозначна математичка дефиниција; терминот *sвезда* се користи обично како скратен назив за *правилна геометриска sвезда*, т. е. за *sвездест многуаголник* (*в.*).

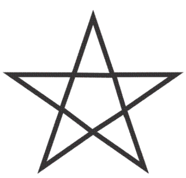
2. За член A од некоја фамилија множества, s. е колекцијата од сите множества на таа фамилија што го содржат A како свое подмножество.

3. Во тополошки простор X, *sвезда* на елемент $x \in X$ во однос на фамилијата подмножества $\mathcal{A}$ се вика множеството

$$\cup\{A \mid A \in \mathcal{A} \text{ и } x \in A\}.$$

SВЕЗДЕСТ МНОГУАГОЛНИК [star polygon; звёздчатый многоугольник, звёздный многоугольник, звезда] S.м. е рамностран, еднаквоаголен и самопресекувачки полигон, конструиран со повлекување отсечки од едно теме (на прост, правилен p-аголен многуаголник) до друго, несоседно теме, q-то по ред од почетното, и со продолжување на тој процес додека се стигне до почетното теме.

На пример, во правилен петаголник, може да се добие **sвездест петаголник** со повлекување отсечка од првото до третото теме, од третото до петтото теме, од петтото до второто, од второто до четвртото и од четвртото до првото теме.

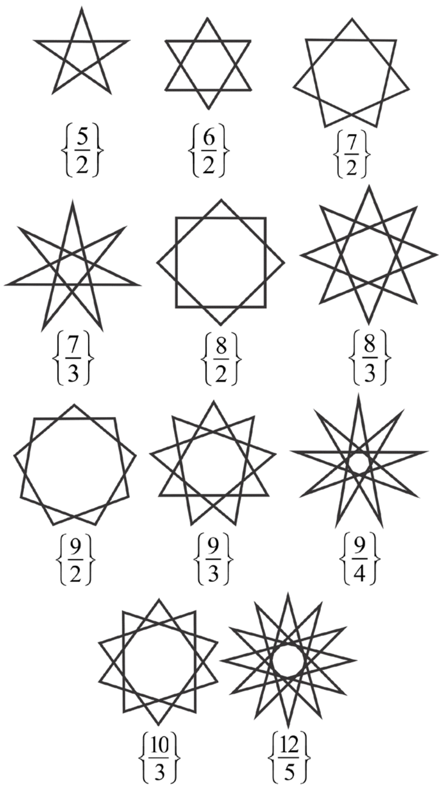


Пентаграм

Декагон

Алтернативно, s.м. $\left\{\frac{p}{q}\right\}$, каде што p и q се природни броеви, се дефинира како фигура формирана со сврзување со отсечка секоја q-та точка од p точки што лежат правилно распоредени на една кружница.

За s.м. се користи терминот **правилен** s.м. кога треба да се направи разлика со „неправилна sвезда“. Правилен s.м. се означува со симболот $\left\{\frac{p}{q}\right\}$, каде што p и q се природни броеви, коишто означуваат: p – бројот на страните, а q (наречен **полигонална густина**) – бројот „комплети“ од по p темиња. Бројот на страните на правилен s.м. $\left\{\frac{p}{q}\right\}$ е најмалку 5, т. е. $p \geq 5$, а $q \geq 2$. Без да се изгуби од општоста се зема $q < p/2$.



Sвездести многуаголници

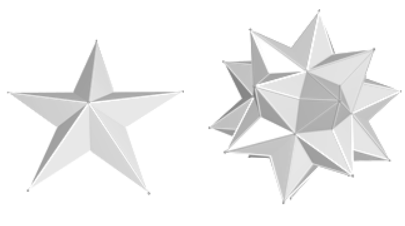
Правилен ѕвездест петаголник, ознака: $\{\frac{5}{2}\}$, има 5 темиња (т. е. врвови) и 5 рабови што се пресекуваат меѓусебно. Тој се вика и **пентаграм**. Областа што ја зафаќа еден пентаграм се вика (**конкавен**) **декагон**; тој има 10 страни и 2 „комплета“ од по 5 темиња (*в*. црт., погоре).

Обично се зема броевите p и q да се заемно прости. Но, ѕ.м. може да се обопшти на „*несвојствен*“ ѕ.м., ако се земе p и q да имаат заеднички делител $(p,q)\neq 1$. За таква фигура, ако не се сите точки сврзани по првата постапка, се почнува со првата несврзана точка и се повторува постапката. Тоа се повторува додека се сврзат сите точки.

Покрај пентаграм, з.м. се именувани: **хексаграм**, **хептаграм**, **октограм**, **нонаграм**, **декаграм**, **додекаграм** итн. (*в*. црт. Ѕвездести многуаголници).

Ѕ.м. може да се добијат и со истовремено продолжување на сите страни на правилен p-аголник по нивното пресечување во темињата на p-аголникот до нивното следно пресечување во точки, коишто претставуваат темиња на ѕ.м.

ЅВЕЗДЕСТ ПОЛИЕДАР [star polyhedron; звёздный многогранник, звёздчатый многогранник] Ѕ.п. е неконвексен полиедар којшто содржи некаков распоред на симетрично подредени „шилци“ давајќи му визуелен изглед на тридимензионална ѕвезда.



Ѕвездест полиедар

Се разгледуваат (обично) **правилни** ѕ.п. – тоа се ѕ.п. чиишто ѕидови се складни правилни многуаголници или ѕвездести многуаголници.

ЅВЕЗДОВИДНА ОБЛАСТ [starlike region; звездообразная область] Област во комплексната рамнина таква што отсечката што сврзува која било нејзина точка со координатниот почеток лежи целосно во областа.

ЅИД [face; грань], *в*. ЅИД НА: ДИЕДАР; ПИРАМИДА; ПОЛИЕДАР; ПОЛУПРОСТОР; ПРИЗМА; ЌОШЕ.

ЅИДЕН АГОЛ [face angle; плоский угол при верщине многогранника] Агол формиран од два последователни раба на полиедар.

ЅИД НА ДИЕДАР [face of a dihedral angle; грань двугранного угла] Секоја од двете полурамнини што го формираат диедарот; *в*. ДИЕДАР.

ЅИД НА ПИРАМИДА [face of a pyramid; грань пирамиды] Секој од рамнинските триаголници и многуаголникот (основата) што ја ограничуваат пирамидата; в. ПИРАМИДА.

ЅИД НА ПОЛИЕДАР [face of a polyhedron; грань многогранника] Секој од рамнинските многуаголници што го ограничуваат полиедарот *в*. ПОЛИЕДАР.

ЅИД НА ПОЛУПРОСТОР [face of a half space; грань полупространства] Рамнината што го ограничува полупросторот; *в*. ПОЛУПРОСТОР.

ЅИД НА ПРИЗМА [face of a prism; грань призмы] Секој од рамнинските многуаголници што ја ограничуваат призмата; *в*. ПРИЗМА.

ЅИД НА ЌОШЕ [face of a polyhedral angle; грань многогранного угла] Дел од рамнина, ограничен со два соседни раба на ќошето; *в*. ЌОШЕ.

И

ИГРА [game; игра] И. или конфликтна ситуација е случување во кое се дефинирани: учесниците (играчите), можните исходи и заинтересираноста (ползата, користа) на играчите за исходот. *Примери.*

1) „Шах“: двајца играчи, три исходи (победа, пораз, реми), обајцата се заинтересирани да победат.

2) Играта „камен–лист–ножици“ меѓу двајца играчи се игра по правилото: каменот ги бие ножиците, ножиците го бијат листот, а листот го бие каменот. Таа и. може да се претстави со следнава матрица, којашто ја покажува добивката на играчот 1:

Избор на играч 1	*Избор на играч* 2		
	камен	*лист*	*ножици*
камен	0	–1	1
лист	1	0	–1
ножици	–1	1	0

Ако двајцата играчи го изберат истиот предмет (на пр. *камен*), тогаш обајцата добиваат 0. Инаку, победникот добива 1 бод, а губитникот добива –1 бод. Оваа е и. **со нулта сума**, бидејќи сумата на добивките од двајцата играчи секогаш е еднаква на нула.

Областа од математиката што ги проучува игрите се вика *теорија на игри* (*в.*).

ИДЕАЛ [ideal; идеал] **1**. Во *прстен* R (асоцијативен и со единица), која било подгрупа A од адитивната група на R се вика **лев** и. ако

$$(\forall\, r \in R, a \in A)\; ra \in A, \text{ т. е. } RA \subseteq A,$$

а се вика **десен** и. ако

$$(\forall\, r \in R, a \in A)\; ar \in A, \text{ т. е. } AR \subseteq A;$$

ако A е и лев и десен и., т. е. ако

$$(\forall\, r \in R, a \in A)\; (ra, ar \in A),$$

тогаш A се вика **двостран** и. или, просто, **идеал**. Нултото ножество $O = \{0\}$ и целиот прстен R се и. во R; за нив се вели дека тие се **тривијални** и. на R.

За кој било и. A во прстен R, постои хомоморфизам којшто го пресликува R на фактор-прстенот R/A. Тој хомоморфизам го пресликува секој елемент од A во нулата. Исто така, R/A е изоморфен со сликата на R при кој било хомоморфизам за кој A е множеството од оние елементи коишто се пресликуваат во нулата.

2. Во *полугрупа* S, непразно подмножество A е **лев** и. на S ако

$$(\forall\, s \in S, a \in A)\; sa \in A, \text{ т. е. ако } SA \subseteq A,$$

а е **десен** и. ако

$$(\forall\, s \in S, a \in A)\; sa \in A, \text{ т. е. } AS \subseteq A;$$

A е **двостран** и. (или, просто, **идеал**) ако е и лев и десен и. Јасно е дека S е и. во S; тој се вика **тривијален** и. на S. Идеал на S различен од S се вика **вистински** и. на S.

3. Во *мрежа* L, и. е секое подмножество A, за кое важат условите:

а) $x, y \in A \Rightarrow x \vee y \in A$;

б) $x \in A \wedge y \le x \Rightarrow y \in A$.

Оваа дефиниција важи и во Булова алгебра зашто и Булова алгебра е мрежа. Во мрежа се дефинира и поимот *филтер* (*в.*), којшто е дуален на поимот и.

ИДЕАЛНА ПРАВА [ideal line; несобственная прямая], исто што и *бескрајно далечна права* (*в.*).

ИДЕАЛНА ТОЧКА [ideal point; несобственная точка], исто што и *бескрајно далечна точка* (*в.*).

ИДЕАЛНИ ЕЛЕМЕНТИ [ideal elements; несобственные элементы], *в.* БЕСКРАЈНО ДАЛЕЧНИ ЕЛЕМЕНТИ.

ИДЕМПОТЕНТ [idempotent; идемпотент], *в.* ИДЕМПОТЕНТЕН ЕЛЕМЕНТ.

ИДЕМПОТЕНТЕН ЕЛЕМЕНТ [idempotent element; идемпотентный элемент] Елемент x од некој алгебарски систем (група, полугрупа, итн.) за кој важи равенството $x^2 = x$. Познато и како *идемпотент*.

ИДЕМПОТЕНТЕН ЗАКОН, *в.* ЗАКОН ЗА ИДЕМПОПТЕНТНОСТ.

ИДЕМПОТЕНТНА МАТРИЦА [idempotent matrix; идемпотентная матрица] Матрица A чијшто квадрат е самата матрица, т. е. $A^2 = A$.

ИДЕМПОТЕНТНОСТ [idempotency; идемпотентность], *в.* ЗАКОН ЗА ИДЕМПОТЕНТНОСТ.

ИДЕНТИТЕТ [identity; тождество] Равенство, обично означувано со ≡, коешто е точно за сите вредности на променливите, освен за вредностите за кои равенството нема смисла. Така, равенствата $xy = yx$ и $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$, $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ се идентитети во полето на реалните броеви. И. е и секое точно бројно равенство. Наместо знакот ≡ (за идентитет), обично се користи знакот = (за еднаквост). Познато и како *идентично равенство*.

ИДЕНТИЧНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [identity transformation, identity map, identity function; тождественное преобразоыание] **1**. За кое било непразно множество M, и.т. на M се вика пресликувањето $f : M \to M$, дефинирано со $f(x) = x$, за секој x од M (т. е. функцијата $f(x) = x$). Познато и како: *идентично пресликување*.

2. Со термини од теоријата на множествата, каде што поимот *функција* (*в.*) е дефиниран како специјален вид релација, и.т. може да се третира како *дијагонална релација* или *дијагонала во множеството M* (*в.*). Познато и како: *идентична функција*.

3. И.т. *во алгебра* значи замена на еден алгебарски (аналитичен) израз со друг, идентично еднаков со првиот, т. е. израз којшто ги добива истите вредности како првиот за сите допуштени вредности на променливите што влегуваат во тие изрази.

И.т. на изразот $f(t,u,...,z)$ е премин од тој израз кон изразот $g(t,u,...,z)$, којшто, по „надворешен изглед“, во општ случај, е различен од првиот, но равенството $f = g$ е *идентитет* (*в.*). И.т. има голема улога во алгебрата при решавање равенки, при докази на теореми и идентитети.

4. И.т. *во геометрија* е трансформација на n-димензионален простор во себе, при што сите точки на тој простор остануваат неподвижни.

ИДЕНТИЧНА ФУНКЦИЈА, *в.* ИДЕНТИЧНА ТРАНСФОРМАЦИЈА 1.

ИДЕНТИЧНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ, *в.* ИДЕНТИЧНА ТРАНСФОРМАЦИЈА 1.

ИДЕНТИЧНО РАВЕНСТВО, *в.* ИДЕНТИТЕТ.

ИЗВЕДУВАЊЕ ЗАКЛУЧОК [inference, conclusion, deduction; умозаключение, вывод, дедукция] Процес на расудување при кој се остварува премин од некои дадени појдовни тврдења (**претпоставки**) кон нови тврдења (**заклучоци**).

Правилата за трансформирање на појдовниот систем претпоставки во системот заклучоци се викаат **правила на заклучување** (*в.*). И.з. е *директно* ако претпоставките и заклучоците се јавно искажани; во спротивниот случај, и.з. е *индиректно*.

ИЗВОД [derivative, differential coefficient, rate of change; производная, производное число] Еден од основните поими на диференцијалното сметање. Нека $y = f(x)$ е функција, дефинирана во интервалот (a, b) и x_0, $x_0 + \Delta x$ се во (a, b). Ако постои лимесот

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x},$$

тогаш тој се вика *извод* на f во x_0 и се означува со $y'(x_0)$ или со $f'(x_0)$.

Ако функцијата $f(x)$ има и. во секоја точка x од интервалот (a, b), тогаш и. $f'(x)$ е функција дефинирана на интервалот (a, b). За означување на и., прифатени се симболите:

y', $f'(x)$ (воведени од Њутон);

$\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{df(x)}{dx}$ (воведени од Лајбниц);

Dy, $Df(x)$, $f_x(x)$ (според Коши). (Последните три ознаки се користат релативно ретко.)

Процесот за наоѓање и. на функција се вика *диференцирање* (*в.*).

Голем број задачи од математиката, физиката, техниката и други науки доведуваат до поимот и. На пр.: 1) Брзината v на произволно праволиниско движење, зададено со функција $s = f(t)$, е извод на патот (s) по времето (t), т. е. $v = f'(t)$. 2) Задачата за добивање равенка на тангента на крива $y = y(x)$ во дадена точка x_0 се сведува на наоѓање на аголниот коефициент k на тангентата: $k = y'(x_0)$.

Извод од изводот на функцијата $y = f(x)$ се вика **втор извод** или **извод од втор ред** и се означува со y'' или $f''(x)$; ***n*-ти извод** е изводот на $(n-1)$-от извод; ознака: $y^{(n)}$ или $f^{(n)}(x)$.

ИЗВОД ВО НАСОКА [directional derivative; производная по направлению] Нека $\boldsymbol{n} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ е единичен вектор. И.в.н. $\boldsymbol{n}$ на дадена функција $u = f(x, y, z)$ (од $\mathbb{R}^3$ во $\mathbb{R}$) во дадена точка $M_0(x_0, y_0, z_0)$ се вика лимесот (ако постои)

$$\lim_{\Delta s \to 0} \frac{f(x, y, z) - f(x_0, y_0, z_0)}{\Delta s} \ \left(= \frac{du}{d\boldsymbol{n}}\right),$$

каде што $\Delta s > 0$, $x = x_0 + \Delta s \cdot \cos\alpha$, $y = y_0 + \Delta s \cdot \cos\beta$, $z = z_0 + \Delta s \cdot \cos\gamma$.

И.в.н. ја карактеризира брзината на менување на функцијата u во точката M_0 по насоката $\boldsymbol{n}$; $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ се **насочувачки косинуси** на $\boldsymbol{n}$.

Ако функцијата $u = f(x, y, z)$ е диференцијабилна во точката M_0, тогаш и.в.н. постои и е еднаков на

$$\frac{\partial u}{\partial \boldsymbol{n}} = \frac{\partial u}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial u}{\partial y}\cos\beta + \frac{\partial u}{\partial z}\cos\gamma$$

или, со помош на *градиент* (*в.*):

$$\frac{\partial u}{\partial \boldsymbol{n}} = (\operatorname{grad} u) \cdot \boldsymbol{n}.$$

Ако $\boldsymbol{n}$ е колинеарен со $\operatorname{grad} u$, тогаш и.в.н. на $\boldsymbol{n}$ е најголемиот можен по апсолутна вредност (во дадената точка), а и обратно; притоа:

$$\frac{\partial u}{\partial \boldsymbol{n}} = |\operatorname{grad} u| = (u_x^2 + u_y^2 + u_x^2)^{1/2}.$$

ИЗВОДНО МНОЖЕСТВО [derived set; производное множество] Множеството од сите *точки на акумулација* на дадено множество M; ознака: M'.

ИЗОЛИРАНА ТОЧКА [isolated point; изолированная точка] **1**. Точка P во тополошки простор е и.т. на некое множество S ако $P \in S$ и постои околина на P што не содржи други точки од S освен P. **2**. Точка што ја задоволува равенката на рамнинска крива C, но има околина што не содржи ниедна друга точка од C. На пр., за кривата $y^2 = x^2(x-1)$, и.т. е координатниот почеток $(0, 0)$.

ИЗОМЕТРИЈА [isometry; изометрия] Пресликување f од метрички простор X во метрички простор Y при кое растојанието меѓу кои било две точки од X е еднакво со растојанието меѓу нивните слики при f во Y (специјално, кога $X = Y$ е евклидски простор, *в.* ДВИЖЕЊЕ). Познато и како *изомет̄рична т̄рансформација*.

ИЗОМЕТРИЧНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [isometric map; изометрическое отображение], *в.* ИЗОМЕТРИЈА.

ИЗОМЕТРИЧНИ ПРОСТОРИ [isometric spaces; изометрические пространства] Два простора меѓу кои постои *изомет̄рија* (*в.*).

ИЗОМОРФИЗАМ [isomorphism; изоморфизм] Хомоморфизам $f : A \to B$ меѓу две алгебарски структури A и B при кој пресликувањето f е биекција. На пр., пресликувањето $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, каде што $\mathbb{R}$ е множеството на реалните броеви, $\mathbb{R}^+$ е множеството од позитивните реални броеви, а f е дадено со $f(x) = \log x$, е изоморфизам на алгебарските структури ($\mathbb{R}^+$; $\cdot$) и ($\mathbb{R}$; $+$), зашто f е биекција и важи $f(x \cdot y) = \log xy = \log x + \log y = f(x) + f(y)$; *в.* ХОМОМОРФИЗАМ.

ИЗОПЕРИМЕТРИСКИ ПРОБЛЕМ [isoperimetric problem; изопериметрическая задача] Еден од основните проблеми на варијационото сметање. Се состои во следното. Меѓу сите рамнински затворени криви со дадена должина да се најде онаа што зафаќа најголема плоштина. Бараната крива е кружница. Ако дел од границата треба да биде праволиниска отсечка (како покрај река), тогаш бараната крива е полукружница со дијаметар дадената отсечка.

Овој проблем е познат и како **проблем на Дидона**. Според легендата, на протераната кралица Дидона ѝ била дадена толку земја колку што може да зафати една воловска кожа. Таа ја исекла кожата на многу тенки ленти, направила полукружница покрај брегот на Северна Африка и во таа полукружница ја основала државата Картагина.

ИЗОХРОНА КРИВА [isochrone curve, tautochrone curve; изохронная кривая, таутохронная кривая] Крива, за која времето што му е потрбно на еден објект, којшто се лизга по неа без триење при рамномерна гравитација, да се спушти до нејзината најниска точка, не зависи од почетната позиција на објектот. Таква крива е *циклоидат̄а*, „превртена наопаку“.

ИЗРАЗ [expression; выражение] Многу општ термин, којшто се користи за означување на симболичка математичка творба, запишана со користење: математички *величини* (константи, променливи, параметри, множества, функции), операциски *знаци* и логички оператори (знак за: собирање, множење, унија, конјункција, еквиваленција итн.). Така, на пр., 1, x, $(2 + x)$, $(3 - (4 - 5))$ се изрази, поточно: *алг̄ебарски изрази*.

Нека се: x, y, … променливи, a, b, … константи и $*$ некој операциски знак. Формалната дефиниција на **израз** составен од овие знаци гласи: i) променливите и константите се изрази; ii) ако u и v се изрази, тогаш и $(u * v)$ е израз; iii) изрази може да се добијат само со конечна примена на барањата i) и ii). Според оваа дефиниција, b и $(x * (b * y))$ се изрази, но $x * b * y$ не е израз.

Операциските знаци, како $*$ во горниот пример, може да се пишуваат на разни начини. Погоре воведениот начин на пишување $(x * y)$ се вика **инфиксна нотација** (најчеста), $*xy$ се вика **префиксна** (или *ӣолска*) **нотација**, а $xy*$ – **суфиксна** (или *инверзна ӣолска*) **нотација**.

ИКОСАЕДАР [icosahedron; икосаэдр] Полиедар чијашто површина се состои од 20 ѕидови. Ако сите ѕидови се складни рамнострани триаголници, тогаш тој се вика **правилен** и; тој е еден од петте *Платонови тела*; *в*. ПРАВИЛЕН ПОЛИЕДАР.

ИМАГИНАРЕН БРОЈ [imaginary number; мнимое число] Комплексен број од обликот bi, каде што b е реален број различен од 0, а i е *имагинарната единица* (*в*.). Познато и како *чисто имагинарен број*.

Терминот „имагинарен број“ често се користи наместо „комплексен број“.

ИМАГИНАРЕН ДЕЛ [imaginary part; мнимая часть] За комплексен број $z = a + bi$, и.д. е реалниот број b; ознака: $b = \mathrm{Im}\, z$.

ИМАГИНАРНА ЕДИНИЦА [unit complex number; мнимая единица] Комплексен број што се означува со i и го има својството $i^2 = -1$.

ИМАГИНАРНА ОСКА [imaginary axis; мнимая ось] Вертикалната координатна оска $x = 0$ во *комплексна рамнина* (*в*.); и.о. ја сочинуваат сите комплексни броеви $x + yi$, каде што $x = 0$. Хоризонталната оска $y = 0$ се вика **реална оска**.

ИМЕНИТЕЛ [denominator; знаменатель] Членот b во дропката a/b (a се вика *броител*); *в*. ДРОПКА.

ИМЕНУВАН БРОЈ [denominate number; именованное число] Број, запишан заедно со името на мерната единица на разгледуваната величина.

На пр., 3 m (три метри), 5 ha (пет хектари), 10 m^3 (десет кубни метри), 20 kg (дваесет килограми), 8 dl (осум децилитри), 4 канти, 6 книги се и.б. За и.б. 3 m, 3 е **мерен број** (тој е неименуван број), а m е **мерна единица**.

И.б. што е запишан со еден неименуван број и една мерна единица се вика **едноимен број**. Сите и.б. од горниот пример се едноимени броеви. И.б. што се запишани со иста мерна единица се викаат **истоимени броеви**. На пр.: 5 kg, 3 kg, 126 kg се истоимени броеви, а и.б. 5 kg и 7 dl не се истоимени. Два или повеќе и.б. што се искажани со мерни единици за иста величина се викаат и.б. **од ист вид**. На пр.: 4 m, 6 dm и 5 mm се и.б. од ист вид, а и.б. 4 m и 3 m^2 не се од ист вид.

И.б. што е составен од два или повеќе едноимени броеви од ист вид се вика **повеќеимен број**; едноимените броеви се викаат **членови** на повеќеимениот број. Пр.: 2 m^2 3 dm^2 5 cm^2 е повеќеимен број; 2 m^2, 3 dm^2, 5 cm^2 се негови членови. Секој повеќеимен број може да се претстави како збир на два или повеќе едноимени броеви од ист вид. На пример: 4 m 6 dm 8 cm = 4 m + 6 dm + 8 cm.

ИМПЛИКАЦИЈА [implication; импликация] Во математичката логика, и. на исказите p и q се вика исказот, означен со симболот $p \Rightarrow q$ (обично искажан со изразот „Ако p, тогаш q“), којшто е невистинит кога p е вистинит и q невистинит, а е вистинит во сите други (три) случаи (*в*. ја вистинитосната таблица подолу). И самиот логички сврзник $\Rightarrow$ се вика **импликација**; *в*. ЛОГИЧКА ОПЕРАЦИЈА.

p	q	$p \Rightarrow q$
⊤	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥
⊥	⊤	⊤
⊥	⊥	⊤

Многу теореми во математиката се формулирани со помош на изразот „*Ако ..., тогаш ...*“, т. е. во вид на импликација $p \Rightarrow q$; во тој случај се вели дека теоремата е искажана во **условна форма**. Во и. $p \Rightarrow q$ првиот исказ (p) се вика **претпоставка** (*хипотеза* или *антецедент*), а вториот (q) – **заклучок** (*последица* или *консеквента*). Исказот $p \Rightarrow q$ се искажува на повеќе начини: „*Ако p, тогаш q*“, „*Од p следува q*“, „*p го повлекува q*“, „*p е доволен услов за q*“, „*q е потребен услов за p*“.

ИМПЛИЦИТНА ФУНКЦИЈА [implicit function; неявная функция] Функција дефинирана со равенка од обликот $F(x, y) = 0$ (општо, $F(x_1, x_2,\ldots, x_n) = 0$). Ако y се смета за зависнопроменлива, тогаш се вели дека равенката $F(x, y) = 0$ ја дефинира y како *имплицитна функција* од x.

Во некои случаи, од $F(x, y) = 0$ може да се изведе равенство од обликот $y = f(x)$. Кога тоа е направено, за y се вели дека е *експлицитна функција* од x. На пр., при $x + xy + 2x^2y + y^3 = 0$, y е *имплицитна* функција од x, а при $y = x^2 - 1$, y е *експлицитна* функција од x. Од равенството $x^2 + y^2 = 1$ се добиваат две равенства: $y = +\sqrt{1-x^2}$ и $y = -\sqrt{1-x^2}$, а секое од нив ја определува y како експлицитна функција од x, т. е. се добиваат две функции.

ИНВАРИЈАНТНО СВОЈСТВО [invariant property; инвариантное свойство] Својство на равенка, функција или конфигурација што останува неизменето под дејство на одредена трансформација.

ИНВЕРЗЕН ЕЛЕМЕНТ [inverse element; обратный элемент] Во група G, и.е. на даден елемент a е елемент b со својството $a \cdot b = b \cdot a = e$, каде што $(\cdot)$ е операцијата, а e е неутралниот елемент на групата G. Елементот b со тоа својство е единствен (за a) и се означува со a^{-1}. Значи:

$$a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = e.$$

ИНВЕРЗЕН ЛОГАРИТАМ, исто што и *антилогаритам* (*в.*).

ИНВЕРЗЕН РАЗМЕР, исто што и *обратен размер*; *в.* РАЗМЕР.

ИНВЕРЗИБИЛЕН ЕЛЕМЕНТ [invertible element; обратимый элемент] Елемент a во групоид G, со неутрален елемент e, за кој постои елемент b, таков што $a \cdot b = b \cdot a = e$.

ИНВЕРЗИБИЛНА МАТРИЦА, исто што и *несингуларна матрица* (*в.*).

ИНВЕРЗИЈА[1] [inversion; инверсия] **1**. *Во геометрија*, и. е трансформација на евклидската рамнина $\mathbb{R}^2$ сама во себе, во однос на дадена кружница $k(O, r)$, така што која било точка M од рамнината $\mathbb{R}^2$ се пресликува во точка M' од таа рамнина, при што M' лежи на полуправата OM и

$$\overline{OM} \cdot \overline{OM'} = r^2. \qquad (1)$$

Точката O е **центар на** и., r^2 е **степен на** и., а парот точки M, M' се **заемно инверзни точки**. Од дефиницијата на и. следува дека центарот O нема слика, што значи дека пресликувањето е дефинирано на $\mathbb{R}^2 \setminus \{O\}$. И. е биективно и инволуторно пресликување.

Со и., кружницата $k(O, r)$ се пресликува сама во себе и сите нејзини точки се двојни точки. Точките, надворешни во однос на k се пресликуваат во внатрешни, а внатрешните во надворешни; понекогаш и. се вика **симетрија во однос на кружница**).

Права што минува низ центарот на и. се пресликува сама во себе. Права што не минува низ центарот на и. се пресликува во кружница што минува низ центарот (па значи и. не е колинеарно пресликување). Кружница што минува низ центарот на и. се пресликува во права. Кружница што не минува низ центарот на и. се пресликува во кружница што не минува низ центарот на и. Ако $r = 1$, тогаш

$\overline{OM'} = 1/\overline{OM}$, па и. се вика **пресликување со реципрочен радиус**.

2. Во *теоријата на множества*, и. е краток назив за *инверзна релација*.

ИНВЕРЗИЈА[2] [inversion; инверсия, беспорядок] *Во комбинаториката*, и. е секое нарушување на нормалниот (обично: природен или азбучен) распоред на два елемента во *пермутација* (*в.*), независно дали се соседни или не. На пр., во пермутацијата

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}$$

за парот α_i, α_j велиме дека образува инверзија ако $\alpha_i > \alpha_j$ за $i < j$.

ИНВЕРЗНА БИЕКЦИЈА [inverse bijection; обратное биективное отображение] Ако $f : X \to Y$ е биекција, тогаш пресликувањето $g : Y \to X$ дефинирано со: $g(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$ се вика и.б. на f; се означува со f^{-1}. Познато и како *инверзно пресликување*.

ИНВЕРЗНА МАТРИЦА [inverse matrix; обратная матрица] И.м. на $n \times n$ матрица A е матрица A^{-1}, таква што $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$, каде што E е единичната матрица од n-ти ред.

Не секоја квадратна матрица има инверзна. Потребен и доволен услов за постоење и.м. на дадена матрица A е таа да е *несингуларна*, т. е. нејзината детерминанта $\det A$ да е различна од нула. Во тој случај

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \operatorname{adj} A,$$

каде што $\operatorname{adj} A$ е *адјунгираната матрица* на A (*в.*).

ИНВЕРЗНА РЕЛАЦИЈА [inverse relation, opposite relation, dual relation, reverse relation; обратное отношение] За една бинарна релација α, и.р. е релацијата α^{-1} таква што подредениот пар (a, b) ѝ припаѓа на α^{-1} ако и само ако (b, a) ѝ припаѓа на α. Важи: $(\alpha^{-1})^{-1} = \alpha$. Краток назив: **инверзија** (на α). Познато и како: *обратна релација*; *спротивна релација*; *в.* РЕЛАЦИЈА.

ИНВЕРЗНА СЛИКА [inverse image, preimage, complete inverse image; прообраз, полный прообраз] Нека f е пресликување (функција) од X во Y.

1. И.с. (или: **претслика**, **комплетна инверзна слика**) при f *на подмножество* $B \subseteq Y$ се вика подмножеството A од X дефинирано со:

$$A = f^{-1}(B) = \{x \mid x \in X,\ f(x) \in B\}.$$

2. И.с. (или: **претслика**, **комплетна инверзна слика**) при f на едноелементно подмножество $\{y\} \subseteq Y$, т. е. *на елемент* $y \in Y$, се вика подмножеството од X, означено со $f^{-1}(y)$ и дефинирано со

$$f^{-1}(y) = \{x \mid x \in X, f(x) = y\}.$$

На пр., за фунцијата $f(x) = x^2$, и.с. на бројот 9 е множеството $\{3, -3\}$.

Ознаката f^{-1} не треба да се меша со ознаката за инверзна функција.

ИНВЕРЗНА ФУНКЦИЈА [inverse function; обратная функция] И.ф. на дадена реална функција f со домен D и опсег E е функција g со домен E, со опсег D и со „обратно дејство“:

$$g(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y,$$

за секои $x \in D$, $y \in E$; поинаку запишано: $g(f(x)) = x$, што значи дека составот на g и f е идентичното пресликување. Вообичаено е да се разменат променливите кај и.ф. g и да се пишува $y = g(x)$.

Функција f којашто има и.ф. се вика **инверзибилна функција**; тогаш нејзината и.ф. е еднозначно определена и се означува со f^{-1}.

За една функција f постои еднозначно определена и.ф. g акко f го задоволува условот: $f(u) = f(v) \Rightarrow u = v$ за секои u, v од доменот на f, т. е. ако f е инјекција. Графикот на и.ф. g е симетричен со графикот на f во однос на правата $y = x$.

Познато и како *обратна функција*.

ИНВЕРЗНИ ТРИГОНОМЕТРИСКИ ФУНКЦИИ [inverse trigonometric functions, antitrigonometric functions; обратные тригонометрические функции] Тоа се функциите: *аркус синус*, *аркус косинус*, *аркус тангенс*, *аркус котангенс*, *аркус секанс* и *аркус косеканс* (*в.*). Познато и како *циклометриски функции*.

ИНВЕРЗНИ ХИПЕРБОЛИЧНИ ФУНКЦИИ [inverse hyperbolic functions, antihyperbolic functions, arc-hyperbolic functions; обратные гиперболические функции] Тоа се функциите: *инверзен хиперболичен синус*, *инверзен хиперболичен тангенс*, *инверзен хиперболичен котангенс* и *инверзен хиперболичен косинус,* зададени со формулите, соодветно:

$$\operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{x^2+1}),\ -\infty < x < +\infty,$$

$$\operatorname{arth} x = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x},\ -1 < x < 1,$$

$$\operatorname{arcth} x = \frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1},\ x \in (-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$$

(се чита: *ареа синус хиперболикум од x*, *ареа тангенс хиперболикум од x*, *ареа котангенс хиперболикум од x*. Се добиваат како инверзни на *хиперболичните функции* (*в.*) со решавање на равенките $x = \operatorname{sh} y$, $x = \operatorname{th} y$, $x = \operatorname{cth} y$ соодветно.

Со решавање на равенката $x = \operatorname{ch} y$ се добива $y = \ln(x \pm \sqrt{x^2-1})$. „Главна вредност“ од оваа двозначна функција е $\ln(x + \sqrt{x^2-1})$; се означува со $\operatorname{arch} x$ и се чита *ареа косинус хиперболикум од x*:

$$\operatorname{arch} x = \ln(x + \sqrt{x^2-1}),\ 1 \le x < +\infty.$$

Лат. area – плоштина.

ИНВЕРЗНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [inverse mapping; обратное отображение] Едно пресликување $g\colon B \to A$ се вика и.п. на дадено пресликување $f: A \to B$ акко

$$g \circ f = 1_A \quad \text{и} \quad f \circ g = 1_B,$$

каде што $\circ$ е операцијата *составување* (*композиција*) *на пресликувања*, а 1_A и 1_B се идентичните пресликувања на множествата A и B, соодветно. Ако f има и.п., тогаш тоа е единствено и се означува со f^{-1}; *в.* ИНВЕРЗНА БИЕКЦИЈА.

ИНВЕРТИРАЊЕ НА МАТРИЦА [matrix inversion; обращение матрицы, инвертирование матрицы] Процес со кој, за дадена квадратна матрица A од n-ти ред, се бара матрица B од n-ти ред што го задоволува условот $AB = BA = E$, каде што E е единичната матрица од n-ти ред. Матрицата B, ако постои, се означува со A^{-1} и се вика *инверзна матрица* (*в.*) на A.

ИНВОЛУТИВНА АЛГЕБРА [star algebra, involutive algebra; инволютивная алгебра] Реална или комплексна алгебра на која е дефинирана *инволуција* (*в.*). И.а. ја обопштува идејата на броен систем снабден со конјугација; на пример: комплексните броеви и комплексната конјугација; матрици над комплексните броеви и конјугирано транспонирање; линеарни оператори над Хилбертов простор и ермитско транспонирање.

ИНВОЛУТОРНА МАТРИЦА [involutory matrix; инволюторная матрица] Квадратна матрица A таква што $A^2 = E$, каде што E е единичната матрица. И.м. е инверзна сама на себе.

ИНВОЛУЦИЈА [involution; инволюция] Трансформација f којашто е инверзна сама на себе: $f^{-1}(x) = f(x)$ за секој x, т. е. трансформација која применета повторно, го дава идентичното пресликување: $f(f(x)) = x$ за секој x. Примери на и. се: осна симетрија, централна симетрија, огледална симетрија, инверзија. И. се вика и **инволуторно пресликување**.

ИНДЕКС [index; индекс] **1**. Бројчено, буквено или инакво знакче со чија помош се разликуваат изрази, означени со ист симбол. **2**. Долен или горен знак, употребен за да означи посебен елемент од некое множество или некоја низа. На пр., бесконечната низа $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ е индексирана со природните броеви; со a_{ij} е означен членот од i-тата редица и j-тата колона на квадратна матрица. **3**. За подгрупа од конечна група, и. е редот на групата поделен со редот на подгрупата. **4**. За симетрична или ермитска матрица, и. е бројот на позитивните членови кога матрицата е трансформирана во дијагонална форма. **5**. За квадратна или ермитска форма, и. е бројот на членови со позитивни коефициенти кога формата е трансформирана во збир од квадрати или збир од апсолутни вредности.

ИНДИРЕКТЕН ДОКАЗ [indirect proof; косвенное доказательство] Доказ при кој, наместо даденото тврдење да се докажува директно, се допушта дека е точна неговата негација и потоа се побива точноста на тоа допуштање.

Методот на и.д. обично започнува со: „Да претпоставиме дека тврдењето не е точно“; потоа, расудувањето продолжува со цел да се покаже дека се добива противречност. Поради добиената противречност се заклучува дека даденото тврдење е точно.

Типичен пример за тоа е доказот дека бројот $\sqrt{2}$ е ирационален. За да го докажеме тоа, треба да докажеме дека бројот $\sqrt{2}$ не е рационален, т. е. не постојат два цели броја чијшто количник е $\sqrt{2}$.

Да претпоставиме дека постојат два цели броја, да ги означиме со a и b, што се заемно прости, т. е. немаат заеднички множител (различен од +1 или –1) и $\sqrt{2} = a / b$. Тогаш $a^2 / b^2 = 2$, па $a^2 = 2b^2$. Следствено, a^2 е парен број, па и самиот број a мора да е парен. Тоа значи дека a може да се претстави како $a = 2c$, при што c е исто така цел број. Тогаш $a^2 = 4c^2 = 2b^2$, па $b^2 = 2c^2$. Тоа значи дека b^2 е парен, па значи и b е парен. Тоа е противречно со претпоставката дека a и b се заемно прости. Бидејќи доаѓаме до противречност ако претпоставиме дека $\sqrt{2}$ е рационален, заклучуваме дека тој мора да е ирационален.

Познато и како: *доказ од спротивното*; *доказ со доведување до противречност*; *апагогичен доказ*.

ИНДУКТИВЕН ДОКАЗ [proof by induction; индуктивное доказательство] Доказ добиен како резултат од примената на потполна индукција или на принципот на математичката индукција.

ИНДУКТИВЕН МЕТОД [inductive method; индуктивный метод], *в*. ИНДУКЦИЈА.

ИНДУКЦИЈА [induction; индукция] Метод на расудување, наречен и **индуктивен метод**, со кој се изведува општ заклучок врз основа на изучени својства на неколку одделни предмети (факти, експерименти или набљудувања) од некоја класа, т. е. изведување логички заклучок „*од посебно кон општо*“.

На пр.: 1) Знаејќи дека $1 = 1^2$, $1 + 3$

$= 2^2$, $1 + 3 + 5 = 3^2$, $1+ 3 + 5 + 7 = 4^2$, изведуваме заклучок дека $1 + 3 + ... + 2n - 1 = n^2$, за секој природен број n. 2) Изразот $2n^2 + 29$ за $n = 1,2,3,4$ дава прост број. Од точноста на тие неколку случаи правиме извод дека дадениот израз произведува прост број за секој $n \in \mathbb{N}$. Но, за ниеден од двата примера нема основа да се смета дека заклучокот е точен (за општиот случај); направениот извод е само „веројатно точен". (Во пр. 1) заклучокот е точен, а во 2) не е.)

Во вакви случаи кога индуктивниот заклучок се прави врз основа *само на неколку*, честопати далеку од сите можни случаи, тогаш за и. се вели дека е **непотполна** или **несовршена** и.

Ако пак општиот заклучок се изведува врз основа на изучување на *сите* посебни случаи (објекти, фигури, броеви, итн.), тогаш и. се вика **потполна** или **совршена** и. Во такви случаи заклучокот е веродостоен, т. е. вистинит. На пр.: 3) Ако се докажува теоремата за периферен агол со разгледување на сите (три) посебни случаи на положбата на центарот на кружницата во однос на краците на аголот (центарот лежи на еден од краците, центарот лежи во аголот и центарот лежи надвор од аголот), тогаш добиениот заклучок (дека перифериот агол е еднаков на половина од централниот агол над истиот лак) е доказ изведен со помош на потполна индукција.

Секоја и. вклучува во себе елементи на *дедукција* (*в.*); и. е нераздвојно поврзана со дедукцијата.

ИНЈЕКТИВНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [injective mapping; инъективное отображение] Пресликување $f: X \to Y$, такво што кои било два различни елементи $x_1, x_2 \in X$ имаат различни слики, т. е. $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ (еквивалентно: $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$).

Познато и како *инјекција*; *в.* ПРЕСЛИКУВАЊЕ.

ИНЈЕКЦИЈА [injection; инъекция], *в.* ИНЈЕКТИВНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ.

ИНКЛУЗИЈА [inclusion relation; отношение включения] Релација меѓу множества, обично означена со симболот $\subseteq$, таква што, за две множества A и B, $A \subseteq B$ акко секој елемент на A е елемент и на B ($A \subseteq B$ се чита: „A е подмножество од B" или „A е вклучено во B"). Пр.: $\{a,b\} \subseteq \{a,b,c\}$. Релацијата $\subseteq$ е рефлексивна, антисиметрична и транзитивна, т. е. $\subseteq$ е релација за подредување.

Ако A е вистинско *подмножество* (*в.*) од B, тогаш се пишува $A \subset B$ и релацијата $\subset$ се вика **стриктна** (или **сртога**) и.; таа е антирефлексивна и транзитивна, т. е. $\subset$ е релација за стриктно подредување.

ИНТЕГРАБИЛНА ФУНКЦИЈА [integrable function; интегрируемая функция] Функција, чијшто *интеграл* (*в.*), дефиниран на точно одреден начин, постои.

ИНТЕГРАЛ [integral; интеграл] Еден од најважните поими на *математичката анализа*. Терминот *интеграл* е составен дел на голем број сложени термини.

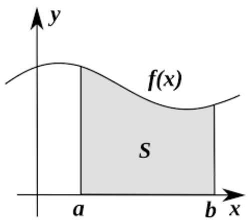
1. **Неопределен** и. на дадена функција $f(x)$ во интервал (a,b) [се означува: $\int f(x)\,dx$] се вика множеството $\{F(x)+C \mid C \in \mathbb{R}\}$ функции, чијшто извод во секоја точка од интервалот е еднаков со $f(x)$. Функциите од тоа множество се разликуваат за константа, така што може да се запише (*в.* НЕОПРЕДЕЛЕН ИНТЕГРАЛ):

$$\int f(x)dx = F(x) + C.$$

2. **Примитивен определен** и. на дадена функција $f(x)$, дефинирана на сегментот $[a,b]$, (ознака: $\int_a^b f(x)\,dx$) се вика бројот $F(b)-F(a)$, каде што $F(x)$ е која било *примитивна функција* на $f(x)$, т. е.

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)\,.$$

Ако функцијата $f(x)$ е непрекината и ненегативна на сегментот $[a,b]$, тогаш $\int_a^b f(x)\,dx$ е еднаков на плоштината S на фигурата ограничена со кривата $y=f(x)$, апсцисната оска и правите $x=a$, $x=b$ (*в.* црт.).



Плоштината под кривата, над $[a, b]$

3. **Кошиев** и. е *определен интеграл* (*в.*) од непрекината функција со една независнопроменлива. Нека функцијата $f(x)$ е непрекината на сегментот $[a,b]$ и $a=x_0<x_1<\ldots<x_{n-1}<x_n=b$, $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, i=1,2,\ldots,n;$ лимесот

$$\lim_{\max \Delta x_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1})\,\Delta x_i$$

се вика *определен интеграл по Коши* од функцијата $f(x)$ на сегментот $[a,b]$ и се означува $\int_a^b f(x)\,dx$. Кошиевиот и. е специјален случај на *Риманов* и.

4. Терминот *интеграл*, освен во неопределен и примитивен определен и., се среќава во поимите: *Риманов* и., *Стилтјесов* и., *двоен* и., *троен* и., *линиски* и. (*в.*) и др.

5. **Несвојствен** и. е и. при кој интервалот (одн. областа) на интегрирање не е ограничен, или интеграндот не е ограничен или обете не се ограничени.

6. **Бесконечен** и. е и. при кој барем едната граница на интегрирање е бесконечна; тој е еден вид несвојствен и.

7. Интеграл често се нарекува **решението** на диференцијална равенка.

ИНТЕГРАЛЕН ДОМЕН [integral domain, entire ring; область целостности, целостное кольцо] Комутативен и асоцијативен прстен со единица, без вистински делители на нулата (т. е. производот на ненулти елементи секогаш е различен од нула). На пр., и.д. се прстенот на *целите броеви* (*в.*) и прстенот од *полиноми* (*в.*). Се користи и скратен назив: *домен*. (Посоодветен би бил терминот *целосен прстен*, но не е во употреба.)

ИНТЕГРАЛЕН ДОМЕН СО ЕДНОЗНАЧНО РАЗЛОЖУВАЊЕ [unique-factorization domain; область целостности с однозначным разложением] Интегрален домен во кој секој елемент што не е единицата ниту пак е прост, може да се претстави како производ од прости множители и тој производ е единствен со исклучок на редоследот на множителите.

ИНТЕГРАЛЕН КРИТЕРИУМ, *в.* КОШИЕВ ИНТЕГРАЛЕН КРИТЕРИУМ.

ИНТЕГРАЛЕН МНОЖИТЕЛ [integrating factor; интегрирующий множитель] За дадена диференцијална равенка од обликот

$$P(x,y)\,dx + Q(x,y)\,dy = 0\,,$$

и.м. е функција $\lambda = \lambda(x, y)$, таква што, диференцијалната равенка

$$\lambda P\,dx + \lambda Q\,dy = 0$$

станува *егзактна*, што значи дека нејзината лева страна е тотален диференцијал од некоја функција, т. е.

$$\frac{\partial}{\partial y}(\lambda P) = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda Q)\,.$$

ИНТЕГРАЛНА КРИВА [integral curve; интегральная кривая] Графикот на решението $y = y(x)$ на диференцијална равенка $y' = f(x, y)$. На пр., и.к. на равенката $y' = -x/y$ се кружниците $x^2 + y^2 = C$, каде што C е произволна константа. Често и.к. се идентификува со решението.

ИНТЕГРАЛНА РАВЕНКА [integral equation; интегральное уравнение] Равенка во која непозната е функција која се јавува под знакот за интеграл.

ИНТЕГРАЛНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [integral transform; интегральное преобразование] Трансформација на функција $f(x)$, зададена со функцијата $F(y)$:

$$F(y) = \int_a^b f(x)K(x,y)\,dx,$$

каде што $K(x, y)$ е некоја функција, наречена **интегрално јадро** на трансформацијата.

ИНТЕГРАЛНО СМЕТАЊЕ [integral calculus; интегральное исчисление] Раздел на математиката во кој се изучува поимот *интеграл*, неговите својства, методите на пресметување и неговите примени за наоѓање плоштини, волумени, должини (на делови од криви) или решенија на диференцијални равенки.

ИНТЕГРАНД, исто што и *подинтегрална функција* (*в.*).

ИНТЕГРАЦИЈА, *в.* ИНТЕГРИРАЊЕ.

ИНТЕГРАЦИОНА КОНСТАНТА [constant of integration, integration constant; постоянная интегрирования] Произволна константа што мора да се додаде на некоја примитивна функција $F(x)$ од дадена функција $f(x)$ за да се добие неопределениот интеграл на $f(x)$, $\int f(x)dx = F(x) + C$.

ИНТЕГРИРАЊЕ [integration; интегрирование] Процес (или операција) на наоѓање определен или неопределен интеграл; тој е обратен од процесот на наоѓање извод. Под и. се подразбира и наоѓање решение на диференцијална равенка. Познато и како *интеграција*.

ИНТЕГРИРАЊЕ ПО ДЕЛОВИ [integration by parts; интегрирование по частям] Метод за наоѓање интеграл од производ на две функции со помош на идентитет што вклучува друг поедноставен интеграл. Имено, ако $u = u(x)$, $v = v(x)$ се диференцијабилни функции во сегментот $[a,b]$, тогаш

$$\int u\,v'\,dx = uv - \int v\,u'\,dx, \qquad (1)$$

односно

$$\int_a^b u(x)\,v'(x)\,dx + \int_a^b v(x)\,u'(x)\,dx = \\ = u(b)v(b) - u(a)v(a). \qquad (2)$$

(1) и (2) се викаат **формули за** и.п.д.

Познато и како: *делумна интеграција*; *парцијална интеграција*.

ИНТЕНЗИТЕТ НА ВЕКТОР, *в.* ДОЛЖИНА НА ВЕКТОР.

ИНТЕРВАЛ [interval; промежуток, интервал] Множество реални броеви кое се состои од сите броеви x што се поголеми од еден фиксиран број a и помали од друг фиксиран број b; се означува со (a, b) или со $a < x < b$.

Множеството, пак, реални броеви што се наоѓаат меѓу броевите a и b, кон кое се приклучени и самите тие броеви a и b, се вика **сегмент** или **затворен** и.; се означува со $[a, b]$ или со $a \le x \le b$. Во таа смисла, и. (a, b) се вика **отворен** и. или **својствен** и. Броевите a и b се викаат **краеви** на и., односно на сегментот.

Терминот „интервал“ се користи и во поширока смисла за означување на произволно сврзано множество на бројната права. Во тој случај, кон и.

се вбројуваат *својствените* и. (a, b), **бесконечните** (или **несвојствени**) и. ($-\infty$, a), (a, $+\infty$), ($-\infty$, $+\infty$), *сегментите* [a, b] и **полуотворените** и. [a, b), (a, b], ($-\infty$, a], [a, $+\infty$).

ИНТЕРВАЛ НА КОНВЕРГЕНЦИЈА [interval of convergence; интервал сходимости] Кај реални *степени редови* (*в.*), и.н.к. е интервалот ($-R$, R), $R > 0$, во кој редот е конвергентен; во тој случај, R се вика **радиус на конвергенција** на редот.

ИНТЕРПОЛАЦИЈА [interpolation; интерполяция] Процес на наоѓање приближен или точен аналитичен израз за некоја функција $f(x)$, којашто е зададена само со таблица на вредности во точките $x_0, x_1, ..., x_n$:

$$f(x_0) = y_0,\ f(x_1) = y_1, ..., f(x_n) = y_n.$$

Основната задача е: да се најде функција $\varphi(x)$ која се совпаѓа со $f(x)$ во дадените точки.

За да биде решението на таа задача еднозначно, се поставува условот: функцијата $\varphi(x)$ да припаѓа на дадена класа функции. Најчесто се избира класата од полиномни функции. Во тој случај, задачата се сведува на наоѓање полином $P(x)$, со степен не поголем од n, таков што

$$P(x_0) = y_0,\ P(x_1) = y_1, ..., P(x_n) = y_n.$$

Натаму се смета дека $P(x)$ ја „претставува" функцијата $f(x)$ на најмалиот можен сегмент [a,b] кој ги содржи точките $x_0, x_1, ..., x_n$, т.е. графикот на $f(x)$ во [a, b] е заменет со некоја парабола – графикот на $P(x)$. Поради тоа, оваа задача се вика **параболична** и., а $P(x)$ се вика **интерполационен полином** за $f(x)$. Ако $P(x)$ е од прв степен, и. се вика **линеарна** и. (*в.*) , а ако е од втор степен – **квадратна** и. Формулите за добивање на $P(x)$ се викаат **интерполациони формули**. Меѓу најпознатите се *Лагранжовата* и *Њутновата интерполациона формула*.

И. ја опфаќа и задачата за пресметување приближни вредности на $f(x)$ за вредности на x што не се во дадената таблица, а се наоѓаат помеѓу некои таблични вредности на аргументот. Општата формула за и. кога се познати $f(a)$ и $f(b)$, а се бара $f(c)$, кога $a < c < b$, е:

$$f(c) = f(a) + \frac{c-a}{b-a}[f(b) - f(a)],$$

наречена **формула за линеарна интерполација**.

ИНФИМУМ [infimum, greatest lower bound; (точная) нижняя грань] Најголемиот меѓу минорантите на дадено подмножество $A \subseteq M$ (*в.* МИНОРАНТ, ДОЛНА МЕЃА); ознака: $\inf_M A$ или $\inf A$ ако множеството M се подразбира. Познато и како: *најголема долна меѓа*; *најголема долна граница*.

ИНФИНИТЕЗИМАЛА [infinitesimal; бесконечно малая] Функција чијашто вредност се стреми кон 0 кога аргументот на функцијата се стреми кон некоја одредена вредност. Познато и како *бескрајно мала величина*.

ИНФЛЕКСНА ТОЧКА, *в.* ПРЕВОЈНА ТОЧКА.

ИРАЦИОНАЛЕН БРОЈ [irrational number; иррациональное число] Реален број што не е рационален број (т. е. што не може да се претстави како количник од два цели броја). И.б. се бесконечнодецималните непериодични броеви, и само тие, како на пр.: 0,1010010001... Некои од почесто среќаваните и.б. се квадратни корени: $\sqrt{2}$ = 1,414213..., $\sqrt{3}$ = 1,7320508... и др. Исто така, повеќето вредности на тригонометриските функции се и.б., како на пр. $\sin 20^{\circ}$ = 0,3420201... Специјалните броеви π и e исто така се ирационални (*транс-*

ценденти). Дека бројот $\sqrt{2}$ е ирационален, *в.* ИНДИРЕКТЕН ДОКАЗ.

ИРАЦИОНАЛЕН ИЗРАЗ [irrational expression; иррациональное выражение] Алгебарски израз којшто не може да се запише како количник на два полинома. И.и. содржи радикали (корени); на пример: $x+\sqrt{x-3y}$, $\sqrt[3]{x-\sqrt{y}}$, $a\sqrt{2}$, $2b/\sqrt{a^2-1}$ и др. Вредноста на и.и., за некои вредости на променливите, може да не е ирационален број. На пр.: вредноста на и.и. $\sqrt{x}$ за $x=9$, одн. на $a\sqrt{2}$ за $a=\sqrt{2}$, е рационален број.

ИРАЦИОНАЛЕН КОРЕН [irrational radical; иррациональный радикал, иррациональный корень] Корен што не е рационален број или рационален израз.

ИРАЦИОНАЛНА РАВЕНКА [irrational equation, radical equation; иррациональное уравнение] Равенка што содржи непозната под знакот за корен или непозната степенувана со дробен показател. На пр., и.р. се: $\sqrt{x-1}=3$; $x+x^{1/2}=6$; $\sqrt{x^2-4}+x=\sqrt{x+2}$.

ИСЕЧОК [sector; сектор] **1**. Секој сврзан дел од рамнинска област, отсечен од неа од две полуправи со заедничка почетна точка што лежи во внатрешноста на таа област. Почетната точка на полуправите ѝ припаѓа на границата на и. (сп. КРУЖЕН ИСЕЧОК). **2**. Секој сврзан дел од тело, отсечен од телото со конус, чијшто врв лежи во внатрешноста на телото. Врвот на конусот ѝ припаѓа на површината од и. (сп. ТОПКИН ИСЕЧОК). Познато и како *сектор*.

ИСКАЗ [proposition, sentence, statement; высказывание, суждение, предложение] Декларативна (т. е. расказна) осмислена реченица којашто го има својството: или е вистинита или е невистинита.

На пр., реченицитe „6 е парен број" и „8 е прост број", се и. (првиот е вистинит, а вториот е невистинит). Реченицитe, пак, „x + 1 < 5." и „Февруари има 29 дена." не се и. (вистинитоста на првата се менува со менувањето на x, а вистинитоста на втората зависи од тоа дали годината е преступна или не).

Исказите кратко се означуваат со букви: p, q, …, наречени **исказни букви**. За да се означи дека исказот p е *вистинит* (т. е. *точен*) се пишува $\tau(p) = \top$, а *невистинит* (т. е. *неточен*, *лажен*) се пишува $\tau(p) = \bot$. Зборовите „вистинит" ($\top$) и „невистинит" ($\bot$) се викаат **вистинитосни вредности**.

Од два дадени искази p и q, со помош на *логичките операции* (*в.*) $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ и $\neg$, може да се формираат нови, посложени искази: *конјункција* $p\wedge q$, *дисјункција* $p\vee q$, *импликација* $p\Rightarrow q$, *еквиваленција* $p\Leftrightarrow q$ и *негација* $\neg p$ (*в.*).

ИСКАЗНА АЛГЕБРА [propositional algebra; алгебра высказываний] Множеството $\{\top, \bot\}$ од вистинитосни вредности, заедно со *логичките операции* $\wedge$, $\vee$, $\neg$ и константите $\top$, $\bot$ сочинува алгебра $(\{\top, \bot\}; \wedge, \vee, \neg, \top, \bot)$, која се нарекува и.а. Таа изучува конечни конфигурации на симболи и нивните меѓусебни врски.

ИСКАЗНА ПРОМЕНЛИВА [proposition variable; пропозициональная переменная] Симбол (во формален јазик) којшто се користи за означување на произволен исказ. За и.п. се користат обично малите букви од латиницата: p, q, r, …. И.п. се викаат и *исказни букви* – *в.* ИСКАЗ.

ИСКАЗНА ФОРМУЛА [sentential formula, formula; пропозициональная формула, логическая формула] Израз, составен од исказни променливи со помош на логичките операции $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\neg$ и $\Leftrightarrow$ (а можно е и други) според следниве правила:

i) секоја исказна променлива е и.ф.;

ii) ако A и B се и.ф., тогаш $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \Rightarrow B)$, $(A \Leftrightarrow B)$ и $(\neg A)$ се исто така и.ф.;

iii) и.ф. се само оние изрази што се добиени од i) со примена на ii) конечен број пати. На пример, и.ф. се $p \wedge (\neg p)$ и $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$.

Една и.ф. може да биде: или *тавтологија* (т. е. секогаш вистинита формула), или *контрадикција* (т. е. секогаш невистинита) или *неутрална* и.ф. (т. е. за некоја комбинација од вредностите на исказните променливи добива вредност $\top$, а за некоја друга – добива вредност $\perp$). Познато и како *логичка формула*.

ИСКАЗНА ФУНКЦИЈА [propositional function, logical function, open sentence, open statement, predicate, sentential function, statement function; пропозициональная функция, логическая функция] Реченица (искажана со зборови или со соодветни симболи) што има форма на исказ, а содржи една или повеќе променливи и станува исказ за кои било допуштени вредности на променливите.

Примери. 1) $x+1<6$; 2) $x+2y=5$; 3) x е содржател на на 5; 4) x е заеднички делител на y и z (допуштени вредности на променливите x, y, z во 1)– 4) се природните броеви).

За и.ф. се вели дека е **едномесна**, **двомесна**, итн. ако содржи соодветно: една, две, итн. променливи. И.ф. се означуваат обично со големи букви од латиницата со ставање на променливите во загради: $P(x)$, $Q(x,y)$, ...

Нека $P(x)$ е и.ф. со една променлива чиешто множество допуштени вредности е означено со D. Секоја вредност на променливата за која и.ф. станува *вистинит исказ* се вика **решение** на и.ф. Множеството M $(M \subseteq D)$ од сите такви вредности се вика **множество решенија** на и.ф.

Примери. 1) За и.ф. $P(x)$: $x+1<5$, $D \subseteq \mathbb{N}$, бројот 2 е решение (зашто исказот $P(2): 2+1<5$ е вистинит), а $M=\{1,2,3\}$ е множеството решенија. 2) За и.ф. $Q(x,y): x+2y=5$ множеството решенија во множеството $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ е $M=\{(1,2),(3,1)\}$. Познато и како: *предикат*; *логичка функција*.

ИСКАЗНИ СВРЗНИЦИ, *в.* ЛОГИЧКИ СВРЗНИЦИ.

ИСКАЗНО СМЕТАЊЕ [propositional calculus, sentential calculus; исчисление высказываний] Математичко изучување на логички врски меѓу искази и дедуктивно заклучување. И.с. е формална теорија во математичката логика создадена со цел да се аксиоматизира сметањето со секогаш точни искази, т. е. со *тавтологии*. Формулите на оваа теорија се нарекуваат **исказни формули**; тоа се сите изрази изградени од исказни букви p, q, r,… и од логички операции $\Rightarrow$ и $\neg$.

Ако A, B, C се кои било исказни формули, аксиомите на и.с. се:

1. $A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$,
2. $(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow$
   $\Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$,
3. $((\neg B) \Rightarrow (\neg A)) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$;

единственото правило на извод е *модус поненс* (правило на одделување):

$$\frac{A \Rightarrow B,\ A}{B}.$$

Другите логички операции по потреба може да се дефинираат на следниов начин:

$A \vee B$ со $\neg A \Rightarrow B$;

$A \wedge B$ со $\neg(A \Rightarrow \neg B)$;

$A \Leftrightarrow B$ со $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$.

Една формула A е *теорема* на и.с. акко е тавтологија. Со други зборови, теореми на и.с. се сите секогаш точни искази, и само тие.

ИСКЛУЧНА ДИСЈУНКЦИЈА [exclusive disjunction; разделительная дизъюнкция, исключающая дизъюнкция] **1**. Логичкиот сврзник $\veebar$; други ознаки: XOR, EOR, EXOR, ⊕.

p	q	$p \veebar q$
⊤	⊤	⊥
⊤	⊥	⊤
⊥	⊤	⊤
⊥	⊥	⊥

2. Исказ што се добива од два исказа p и q со помош на сврзникот $\veebar$ (ознака: $p \veebar q$; се чита: *или p или q*); тој се смета за вистинит во случајот кога p е вистинит и q е лажен, или кога p е лажен и q е вистинит; во останатите случаи и.д. се смета за невистинит исказ (*в.*: табелата погоре). Познато и како *ексклузивна дисјункција*.

ИСКЛУЧУВАЊЕ, *в.* ЕЛИМИНАЦИЈА.

ИСКРШЕНА ЛИНИЈА [broken line; ломанная] Фигура составена од отсечки $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_{n-1}A_n$ на таков начин што кои било две соседни отсечки да не лежат на иста права. Точките $A_1, A_2, A_3, .., A_{n-1}, A_n$ се викаат **темиња** на и.л., отсечките A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$ – **страни** (или **ребра**) на и.л., а точките A_1 и A_n – **крајни точки** на и.л. $A_1A_2A_3...A_{n-1}A_n$.

И.л. може да биде **затворена** (одн. **незатворена**) ако нејзините крајни точки се совпаѓаат (одн. не се совпаѓаат). Ако кои било две несоседни страни на и.л. немаат заедничка точка, тогаш таа се вика **проста** и.л. Проста затворена и.л. се вика **многуаголна** или **полигонална линија**.

ИСПРАВЛИВА КРИВА [rectifiable curve; спрямляемая кривая] Крива, чијашто должина може да се пресмета, т. е. има конечна должина.

ИСТОБРОЈНИ МНОЖЕСТВА, син. *еквивалентни множества* (*в.*).

ИСТОИМЕНИ БРОЕВИ, *в.* ИМЕНУ-ВАНИ БРОЕВИ.

ИСХОД [outcome; исход] Начинот нешто да се случи, да се појави; резултат, последица. На пр., ако по фрлањето (на маса) коцка за играње се појави „петка“, тогаш „петка“ е и. од настанот „фрлање коцка на маса“.

ИТЕРАТИВЕН МЕТОД, исто што и *метод на итерации* (*в.*).

ИТЕРАТИВЕН ПРОЦЕС [iterative process; итерационный процесс] Постапка за добивање посакуван резултат со помош на повторен циклус операции, со кој се доаѓа сè поблиску до посакуваниот резултат. Примери за и.п. се *методите на итерации* за приближно решавање равенки: *метод на преполовување*, *Њутон–Рафсонов метод*, *метод на последователни приближувања* и др.

ИТЕРАЦИЈА [iteration; итерация] Резултатот од повеќекратна примена на некоја математичка операција. Така, на пр., ако $y = f(x) = f_1(x)$ е некоја функција од x, тогаш функциите $f_2(x) = f[f_1(x)]$, $f_3(x) = f[f_2(x)]$, ... , $f_n(x) = f[f_{n-1}(x)]$ се нарекуваат, соодветно: *втора*, *трета*, ..., *n-та итерација* на функцијата $f(x)$. Индексот n се вика *показател* на и. На пр., за $f(x) = 5x$: $f_2(x) = 5^2 x$, $f_3(x) = 5^3 x$, ... ,

$f_n(x) = 5^n x$.

Терминот *итерација* доаѓа од латинскиот збор *iteratio*, што значи *повторување*. *В*.: МЕТОД НА ИТЕРАЦИИ; МЕТОД НА ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ПРИБЛИЖУВАЊА.

J

ЈАДРО [kernel; ядро] Збор којшто е составен дел во термините на повеќе математички поими.

1. Ј. на **интегрална трансформација** $\int K(x,t)\,f(t)\,dt = F(x)$, којашто функцијата $f(t)$ ја трансформира во функцијата $F(x)$, е функцијата $K(x,t)$.

2. Ј. на **линеарен оператор** F е подмножеството (т. е. потпросторот) од дефиниционата област на линеарниот оператор, коешто се состои од сите вектори што со тој оператор се пресликуваат во нултиот вектор. Ознака: $\ker F$ или $\operatorname{null} F$.

3. Ј. **на пресликување** $f: A \to B$ од множеството A во множеството B е релација α дефинирана на множеството A со: $x\,\alpha\,y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$; ознака: $\alpha = \ker f$.

4. Ј. **на хомоморфизам** f од група G во група H е множеството од сите елементи на G, коишто со f се пресликуваат во неутралниот елемент на H; ознака: $\ker f$. Тогаш $\ker f$ е *нормална подгрупа* од G и H е изоморфна со фактор-групата $G/\ker f$.

Ако f е хомоморфизам од прстен R_1 во прстен R_2, тогаш ј. на f е множеството од сите елементи на R_1 коишто со f се пресликуваат во нултиот елемент на R_2. Тогаш $\ker f$ е *идеал* и R_2 е изоморфен со $R_1/\ker f$.

ЈАКОБИЕВА МАТРИЦА [Jacobian matrix; матрица Якоби] Во векторската анализа, Ј.м. е матрицата од сите парцијални изводи од прв ред на една векторска функција.

Конкретно, нека $\boldsymbol{F}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ е векторска функција, $\boldsymbol{F} = (f_1,...,f_m)$, при што $f_i = (x_1,...,x_n)$, $i = 1,...,m$. Парцијалните изводи (ако постојат) на функциите $f_1,...,f_m$ по променливите $x_1,...,x_n$ може да се наредат во $m \times n$-матрица J на следниов начин:

$$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dfrac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_m}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

Матрицата J се вика **Јакобиева матрица** и се означува со

$$J_F(x_1,...,x_n) \text{ или со } \frac{\partial(f_1,...,f_m)}{\partial(x_1,...,x_n)}.$$

Ако $m = n$, тогаш матрицата J е квадратна и нејзината детерминанта $|J|$ е функција од $x_1,...,x_n$; $|J|$ се вика **јакобијан** и кратко се означува со

$$\frac{D(f_1,...,f_n)}{D(x_1,...,x_n)}.$$

ЈАКОБИЕВА ФУНКЦИОНАЛНА ДЕТЕРМИНАНТА [Jacobian determinant; функциональный определитель Якоби], *в*. ЈАКОБИЈАН.

ЈАКОБИЕВ ИДЕНТИТЕТ [Jacobi identity; тождество Якоби], *в*. ВЕКТОРСКИ ПРОИЗВОД; ЛИЕВА АЛГЕБРА.

ЈАКОБИЈАН [Jacobian; якобиан] За функциите $f_i(x_1,x_2,...,x_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, ј. е детерминантата

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix},$$

којашто пократко се означува со

$$\frac{D(f_1,f_2,...,f_n)}{D(x_1,x_2,...,x_n)} \text{ или } \frac{\partial(f_1,f_2,...,f_n)}{\partial(x_1,x_2,...,x_n)};$$

в. ЈАКОБИЕВА МАТРИЦА.

Ј. се применува при трансформирање на повеќекратни интеграли.

На пр., нека D е затворена и ограничена област во xy-рамнината и нека $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$ се функции дефинирани за сите точки $(x, y) \in D$. Ако (x,y) се менува во D, тогаш точките (u,v) во uv-рамнината формираат множество – нека е означено со D^*. При претпоставка дека во D нема различни точки (x_1, y_1), (x_2, y_2) со иста слика (u, v) во D^*, x и y може да се изразат како функции $x = x(u,v)$, $y = y(u,v)$ од u и v, при што сега D^* се пресликува во D.

Ако $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ имаат непрекинати први и втори парцијални изводи во D, а функциите $x = x(u,v)$ и $y = y(u,v)$ ги имаат истите својства во областа D^*, и ако постои двојниот интеграл $\iint\limits_D F(x, y)\,dx\,dy$, тогаш

$$\iint\limits_D F(x, y)\,dx\,dy =$$

$$= \iint\limits_{D^*} F(x(u,v), y(u,v)\left|\frac{\partial(x, y)}{\partial(u,v)}\right| du\,dv \,. \quad (1)$$

Специјално, за поларни координати $x = \rho\cos\varphi,\ y = \rho\sin\varphi$, ј. е:

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(\rho,\varphi)} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -\rho\sin\varphi \\ \sin\varphi & \rho\cos\varphi \end{vmatrix} = \rho\,;$$

формулата (1) станува

$$\iint\limits_D F(x, y)\,dx\,dy =$$

$$= \iint\limits_{D^*} F(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi)\,\rho\,d\rho\,d\varphi$$

– формула за премин од Декартови во поларни координати во двоен интеграл.

Ј. за премин од Декартови во *цилиндрични координати* (*в.*) во троен интеграл е ρ, а за премин во *сферни координати* (*в.*) е $\rho^2\sin\theta$.

Познато и како *Јакобиева функционална детерминанта*.

ЈАКОБИ, Карл Густав Јакоб [Carl Gustav Jacob Jacobi; Карл Густав Яков Якоби] (1804 – 1851), истакнат германски математичар и механичар. Дал голем придонес во теоријата на елиптичните функции, функционалната анализа, линеарната алгебра, динамиката, теоријата на редови, теоријата на броеви и парцијалните диференцијални равенки.

ЈЕНСЕНОВО НЕРАВЕНСТВО [Jensen's inequality; Йенсена неравенство] **1**. Ако: f е *реална* непрекината *конвексна функција*, $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ се ненегативни броеви чија сума е 1 и $x_1, x_2, ..., x_n$ се произволни вредности од областа на која f е конвексна, тогаш $f\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i\right) \le \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i f(x_i)$.

2. Ако $a_1, a_2, ..., a_n$ се позитивни броеви и $s > t > 0$, тогаш

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i^s\right)^{1/s} \le \sum_{i=1}^{n} (a_i^t)^{1/t}.$$

Познато и како *неравенство на Јенсен*.

Името Ј.н. е дадено по ***Јохан Јенсен*** (Johan Ludvig William Valdemar Jensen, 1859 – 1925). дански математичар и инженер.

ЈОРДАНОВА АЛГЕБРА [Jordan algebra; йорданова алгебра] Неасоцијативна алгебра над поле, во која се исполнети следниве два идентитета:

(1) $xy = yx$ (*комутативен закон*);

(2) $(xy)x^2 = x(yx^2)$

(*Јорданов идентитет*).

Ј.а. е воведена од ***Паскуал Јордан*** (Ernst Pascual Jordan, 1902 – 1980), германски физичар и математичар, којшто се занимавал со теориска и математичка физика и имал значаен придонес во квантната механика.

К

КАВАЛИЕРИ, Бонавентура [Bonaventura Cavalieri; Бонавентура Кавальери] (1598 – 1647), италијански математичар, ученик на Галилеј. Заслужен е за воведување на логаритмите, а најпознат е по т.н. „принцип на неделивост“ – груб вид на интегрално сметање, којшто го користел за пресметување плоштини и волумени (*в.* КАВАЛИЕРИЕВ ПРИНЦИП). Во делото „Геометрија на неделивите“ ги изложил тогашните знаења од математичката анализа, поставувајќи ги врз геометриска основа.

КАВАЛИЕРИЕВ ПРИНЦИП [Cavalieri's principle; Кавальери принцип] Теорема, наречена според италијанскиот математичар Б. Кавалиери, којашто се состои во следното.

Ако при пресекот на две тела со која било рамнина, паралелна на зададена рамнина, при секој пресек добиените две рамнински фигури имаат еднакви плоштини, тогаш волумените на тие две тела се еднакви.

Аналогно, ако при пресекот на две рамнински фигури со која било права, паралелна на зададена права, се добиваат пресеци со еднакви должини, тогаш плоштините на тие две рамнински фигури се еднакви.

Овој став им бил познат уште на старогрчките математичари, но Кавалиери не го прифатил за „принцип“, туку го докажал.

Во многу случаи, К.п. овозможува пресметувањето на волуменот на некое тело да се сведе на попрост случај. На пр., волуменот V на коса призма со висина H и плоштина B на основата е еднаков со волуменот на права призма што има иста висина и иста плоштина на основата како правата призма: $V = BH$. Во некои случаи, К.п. ја заменува примената на интеграл за пресметување волумен.

Познато и како *принцип на Кавалиери*.

КАЛОТА [spherical cap; сферический сегмент] Дел од сфера, којшто се наоѓа од едната страна на рамнината што ја сече сферата. Пресечниот круг на рамнината со сферата се вика **основа на** к. Нормалата што минува низ центарот на основата, ја прободува к. во една точка, која се вика **теме на** к., а растојанието од темето до центарот на основата е **висина на** к. Плоштината на к. се пресметува по формулата $P = 2\pi Rh$, каде што R е радиусот на сферата, а h е висината на к. Познато и како: *сферен отсечок*; *сферен сегмент*; *сферна капа*.

КАНОНИЧНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [canonical transformation; каноническое преобразование] Секоја функција, којашто има стандардна форма, зависно од контекстот.

КАНОНИЧНА ФОРМА [canonical form; каноническая форма] К.ф. (или *каноничен облик*) на некој израз или формула е договорена форма на која може тој израз или формула да се доведе со помош на еквивалентни трансформации. Обично договорот се утврдува така што формата да биде на некој начин „правилна“, „едноставна“ и, што е најважно – *единствена*, т.е. секој израз или формула да има точно една к.ф.

К.ф. **на полином** е збир на мономи наредени по степените на променливата во опаднувачки редослед. На пример, к.ф. за полиномот

$$(x-2)(x+1)^2 + 8x \quad \text{е} \quad x^3 + 5x - 2.$$

Поопшто, за едно множество математички објекти во кое е дефинирана релација за еквивалентност, к.ф. се состои во изборот на специјален објект во секоја класа на еквивалентност. На пр., *канонична скалеста матрица* и *Жорданова нормална форма* (*в.*) се к.ф. за матрици.

К.ф. често се нарекува *нормална форма* или *стандардна форма*.

КАНОНИЧНА ФОРМА НА МАТРИЦА [canonical form of a matrix; каноническая форма матрицы] Избран елемент од секоја класа на еквивалентност на одредена фамилија квадратни матрици, којшто има посебно проста форма. Притоа, класите на еквивалентност се определени со една од релациите што дефинираат: еквивалентни, слични или конгруентни матрици.

Примери. 1) Која било $m \times n$ матрица, со елементарни редични операции или со еквивалентни трансформации, може да се сведе на *канонична скалеста форма* (*в.* СКАЛЕСТА МАТРИЦА). 2) За секоја квадратна матрица A постои несингуларна матрица S, таква што SAS^{-1} има вид на *Жорданова канонична форма*. 3) Секоја симетрична матрица, со помош на *трансформација на конгруентност* (*в.* ТРАНСФОРМАЦИЈА НА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ), може да се сведе на *дијагонална матрица*.

КАНТОР, **Георг** [Georg Cantor; Георг Кантор] (1845 – 1918), германски математичар, основач на теоријата на множествата. Дал голем придонес во теоријата на ирационалните, кардиналните и ординалните броеви, како и во теоријата на бесконечните множества. Тој е еден од основачите на германските и меѓународните математички конгреси.

КАНТОРОВА АКСИОМА, *в.* АКСИОМА НА КАНТОР.

КАНТОРОВА ТЕОРЕМА [Cantor's theorem; теорема Кантора] За кое било множество A, множеството од сите подмножества на A (т.е. *партитивното множество* на A) има стриктно поголема кардиналност од кардиналноста на A.

КАНТОРОВ ДИСКОНТИНУУМ [Cantor discontinuum; Канторов дисконтинуум], *в.* КАНТОРОВО МНОЖЕСТВО.

КАНТОРОВО МНОЖЕСТВО [Cantor ternary set, Cantor set; Канторово множество] Подмножеството од сегментот [0, 1] на реалната права, коешто се состои од сите броеви меѓу 0 и 1 (вклучително: 0 и 1) од видот

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_i}{3^i}, \text{ каде што } \varepsilon_i \text{ е 0 или 2.}$$

Геометриски опис на К.м. Од сегментот [0,1] се отфрла неговата средна третинка – интервалот $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$; потоа од останатите сегменти $[0,\frac{1}{3}]$ и $[\frac{2}{3},1]$ се отфрла интервалот $(\frac{1}{9},\frac{2}{9})$ и $(\frac{7}{9},\frac{8}{9})$; од останатите четири сегменти исто така се отфрлаат средните третинки, итн.; тоа што ќе остане по отфрлањето на сите тие интервали (чијашто збирна должина е 1) е К.м.

К.м. е *совршено*, непребројливо, потполно несврзано множество, не содржи ниеден сегмент, има кардиналност континуум и мера нула. К.м. може да се преслика биективно на сегментот [0, 1] со реална неопаднувачка непрекината функција, дефинирана на сегментот [0, 1] (наречена Канторова функција). К. м. е познато и како *Канторов дисконтинуум*.

КАРАКТЕРИСТИКА НА ЛОГАРИТАМ [characteristic of a logarithm; характеристика логарифма] Целиот дел од логаритамот на даден број (т.е. целиот број што е лево од децималната запирка). На пр., за $\log 137 = 2{,}13672\ldots$, к.н.л. е 2 (а 0,13672 е мантисата).

КАРАКТЕРИСТИКА НА ПРСТЕН *или* **ПОЛЕ** [characteristic of a ring *or* field; характеристика кольца *или* поля] Најмалиот можен природен број n чијшто производ со кој било елемент x од прстенот или полето е нула, $nx = 0$, ако таков број n постои; во спротивно, карактеристиката е нула.

Ако R е прстен со единица, без вистински делители на нулата и е со конечна карактеристика p, тогаш p е прост број, а во случај R да нема конечна карактеристика, тогаш карактеристиката на R е нула. Според тоа, карактеристиката на поле е прост број или нула. Ако F е конечно поле со карактеристика p, тогаш бројот на елементите на F е степен од p.

КАРАКТЕРИСТИЧЕН БРОЈ, *в.* СОПСТВЕНА ВРЕДНОСТ.

КАРАКТЕРИСТИЧЕН ВЕКТОР, *в.* СОПСТВЕН ВЕКТОР.

КАРАКТЕРИСТИЧЕН КОРЕН, *в.* СОПСТВЕНА ВРЕДНОСТ.

КАРАКТЕРИСТИЧЕН ПОЛИНОМ [characteristic polynomial; характеристический многочлен] Полином чиишто корени се сопствени вредности на дадена квадратна матрица, т.е. на дадена линеарна трансформација на некој конечнодимензионален векторски простор; в. КАРАКТЕРИСТИЧНА МАТРИЦА.

КАРАКТЕРИСТИЧНА ВРЕДНОСТ, *в.* СОПСТВЕНА ВРЕДНОСТ.

КАРАКТЕРИСТИЧНА МАТРИЦА [characteristic matrix; характеристическая матрица] Ако $A = [a_{ij}]$ е квадратна матрица од n-ти ред, тогаш матрицата

$$\lambda E - A = \begin{bmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & \lambda - a_{nn} \end{bmatrix}$$

каде што λ е променлива, а E е единичната матрица од n-ти ред, се вика **карактеристична матрица** за матрицата A. Детерминантата на $\lambda E - A$,

$$|\lambda E - A| = \det(\lambda E - A),$$

е полином (по променливата λ) од n-ти степен; тој се вика **карактеристичен полином** на матрицата A и кратко се означува со $\Delta(\lambda)$:

$$\Delta(\lambda) = d_n\lambda^n + d_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + d_1\lambda + d_0,$$

при што $d_n = 1$, $d_{n-1} = -(a_{11} + \dots + a_{nn})$, $\dots, d_0 = (-1)^n \cdot \det A$.

Равенката $\Delta(\lambda) = 0$ се вика **карактеристична равенка** на матрицата A. Корените на карактеристичниот полином се викаат **сопствени вредности** или **карактеристични вредности** на матрицата A.

КАРАКТЕРИСТИЧНА РАВЕНКА [characteristic equation; характеристическое уравнение, вековое уравнение] За квадратна матрица A, к.р. е нејзиниот карактеристичен полином изедначен со нула, т.е. $|\lambda E - A| = 0$ (*в.* КАРАКТЕРИСТИЧНА МАТРИЦА).

Ако во к.р. на матрицата A наместо λ се стави A и се извршат матричните операции, тогаш ќе се добие нултата матрица, т.е. матрицата A е (матричен) *корен на својата к.р. (в.* ТЕОРЕМА НА ХАМИЛТОН–КЕЈЛИ). Карактеристичниот полином на матрицата A е делител на секој полином $P(\lambda)$ што има повисок степен од степенот на карактеристичниот полином и матрицата A е матричен корен на $P(\lambda)$.

КАРАКТЕРИСТИЧНА ФУНКЦИЈА [characteristic function; характеристическая функция] За подмножество A од некое множество M, тоа е функцијата χ_A дефинирана со: $\chi_A(x) = 1$ за $x \in A$ и $\chi_A(x) = 0$ за $x \in M \setminus A$, т.е.

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, \text{ ако } x \in A, \\ 0, \text{ ако } x \in M \setminus A \end{cases}.$$

На пр., *функцијата на Дирихле* (*в.*), дефинирана на $\mathbb{R}$ со: $D(x) = 1$ за $x \in \mathbb{Q}$ и $D(x) = 0$ за $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, е к.ф. за множеството рационални броеви.

КАРДАНОВА ФОРМУЛА [Cardano's formula; Кардано формула] Формула, којашто ги изразува корените на кубната равенка од видот

$$x^3 + px + q = 0 \qquad (1)$$

преку нејзините коефициенти. На тој вид (1) може да се сведе која било *кубна равенка* (*в.*). К.ф. за равенката (1) се запишува во вид:

$$x = A + B, \qquad (2)$$

каде што

$$A = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}},$$

$$B = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

За да се примени формулата (2), нужно е за која било од трите вредности на кубниот корен A да се избере онаа вредност на кубниот корен B за која нивниот производ е $-p/3$ (таква вредност на коренот B секогаш постои).

Во К.ф., p и q се произволни комплексни броеви. Во случај на реални коефициенти p и q, својството корените да се реални или комплексни зависи од знакот на *дискриминантата* на равенката (1), т.е. од

$$D = -27q^2 - 4p^3 = -108\left(\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}\right).$$

При $D > 0$, сите три корени на (1) се реални и различни. Ако $D = 0$, сите три корени се реални, при што за $p, q \neq 0$ има еден двократен и еден еднократен корен, а за $p = q = 0$ има еден трикратен корен. Ако $D < 0$, сите три корени се различни, при што еден е реален, а другите два се конјугирано комплексни.

К.Ф. е наречена по *Џ. Кардано*, прв пат објавена во 1545 г. Не е сосема јасно кому треба да му припадне „славата“ за К.ф.: на *Џ. Кардано* (*в.*), на ***Н. Тартаља*** (Niccolò Fontana Tartaglia, 1499 – 1557, италијански математичар) или на ***Л. Ферари*** (Lodovico Ferrari, 1522 – 1565, италијански математичар).

КАРДАНО, **Џероламо** [Gerolamo Cardano; Джероламо Кардано] (1501 – 1576), италијански матемтичар, физичар, филозоф, лекар и астролог. Го објавил делото „Голема вештина“, во кое ги изложил методот на Тарталја за решавање кубна равенка (*в.* КАРДАНОВА ФОРМУЛА) и методот на Ферари, за решавање равенка од четврти степен. Тој бил еден од клучните фигури во основањето на веројатноста, како и воведувањето на биномните коефициенти и биномната теорема. Меѓу првите во Европа почнал да допушта негативни корени на равенки и, веројатно, првиот кој ги вовел комплексните броеви за потребите на решавањето на кубни равенки. К. се занимавал и со прашања од механика, пренос на движење, теорија на лостови и др. Објавил околу 200 трудови. Работите на К. одиграле голема улога во развојот на алгебрата. Се смета за еден од најзначајните математичари на ренесансата.

КАРДИНАЛЕН БРОЈ [cardinal number; кардинальное число] К.б. (кратко: **кардиналност**) на множество A е својство на тоа множество, такво што е карактеристично за кое било множество B, еквивалентно на A (*в.* ЕКВИВАЛЕНТНИ МНОЖЕСТВА).За к.б. на множество A се користи симболот $|A|$ (а поретко: card A и $\overline{\overline{A}}$). Поинаку речено, к.б. е мера на големината на едно множество, т.е. „бројот на елементите“ на тоа множество, обично земено како посебно добро подредено множество – претставник на класата од сите множества коишто се во обратно еднозначна кореспонденција едно со друго.

К.б. на конечно множество со n елементи, $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$, е природен број: $|A| = n$. К.б. на бесконечни множества се викаат **трансфинитни броеви**; тие ја опишуваат „големината“ на бесконечните множества. Најмалиот трансфинитен број е к.б. на множеството $\mathbb{N}$ од природните броеви; се означува со знакот $\aleph_0$ (алеф-нула), т.е. $|\mathbb{N}| = \aleph_0$. Множеството $\mathbb{R}$ од реалните броеви има моќност на *континуум*, т.е. $|\mathbb{R}| = c$.

Множеството 2^A од сите подмножества на A не е еквивалентно ни на A, ни на некое негово подмножество (**теорема на Кантор**). Специјално, никои две од множествата

$$A,\ 2^A,\ 2^{2^A},\ 2^{2^{2^A}},\ ...$$

не се еквивалентни. К.б. $2^{\aleph_0}$ се означува со $\aleph_1$ (в. КОНТИНУУМ ХИПОТЕЗА), $2^{\aleph_1}$ со $\aleph_2$ итн.

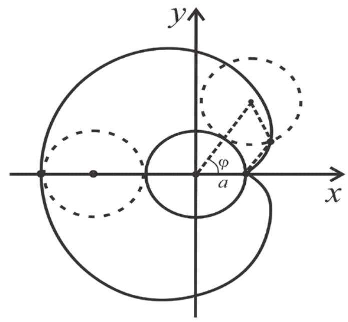
Познато и како: *кардиналност*; *моќност на множество*.

КАРДИНАЛНОСТ [cardinality; мощность], *в.* КАРДИНАЛЕН БРОЈ.

КАРДИОИДА [cardioid; кардиоида] Рамнинска крива, опишана од точка на кружница, којашто се тркала без лизгање по друга, неподвижна кружница со ист радиус a и со неа се допира од надворешната страна. К. има срцевидна форма (*в.* црт.). К. е специјален вид *епициклоида*.

Ако над парабола се изврши трансформација на *инверзија* со центар во фокусот на параболата, тогаш параболата преминува во к.

Равенката на к. во поларни координати е $\rho = 2a(1+\cos\varphi)$, а во Декартови $(x^2+y^2-2ax)^2 = 4a^2(x^2+y^2)$. К. е алгебарска крива од ред 4. Должината на к. е $L = 16a$, а плоштината ограничена со к. е: $P = 6\pi a^2$.



Кардиоида

КАТЕГОРИЈА [category; категория] Една к. $\mathscr{C}$ се состои од: класа Ob $\mathscr{C}$, чии елементи се викаат **објекти**, и класа Mor $\mathscr{C}$, која се состои од подредени тројки $\alpha : A \to B$, каде што A и B се објекти; елементот $\alpha : A \to B$ од Mor $\mathscr{C}$ се вика **морфизам** (*пресликување*, *стрелка*) со *дефинициона област* A и *област на вредности* B). Притоа, се бара да се исполнети следниве услови:

(i) За секој подреден пар објекти (A, B), класата $\mathrm{Mor}(A,B)$ е множество, при што $\mathrm{Mor}(A,B)$ и $\mathrm{Mor}(A',B')$ се дисјунктни множества, освен кога $A = A'$ и $B = B'$; во тој случај тие множества се еднакви.

(ii) За секоја подредена тројка објекти (A,B,C) е определена *операција*

$$\mathrm{Mor}(B,C) \times \mathrm{Mor}(A,B) \to \mathrm{Mor}(A,C),$$
$$(\beta,\alpha) \mapsto \beta\alpha,$$

којашто е *асоцијативна* (во смисла: $\gamma(\beta\alpha) = (\gamma\beta)\alpha$, само ако $\gamma\beta$ и $\beta\alpha$ се определени).

(iii) За секој објект A, множеството $\mathrm{Mor}(A,A)$ е моноид со **единица** 1_A: $\alpha 1_A = \alpha$ и $1_A \beta = \beta$ за сите морфизми $\alpha : A \to B$ и $\beta : C \to A$.

За секој објект A од к. $\mathscr{C}$, моноидот Mor(A, A) се вика *моноид од ендоморфизми* на објектот A (се означува со End A), а секој негов елемент се вика **ендоморфизам** на A.

Една к. $\mathscr{C}$ се вика **мала** к. ако $\mathrm{Ob}\,\mathscr{C}$ и $\mathrm{Mor}\,\mathscr{C}$ се множества но не се вистински класи, а инаку – **голема** к.

За $\mathrm{Mor}(A,B)$ се користат и ознаките: $\mathrm{Hom}(A,B)$, $\mathrm{hom}(A,B)$, $\mathrm{Ar}(A,B)$.

(Мултипликативна) група G е пример на категорија со еден објект G; може да се смета дека Mor(G,G) се состои од елементите на групата G.

Други (потипични) *примери* на к. се: 1) к. *на групи* – објекти се сите групи, а морфизми се сите хомоморфизми на групи; 2) к. *на Абелови групи* – објекти се сите Абелови групи, а морфизми се сите хомоморфизми на Абелови групи; 3) к. *на леви R-модули* над даден прстен R – објекти се сите леви R-модули, а морфизми се сите R-модулни хомоморфизми; 4) к. *на множества* – објекти се сите множества, а морфизми се сите пресликувања меѓу нив; 5) к. *на тополошки простори* – објекти се сите тополошки простори, а морфизми се сите непрекинати пресликувања $\alpha : A \to B$ од еден простор во друг.

КАТЕНОИД [catenoid; катеноид] Површината што се добива со ротација на кривата $y = a\,\mathrm{ch}\frac{x}{a}$ (*в.* СИНЏИРКА) околу апсцисната оска.

КАТЕТА [leg of right triangle; катет] Секоја од двете страни на правоаголен триаголник коишто го формираат правиот агол на триаголникот.

КВАДАР [rectangular parallelepiped, cuboid, rectangular solid; прямоугольный параллелепипед] К. е права призма чиишто основи се правоаголници. Ако рабовите на к. се со должини a, b, c, тогаш неговата плоштина е $P = 2(ab + ac + bc)$, а волуменот е $V = a{\cdot}b{\cdot}c$. Познато и како *правоаголен паралелопипед*.

КВАДРАНТ [quadrant; квадрант] **1**. К. *на рамнина* е која било од четирите области на кои рамнината е поделена со две заемно нормални прави, земени за координатни оски. **2**. К. *на круг* е кружен исечок со централен агол од 90°, т.е. $1/4$ од кругот.

КВАДРАТ [square; квадрат] **1**. Во *аритметика* или *алгебра*, резултатот од множењето на број или величина a сама со себе, т.е. a^2.

2. Во *геометрија*, четириаголник при кој сите четири страни се еднакви и сите четири агли се прави, т.е. к. е правоаголник со еднакви соседни страни. К. е *правилен четириаголник*. Плоштината P на к. чија страна има должина a е $P = a^2$.

КВАДРАТЕН КОРЕН [square root; квадратный корень] К.к. на даден реален број a е број x кој помножен сам со себе го дава бројот a, т.е. $x^2 = a$.

Позитивен реален број има два реални к.к., еднакви по апсолутна вредност, но спротивни по знак. Позитивниот к.к. од позитивен број a се вика **аритметички корен**; тој се означува со $\sqrt{a}$, а другиот к.к. со $-\sqrt{a}$. Негативен број има два имагинарни к.к.

КВАДРАТЕН ТРИНОМ [quadratic trinomial; квадратный трёхчлен] Алгебарски израз од три члена:

$$ax^2 + bx + c, \qquad (1)$$

каде што a, b, c се константи различни од нула, а x е променлива. К.т. може да прима вредности во кој било прстен, но во елементарната математика најчесто се изучува во полето на реалните броеви.

Корените на квадратната равенка $ax^2+bx+c=0$ се викаат **корени** на к.т. (1). Ако x_1 и x_2 се корени на (1), тогаш $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$.

КВАДРАТНА МАТРИЦА [square matrix; квадратная матрица] *Матрица* (*в.*) при која бројот m на редиците е еднаков со бројот n на колоните (m=n), т.е. матрица $A=[a_{ij}]$ со облик $n\times n$, се вика к.м. **од *n*-ти ред**.

Елементите за кои i=j, т.е. a_{ii} се викаат **дијагонални елементи**; тие се распоредени од горниот лев агол до долниот десен агол и ја сочинуваат **главната дијагонала**. Елементите од долниот лев агол до горниот десен агол ја сочинуваат **споредната дијагонала**. Збирот од елементите на главната дијагонала се вика **трага** на к.м. и се означува со $\operatorname{tr} A$; значи:

$$\operatorname{tr} A = a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{nn}.$$

За една к.м. се вели дека е **горнотриаголна** (одн. **долнотриаголна**) ако се нули сите елементи над (одн. под) главната дијагонала.

К.м. при која сите елементи надвор од главната дијагонала се нули, т.е. $a_{ij}=0$ за $i \neq j$, се вика **дијагонална матрица**. Дијагонална матрица при која дијагоналните елементи се еднакви се вика **скаларна матрица**.

На секоја к.м. A=[a_{ij}] може да ѝ се придружи број, наречен *детерминанта* (*в.*) на матрицата A, образувана од елементите на A, земени по истиот редослед. Се означува со: det$A$, $|A|$ или со $|a_{ij}|$. За детерминантата на производот од две к.м. A и B од n-ти ред е точна формулата:

$$\det(AB) = (\det A)\cdot(\det B).$$

Посебно значајни се к.м. коишто се *несингуларни матрици* (*в.*).

КВАДРАТНА НЕРАВЕНКА [quadratic inequality; неравенство второй степени] *Неравенка* (*в.*) во која едната страна е полином од втор степен, а другата страна е нула, т.е. алгебарска неравенка од обликот

$$ax^2+bx+c>0 \qquad (1)$$

(или: $ax^2+bx+c<0$, $ax^2+bx+c\ge 0$, $ax^2+bx+c\le 0$), $a\neq 0$, $b, c \in \mathbb{R}$.

Можеме да сметаме дека коефициентот a е позитивен (ако не е, (1) ќе ја помножиме со -1 и знакот за неравенство ќе го промениме со спротивниот знак).

Бројот $D=b^2-4ac$ се вика **дискриминанта** на (1). Ако $D>0$, т.е. ако триномот од левата страна на (1) има два различни реални корени x_1 и x_2, $x_1<x_2$, тогаш решенија на к.н. (1) се сите реални броеви $x<x_1$ и $x>x_2$. Ако $D<0$, тогаш дадената неравенка ја задоволуваат сите реални броеви. Ако $D=0$, тогаш решенија на (1) се сите реални броеви освен $-b/2a$.

Неравенката $ax^2+bx+c<0$ при која $D>0$ ја задоволуваат оние броеви x за кои $x_1<x<x_2$. Ако, пак, $D=0$ или $D<0$, тогаш дадената неравенка нема решение.

КВАДРАТНА РАВЕНКА [quadratic equation; квадратное уравнение] Равенка од обликот

$$ax^2+bx+c=0,\ a\neq 0. \qquad (1)$$

Коефициентите a, b, c може да бидат како реални, така и комплексни броеви. Обично се разгледуваат к.р. со реални коефициенти.

Ако трите коефициенти a, b, c се различни од нула, тогаш за к.р. (1) се вели дека е **потполна** (или **општа**) к.р. Поделувајќи ги двете страни на (1) со a, се добива равенка од видот

$$x^2+px+q=0 \quad (p=b/a,\ q=c/a),$$

која се вика **сведена** (или **редуцира-**

на) к.р. Ако b = 0, тогаш к.р. (1) е $ax^2+c=0$ – **чиста** к.р., а ако c = 0, но b ≠ 0, тогаш (1) е $ax^2+bx=0$ – **непотполна** к.р.

Бројот $D=b^2-4ac$ се вика **дискриминанта** на к.р. (1). Ако $D>0$, тогаш к.р. (1) има две различни решенија, коишто може да се определат по **квадратната формула**

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}. \qquad (2)$$

За $D=0$ к.р. има едно (**двојно**) решение, $x_{1/2}=-b/2a$ (т.е. *две* еднакви решенија). За $D<0$ к.р. нема решение во множеството на реалните броеви, но во множеството на комплексните броеви има *две* решенија, коишто се заемно конјугирано комплексни броеви.

За сведената к.р. $x^2+px+q=0$

формулата (2) има вид

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}. \qquad (3)$$

Ако x_1 и x_2 се корените на к.р. (1), тогаш се точни равенствата

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}, \qquad (4)$$

наречени *Виетови формули* (*в.*).

КВАДРАТНА ФОРМА [quadratic form; квадратичная форма] К.ф. е секој хомоген полином од втор степен

$$Q(x_1,x_2,...,x_n)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_ix_j.$$

Важат следните тврдења.

а) К.ф. се карактеризира со квадратната матрица A = $[a_{ij}]$. Ако коефициентите a_{ij} се комплексни броеви, тогаш со помош на линеарна трансформација на променливите x, к.ф. може да се доведе во вид

$$y_1^2+y_2^2+...+y_k^2, \; k\le n.$$

б) Ако коефициентите a_{ij} се реални, а линеарните трансформации на променливите x се разгледуваат над полето на реалните броеви, тогаш к.ф. се доведува до обликот

$$y_1^2+y_2^2+...+y_m^2-y_{m+1}^2-...-y_k^2, \; k\le n.$$

Притоа, бројот m од позитивни квадрати останува непроменет, независно од начинот на кој Q се доведува во овој вид (закон на инерција).

в) Со помош на ортогонални трансформации над $x_1,x_2,...,x_n$, к.ф. Q може да се доведе во вид

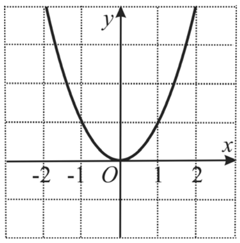
$$\lambda_1y_1^2+\lambda_2y_2^2+...+\lambda_ny_n^2, \qquad (*)$$

каде што $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n$ се реални броеви, наречени **инваријанти** на к.ф. Q.

Гореспоменатите теореми имаат многубројни примени во повеќе области од математиката.

КВАДРАТНА ФУНКЦИЈА [quadratic function; квадратичная функция, квадратная функция] Функцијата $f(x)=ax^2+bx+c$, каде што x е аргумент, а $a\ne0$, b и c се константи.

Најпростата к.ф. е $y=x^2$. Таа е неограничена, парна, дефинирана за сите реални вредности на x. При $x>0$ таа расте, а при $x<0$ опаѓа. Нејзиниот график е крива, наречена **парабола**; темето на оваа парабола е во координатниот почеток.



Парабола, $y=x^2$

К.ф. $y=ax^2$ е, исто така, парна, неограничена и дефинирана за сите реални вредности на x. Нејзиниот график е исто така парабола што минува низ координатниот почеток и е симетрична во однос на y-оската. При $a > 0$ нејзините гранки се насочени нагоре, а при $a < 0$ – надолу.

Графикот на к.ф. $y = ax^2 + bx + c$ е иста таква парабола како графикот на функцијата $y = ax^2$; нејзината оска на симетрија е паралелна со y-оската, а само темето не е во координатниот почеток, туку во точката $T(-b/2a,\ c-(b^2/4a))$.

КВАДРАТНИ БРОЕВИ [square numbers; квадратичные числа] Природни броеви од видот n^2, $n = 1, 2, \ldots, n$, т.е. броевите 1, 4, 9, 16, 25, ..., n^2.

КВАДРАТНИ ЗАГРАДИ [brackets, square brackets; квадратные скобки], *в.* ЗАГРАДИ.

КВАДРАТНО ПРОГРАМИРАЊЕ [quadratic programming; квадратичное программирование] Раздел од математичкото програмирање, посветен на теоријата и методите на решавање задачи за минимизација или максимизација на конвексни квадратни функции на множества, зададени со системи линеарни неравенки.

КВАДРАТУРА [quadrature; квадратура] **1**. Плоштина изразена во квадратни единици (квадратен метар, квадратен центиметар, хектар итн.). **2**. Конструкција на квадрат, еднаквоплоштен со дадена фигура. **3**. Процес на пресметување интеграл.

КВАДРАТУРА НА КРУГ [quadrature of a circle; квадратура круга] Задача за конструирање квадрат еднаквоплоштен со даден круг. Таа задача е нерешлива со помош само на шестар и линијар. К.н.к. се сведува на решение на равенката $x^2 = \pi r^2$ (каде што x е страната на бараниот квадрат, а r е радиусот на кругот) или на конструкција на отсечка $x = \sqrt{\pi r \cdot r}$. Но, отсечката x не може да се конструира со шестар и линијар, бидејќи бројот π (оттука и $\sqrt{\pi}$) е трансцендентен, т.е. не може да биде корен на ниедна алгебарска равенка со цели коефициенти.

КВАДРАТУРНИ ФОРМУЛИ [quadrature formulas; квадратурные формулы] Правила во нумеричката математика коишто служат за приближно пресметување на определени интеграли кога се познати вредостите на подинтегралната функција во некои точки. Примери на к.ф.: правило на правоаголници, *правило на трапези* (*в*), *правило на параболи* (т.е. *Симпсонова формула*) (*в.*), *формули на Њутон–Котес* и др.

КВАДРИКА [quadrics; квадрика] Површина од втор ред. Во тридимензионален простор (евклидски, афин или проективен) к. е множество точки чиишто хомогени координати x_0, x_1, x_2, x_3 (во однос на Декартов, афин или проективен систем координати) ја задоволува хомогената равенка од втор степен:

$$\sum_{i,j=0}^{3} a_{ij}x_ix_j = 0, \quad a_{ij} = a_{ji}.$$

КВАДРИЛИОН [quadrillion; квадриллион, квадрильон] Број претставен со единица и 24 нули, т.е. 10^{24} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) к. се вика бројот 10^{15}.

КВАЗИГРУПА [quasi-group; квазигруппа] Множество Q со една бинарна операција (обично наречена множење) во кое секоја од равенките $ax = b$, $ya = b$ има единствено решение за кои било елементи a, b од G.

К. со неутрален елемент се вика **лупа**, а секоја асоцијативна лупа е *група*. К. е природно обопштение на поимот група.

К. не мора да има неутрален елемент, ниту да биде асоцијативна. Таква е, на пример, квазигрупата

$\cdot$	a	b	c
a	a	c	b
b	b	a	c
c	c	b	a

Латинските (т.е. магичните) квадрати се примери на квазигрупи.

КВАНТИФИКАТОР, *в.* КВАНТОР.

КВАНТОР [quantifier; квантор] Симбол во математичко-логичкиот јазик. Има два основни к.: $\forall$ – **универзален** к., којшто е замена за изразот *за секој* (т.е. *за сите*) и $\exists$ – **егзистенцијален** к., којшто е замена за изразот *за некој* (т.е. *постои некој*). Тие симболи имаат значење само со променлива, во рамките на некоја формула.

Ако $P(x)$ е исказна функција, тогаш исказот $(\forall x)P(x)$ (којшто се чита: *за секој x важи* $P(x)$) означува дека областа на вистинитост на предикатот $P(x)$ се совпаѓа со множеството вредности на променливата x. Исказот $(\exists x)P(x)$ (којшто се чита: *за некој x важи* $P(x)$, или: *постои x таков што да важи* $P(x)$) означува дека областа на вистинитост на $P(x)$ не е празна.

За универзалниот к. и егзистенцијалниот к. важат т.н. **закони за негација на квантори** (или *Де Моргановиo закони*):

$$\neg(\forall x)P(x) \Leftrightarrow (\exists x)\neg P(x),$$

$$\neg(\exists x)P(x) \Leftrightarrow (\forall x)\neg P(x).$$

Познато и како *квантификатор*.

КВАТЕРНИОНИ [quaternions, hypercomplex numbers; кватернионы, гиперкомплексные числа] Симболи од видот

$$X = x_0 \cdot 1 + x_1 i + x_2 j + x_3 k,$$

каде што x_0, x_1, x_2, x_3 се реални броеви – коефициенти на $1, i, j, k$ (наречени „*базни единици*“). *Множење на X со скалар c* е дефинирано со:

$$cX = cx_0 \cdot 1 + cx_1 i + cx_2 j + cx_3 k;$$

збир на X и $Y = y_0 \cdot 1 + y_1 i + y_2 j + y_3 k$:

$$X + Y = (x_0 + y_0) \cdot 1 + (x_1 + y_1) i + (x_2 + y_2) j + (x_3 + y_3) k;$$

производот XY се пресметува со формално множење на X и Y, користејќи го дистрибутивниот закон и следнава таблица за множење на базните единици:

$\cdot$	1	i	j	k
1	1	i	j	k
i	i	-1	k	$-j$
j	j	$-k$	-1	i
k	k	j	$-i$	-1

Со тоа, множеството $\mathcal{H}$ од к. станува прстен со делење и тело (во $\mathcal{H}$ се задоволени сите аксиоми на поле освен комутативниот закон на множењето). Со други зборови, $\mathcal{H}$ е 4-димензионална *алгебра со делење* над полето на реалните броеви (со база $1, i, j, k$).

К. обично се запишува во обликот

$$X = x_0 + x_1 i + x_2 j + x_3 k$$

(бидејќи 1 игра улога на обична единица, па може да биде изоставена во записот на к.).

На секој к. X му се придружува к.

$$\overline{X} = x_0 - x_1 i - x_2 j - x_3 k,$$

наречен **конјугиран кватернион** на X; притоа:

$$X \cdot \overline{X} = \overline{X} \cdot X = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2.$$

Реалниот број $X \cdot \overline{X}$ се вика **норма** на к. X и се означува со $N(X)$. За нормата на к. важи равенството

$$N(XY) = N(X)N(Y).$$

Кватернионите ги дефинирал *В. Хамилтон* (*в.*) во 1843 г. Познато и како *хиперкомплексни броеви*.

КВИНТИЛИОН [quintillion; квинтиллион, квинтильон] Број претставен со единица и 30 нули, т.е. 10^{30} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) к. се вика бројот 10^{18}.

КЕЈЛИ, Артур [Arthur Cayley; Артур Кэли] (1821 – 1895), англиски математичар. Тој е еден од основачите на теоријата на инваријантите, алгебарската геометрија и матричното сметање. Голема важност имаат и неговите дела од областа на теоријата на групи, теоријата на функции и проективната геометрија.

КЕЈЛИЕВА АЛГЕБРА [Cayley algebra; алгебра Кэли] Неасоцијативна *алīебра со делење* којашто се состои од парови кватерниони. Таа може да се идентификува со 8-димензионален векторски простор над полето на реалните броеви. Елементите на к.а. се викаат *Кејлиеви броеви*.

КЕЈЛИЕВ БРОЈ [Cayley number; Кэли число] Елемент на *Кејлиева алīебра* (*в.*). Познато и како *окшонион*.

КЛАЈНОВА ЧЕТВОРНА ГРУПА [Klein's four-group; четверная группа Клейна] Апстрактна група од четири елементи $\{e, a, b, c\}$, дефинирана со следнава Кејлиева таблица:

$\cdot$	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

К.ч.г. е единствената комутативна група од 4-ти ред, различна од цикличната. Таа е најмалата нециклична група и најпростата *диедрална īруūа*, D_2 (*в.*). Секој нејзин елемент, различен од единицата e, има ред 2. Множествата $\{e, a\}$, $\{e, b\}$, $\{e, c\}$ образуваат нејзини нетривијални подгрупи. Познато и како *чеџворна īруūа*.

КЛАЈНОВО ШИШЕ [Klein bottle; бутылка Клейна, Клейна поверхность] Затворена неориентирлива површина којашто има само една страна, без внатрешност или надворешност; личи на шише вовлечено во себе. К.ш. се сместува во 4-димензионален евклидски простор и не се сместува во 3-димензионален евклидски простор.

КЛАЈН, Феликс [Felix Klein; Феликс Клейн] (1849 – 1925), германски математичар. Дал голем придонес во теоријата на групи, неевклидската геометрија, топологијата, теоријата на функции и врската меѓу геометријата и теоријата на групи. Неговата Ерлангенска програма (1872), во која „геометријата на едно множество S се дефинира како наука која ги изучува оние својства на множеството S што остануваат неизменети кога елементите од S се подложени на елементите од некоја група трансформации на S", длабоко влијаела врз развојот на современата математика. Дал голем придонес во методиката на наставата по математика.

КЛАСА [class; класс] Термин со разни значења. **1**. Се користи како синоним на терминот множество за означување на вкупности од објекти што имаат некое определено својство или карактеристика.

Примери. 1) Во алгебра: *класи на еквиваленшносш* во однос на некоја релација за еквивалентност.

2) Во записот на децимален број

$$\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_3 a_2 a_1}\,,$$

каде што $a_i = 0,1,2,\ldots,9$ $(a_n \neq 0)$, к. е секоја група од по три цифри читајќи оддесно налево. Групата $a_3 a_2 a_1$ е прва к. (к. *единици*), $a_6 a_5 a_4$ е втората к. (к. *илјади*) итн. К. цифри се пишуваат една до друга со мало одвојување една од друга.

2. Во аксиоматската теорија на множества, поимот к. се јавува како обопштение на поимот множество: секое множество е класа, но обратното не важи (на пр. се допушта да постои к. од сите множества, а таа к. не е множество; со други зборови, не постои „множество од сите множества“).

КЛАСА НА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ [equivalence class; класса эквивалентности] К.н.е. α на елемент a од дадено множество A е множество што ги содржи сите елементи од A коишто се во релација α со a. Ознака: a^{α}. Множеството што ги содржи сите класи на еквивалентност a^{α}, за $a \in A$, се вика фактор-множество на множеството A по еквивалентноста α (*в*. ФАКТОР-МНОЖЕСТВО).

КЛАСИЧНА ДЕФИНИЦИЈА НА ВЕРОЈАТНОСТ [classical definition of probability; классическое определение вероятности] Нека n е бројот од сите можни исходи во еден експеримент $\varepsilon = \{e_1, e_2, .., e_n\}$, при што сите тие исходи се подеднакво веројатни:

$$P(e_1) = P(e_2) = ... = P(e_n) = 1/n.$$

Ако A е произволен настан со m исходи ($m \leq n$), тогаш веројатноста да настапи A е $P(A) = m/n$ – тоа е *класична дефиниција на веројатност*. Значи, според оваа дефиниција, веројатноста да се случи настанот A е еднаква на бројот m од поволни исходи за A поделен со бројот n од сите можни исходи; *в*. и МАТЕМАТИЧКА ВЕРОЈАТНОСТ.

КЛЕРООВА РАВЕНКА [Clairaut's equation; Клеро уравнение], *в*. ЛАГРАНЖОВА РАВЕНКА.

КОЕФИЦИЕНТ [coefficient; коэффициент] Назив којшто се употребува, по правило, за множител во математички израз. На пр., во изразот $3x + 5$, к. се 3 и 5; во изразот ay^2, к. при y^2 е множителот a. Разликуваме: **броен** к. – ако к. е конкретен број, и **буквен** (или **општ**) к. – ако к. е буква.

Понекогаш поимот к. се однесува на множители во разни алгебарски изрази и формули, обично кога константа множи променлива.

1. К. **на полином** $a_n x^n + ... + a_1 x + a_0$ се константите $a_0, a_1, ..., a_n$.

2. К. **на равенка** е број (или буквена константа) што се јавува во равенката; на пр., к. во $3\mathrm{tg}\, x = 2x + 7$ се 3, 2 и 7, а во $ax + 5 = 0$ к. се a и 5.

3. Ако една величина x е право пропорционална со друга величина y, тогаш x се запишува: $x = ky$, при што k се вика к. **на пропорционалност**.

4. К. **на сличноста**, *в*. ТРАНСФОРМАЦИЈА НА СЛИЧНОСТ.

КОЕФИЦИЕНТ НА ПОЛИНОМЕН ЧЛЕН [coefficient of a polynomial term; коэффициент полиномиального члена] Во полином

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n \quad (a_n \neq 0),$$

константите $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ се викаат **коефициенти** на полиномот.

Посебно, a_0 се вика **константен член**, a_1 – коефициент на x, a_2 – коефициент на x^2,..., a_n – коефициент на x^n; a_n се вика **главен** или **водечки** коефициент на полиномот.

КОЕФИЦИЕНТ НА ПРАВЕЦ [slope; наклон] Бројот k во равенката на правата $y = kx+b$. Тој го изразува тангенсот на аголот меѓу правата и позитивниот дел на оската Ox, при што x и y се Декартови правоаголни координати. Познато и како: *аголен коефициент*; *наклон на права*.

КОЛИНЕАРНИ ВЕКТОРИ [collinear vectors; коллинеарные векторы] Вектори што лежат на иста права или на паралелни прави; в. ВЕКТОР.

КОЛИНЕАРНИ ТОЧКИ [collinear points; коллинеарные точки] Точки што лежат на иста права.

КОЛИНЕАЦИЈА [collineation, collineatory transformation; коллинеация] К. е пресликување, коешто трансформира точки во точки, прави во прави и рамнини во рамнини.

КОЛИЧНИК [quotient; частное, отношение] Резултатот од *делењето* на две величини една со друга.

КОЛМОГОРОВ, Андреј Николаевич [Andrey Nikolaevich Kolmogorov; Андрей Николаевич Колмогоров] (1903 – 1987), советски математичар. Има голем придонес во функционалната анализа и теоријата на функции, а посебно во теоријата на случајните величини и теоријата на веројатноста, којашто ја поставил врз аксиоматска основа.

КОЛМОГОРОВ ПРОСТОР, исто што и *простор на Колмогоров*; *в.* T_0-ПРОСТОР.

КОЛОГАРИТАМ [cologarithm; кологарифм] Кологаритам (т.е. **комплемент од логаритамот**) на еден број е логаритамот од реципрочната вредност на тој број, изразен со позитивен децимален дел; кратенка: colog. Така, к. на 6 е логаритамот на 1/6.

Општо, $\operatorname{colog} N = \log (1/N) = \log 1 - \log N = 0 - \log N = -\log N$. Значи, за кој било број N, к. на N може да се најде со одземање на $\log N$ од 0.

На пример: colog 819 = 0 – log 819 = 0 – (2,91 338) = 0,08 622–3 = (користејќи негативна карактеристика 10) = 7,08 622 – 10.

К. се користи во пресметувања со цел да се избегнат недоразбирања од работењето со негативни мантиси. На пр., за да се пресмета 749/1255 со логаритми, пишуваме:

log (749/1255) = log 749 + colog 1255 =
= 2,87448 + colog 1255,

каде што colog 1255 = 10 – log 1255 – 10 = 10 – (3,09864) – 10 = 6,90136 – 10.

КОЛОНА [column; столбец, колонка] Вертикален распоред на: а) броеви при собирање или одземање; б) елементи во детерминанти и матрици - *в.* ДЕТЕРМИНАНТА, МАТРИЦА.

КОЛОНИЧЕН ВЕКТОР [column vector; вектор-столбец] *Матрица* што се состои само од една колона. Познато и како *вектор-колона*.

КОЛОНИЧЕН РАНГ [column rank; столбцовый ранг] Бројот на линеарно независните вектори формиран од колоните на дадена матрица.

КОЛОНИЧНИ ОПЕРАЦИИ [column operations; преобразования столбцов] Множество правила што се извршуваат над колоните од дадена матрица така што сликата на соодветната линеарна трансформација останува непроменета; *в.* ЕЛЕМЕНТАРНИ ОПЕРАЦИИ СО РЕДИЦИ.

КОЛОНИЧНО СКАЛЕСТА ФОРМА [column echelon form; ступенчатый вид по столбцам], *в.* СКАЛЕСТА МАТРИЦА.

КОМБИНАТОРИКА [combinatorics, combinatorial theory; комбинаторный анализ, комбинаторика] Област во математиката, којашто изучува проблеми на избор и распоред на елементи од некое, најчесто конечно, множество во согласност со определени правила. Опфаќа: варијации, комбинации, пермутации и пребројување на елементи во конечни множества, како и релации во нив (на пр., подредување).

К. е сврзана со многу други области од математиката (алгебра, геометрија, теорија на веројатност) и има широка примена во разни области на науката (на пр., во генетика, информатика, статистичка физика). К. е зачната со работите на Б. Паскал и П. Ферма посветени на хазардните игри, а се развивала паралелно со теоријата на веројатност. Терминот „комбинаторика“ бил воведен во употреба од Г. Лајбниц, којшто заедно со Ј. Бернули ја оформил како самостојна математичка дисциплина.

КОМБИНАЦИЈА [combination; сочетание] Ако M е конечно множество со n елементи, тогаш секое негово подмножество со k елементи се вика **комбинација без повторување** *од класа* k од дадените n елементи. Бројот на сите к. од k-та класа во множество со n елементи (ознака: C_k^n) е

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{1\cdot 2\cdot ...\cdot k};$$

в. БИНОМНА ФОРМУЛА.

На пр., к. од втора класа во множеството $\{a,b,c,d\}$ се: ab, ac, ad, bc, bd, cd.

КОМПАКТ [compactum; компакт] Тополошки простор што е *метризабилен* (т.е. простор чијашто топологија се генерира од некоја метрика) и е *компактен*. Терминот „компакт“ понекогаш се користи како синоним на терминот „*компактен простор*“.

Примери на к.: отсечка, кружница, n-димензионален куб, топка, сфера, Канторовото множество.

КОМПАКТЕН ПРОСТОР [compact space; компактное пространство] Тополошки простор X, којшто го има својството: секоја *покривка* на X со отворени множества (т.е. секоја фамилија $U = \{U_i\}_{i\in I}$ од отворени множества, такви што $X \subseteq (\cup U_i)$), содржи конечна *потпокривка* (т.е. конечна фамилија $U_1, U_2, ..., U_k$, таква што

$$X \subseteq U_1 \cup U_2 \ldots \cup U_k.$$

Примери. 1) Затворениот интервал $[0,1]$ е к.п. Тоа следува од *теоремата на Хајне–Борел*, којашто тврди: „Едно подмножество на евклидски простор е к.п. ако и само ако тоа е затворено и ограничено“.

2) Отворениот интервал $(0,1)$ не е к.п.; имено, отворената покривка $(\frac{1}{n}, 1-\frac{1}{n})$ за n = 3, 4,… нема конечна потпокривка.

КОМПАКТНО МНОЖЕСТВО [compact set, bicompact set; компактное множество] Подмножество M од тополошки простор X со својството: за која било унија од отворени множества што го содржат M, постои конечен број од тие отворени множества, чијашто унија го содржи M. Накратко кажано, M е к.м. ако за секоја отворена покривка на M постои конечна потпокривка на M.

Терминот „компактно множество“ понекогаш е синоним на терминот „компактен простор“, но обично упатува на „компактен потпростор“ од тополошки простор.

Ако M е подмножество на конечнодимензионален евклидски простор, тогаш M е к.м. ако и само ако е ограничено и затворено.

КОМПАКТНОСТ [compactness; компактность] Својството на тополошки простор X да е компактен простор.

КОМПЛАНАРНИ ВЕКТОРИ [coplanar vectors; компланарные векторы] Вектори што лежат на иста рамнина или на паралелни рамнини.

КОМПЛАНАРНИ ТОЧКИ [coplanar points; компланарные точки] Точки што лежат во иста рамнина.

КОМПЛЕКС [coset; смежный класс] Ако H е подгрупа од некоја група G и a е фиксиран елемент од G, тогаш подмножеството aH од G,

$$aH = \{ah \mid h \in H\},$$

се вика **лев комплекс** *на подгрупата H во групата G*, а за елементот a се вели дека е *претставник* на тој комплекс. Ако $a \in H$, тогаш $aH = H$, па самата подгрупа H е свој лев к.

Кои било два леви к. aH и bH на подгрупата H се или еднакви, или пак дисјунктни. На тој начин, групата G се разбива на дисјунктни леви к. по подгрупата H; тоа разбивање се вика **левострано разложување** на G по H.

Аналогно се определуваат **десни** к. (множествата Ha, $a \in G$) и **деснострано разложување** на G по H.

КОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ [complex numbers; комплексные числа] Изрази од обликот $a + bi$, каде што a и b се реалнни броеви, а i е некој симбол. Собирање, множење и делење на к.б. се дефинирани со следниве формули:

$$(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i,$$

$$(a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i,$$

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i.$$

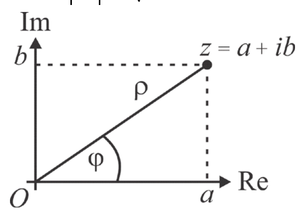
Во к.б. $z = a + bi$ бројот a се вика **реален дел** (се означува: $a = \operatorname{Re} z$), а бројот b се вика **имагинарен дел** (се означува: $b = \operatorname{Im} z$). К.б. z во кој $\operatorname{Re} z = 0$ се вика (**чисто**) **имагинарен број**. Од формулата за множење к.б. се добива дека $i \cdot i = -1$, т.е. $i^2 = -1$.

Множеството на к.б. е **поле** во однос на операциите собирање и множење на к.б.; се означува со $\mathbb{C}$. Едно од најважните својства на к.б. е тоа што кој било полином од n-ти степен со комплексни коефициенти има точно n комплексни корени, сметајќи ја нивната кратност. Полето на к.б. е *алгебарски затворено поле* (*в.*).

Секој к.б. $z = a + bi$ е определен со парот (a, b) од реални броеви, што овозможува к.б. да се интерпретираат геометриски, како точки од координатна рамнина, т.е. како дводимензионални вектори.

Растојанието од точката $z = (a, b)$ до координатниот почеток се вика **модул** (**апсолутна вредност**; **норма**) на к.б. z и се означува со $|z|$; притоа,

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$



Тригонометриска форма на к.б.

Често е згодно к.б. $z = a + bi$ да се запише во **тригонометриска форма:**

$$z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

каде што $\rho = |z|$ е модулот на z, а φ е аголот, мерен во позитивна насока, меѓу позитивната насока на реалната оска Ox и отсечката Oz; φ се вика **аргумент** на z и се означува со $\arg z$.

КОМПЛЕКСНА РАМНИНА [complex plane; комплексная плоскость] Рамнина во која е избран правоаголен координатен систем Oxy и секоја точка (a, b) се интерпретира како комплексен број $z = a + bi$. Во тој случај оската Ox се вика **реална оска**, а Oy – **имагинарна оска**.

КОМПЛЕМЕНТ [complement; дополнение] Збор што е вклучен во повеќе математички термини, како на пр.: к. на број; к. на агол; к. на подмножество. Познато и како *дополнение*.

КОМПЛЕМЕНТЕН АГОЛ [complement of an angle; дополнение угла] К.а. на аголот α е друг агол β таков што $\alpha + \beta = 90^{\circ}$; за α и β се вели дека се *заемно комплементни агли* или само *комплементни агли*. Познато и како: *дополнителен агол*.

КОМПЛЕМЕНТ НА БРОЈ [complement of a number; дополнение числа] К.н.б. a во однос на одреден број c е број b таков што $a+b=c$.

На пр., к.н.б. 7 во однос на бројот 10 е бројот 3 (7 + 3 = 10); к.н.б. 85 во однос на бројот 100 е 15. Познато и како *дополнение на број*.

КОМПЛЕМЕНТ НА ЛОГАРИТАМ син. *кологаритам* (*в.*).

КОМПЛЕМЕНТ НА ПОДМНОЖЕСТВО [complement of a set; дополнение подмножества, дополнительное подмножество] За дадено подмножество A од некое множество M, множеството $M \setminus A$ (коешто се состои од сите елементи на M што не му припаѓаат на A) се вика *комплемент на A во M*; се означува со A'_M, а често со A^C или со A' ако множеството M се подразбира. За к.н.п. важи *принципот на дуалност* $(A')' = A$ и *Де Моргановите закони* (*в.*) Познато и како: *дополнение на подмножество*.

КОМПЛЕТЕН МЕТРИЧКИ ПРОСТОР [complete metric space; полное метрическое пространство] *Метрички простор* во кој секоја фундаментална низа е конвергентна. На пр., евклидскиот простор $\mathbb{R}^n$ е к.м.п., а метричкиот простор $\mathbb{Q}$ со обичната метрика $|x-y|$ не е комплетен.

КОМПЛЕТНА ИНВЕРЗНА СЛИКА, *в.* ИНВЕРЗНА СЛИКА.

КОМПЛЕТНО ПОДРЕДЕНО ПОЛЕ [complete ordered field; полное упорядоченное поле] *Подредено поле P* во кое секое непразно минорирано подмножество на P има инфимум во P. Еквивалентно, P е к.п.п. акко секое непразно мајорирано множество на P има супремум во P. Се користи и терминот **потполно подредено поле**. Полето $\mathbb{R}$ на реалните броеви е к. п.п., а $\mathbb{Q}$ не е к.п.п. Секое к.п.п. е изоморфно со полето $\mathbb{R}$ на реалните броеви; *в.* БРОЈ – Реални броеви.

КОМПОЗИЦИЈА НА: ПРЕСЛИКУВАЊА / РЕЛАЦИИ / ФУНКЦИИ, *в.* СОСТАВ НА: ПРЕСЛИКУВАЊА / РЕЛАЦИИ / ФУНКЦИИ.

КОМПОЗИЦИОНА НИЗА [composition series; композиционный ряд] За *нормалната низа* (*в.*) на група G,

$$G = A_0 \supset A_1 \supset A_2 \supset \ldots \supset A_{k-1} \supset A_k = E\,,$$

се вели дека е *композициона низа* на групата G ако, за секој i = 1,2,...,k, A_i е максимална вистинска нормална подгрупа од A_{i-1}.

КОМПОНЕНТА НА ВЕКТОР [component of a vector; компонент вектора] Векторите чијшто збир е даден вектор се викаат *компоненти* на тој вектор. На пр., ако $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$, каде што $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ и $\boldsymbol{k}$ се единичните вектори на координатните оски од Декартов координатен систем, тогаш векторите $x\boldsymbol{i}$, $y\boldsymbol{j}$ и $z\boldsymbol{k}$ се компоненти на векторот $\boldsymbol{r}$. *Компоненти* на векторот $\boldsymbol{r}$ се викаат и *координатите* на $\boldsymbol{r}$, т.е. броевите x, y и z; *в.* ВЕКТОР.

КОМУТАТИВЕН ЗАКОН [commutative law; коммутативный закон] Закон што треба да го задоволува една бинарна операција така што нејзиниот резултат да не зависи од редоследот на објектите врз кои делува. На пр., операцијата множење на броеви го задоволува к.з. $a{\cdot}b = b{\cdot}a$, додека операцијата делење не го задоволува – во општ случај $a : b \neq b : a$.

КОМУТАТИВЕН ПРСТЕН [commutative ring; коммутативное кольцо] Прстен во кој е комутативна и операцијата множење, покрај собирањето.

КОМУТАТИВНА ГРУПА [commutative group; коммутативная группа]

Група (*в.*) во која операцијата е *комутативна*, т.е. ако $*$ е ознака за таа операција, тогаш равенството

$$x*y=y*x$$

е точно за сите елементи x, y од групата. Голем број важни групи се комутативни: $(\mathbb{Z}\,;+)$ – групата на целите броеви во однос на операцијата собирање; $(\mathbb{Q}\setminus\{0\};\cdot)$ – групата на ненултите рационални броеви во однос на множењето и др. Познато и како *Абелова група*.

КОМУТАТИВНА ОПЕРАЦИЈА
[commutative operation; коммутативная операция] Бинарна операција на дадено множество M, којашто го задоволува комутативниот закон, т.е. $x*y=y*x$ за сите x, y од M. Познато и како *Абелова операција*.

КОМУТАТОР [commutator; коммутатор] За два елемента x, y од група G, к. е производот $x^{-1}y^{-1}xy$, т.е. елементот z таков што $yxz = xy$; се означува со $[x, y]$. Според тоа: $[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy$.

КОНВЕКСЕН [convex; выпуклый] Има повеќе математички термини што го содржат зборот *конвексен* (испупчен, бабнат, испакнат).

1. К. **агол** – агол α којшто е остар, прав, тап или рамен, т.е. агол α за кој важи: $0 \le \alpha \le 180^{\circ}$.

2. К. **диедар** – диедар при кој неговиот линиски агол е конвексен.

3. К. **крива**. а) Рамнинска затворена крива, таква што секоја права што ја сече кривата, ја сече точно во две точки; на пр., кружница и елипса.

б) За крива (C) што е график на диференцијабилна функција $y=f(x)$ се вели дека е *конвексна во точката* x_0 (или *бабната нагоре* во однос на позитивната насока на y-оската) ако постои околина на x_0 таква што, при $x \neq x_0$, кривата (C) лежи под тангентата повлечена во точката $(x_0, f(x_0))$. За (C) се вели дека е *конвексна во интервалот* (a, b) ако е конвексна во секоја точка од тој интервал.

4. К. **многуаголник** – многуаголник во кој сите внатрешни агли се помали од 180°.

5. К. **множество** – множество S во евклидски простор во кое, за секои две точки A и B од S, сите точки од отсечката AB му припаѓаат на S.

6. К. **област** – област со својството: за секои две нејзини точки A и B, сите точки од отсечката AB ѝ припаѓаат на областа.

7. К. **полиедар** – полиедар којшто целосно лежи на една страна од која било рамнина што содржи еден од неговите ѕидови, т.е. полиедар чијшто пресек со која било рамнина е конвексен многуаголник.

8. К. **тело** – тело, со својството: за кои било две негови точки, отсечката чиишто краеви се тие точки, целосно се содржи во тоа тело. За примери на к. тело може да служат: топка, коцка, конус, топкин сегмент.

9. К. **фигура** е: к. многуаголник, к. област, к. тело и, општо: фигура, која како множество точки, е к. множество.

10. К. **функција**. Функцијата $f(x)$ е к. во интервалот I акко секој лак од нејзиниот график во I лежи над тетивата што има исти крајни точки како лакот.

Потребен и доволен услов $f(x)$ да е к.ф. на интервалот I е: за кои било $x, y \in I$ и броеви $p, q > 0$ такви што $p+q=1$, да важи

$$f(px+qy) \le pf(x)+qf(y)\,.$$

Ако $f(x)$ има прв и втор непрекинат извод на I, тогаш $f(x)$ е к.ф. на I акко $f''(x)<0$ во секоја точка од I.

КОНВЕКСНОСТ [convexity; выпуклость] Својство на графикот на функцијата $f(x)$, или на кривата $y = f(x)$, да е конвексна во дадена точка $x = x_0$, а тоа значи дека постои околина на точката x_0, таква што во таа околина секој лак на кривата лежи над својата тетива. Општо, к. е својство на некој објект да е конвексен.

КОНВЕРГЕНТЕН РЕД [convergent series; сходящийся ряд] Ред, чијашто низа од парцијални суми има конечен лимес; *в*. РЕД.

КОНВЕРГЕНТНА НИЗА [convergent sequence; сходящаяся последовательность] Низа (a_n) од реални броеви којашто има (конечен) *лимес* (*в*.). Низа што не е конвергента се вика **дивергентна низа**.

За низа од функции $f_n(x)$ се вели дека **конвергира по точки** (за разлика од *рамномерна конверīенција*) на сегментот $a \le x \le b$ (на интервал, на множество) ако за секој фиксиран x_0 од тој сегмент (интервал, множество) се добива конвергентна бројна низа $(f_n(x_0))$.

КОНВЕРГЕНЦИЈА [convergence; сходимость] Својството на бесконечна низа, ред, производ да има конечен лимес.

КОНГРУЕНТНИ МАТРИЦИ [congruent matrices; конгруентные матрицы] Квадратни матрици A и B, сврзани со трансформацијата $B = SAT$, каде што S и T се несингуларни матрици и T е транспонирана од S.

КОНГРУЕНТНИ ФИГУРИ [congruent figures, identical figures; равные фигуры], *в*. СКЛАДНИ ФИГУРИ.

КОНГРУЕНЦИЈА [congruence; сравнение] **1**. К. **на броеви** е својството на два цели броја a и b да имаат ист остаток при делењето со друг, однапред избран цел број m (– **модул** на к.).

К. **по модул** m е релација во множеството $\mathbb{Z}$ на целите броеви, дефинирана за $m > 0$ на следниов начин: $a \equiv b \pmod{m}$ акко a и b даваат ист остаток при делењето со m, т.е. акко разликата $a - b$ е делива со m. Во тој случај a и b се викаат **конгруентни броеви** по модул m; на пр., 7 и 15 се конгруентни броеви по модул 4.

К. по модул m е релација на еквивалентност и, уште повеќе, **конгруенција на прстенот** $(\mathbb{Z}; +, \cdot)$, т.е. ако

$a \equiv b \pmod{m}$ и $c \equiv d \pmod{m}$, тогаш

$a + c \equiv b + d \pmod{m}$ и $ac \equiv bd \pmod{m}$.

К. по модул m го разбива множеството $\mathbb{Z}$ на класи еквивалентни елементи (наречени **класи остатоци по модул** m); има m такви класи – во секоја класа се наоѓаат сите оние броеви кои при делењето со m даваат сотаток k (k = 0, 1, 2, …, m–1). Множеството класи остатоци по модул m (се означува: $\mathbb{Z}_m$) е *ūрсшен* во однос на операциите собирање и множење по модул m. Ако модулот е прост број p, тогаш $\mathbb{Z}_p = \{0, 1, 2, ..., p-1\}$ е *ūоле* – **поле на остатоци по модул** p; притоа, $\mathbb{Z}_p$ е *ūросшо ūоле* (*в*.).

2. К. **на групоид** е еквивалентност α на групоидот, којашто е согласна со неговата операција (означена мултипликативно), т.е.

$$a \alpha b \wedge c \alpha d \Rightarrow ac \,\alpha\, bd .$$

Ако α е конгруенција на групоидот G, тогаш на множеството класи на еквивлентност, $G/\alpha = \{a^{\alpha} \mid a \in G\}$, е определена операција $a^{\alpha} \cdot b^{\alpha} = (ab)^{\alpha}$, па G/α е групоид, наречен **фактор-групоид**; природното пресликување $\mathrm{nat}\,\alpha : G \to G/\alpha$ е епиморфизам од G на фактор-групоидот G/α.

3. К. **на алгебра** $(R; +, \cdot)$ е еквивалентност α на множеството R, којашто е конгруенција на секој од групоидите $(R; +)$ и $(R; \cdot)$. Во тој случај имаме два фактор-групоида, $(R/\alpha; +)$

и (R/α; ·), па значи и една фактор-алгебра $(R/\alpha; +, \cdot)$ со две операции.

Ако α е конгруенција на алгебрата $(R; +, \cdot)$, тогаш природното пресликување $\varphi : x \to x^{\alpha}$ е епиморфизам од алгебрата R во алгебрата R/α. Ако алгебрата R е: прстен, комутативен прстен, асоцијативен прстен – тогаш и R/α го има соодветното својство.

КОНГРУЕНЦИСКА РАВЕНКА [congruence equation; сравнение] Равенка од обликот

$$f(x) \equiv b \pmod{m}, \qquad (1)$$

каде што се бараат вредностите на $x \in \mathbb{Z}$, $0 \le x < m$, за кои равенката е задоволена. Равенката може да нема решение, да има едно или многу решенија.

Најпроста к.р. е **линеарната** к.р.:

$$ax \equiv b \pmod{m}.$$

Постои општ метод за решавање *линеарна* к.р. (*в.*). Постои општ метод за решавање и на **квадратна** к.р. $a_2x^2 + a_1x + a_0 \equiv b \pmod{m}$, $a_2 \neq 0$, но нема општ метод за решавање **произволна полиномна** к.р. од n-ти степен за $n \ge 3$:

$$a_nx^n + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 \equiv b \pmod{m}.$$

КОНЕЧНА ГРУПА [finite group; конечная группа] *Груūа* (*в.*), којашто има само конечен број елементи.

КОНЕЧНА МАТЕМАТИКА [finite mathematics; конечная математика] Математичка област во која се изучуваат својства на структури со конечна природа, т.е. со конечни множества. Кон такви конечни структури може да се вбројат, на пр., конечни групи, конечни графови, конечни автомати и др. Во поширока смисла, к.м. ги опфаќа оние области од математиката, коишто не го користат поимот лимес. Познато и како *дискреѿна маѿемаѿика*.

КОНЕЧНА НИЗА [finite sequence; конечная последовательность] Секое пресликување од множеството $\mathbb{N}_n = \{1, 2, \ldots, n\}$ во некое множество M се вика *конечна низа* во M; в. НИЗА.

КОНЕЧНИ РАЗЛИКИ [finite differences; конечные разности] За дадена функција $f(x)$, во дадените точки $x_0, x_1 = x_0 + h, x_2 = x_0 + 2h, \ldots, x_n = x_0 + nh$ (коишто се на еднакви меѓусебни растојанија $h > 0$), нека се познати вредностите на $f(x)$:

$$f(x_0) = y_0,\ f(x_1) = y_1, \ldots, f(x_n) = y_n.$$

Тогаш броевите

$$\Delta y_0 = y_1 - y_0,\ \Delta y_1 = y_2 - y_1, \ldots,$$
$$\Delta y_{n-1} = y_n - y_{n-1} \qquad (1)$$

се викаат к.р. **од прв ред** за $f(x)$ во дадените точки. Броевите, пак,

$$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0,\ \Delta^2 y_1 = \Delta y_2 - \Delta y_1, \ldots,$$
$$\Delta^2 y_{n-2} = \Delta y_{n-1} - \Delta y_{n-2} \qquad (2)$$

се викаат к.р. **од втор ред**. Општо, к.р. **од *k*-ти ред** за $f(x)$ во дадените точки се дефинираат со:

$$\Delta^k y_m = \Delta^{k-1} y_{m+1} - \Delta^{k-1} y_m. \qquad (3)$$

К.р. од k-ти ред во точката x_0 може да се претстави со формулата

$$1^0.\ \Delta^k y_0 = y_k - \binom{k}{1} y_{k-1} + \binom{k}{2} y_{k-2} - \ldots + (-1)^{k-1} y_1 + (-1)^k \binom{k}{k} y_0.$$

Вредноста y_k може да се пресмета од y_0 и од к.р. до ред k со формулата

$$2^0.\ y_k = \binom{k}{0} y_0 + \binom{k}{1} \Delta y_0 + \binom{k}{2} \Delta^2 y_0 + \ldots + \binom{k}{k-1} \Delta^{k-1} y_0 + \binom{k}{k} \Delta^k y_0.$$

К.р. се користат во нумеричка математика при интерполација (на пр. Њутонови интерполациони формули), екстраполација, обратна интерполација и диференцни равенки.

КОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ [terminate decimal, finite decimal; конечная систематическая дробь] Децимален број, којшто има конечен број децимали; *в.* БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ.

КОНЕЧНО ПОЛЕ [finite field, Galois field; конечное поле, поле Галуа] Поле F коешто има конечен број елементи. К.п. се вика и **поле на Галоа**, во чест на *Е. Галоа* (*в.*). Бројот на елементите на кое било к.п. е степен p^n од прост број p; p се вика **карактеристика** на тоа поле.

За кој било прост број p и кој било природен број n постои (притоа единствено, со точност до изоморфизам) поле од p^n елементи; се означува со $GF(p^n)$. Едно поле $GF(p^n)$ содржи потполе $GF(p^m)$ ако и само ако n е делив со m. Специјално, во кое било поле $GF(p^n)$ се содржи полето $GF(p)$ со карактеристика p, наречено *просто поле* (*в.*). Полето $GF(p)$ е изоморфно со полето $\mathbb{Z}_p$ од класи остатоци на прстенот од цели броеви по простиот модул p.

КОНИКА [conic; коника] Крива, којашто се добива како пресек на права кружна *конусна површина* со рамнина што не минува низ темето на конусната површина.

Може да се каже и дека к. е множество точки од евклидската рамнина, чиишто хомогени координати x_0, x_1, x_2 во однос на Декартов координатен систем ја задоволуваат хомогената равенка од втор степен:

$$\sum_{i,j=0}^{2} a_{ij} x_i x_j = 0, \quad a_{ij} = a_{ji}.$$

К. се: кружница, елипса, парабола и хипербола. Познато и како *конусен пресек* (*в.*).

КОНЈУГИРАНА МАТРИЦА [complex conjugate of a matrix; сопряжённая матрица] Матрицата $\overline{A}$ чиишто елементи се конјугирано комплексни броеви во однос на соодветните елементи од дадена матрица A. На пр.:

$$A = \begin{bmatrix} 2-i & 4 & 1 \\ 3 & -5i & 0 \end{bmatrix}; \quad \overline{A} = \begin{bmatrix} 2+i & 4 & 1 \\ 3 & 5i & 0 \end{bmatrix}.$$

КОНЈУГИРАНИ АГЛИ, *в.* ЕКСПЛЕМЕНТНИ АГЛИ.

КОНЈУГИРАНИ БРОЕВИ, *в.* КОНЈУГИРАНО КОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ.

КОНЈУГИРАНИ ДИЈАМЕТРИ [conjugate diameters; сопряжённые диаметры] За конусен пресек – два дијаметра, секој од кои ги дели напола сите тетиви што се паралелни на другиот дијаметар (*в.* ДИЈАМЕТАР 2). К.д. на кружница секогаш се заемно нормални. Познато и како *спрегнати дијаметри*.

КОНЈУГИРАНИ КВАТЕРНИОНИ [conjugate quaternions; сопряжённые кватернионы] Конјугиран со кватернионот $K = a + bi + cj + dk$ е кватернионот $\overline{K} = a - bi - cj - dk$ (*в.* КВАТЕРНИОНИ.)

КОНЈУГИРАНИ КОРЕНИ [conjugate roots; сопряжённые корни] Конјугирано коплексни броеви што се корени на дадена равенка.

КОНЈУГИРАНИ ЛАЦИ [conjugate arcs; сопряжённые дуги] Два лака на кружница, чијашто унија е целата кружница. Познато и како *спрегнати лаци*.

КОНЈУГИРАНИ РАДИКАЛИ [conjugate radicals, conjugate binomial surds; сопряжённые радикалы] Биномни ирационалности од обликот

$$a\sqrt{b} + c\sqrt{d} \quad \text{и} \quad a\sqrt{b} - c\sqrt{d},$$

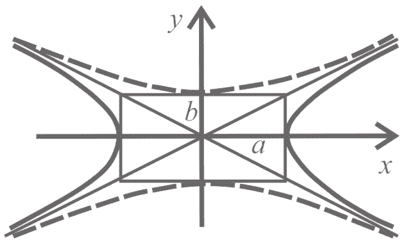
каде што a, b, c и d се рационални броеви, но $\sqrt{b}$ и $\sqrt{d}$ не се рационални.

КОНЈУГИРАНИ ХИПЕРБОЛИ [conjugate hyperbolas; сопряжённые гиперболы] Две хиперболи, такви што реалната оска на првата е имагинарна оска на втората и имагинарната оска на првата е реална оска на втората хипербола.

К.х. во Декартов правоаголен координатен систем имаат равенки:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{и} \quad -\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1\,;$$

тие имаат ист центар, исти асимптоти и оски како што е речено погоре.



Конјугирани хиперболи

КОНЈУГИРАНО КОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ [complex conjugates, conjugate complex numbers; сопряжённые комплексные числа] Пар комплексни броеви што имаат еднакви реални делови, а имагинарните делови им се разликуваат само во знакот, т.е.

$$z=a+bi \quad \text{и} \quad \bar{z}=a-bi\,.$$

Познато и како *конјугирани броеви*.

КОНЈУГИРАНО ТРАНСПОНИРАНА МАТРИЦА, *в*. ЕРМИТСКИ ТРАНСПОНИРАНА МАТРИЦА.

КОНЈУНКЦИЈА [conjunction; конъюнкция] Израз $p \wedge q$, составен од два исказа (од две реченици или математичко-логички формули p и q сврзани со логичкиот оператор $\wedge$, којшто и самиот се нарекува *конјункција* или *логичко множење*); се чита „p и q“. К. е вистинита акко двата операнда p и q се вистинити. Се користат и ознаките $p \,\&\, q$ и $p \cdot q$; *в*. ЛОГИЧКА ОПЕРАЦИЈА.

p	q	$p \wedge q$
⊤	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥
⊥	⊤	⊥
⊥	⊥	⊥

КОНКАВЕН [concave; вогнутый] Зборот *конкавен* (вдлабнат, длабнат) е составен дел на повеќе математички термини; со него се искажуваат својства на математички објекти, спротивни од *конвексните* својства. Поимот конкавно множество (како спротивност на конвексно множество) не се дефинира, а се дефинираат посебни конкавни објекти.

1. К. **агол** – агол поголем од рамен агол (180°), а помал од полн агол (360°); в. АГОЛ 1.

2. К. **многуаголник** – многуаголник при кој барем еден внатрешен агол е поголем од 180°.

3. К. **полиедар** – полиедар за кој постои барем една рамнина којашто содржи ѕид на полиедарот и е таква што делови на полиедарот се наоѓаат на двете страни од рамнината.

4. К. **површина** – површина определена со равенка $z = f(x,y)$ во правоаголен Декартов координатен систем, за која множеството точки „што лежат над неа“ е конвексно.

5. К. **функција** – спротивно од конвексна функција. Имено, $f(x)$ е к.ф. во интервалот I акко секој лак од нејзиниот график во I лежи под тетивата што има исти крајни точки како лакот. Ако $f(x)$ има прв и втор непрекинат извод на I, тогаш $f(x)$ е к.ф. на I акко $f''(x)>0$ во секоја точка од I.

КОНКАВНОСТ [concavity; вогнутость] Својство на графикот на функцијата $f(x)$, или на кривата $y=f(x)$, да е конкавна во дадена точка $x = x_0$, а тоа значи дека постои околина на точката x_0, таква што во таа околина секој лак на кривата лежи под својата тетива.

КОНСЕКВЕНТА [consequent; последующий член, консеквент] Вториот од двата исказа во една импликација, т.е. исказот B во импликацијата $A \Rightarrow B$; к. е исто што и: *последица*; *заклучок*; *в*. ИМПЛИКАЦИЈА.

КОНСИСТЕНТЕН СИСТЕМ РАВЕНКИ, *в*. НЕПРОТИВРЕЧЕН СИСТЕМ РАВЕНКИ.

КОНСТАНТА [constant; постоянная] Непроменлива *величина*; посебен објект или број; симбол што означува еден ист објект во текот на некое разгледување или во низа математички операции. Познато и како *постојана величина*.

КОНСТАНТА НА ОЈЛЕР–МАСКЕРОНИ, *в*. ОЈЛЕРВА КОНСТАНТА.

КОНСТАНТЕН ЧЛЕН [constant term; постоянный член] Кај полином или израз, *член* што не содржи променлива.

КОНСТАНТНА ФУНКЦИЈА [constant function; постоянная функция]

Функција (*в*.), чијашто вредност е еден ист елемент од кодоменот, за сите елементи од доменот на функцијата.

КОНСТРУКЦИЈА [construction; построение] Постапка на составување (градење) на некој математички објект. Посебно, тоа е постапка на цртање геометриска фигура со соодветни инструменти, под некои одредени услови; *в*. ГЕОМЕТРИСКА КОНСТРУКЦИЈА.

КОНТИНУУМ [continuum; континуум] **1**. Име за кардиналноста на множеството реални броеви од сегментот [0, 1], т.е. на множеството $\mathbb{R}$ од реалните броеви. Се означува со c.

2. Компактно сврзано множество.

К. доаѓа од латинскиот збор *continuus* што значи *непрекинат*, *сврзан*.

КОНТИНУУМ-ХИПОТЕЗА [continuum hypothesis; континуум гипотеза] Познато е дека множеството природни броеви, $\mathbb{N}$, коешто е пребројливо, не може биективно да се преслика на множеството реални броеви, $\mathbb{R}$ (или на множеството S: $0 \le x \le 1$), кое има моќност континуум. Тоа значи дека моќноста на $\mathbb{N}$ (се означува со $\aleph_0$) е помала од моќноста на $\mathbb{R}$ (се означува со $\aleph_1$ или со c).

Георг Кантор во 1878 г. ја поставил следната хипотеза наречена к.-х.: „*Не постои множество со кардиналност поголема од* $\aleph_0$ *и помала од* $\aleph_1$“, т.е. $2^{\aleph_0} = \aleph_1$.

К.-х. е првиот од 23-те Хилбертови проблеми претставени во 1900 год. Според работите на К. Гедел (1940) и П. Коен (1963), к.-х. не може ни да се докаже ни да се побие (во рамките на системот аксиоми на Цермело-Френкел за теоријата на множества со аксиомата за избор).

КОНТРАДИКЦИЈА [contradiction; противуречие] Исказна формула, којашто добива вредност $\perp$ за која било комбинација од вредностите на исказните променливи што влегуваат во формулата. На пр., исказната формула „$p \wedge (\neg p)$“ е к., зашто добива вредност $\perp$ без оглед на тоа дали е исказот p вистинит или не. Негацијата на к. е тавтологија.

Логичкиот закон којшто тврди дека никаков исказ не може да биде вистинит истовремено со својата негација се вика **закон за контрадикција**. Симболички, тој се искажува со формулата $p \wedge (\neg p) = \perp$.

Син. на к. е *противречност*.

КОНТРАКЦИЈА [contraction; сжатые] Пресликување $f: M \to M$ од метрички простор (M, d) во себе, за кое постои константа k, $0 < k < 1$, таква што, за кои било $x, y \in M$, растојанието меѓу $f(x)$ и $f(y)$ е помало од растојанието меѓу x и y помножено со k, т.е. $d(f(x), f(y)) < k \cdot d(x, y)$.

К. – од латинскиот збор *contractio* што значи *стегање*, *смалување*.

КОНТРАПОЗИЦИЈА [contrapositive; контрапозиция] К. на тврдењето „ако p тогаш q" е еквивалентно со „ако не q, тогаш не p".

Логичкото правило на заклучување, т.е. тавтологијата

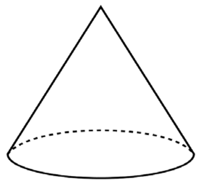
$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p),$$

се вика **правило** (или **закон**) **за контрапозиција**.

КОНТРАПРИМЕР [counterexample; контрпример, противоречащий пример] Пример со кој се побива вистинитоста на предложено тврдење, т.е. пример кој покажува дека тврдењето не е точно. На пр., предложеното тврдење: „Квадратниот корен на кој било природен број е рационален број" може да се побие со наоѓање на еден единствен контрапример – доволно е да се покаже дека бројот $\sqrt{2}$ не е рационален (*в.* ИРАЦИОНАЛЕН БРОЈ).

КОНУС [cone; конус] Геометриско тело, ограничено со областа на затворена рамнинска крива и со површината составена од унијата на сите отсечки што сврзуваат дадена точка, наречена **теме** или **врв**, со точките на затворената крива, којашто не лежи во иста рамнина со врвот.

Затворената крива се вика **директриса**. Ако таа е кружница, тогаш к. се вика **кружен** к. Областа заградена од директрисата се вика **основа** на к. Растојанието од темето до рамнината што ја содржи основата се вика **висина** на к. Унијата од сите отсечки што го сврзуваат темето со точките од кружницата се вика **бочна површина** на к.



Конус

Ако темето на кружен к. е еднакво оддалечено од сите точки на кружницата што ја ограничува основата, тогаш к. се вика **прав кружен** к., а растојанието од темето до која било точка на кружницата се вика **апотема** на к. Правата што минува низ темето на к. и центарот на кружницата се вика **оска** на к.

Терминот „конус" најчесто се користи за „прав кружен к."; кружен к. што не е прав, се вика **кос кружен** к.

Секој пресек на к. со рамнина што е паралелна со основата се вика **паралелен пресек**, а пресек што минува низ оската на конусот се вика **осен пресек**. Секој паралелен пресек на прав кружен к. е круг, а секој осен пресек е рамнокрак триаголник.

Плоштината P на к. е еднаква со збирот од плоштината B на основата и плоштината M на бочната површина:

$$P = B + M, \text{ т.е. } P = r^2\pi + r\pi s,$$

каде што r е радиусот на кругот а s е апотемата на к.

Волуменот V на к. е една третинка од производот на плоштината B на основата и висината H на к:

$$V = \tfrac{1}{3}BH, \text{ т.е. } V = \tfrac{1}{3}r^2\pi H.$$

КОНУСЕН ПРЕСЕК [conic, conic section; коническое сечение] Крива, добиена при пресек на права кружна конусна површина со рамнина што не минува низ нејзиното теме. Има три вида к.п.:

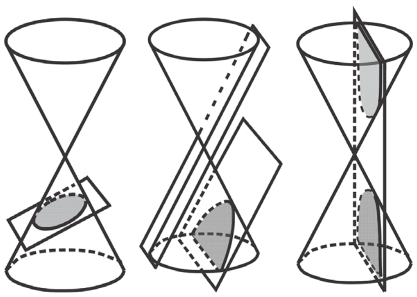
1) **елипса** – кога рамнината ги сече сите генератриси на конусната површина (специјален случај: **кружница** – кога пресечната рамнина е нормална на оската на конусната површина);

2) **парабола** – кога пресечната рамнина е паралелна на некоја од тангентните рамнини на конусната површина;

3) **хипербола** – кога пресечната рамнина ги сече двете крила (т.е. двете „инки“) на конусната површина.

Има и друга дефиниција на к.п. којашто овозможува да се дефинира елипса (спец. кружница), парабола и хипербола со по една равенка. К.п. може да се дефинира како множество точки за кои растојанието од една фиксирана точка поделено со растојанието до една фиксирана права е константно. Фиксираната точка се вика **фокус**, фиксираната права се вика **директриса**, а константниот однос се вика **ексцентрицитет** на к.п.

Познато и како *коника*.



Конусни пресеци

КОНУСНА ПОВРШИНА [conical surface; коническая поверхность] Неограничена површина, образувана од една права (наречена **генератриса**) која се движи по затворена рамнинска крива (наречена **директриса**) и минува низ една фиксна точка (наречена **теме**) што не е во рамнината на кривата. К.п. се состои од две парчиња, т.е. од две *крила*, поставени симетрично во однос на темето. Ако директрисата е *конусен пресек* (*в.*), тогаш к.п. е *квадрика* (*в.*).

Посебно, ако директисата на к.п. е кружница и нормалната проекција на темето T е центарот O на кружницата, к.п. се вика **права кружна** к.п. или **ротациона** к.п. со оска на ротацијата, TO. Равенката на ротационата к.п. со оска на ротацијата Oz и теме $T \equiv O$ во правоаголни Декартови координати има вид

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{c^2}=0\,.$$

Ротациона к.п. често се вика **кружен конус** или просто **конус**.

КОНФИГУРАЦИЈА [configuration; конфигурация] **1**. Во *проективна геометрија*, к. во рамнината се состои од конечно множество точки и конечен распоред од прави, така што секоја точка е инцидентна со ист број прави и секоја права е инцидентна со ист број точки. **2**. Во *компјутерски системи*, к. е распоред на функционални единици во согласност со нивната природа, број и главни карактеристики. Честопати, к. се однесува на изборот на: хардверот, софтверот, компјутерската програма за контрола, надзор и ракување со податоци (во системот) и документацијата.

КОНФОКАЛНИ КРИВИ [confocal conics; софокусные кривые, конфокальные кривые] Конусни пресеци што имаат заеднички фокуси. **1**. Систем од елипси и хиперболи што имаат ист пар фокуси. **2**. Систем од параболи што имаат ист фокус и иста оска на симетрија.

КОНФОРМНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [conformal mapping; конформное отображение] Биективно пресликување меѓу точките од две области на површини, при кое се зачувуваат аглите меѓу линиите: аголот меѓу тангентите кон две линии (во нивната заедничка точка) на првата површина е еднаков со аголот меѓу тангентите кон нивните слики на другата површина.

На пр., *стереографската проекција* (*в.*) е к.п. од сферата на рамнината. Друг пример на к.п. дава аналитична функција $w = f(z)$. При к.п. на области од рамнината, на бескрајно мали фигури им одговараат слични бескрајно мали фигури (со ова својство е сврзан самиот назив к.п., којшто произлегува од лат. збор *conformis* – *сличен*, *со иста форма*).

КОНЦЕНТРИЧНИ КРУЖНИЦИ [concentric circles; концентрические окружности] Фамилија кружници од иста рамнина со заеднички центар.

КООРДИНАТА [coordinate; координата] Кој било од броевите што ја одредуваат положбата на точка во просторот; *в.* КООРДИНАТЕН СИСТЕМ.

КООРДИНАТЕН ПОЧЕТОК [origin of coordinates; начало координат] **1**. Во *Декартов координатен систем*, к.п. е точката во која се сечат координатните оски. **2**. Во *поларен координатен систем*, к.п. е *полот*.

КООРДИНАТЕН СИСТЕМ [coordinate system; система координат] Систем од броеви, наречени *координати*, со кои се одредува положбата на точка врз: права, рамнина, површина или во просторот.

Во зависност од целите и природата на испитуваниот објект, се избираат различни видови к. с. – праволиниски или криволиниски к.с.

Ако $(O, \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$ е *репер на евклидскиот простор* $\mathbb{R}^3$ (*в.*), тогаш пресликувањето со кое на секоја точка M од просторот $\mathbb{R}^3$ ѝ се придружува подредена тројка реални броеви (x_1, x_2, x_3), така што

$$\overrightarrow{OM} = x_1 \boldsymbol{e}_1 + x_2 \boldsymbol{e}_2 + x_3 \boldsymbol{e}_3,$$

се вика **афин** к.с., а подредените тројки (x_1, x_2, x_3) се викаат **афини координати** на точката M. Векторот $\overrightarrow{OM}$ се вика **радиус-вектор** (или *вектор на положбата*) на точката M во однос на уочениот афин к.с. Вaквите к.с. се *праволиниски* к.с.

Ако векторите $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ образуваат ортонормирана база на $\mathbb{R}^3$, тогаш соодветниот афин к.с. се вика **Декартов правоаголен** к.с., а соодветните координати на точката – *правоаголни Декартови координати*.

Меѓу најпознатите *криволиниски* к.с. се: *поларниот* к.с. во рамнина (*в.*), *цилиндричниот* к.с. и *сферниот* к.с. во простор (*в.*).

КООРДИНАТИ НА ТОЧКА [coordinates of a point; координаты точки] Броеви или величини коишто ја одредуваат положбата на точка во некое множество, на пр. во рамнина, во простор, на површина, итн. Притоа се бара да постои биекција меѓу точките и нивните координати (*в.* АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА).

Положбата на точка на дадена права е одредена со една координата, во рамнина со две, а во просторот со три координати. Постојат разни видови координати на точка, на пр. афини, правоаголни, поларни, сферни и др.; *в.* КООРДИНАТЕН СИСТЕМ.

КООРДИНАТНА ГЕОМЕТРИЈА [coordinate geometry; координатная геометрия] Друг назив за *аналитична геометрија* (*в.*). Називот к.г. се смета за посоодветен отколку историски постариот, широкоприфатен назив „аналитична геометрија“.

КООРДИНАТНА РАМНИНА [coordinate plane; координатная плоскость] Рамнина што минува низ пар координатни оски. При Декартов координатен систем во простор има три координатни рамнини; тие го делат просторот на осум делови наречени **октанти**.

КООРДИНАТНИ ОСКИ [coordinate axes; координатные оси] Прави коишто минуваат низ избрана точка O (наречена *координатен почеток*) и се паралелни со векторите на реперот $(O, \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2)$ на дводимензионален, односно $(O, \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$ на тридимензионален евклидски простор; векторите $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ одредуваат позитивни насоки на к.о.

КОРЕЛАЦИЈА [correlation; корреляция] Меѓузависност или врска меѓу две случајни величини коишто немаат, во општ случај, строго функционален карактер.

КОРЕН [root; корень] Зборот „корен" е составен дел на повеќе математички термини; на пр.: к. *од број*, к. *на полином*, к. *на равенка*, к. *на конгруенција*, к. *од единицата* (*в.*).

КОРЕН НА ПОЛИНОМ [root of a polynomial; корень многочлена] К.н.п. $P(x)$ е број a таков што $P(a) = 0$. Познато и како *нула на полином*.

КОРЕН НА РАВЕНКА [root of an equation; корень уравнения] Број или величина што *ја задоволува равенката*, т.е. број кој заменет на местото од променливата, ја сведува равенката на точно бројно равенство. К.н.р. е познато и како *решение на равенка*.

На пр., к.н.р. $x^2 - 5x + 6 = 0$ е бројот 3 зашто $3^2 - 5 \cdot 3 + 6 \equiv 0$; и бројот 2 е решение на равенката, а множеството $\{2, 3\}$ е **множеството решенија** на дадената равенка.

Секоја алгебарска равенка од n-ти степен

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$$

над полето од комплексните броеви има точно n корени (што следува од *основната теорема на алгебрата*, *в.*). Ако, притоа, меѓу n-те корени m се еднакви меѓу себе $(1 \le m \le n)$, тогаш секој од m-те еднакви корени се вика m-**кратен корен**. За $m = 1,2,\ldots$ се вели: **еднократен** (или **прост**), **двократен** (или **двоен**), ..., **многукратен** (или **повеќекратен**) корен.

КОРЕН ОД БРОЈ [root of a number; корень числа] n-ти корен од даден број a е број b, таков што $b^n = a$. Овде, n е природен број, наречен **коренов показател** (или *степен на коренот*); по правило, n е поголем или е еднаков на 2, бидејќи случајот $n = 1$ е тривијален. Ознака: $b = \sqrt[n]{a}$; симболот $\sqrt[n]{}$ (*знак за коренот*) се вика **радикал**. Бројот a се вика **поткоренов израз** и тој најчесто е реален број (а може да е комплексен број).

За $n = 2$ имаме *квадратен корен* (*в.*), за $n = 3$ *кубен корен* (*в.*) итн.

Ако a е комплексен број (специјално: реален број) запишан во обликот $a = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$, тогаш тој има точно n корени – тоа се броевите:

$$\sqrt[n]{\rho}\left(\cos\frac{\varphi+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\varphi+2k\pi}{n}\right),$$

каде што ρ е модулот на a, φ е неговиот аргумент, $k = 0, 1, 2,\ldots, (n-1)$.

КОРЕН ОД ЕДИНИЦА [root of unity; корень из единицы] Комплексен број z, таков што $z^n = 1$ за некој природен број n (z се вика n-**ти корен од единицата**). Има точно n к.о.е. – тоа се броевите

$$\varepsilon_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n},$$

каде што $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$.

Множеството од сите n-ти к.о.е. е група во однос на операцијата множење на комплексни броеви. К.о.е.

се наредени на исти растојанија на единичната кружница во комплексната рамнина; *в.* БИНОМНА РАВЕНКА.

Примитивен *n*-ти корен од единица е *n*-ти к.о.е. (да го означиме со ε), којшто нема понизок ред од *n*, т.е. $\varepsilon^n = 1$ и $\varepsilon^k \neq 1$ за кој било природен број $k < n$. Бројот ε ја генерира цикличната група од корените на единицата од *n*-ти ред.

Примитивните корени секогаш се комплексни броеви освен во случаите $n = 1$ и $n = 2$. Примитивниот квадратен к.о.е. е −1, примитивни кубни к.о.е. се $\frac{1}{2}(-1 \pm i\sqrt{3})$, примитивни четврти к.о.е. се $\pm i$, итн.

КОРЕНСКО ДРВО [rooted tree; дерево с корнем] Насочен *граф* (*в.*) во кој едно теме, наречено **корен**, нема претходник, а секое друго теме има единствен претходник. Теме што нема *следбеник* се вика **крајно теме** или **лист** на к.д. (*в.* ДРВО). Посебен вид к.д. е *бинарно дрво* (*в.*).

Познато и како *дрво со корен*.

КОРЕНУВАЊЕ [evolution, extraction of a root; извлечение корня] Постапката на извлекување (пресметување) корен од број; на пр., наоѓање квадратен корен од 16 – тоа е бројот 4, а и бројот −4 . К. е алгебарска операција, обратна на степенувањето: од даден степен и негов показател, да се најде основата на степенот.

Да се пресмета *n*-ти **корен од број** *a* (*в.*) значи да се најде број *b* за кој $b^n = a$; се запишува: $\sqrt[n]{a} = b$; бројот (изразот) *b* се вика **корен** на *a*. Ако *a* е реален број и $a \geq 0$, тогаш под *n*-ти корен од *a* често се подразбира позитивната вредност на коренот, т.е. *аритметичката вредност на коренот* (*в.*). При две реални вредности на *n*-тиот корен на ненегативен број, каде што *n* е парен број, зборуваме за *алгебарски вредности* на коренот во доменот на реалните броеви; ако од друга страна разгледуваме *n* вредности на *n*-тиот корен, тогаш зборуваме за вредности на коренот во доменот на комплексните броеви, в. КОРЕН ОД БРОЈ.

КОРЕСПОНДЕНЦИЈА [correspondence; соответствие] К. на две множества *A* и *B* се вика кое било подмножество α од Декартовиот производ $A \times B$. Според тоа, к. α претставува некое множество парови (*x*, *y*), каде што $x \in A$, $y \in B$. Наместо *кореспонденција од A во B*, често се користи називот **бинарна релација од** *A* **во** *B*. Во случај кога $B = A$, к. $\alpha \subseteq A \times A$ се вика **бинарна релација во** *A*. Познато и како *соодветство*.

КОС [oblique; кос, наклонный] Придавка, којашто најчесто означува „накривен“, т.е. ни хоризонтален ни вертикален.

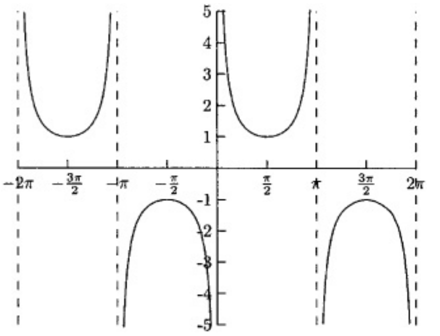
К. **агол** – агол што не е содржател на прав агол, на пр., остар или тап агол. К. **права** кон рамнина – права што не е ни паралелна ни нормална на рамнината. К. **прави** – пар прави што не се ни паралелни ни заемно нормални. К. **асимптота** – асимптота што не е паралелна со ниедна од координатните оски. К. **призма** (одн.: к. **паралелопипед**) – призма (одн.: паралелопипед) при која бочните рабови не се нормални на основите. К. **кружен цилиндар** – кружен цилиндар чиишто генератриси не се нормални на основите. К. **кружен конус** – кружен конус чијашто оска не е нормална на основата.

КОСЕКАНС [cosecant; косеканс] Реципрочната функција од функцијата *синус* (*в.*); се означува: csc *x*. Значи: $\csc x = \dfrac{1}{\sin x}$.

Дефиниционата област на к. е целата реална оска, со исклучок на точките со апсциси $x = n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$.

Функцијата к. е непарна, неограничена ($1 \le |\csc x| < +\infty$), периодична (со период 2π). Нејзиниот график се вика *косекансоида*.

КОСЕКАНСОИДА [cosecant curve; косекансоида] К. е графикот на функцијата косеканс во Декартов правоаголен систем (*в*. црт.).



Косекансоида

КОСИНУС [cosine, cosine function; косинус] **1**. Во правоаголен триаголник, к. *од остар агол* α (ознака: $\cos\alpha$) се дефинира како количник од должината a на налегнатата катета од тој агол и должината c на хипотенузата; $\cos\alpha = a/c$.

2. Поопшто, к. *од произволен агол* x (ознака: $\cos x$) е апсцисата на пресечната точка M на *тригонометриската кружница* и крајниот крак OM на аголот x чијшто почетен крак е позитивниот дел од апсцисната оска Ox (*в*. ТАНГЕНС, црт.). Притоа, x се мери во радијани и се менува во интервалот $[0, +\infty)$ кога крајниот крак OM се движи од почетната положба $A(1,0)$ во насока обратна од движењето на стрелките кај часовникот, додека при обратното движење на кракот OM, x прима вредности од 0 до $-\infty$.

К. е една од основните тригонометриски функции. Таа е: (1) дефинирана во интервалот $(-\infty, +\infty)$; (2) ограничена: $-1 \le \cos x \le 1$ за сите реални вредности на x; (3) периодична – го задоволува равенството $\cos(x + 2\pi) = \cos x$; (4) изводот е: $(\cos x)' = -\sin x$; (5) сврзана е со функцијата $\sin x$, задоволувајќи ги важните идентитети:

$$\cos x = \sin(x + \tfrac{\pi}{2}),\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

и многу други. Функцијата к. може да се развие во степенен ред:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots,$$

конвергентен за секој реален број x. Графикот на функцијата к. се вика *косинусоида* (*в*.).

КОСИНУСИ НА ПРАВЕЦ [direction cosines; направляющие косинусы] К.н.п. на права p се косинусите од аглите α, β, γ што ги формира правата p со позитивните делови на оските Ox, Oy и Oz во правоаголен Декартов координатен систем. К.н.п. се сврзани со релацијата

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

К.н.п. на вектор $\boldsymbol{v}$ ја определуваат насоката на тој вектор; тие се еднакви со координатите на ортот $\boldsymbol{e}$ од векторот $\boldsymbol{v}$: $\boldsymbol{e} = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$.

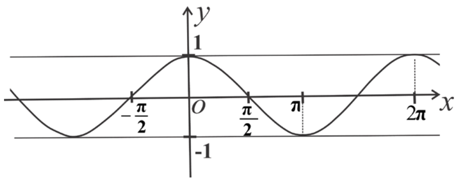
КОСИНУСНА ТЕОРЕМА [law of cosines; теорема косинусов] Тврдење дека, во секој триаголник, квадратот на која било негова страна е еднаков со збирот од квадратите на другите две страни, минус удвоениот производ на тие страни и косинусот од аголот меѓу нив; на пр.:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C, \qquad (1)$$

каде што a, b, c се должините на страните на триаголникот, а C е аголот меѓу страните a и b. За $C = 90^0$ к.т. (1) е *Питагорова теорема* (*в*.).

К.т. често се користи при решавање задачи од елементарна геометрија и тригонометрија.

КОСИНУСОИДА [cosine curve, cosinusoid; косинусоида] Графикот на функцијата $y = \cos x$ во Декартов координатен систем. К. е синусоида, поместена по оската Ox налево за $\pi / 2$, бидејќи $\cos x = \sin (x + \pi / 2)$.



Косинусоида

КОСОАГОЛЕН [oblique-angled; косоугольный] К. **триаголник** – кој било триаголник (рамнински или сферен) што нема прав агол.

К. **паралелограм** – паралелограм со коси агли (ромбоид, а и ромб што не е квадрат).

К. **координатен систем** – праволиниски координатен систем со косоаголни координатни оски.

К. **координати** – координати на точка во к. координатен систем; косоаголните координати се еден вид Декартови координати.

КОТАНГЕНС [cotangent, cotangent function; котангенс] **1**. Во *правоаголен триаголник*, к. од остар агол α (ознака: ctg α) е количникот од налегнатата катета (b) и спротивната катета (a) на α; $\operatorname{ctg} \alpha = b / a$.

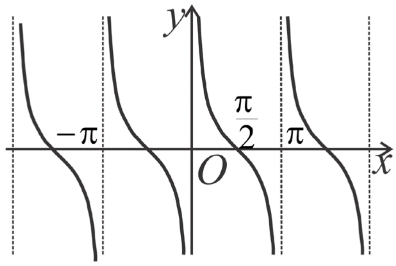
2. Поопшто, к. *од произволен агол* x (ознака: ctg x) е апсцисата на пресечната точка N меѓу крајниот крак на аголот x (чијшто почетен крак е позитивниот дел на оската Ox) и тангентата $y = 1$ на *тригонометриската кружница* (*в.*). Според тоа, $N(\operatorname{ctg} x, 1)$ (*в.* ТАНГЕНС, црт.).

Функцијата к., $y = \operatorname{ctg} x$, може да се дефинира и како реципрочна на функцијата тангенс:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\operatorname{tg} x}.$$

К. е една од основните тригонометриски функции. Таа е: (1) дефинирана за секој број $x \neq 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$; (2) периодична со период π; (3) опаѓа во секој интервал $(k\pi, (k+1)\pi),\ k \in \mathbb{Z}$; (4) има нули за $x = (2k+1)\pi / 2,\ k \in \mathbb{Z}$; (5) непарна; (6) $(\operatorname{ctg} x)' = -1 / \sin^2 x$. Графикот се вика *котангенсоида* (*в.*).

КОТАНГЕНСОИДА [cotangent curve; котангенсоида] Графикот на функцијата котангенс, $y = \operatorname{ctg} x$, во Декартов координатен систем.



Котангенсоида

Правите $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$, се асимптоти на к.; к. ја сече x-оската во непарните содржатели на $\pi/2$, т.е. во $(2k+1)\pi/2$, $k \in \mathbb{Z}$.

КОТЕРМИНАЛНИ АГЛИ [coterminal angles; углы отличающиеся на $k \cdot 360^{\circ}$] Два насочени агли што имаат ист почетен крак и ист краен крак, а се разликуваат за содржател од 2π радијани или содржател на 360°. На пр.: к.а. се аглите од: 120° и 840° (зашто: $840^{\circ} - 120^{\circ} = 2 \cdot 360^{\circ}$); -640° и 80° ($-640^{\circ} - 80^{\circ} = -720^{\circ} = -2 \cdot 360^{\circ}$).

КОФУНКЦИЈА [cofunction; кофункция] Тригонометриска функција што е еднаква на друга тригонометриска функција кога нивните аргументи се комплементни агли; на пр., $\cos x$ е к.

од $\sin x$ [зашто $\cos x = \sin(90^0 - x)$], $\operatorname{ctg} x$ е к. од $\operatorname{tg} x$, а $\csc x$ – од $\sec x$.

КОЦКА [cube, regular hexahedron; куб, правильный гексаэдр] Геометриско тело ограничено со шест складни квадрати. Може да се каже дека к. е права призма со основи квадрати и четири бочни квадратни ѕидови. К. има 8 темиња, 12 рабови и 9 симетрални рамнини. Таа е еден од петте правилни полиедри (т.е. Платонови тела); се вика и **правилен хексаедар**. Волуменот V на к. со раб a е $V = a^3$, а плоштината $P = 6a^2$. Се користи (поретко) и називот **куб**.

КОШИЕВА ЗАДАЧА, *в.* КОШИЕВ ПРОБЛЕМ.

КОШИЕВА ИНТЕГРАЛНА ФОРМУЛА [Cauchy's integral formula; интегральная формула Коши] Формула за вредноста на аналитична функција $f(z)$ во точка a со помош на линиски интеграл:

$$f(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_L \frac{f(z)}{z-a}\, dz,$$

каде што L е проста затворена крива, којашто ја содржи точката a во својата внатрешност, а кривата L и нејзината внатрешност се содржани во некоја област D во која $f(z)$ е аналитична.

КОШИЕВА НИЗА [Cauchy sequence; последовательность Коши] **1**. Низа (a_n) од реални броеви, којашто го задоволува следниот услов: за кој било $\varepsilon > 0$, постои природен број N, таков што $|a_n - a_m| < \varepsilon$ за сите $m, n > N$.

2. Низа (p_n) од точки во метрички простор (M, d), која го задоволува условот $d(p_n, p_m) \to 0$ кога $m, n \to \infty$.

Познато и како *фундаментална низа*.

КОШИЕВ ИНТЕГРАЛЕН КРИТЕРИУМ [Cauchy's integral test, Cauchy's test for convergence, Maclaurin-Cauchy test; интегральный признак Коши, интегральный признак Коши–Маклорена] Тоа е следниот критериум за конвергенција на редови $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ со позитивни членови a_n. Нека $f(x)$ е непрекината, позитивна и опаднувачка функција за $x \geq 1$ и нека $a_n = f(n)$. Тогаш редот $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ е конвергентен ако и само ако е конвергентен интегралот $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$. Познато и како: *интегрален критериум*; *критериум на Маклорен–Коши*.

КОШИЕВ КРИТЕРИУМ [root test, Cauchy's root test, Cauchy's radical test; признак сходимости Коши] Критериум за конвергенција на ред $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ со позитивни членови a_n, кој гласи: нека $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lambda$; за $\lambda < 1$ редот е конвергентен, за $\lambda > 1$ редот е дивергентен, а за $\lambda = 1$ К.к. не дава одговор – во некои случаи е конвергентен, а во други случаи е дивергентен. На пр., $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{1/n^2} = 1$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{1/n} = 1$, но редот $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n^2$ е конвергентен, а редот $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n$ е дивергентен.

КОШИЕВО НЕРАВЕНСТВО [Cauchy's inequality; неравенство Коши] Неравенството

$$\Big|\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\Big|^2 \leq \sum_{i=1}^{n} |a_i|^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} |b_i|^2,$$

коешто важи за конечни суми. Прв го докажал Коши во 1821 год.

Интегрален аналог на К.н. е *Шварцовото неравенство* (*в.*), коешто се вика уште и: *неравенство на Коши–Шварц*; *неравенство на Коши–Буњаковски–Шварц*.

КОШИЕВ ПРОБЛЕМ [Cauchy problem; задача Коши] К.п. за диференцијална равенка $y' = f(x, y)$ се вика задачата, со која се бара партикуларно решение на дадената равенка, за кое би бил исполнет почетниот услов $y(x_0) = y_0$, каде што x_0, y_0 се дадени броеви. Геометриски, тоа значи дека се бара интегрална крива на дадената диференцијална равенка што ќе минува низ дадена точка (x_0, y_0). Познато и како *Кошиева задача*.

КОШИ, Огистен [Augustin Cauchy; Огюстен Коши] (1789 – 1857), голем француски математичар и механичар, член на: Париската академија на науките, Лондонското кралско општество, Петербургската академија на науки и на други академии. Неговиот придонес во математичката анализа, теоријата на линеарни диференцијални равенки и теоријата на групи, е огромен. Познат е како пионер на строгите докази во математиката. Основач е на теоријата на функции со комплексна променлива и на теоријата на еластичноста.

КОШИ–РИМАНОВИ УСЛОВИ [Cauchy-Riemann equations; Коши-Римана условия] Услови на реалниот дел $u = u(x,y)$ и имагинарниот дел $v = v(x,y)$ на функција од комплексна променлива $f(z) = u + iv$, $z = x + iy$, коишто обезбедуваат аналитичност на $f(z)$ како функција од комплексна променлива; тие гласат:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

КРАЕН КРАК НА АГОЛ [terminal line; конечная сторона угла] Кај агол што настанува со ротација на дадена полуправа околу нејзината почетна точка, почетната положба на полуправата се вика **почетен крак**, а положбата што ќе ја заземе полуправата по завршеното ротирање се вика **краен крак на аголот**.

Во Декартов координатен систем, почетниот крак на ротационен агол (со теме во координатниот почеток O) е позитивниот дел на оската Ox, а другиот крак е крајниот крак на аголот; *в.* АГОЛ 2.

КРАЈНА ТОЧКА [end point; концевая точка] Која било од двете точки или вредности што го означуваат крајот на: интервал, отсечка или лак на крива.

КРАЈНО ТЕМЕ НА ДРВО [terminal vertex, leaf; концевая вершина дерева, лист] Теме во *коренско дрво* (*в.*) што нема следбеник. Познато и како *лисӣ*.

КРАК НА АГОЛ [side of an angle, ray of an angle; сторона угла], *в.* АГОЛ 1.

КРАМЕР, Габриел [Gabriel Cramer; Габриель Крамер] (1704 – 1752), швајцарски математичар и филозоф. Во делото „Увод во анализата на алгебарските криви“, покрај прашања од теоријата на алгебарски криви, ја изложил и теоријата за решавање системи линеарни равенки со помош на детерминанти. Дал придонес во аналитичната геометрија и теоријата на матрици.

КРАМЕРОВО ПРАВИЛО [Cramer's rule; правило Крамера] Метод на решавање систем линеарни равенки со помош на детерминанти; именувано по неговиот изумител, *Г. Крамер*. К.п. се состои во следното.

Ако детерминантата Δ на систем од n линеарни равенки со n непознати

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned}$$

не е нула, $\Delta \neq 0$, тогаш тој систем има едно и само едно решение – n-ката $(x_1, x_2, ..., x_n)$, определена со:

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta} \quad (j = 1, 2, ..., n),$$

каде што $\Delta_j = b_1 A_{1j} + b_2 A_{2j} + ... + b_n A_{nj}$ $(j = 1, 2, ..., n)$, а A_{ij} се *алгебарските комплементи* (*в.*) на елементите a_{ij} во матрицата $[a_{ij}]$ на дадениот систем равенки.

КРАТЕЊЕ [cancellation; сокращение] Нека a, b и c се елементи од едно множество S со бинарна операција $*$. Ако од $a * c = b * c$ следува $a = b$, тогаш тоа елиминирање на c се вика *кратење* (или *скратување*).

Правило кое дозволува формално делење со заеднички делители во еднакви производи, дури и во системи во кои нема делење (како, на пр., во интегрални домени), се вика **закон за кратење**: $xz = yz$ повлекува $x = y$.

Познато и како *скратување*.

КРАТЕЊЕ НА ДРОПКА, *в.* СКРАТУВАЊЕ НА ДРОПКА.

КРИВА [curve; кривая] Геометриски поим, апстракција на обичната претстава за *линија* (или *крива линија*). К. може да се замисли како патот направен од точка којашто се движи во просторот. Во разни области на математиката терминот к. се дефинира на разни начини, зависно од целите и методите на испитување.

К. е геометриско место на точки од просторот, чиишто координати се функции од една променлива. Често, к. се дефинира како сликата на затворен интервал $[a, b]$ при непрекината функција од $\mathbb{R}$ во $\mathbb{R}^n$. Во тој случај, сликата на a се вика **почетна точка**, а сликата на b – **крајна точка** на к. Тие точки, ако не се совпаѓаат, се **краеви** на к.

На пр., **рамнинска крива** е графикот на *параметарските равенки*

$$x = f(t), \quad y = g(t),$$

а **просторна крива** е графикот на *параметарските равенки*

$$x = f(t), \quad y = g(t), \quad z = h(t),$$

при што функциите f, g и h се дефинирани и непрекинати на затворен интервал $[a, b]$. Специјален случај е графикот на $y = f(x)$, каде што f е непрекината функција на $[a, b]$. Ако сликите на a и b се совпаѓаат, тогаш к. е **затворена крива**. Ако никои два различни броја од сегментот $[a, b]$ (со можен исклучок на a и b) не определуваат иста точка од к., т.е. к. не се самопресекува, тогаш таа се вика **проста крива**. Проста затворена рамнинска крива се вика **Жорданова крива**.

Евклид ги издвојувал правите од кривите, но во денешно време поимот „крива“ ги вклучува и правите. Г. Кантор дефинирал крива како континуум што е „никаде густ“ во $\mathbb{R}^2$. Непрекината крива во $\mathbb{R}^2$ којашто минува низ секоја точка на единичен квадрат се вика **Пеанова крива**.

КРИВА НА РАСПРЕДЕЛБА [distribution curve; кривая распределения] Графикот на функција на распределба на случајна променлива.

КРИВА ОД ВТОР РЕД [second-order curve; кривая второго порядка] Геометриско место на точки во рамнината, чиишто Декартови координати задоволуваат равенка од обликот

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \quad (1)$$

во која барем еден од коефициентите A, B, C е различен од нула.

Такви криви се: кружници, елипси, хиперболи, параболи, имагинарни елипси и некои *дегенерирани криви* (некои парови прави, паралелни или се сечат – реални или имагинарни). Нивни равенки се добиваат за посебни вредности на коефициентите A, B,

C, D, E, F во равенката (1). На пр., за $A = C = 1$, F = – 1 и $B = D = E = 0$ се добива $x^2 + y^2 = 1$ – равенката на кружница со радиус единица и центар во координатниот почеток.

КРИВИНА [curvature; кривизна] Се смета (природно!) дека една кружница има иста закривеност во секоја своја точка и дека таа закривеност е поголема кај кружници со помал радиус. Затоа, за **кривина на кружница** со радиус *R*, по дефиниција, се зема да е бројот $K = 1/R$.

1. Ако (*L*) е дадена *рамнинска крива* и M_0 е точка на (*L*), тогаш под **кривина на** (*L*) во точката M_0 се подразбира реципрочната вредност на радиусот од *оскулаторната кружница* (*в.*) на (*L*) во M_0. К. на рамнинска крива се карактеризира со отклонувањето на кривата од тангентата на кривата во дадената точка.

Ако кривата (*L*) е график на функцијата $y = f(x)$, која има втор непрекинат извод во точката $M_0(x_0, y_0)$, тогаш кривината *K* на (*L*) во M_0 се пресметува со формулата:

$$K = \frac{|y_0''|}{(1 + y_0'^2)^{3/2}}.$$

Радиусот на оскулаторната кружница, т.е. $r = 1/K$, се вика **радиус на** к. на (*L*) во M_0, нејзиниот центар се вика **центар на** к., а самата оскулаторна кружница се вика **кружница** (или **круг**) **на** к. на (*L*) во дадената точка.

2. Поимот *кривина* се обопштува и за криви во простор. Нека кривата (*L*) е зададена со векторската функција $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(s) = (x(s), y(s), z(s))$, каде што *s* е природен параметар, и нека $\boldsymbol{r}(s)$ има непрекинат прв и втор извод, $\boldsymbol{r}'$ и $\boldsymbol{r}''$. Векторот $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{r}''$ се вика **вектор на кривината**, а интензитетот на $\boldsymbol{K}$ се вика **прва кривина** или само **кривина** на (*L*) и се означува со *K*, т.е.: $K = |\boldsymbol{K}|$. Кога во функцијата $\boldsymbol{r}(t)$ параметарот *t* е произволен, к. на (*L*) се пресметува по формулата

$$K = \frac{|\dot{r} \times \ddot{r}|}{|\dot{r}|^3}$$

КРИВОЛИНИСКИ АГОЛ [curvilinear angle; криволинейный угол] Агол меѓу две криви што се сечат, наречен к.а., се дефинира како агол меѓу тангентите на кривите во пресечната точка. Аналогно се дефинира к.а. меѓу права и крива. Поимот к.а. се користи во сферна тригонометрија и во диференцијална геометрија. Познато и како *агол меѓу две криви*.

КРИВОЛИНИСКИ ИНТЕГРАЛ, *в.* ЛИНИСКИ ИНТЕГРАЛ.

КРИВОЛИНИСКИ КООРДИНАТИ [curvilinear coordinates; криволинейные координаты] К.к. се кои било линиски координати што не се Декартови координати. Често користени к.к. се поларните, цилиндричните и сферните координати.

КРИТЕРИУМ [criterion; критерий], *в.* ПРИЗНАК.

КРИТЕРИУМИ ЗА ДЕЛИВОСТ, *в.* ПРИЗНАЦИ ЗА ДЕЛИВОСТ.

КРИТЕРИУМ НА АЈЗЕНШТАЈН [Eisenstien's irreducibility criterion; критерий Эйзенштейна] Нека *f* е полиномот $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ со коефициенти цели броеви. Ако постои прост број p таков што p е делител на секој од $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$, но p не е делител на a_n и p^2 не е делител на a_0, тогаш полиномот f е неразложлив во полето на рационалните броеви.

КРИТЕРИУМ НА ВАЈЕРШТРАС за рамномерна конвергенција [Weierstrass' M-test for uniform convergence; Вейерштрасса признак равномерной сходимости] Нека $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ е функционален ред и нека секоја од функциите $f_n(x)$ е определена на сегментот [a, b]. Ако постои конвергентен ред со позитивни членови, $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$, таков што $|f_n(x)| \le c_n$ за секој x од $[a,b]$ и за секој $n \in \mathbb{N}$, тогаш редот $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ е рамномерно (и апсолутно) конвергентен на $[a,b]$.

На пр., членовите на низата x, x^2, x^3, x^n, … се ограничени за x од сегментот $[0, 1/2]$ со соодветните членови на низата $1/2$, $(1/2)^2$, $(1/2)^3, \ldots$, па значи редот $\sum_{n=1}^{\infty} (1/2)^n$ конвергира. Следствено, редот $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ е рамномерно (и апсолутно) конвергентен на сегментот $[0, 1/2]$.

КРИТЕРИУМ НА МАКЛОРЕН–КОШИ, *в.* КОШИЕВ ИНТЕГРАЛЕН КРИТЕРИУМ.

КРОНЕКЕР, Леополд [Leopold Kronecker; Леополд Кронекер] (1823 – 1891), германски математичар. Дал придонес во аритметиката, теоријата на идеалите, теоријата на броевите и елиптичните функции. Се залагал за аритметизација на целата математика. Бил противник на „бесконечноста“ во математиката.

КРОНЕКЕРОВ ДЕЛТА-СИМБОЛ [Kronecker delta; дельта-символ Кронекера] Функција од две променливи, обично цели броеви, *i* и *j*. Се означува со симболот δ_{ij} и има вредност 1 ако променливите се еднакви, а 0 ако тие се различни:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ако } i=j \\ 0, & \text{ако } i \neq j \end{cases}.$$

На пр., $\delta_{21} = 0$, $\delta_{33} = 1$. Во линеарна алгебра, К.д-с. може да се користи за запишување на условот за ортонормираност на базата $(e_i, e_j) = \delta_{ij}$, за краток запис на единичната матрица од n-ти ред $(\delta_{ij})_{i,j=1}^{n}$ и за скалариот производ на вектори $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \sum_{ij} a_i \delta_{ij} b_j$. К.д-с. се користи во многу области на математиката. Во тензорното сметање, К.д-с. се третира како тензор.

КРУГ [circle; круг] *Круг со центар O и радиус r* е геометриско место на точки од рамнината, коишто од точката O се на растојание помало или еднакво на r. Со други зборови, тоа е множеството од сите точки M од рамнината, во која се наоѓа точката O, такви што $\overline{OM} \le r$.

К. е затворено множество точки од рамнината. Периферијата на к., т.е. кружницата што го опкружува, се вика и **обиколка** на к. Плоштината на к. со радиус r е: $P = r^2\pi$.

КРУГ НА КОНВЕРГЕНЦИЈА [circle of convergence; круг сходимости] Круг сврзан со степенски ред со комплексни членови којшто конвергира за сите вредности на променливата внатре во кругот и дивергира за сите вредности надвор од него. Радиусот на тој круг се вика **радиус на конвергенција** на разгледуваниот ред.

КРУГ НА КРИВИНА [circle of curvature; круг кривизны], *в.* КРИВИНА.

КРУЖЕН ИСЕЧОК [circular sector; круговой сектор] Дел од круг ограничен со кружен лак и со двата радиуса до крајните точки на тој лак (*в.* црт.). Аголот што го формираат тие два радиуса се вика **централен агол** на к.и. Во круг со радиус r, плоштината на к.и. со централен агол θ се пресметува со формулата

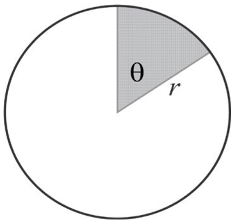
$$P = \frac{r^2\pi}{360}\cdot\theta,$$

а должината L на лакот на к.и. – со

$$L = \frac{r\pi\theta}{180}.$$

Според тоа: $P = \frac{rL}{2}.$

Познато и како *кружен сек̄тор*.



Кружен исечок

КРУЖЕН КОНУС [circular cone; круговой конус, круглый конус] *Конус* (*в.*), чијашто директриса е кружница.

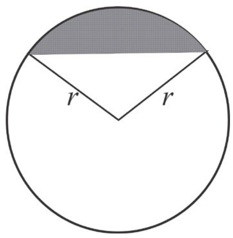
КРУЖЕН ЛАК [arc, circular arc; дуга окружности] Дел од *кружница* (*в.*), ограничен од две точки на *кружни-ца̄та*. На секој к.л. од кружницата му одговара централен агол и, обратно, на секој централен агол му одговара соодветен кружен лак. Должината L на к.л. во кружница со радиус r се пресметува со формулата $L = \frac{r\pi\theta}{180}$, каде што θ е соодветниот централен агол.

КРУЖЕН ОТСЕЧОК [circular segment; круговой сегмент] Дел од круг, ограничен со тетива и соодветниот кружен лак, кој формира централен агол $\alpha < \pi$ радијани (на црт., к.о. е засенчениот дел).

Плоштината P на к.о. е еднаква со плоштината на соодветниот кружен исечок намалена за плоштината на соодветниот триаголник, т.е.

$$P = \tfrac{1}{2}r^2(\alpha - \sin\alpha),$$

каде што r е радиусот на кругот, а α е аголот во радијани, со теме во центарот на кругот и краци – радиусите до крајните точки на тетивата што го определува к.о. Познато и како *кружен се̄гмен̄т*.

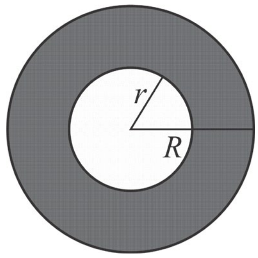


Кружен отсечок

КРУЖЕН ПРСТЕН [annulus; круговое кольцо] Дел од рамнината, зафатен меѓу две концентрични кружници, едната со радиус R, другата со радиус r и $r < R$. Плоштината P на к.п. е $P = \pi(R^2 - r^2)$.

КРУЖЕН СЕГМЕНТ, *в.* КРУЖЕН ОТСЕЧОК.

КРУЖЕН СЕКТОР, *в.* КРУЖЕН ИСЕЧОК.



Кружен прстен

КРУЖЕН ЦИЛИНДАР [circular cylinder; круглый цилиндр, круговой цилиндр], *в.* ЦИЛИНДАР.

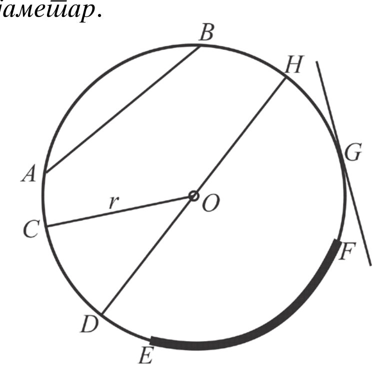
КРУЖНА ЛИНИЈА, *в.* КРУЖНИЦА.

КРУЖНИ ЗАГРАДИ [parentheses, round brackets; круглые скобки], *в.* ЗАГРАДИ.

КРУЖНИЦА [circle; окружность]

Множеството од сите точки во една рамнина, коишто се наоѓаат на исто дадено растојание r од една фиксна точка O во таа рамнина.

Точката O се вика **центар** (*в*. црт.), а растојанието r – **радиус** на к. И секоја отсечка CO, чијшто еден крај е центарот, а другиот крај е која било точка C од к. се вика **радиус** на к. Отсечка чиишто краеви се точки од к., на пр. AB, се вика **тетива**. Тетива што минува низ центарот на к. се вика **дијаметар** (на пр., отсечката DH на црт.); и нејзината должина се вика *дијаметар*.



Кружница

Кој било од двата дела на кои е поделена к. со две нејзини точки (на пр. EF), се вика **кружен лак**. Права што има само една заедничка точка (на пр. G) со к. се вика **тангента** на к., а права што има две заеднички точки со к. се вика **пресечка** или **секанта** (на пр., правата AB). Должината на к. се вика **периметар** на к. и изнесува $2\pi r$, каде што r е радиусот на к.

Равенката на кружница во правоаголни Декартови координати има вид

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2,$$

каде што (a, b) се координатите на центарот, а r е радиусот на к. Познато и како *кружна линија*.

КРУЖНИЦА НА КРИВИНА [circle of curvature; круг кривизны], *в*. КРИВИНА.

КУБ [cube; куб, третья степень] **1**. Друг назив за *коцка* (*в*.). **2**. К. на број a е производот $a\cdot a\cdot a$; краток запис: a^3 (се чита: „a на трети“), а се вика и *трет степен од а*.

КУБАТУРА [cubature; кубатура] **1**. Број на кубни единици во волуменот на дадено тело. **2**. Конструкција на коцка со еднаков волумен како дадено тело. **3**. Пресметување волумен на тело. **4**. Нумеричко интегрирање на функција од два аргумента.

КУБЕН КОРЕН [cube root; кубический корень] К.к. од број a е број x, чијшто трет степен е a, т.е. $x^3=a$. Ако бројот a е реален, тогаш тој има точно еден реален к.к. којшто се означува со $\sqrt[3]{a}$ или со $a^{1/3}$. Познато и како *трети корен*.

КУБИК [cubic metre; кубометр] Мерка за градежен и огревен материјал, кубен метар.

КУБНА ПАРАБОЛА [cubic parabola; кубическая парабола] Рамнинска крива чијашто равенка во Декартов координатен систем има вид $y=ax^3$, каде што константата $a\neq 0$. Ако $a>0$, тогаш к.п. минува низ првиот и третиот квадрант, а при $a<0$ – низ вториот и четвртиот квадрант. (К.п. не е *парабола*.)

КУБНА РАВЕНКА [cubic equation; кубическое уравнение] Полиномна равенка од трет степен, т.е. равенка од видот

$$ay^3+by^2+cy+d=0, \qquad (1)$$

каде што $a\neq 0$. Заменувајќи ја y во (1) со нова непозната x со смената

$$y=x-\frac{b}{3a}, \qquad (2)$$

(1) се сведува на равенката

$$x^3+px+q=0 \qquad (3)$$

(наречена **сведена** или **редуцирана** к.р.), каде што

$$p = -\frac{b^2}{3a^2} - \frac{c}{a}, \quad q = \frac{2b^3}{27a^2} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a}.$$

Равенката (3) се решава со *Кардановата формула* (*в.*). Според тоа, к.р. е *решлива во радикали*, т.е. нејзините корени, во принцип, може да бидат изразени преку коефициентите на равенката во експлицитна форма. Но, случајот кога сите три корени на к.р. се реални, бара пресметување на кубен корен од комплексни броеви, што не е можно да се сведе на пресметување кубен корен од реални броеви. Бидејќи Кардановата формула е сврзана со гломазни пресметувања, таа во пракса ретко се користи. Затоа често се користат приближни методи за решавање на к.р.: Њутн–Рафсоновиот метод, методот на тетиви и др.

КУРЕПИНА ХИПОТЕЗА [Kurepa hypothesis; Курепа гипотеза] Хипотезата во врска со *Курепиниот број*

$$!n = 0! + 1! + \ldots + (n-1)!, \; n \in \mathbb{N},$$

којашто гласи: најголемиот заеднички делител за $!n$ и $n!$, за $n \geq 2$, е 2, т.е.

$$\text{НЗД}\,(!n, n!) = 2.$$

Ја поставил српскиот математичар ***Ѓуро Курепа*** (1907 – 1993), во Охрид, во 1971 год. Доказ дека К.х. е точна, даден е во 2004 год. од двајца француски математичари.

КУРЕПИН БРОЈ [Kurepa number; Курепа число], *в.* ЛЕВ ФАКТОРИЕЛ.

Л

ЛАГРАНЖ, Жозеф-Луј [Joseph-Louis Lagrange; Жозеф-Луи Лагранж] (1736 – 1813), се смета за француски математичар (а бил роден во Италија). Во своето обемно дело ги поставил основите на современата математичка анализа. Ознаката за извод на функција, $f'(x)$, потекнува од него. Дал голем придонес во теоријата на варијационото сметање, теоријата на броеви, теоријата на алгебарските равенки, нумеричката анализа и небесната механика.

ЛАГРАНЖОВА ИНТЕРПОЛАЦИОНА ФОРМУЛА [Lagrange's interpolation formula; Лагранжа интерполяционная формула] Формула за наоѓање интерполационен полином $P(x)$ на зададена функција $y = f(x)$; се базира на следнава теорема.

Ако $x_0, x_1, ..., x_n$ се различни реални броеви, а $y_0, y_1, ..., y_n$ се произволни реални броеви, тогаш постои единствен полином $P(x)$ со својството $P(x_k) = y_k$, $k = 0, 1, ..., n$ и st $P \le n$, определен со формулата:

$$P(x) = y_0 L_0(x) + y_1 L_1(x) + ... + y_n L_n(x) = \\ = \textstyle\sum_{k=0}^{n} y_k L_k(x) \,, \qquad (1)$$

каде што

$$L_k(x) = \prod_{i=1, i\ne k}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i} = \\ \frac{(x - x_0)...(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})...(x - x_n)}{(x_k - x_0)...(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})...(x_k - x_n)}$$

Притоа: (1) се вика Л.и.ф., $P(x)$ се вика **Лагранжов интерполационен полином**, а полиномите $L_k(x)$ се викаат **Лагранжови коефициенти**. За n = 1, (1) е формула за *линеарна интерполација* (*в.*).

ЛАГРАНЖОВА РАВЕНКА [Lagrange equation; Лагранжа уравнение] Диференцијална равенка од обликот

$$y = x\varphi(y') + \psi(y'), \qquad (1)$$

каде што $\varphi(y')$ и $\psi(y')$ се познати функции диференцијабилни на некој интервал, се вика *Лагранжова равенка* (а понекогаш и **равенка на Даламбер**). Ставајќи $y' = p$ и диференцирајќи по x, се доаѓа до општото решение на (1) во параметарска форма:

$$x = f(p, C), \; y = f(p, C)\,\varphi(p) + \psi(p) \; (2)$$

под услов $\varphi(p) - p \ne 0$, каде што p е параметар.

Ако $\varphi(p) - p = 0$ има реално решение, на пример, $p = p_0$, тогаш и

$$y = x\varphi(p_0) + \psi(p_0) \qquad (3)$$

е решение на (1). Ако (3) не може да се добие од (2) за ниедна вредност на произволната константа C, тогаш (3) е сингуларно решение на (1).

Специјално, ако $\varphi(y') = y'$, тогаш равенката (1) добива облик

$$y = xy' + \psi(y') \,. \qquad (4)$$

Нејзиното општо решение е

$$y = Cx + \psi(C) \,,$$

а има и сингуларно решение:

$$x = -\psi'(p), \; y = -p\psi'(p) + \psi(p).$$

Равенката (4) се вика **Клероова равенка**; наречена е по името на францускиот математичар, астроном и геофизичар ***А. Клеро*** (Alexis Claud Clairaut, 1713 – 1765).

ЛАГРАНЖОВА ТЕОРЕМА, *в.* ТЕОРЕМА НА ЛАГРАНЖ (*во теорија на групи; за средна вредност*).

ЛАГРАНЖОВИ МНОЖИТЕЛИ [Lagrangian multipliers, undeterminate multipliers; Лагранжа множители] Променливи, со чија помош се формира *функција на Лагранж* (*в.*) за испитување условни екстреми на функции од два или повеќе аргументи. Познато и како *неопределени множители*.

ЛАЈБНИЦ, **Готфрид Вилхелм** [Gottfried Wilhelm Leibniz; Готфрид Вильгельм Лейбниц] (1646 – 1716), германски математичар и филозоф. Неговите најголеми откритија се диференцијалното и интегралното сметање. Дал голем придонес и во формализирањето на математиката. Термините: функција, координати, диференцијално и интегрално сметање, како и ознаките $=$, dx и $\int f(x)dx$ потекнуваат од него. Се занимавал и со комбинаторика, детерминанти и симболичка логика. Во 1673 г. конструирал сметачка машина.

ЛАЈБНИЦОВА ФОРМУЛА [Leibniz's rule; формула Лейбница] Формула за пресметување n-ти извод од производот на две функции $u = u(x)$ и $v = v(x)$:

$$(u\cdot v)^{(n)} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} u^{(n-i)} v^{(i)} =$$

$$u^{(n)}v + \tbinom{n}{1}u^{(n-1)}v' + \ldots + \tbinom{n}{n-1}u'v^{(n-1)} + uv^{(n)}$$

каде што $u^{(0)} = u,\ v^{(0)} = v$.

Л.ф. е обопштување на формулата за извод од производ на две функции:

$$(u\cdot v)' = u'v + uv'.$$

ЛАЈБНИЦОВ КРИТЕРИУМ [Leibniz's test; признак Лейбница], *в.* НАИЗМЕНИЧЕН РЕД.

ЛАК [arc; дуга, арка] **1**. Отсечок, или дел од непрекината крива, зафатен меѓу две произволни нејзини точки. Попрецизно, л. е сликата на затворениот интервал [0, 1] при обратноеднозначна непрекината трансформација, т. е. едноставна крива што не е затворена.

2. Во геометрија, л. означува непрекинат дел од кружница. (Попрецизно, тој се вика **кружен лак**.) Кои било две точки од кружницата ја делат на два лака. Л. чиишто крајни точки се крајните точки на еден дијаметар од кружницата се вика **полукружница**. Л. помал од полукружница се вика **помал лак**, а л. поголем од полукружница се вика **поголем лак**.

Два централни агли од иста кружница, или од еднакви кружници, имаат ист однос како мерите на нивните припадни лаци. Централен агол се мери со помош на припадниот лак.

Се вели (ретко) и: *аркус*; *арка*.

ЛАПЛАСИЈАН [Laplacian; лапласиян], *в.* ЛАЛАСОВ ОПЕРАТОР.

ЛАПЛАСОВА РАВЕНКА [Laplace's equation; уравнение Лапласа] Парцијална диференцијална равенка, којашто во тридимензионален простор има вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0\,.$$

Л.р. се разгледува исто така во дводимензионален простор и има вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0\,.$$

Општо, Л.р. во n-димензионален простор се запишува како збир од вторите n немешани парцијални изводи, изедначен со нула.

Л.р. со помош на *Лапласовиот оператор* Δ (*в.*) се запишува: $\Delta u = 0$ (за произволна димензија). Во тој случај, димензијата на просторот се назначува јавно (или се подразбира).

ЛАПЛАСОВА ТРАНСФОРМАЦИЈА [Laplace transform; преобразование Лапласа] Л.т. на една функција $f(t)$ е функцијата $F(p)$ дефинирана со:

$$F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t)\, dt \quad \text{при} \quad \operatorname{Re} p > s_0\,,$$

каде што p е комплексен аргумент ($p = s + i\tau$, s и τ се реални).

Притоа: $f(t)$ е функција од реален аргумент t, којашто ги задоволува следниве услови: (i) $f(t)$ е непрекината по делови во секој конечен интервал од $[0,+\infty)$); (ii) има **ограничен раст** (т. е. постои реален број s_0, таков што интегралот

$$I = \int_0^{+\infty} e^{-st} \, | f(t) | \, dt$$

е конвергентен за секој $s > s_0$); iii) $f(t) = 0$ за $t < 0$. Л.т. на $f(t)$ се означува: $\mathcal{L}(f(t))$ (= $F(p)$). На пр.:

$$\mathcal{L}(t) = \frac{1}{p^2}; \quad \mathcal{L}(e^{2t}) = \frac{1}{p-2}, \ \mathrm{Re}\, p > 2 .$$

Ако $f(t)$ и $g(t)$ се непрекинати функции за $t > 0$ и ако $\mathcal{L}(f) = \mathcal{L}(g)$, тогаш $f(t) = g(t)$. Според тоа, при дадена функција $F(p)$, непрекинатата функција $f(t)$ со својството $\mathcal{L}(f) = F(p)$ е еднозначно определена; затоа се става: $f(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(p))$ и, притоа, $\mathcal{L}^{-1}$ се вика **инверзна** л.т.

Л.т. и нејзината инверзна имаат голема примена за решавање линеарни диференцијални равенки, какви што се јавуваат во анализата на електрични кола.

ЛАПЛАСОВ ОПЕРАТОР [Laplace operator; оператор Лапласа] Диференцијален оператор од втор ред во *n*-димензионален евклидски простор (ознака: Δ), дефиниран како дивергенцијата (∇) од градиентот (∇f) на f. Значи, ако f е реална, двапати диференцијабилна функција, тогаш Л.о. применет на f е: $\Delta f = \nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f$.

Еквивалентно, Л.о. од f е збирот од немешаните парцијални изводи од втор ред во Декартови координати. На пр., за функција $u = f(x, y, z)$:

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} .$$

Познато и како *лапласијан*.

ЛАПЛАС, **Пјер Симон** [Pierre Simon marquis de Laplace; Пьер Симон Лаплас] (1749 – 1827), француски математичар. Дал голем придонес во теоријата на веројатноста (поставувајќи ја врз основите на математичката анализа), во небесната механика и во популаризацијата на науката. Од неговите дела најважни се „Аналитична теорија на веројатностите“ и „Небесна механика“. Пишувал за игри на среќа, за теорија на најмали квадрати и за *Лапласова трансформација*.

ЛАТИНСКИ КВАДРАТ [latin square; латинский квадрат] Квадратна таблица од *n* редици и *n* колони, пополнета со *n* различни броеви, повторувани во секоја редица и во секоја колона, а наредени така што ниеден број не се појавува двапати во која било редица или колона, а нивниот збир во која било редица или колона е еден ист. Л.к. што го исполнува тој услов и за двете дијагонали се вика **дијагонален** л.к. (или *магичен квадрат*, *в.*). На пример:

1) л.к.

1	2	3	4
2	3	4	1
3	4	1	2
4	1	2	3

2) дијагонален л.к.

4	1	3	5	2
3	5	2	4	1
2	4	1	3	5
1	3	5	2	4
5	2	4	1	3

ЛАЧНА МЕРА [arc measure, circular measure; дуговая мера (угла)], *в.* РАДИЈАНСКА МЕРА.

ЛЕБЕГОВ ИНТЕГРАЛ [Lebesgue integral; интеграл Лебега] Обопштување на Риманов интеграл од реална функција, којшто допушта интегрирање над множества покомплицирани од сегмент [*a*, *b*], постоење на интегралот дури и тогаш кога функцијата има многу точки на прекин, како и својства на конвергенција што не важат за Риманови интеграли.

Терминот е даден според името на францускиот математичар ***Анри Лебег*** (Henri Lebesgue, 1875 – 1941).

ЛЕВА ГРАНИЦА, *в.* ЛЕВ ЛИМЕС.

ЛЕВ КОМПЛЕКС [left coset; левосторонный смежный класс], *в.* КОМПЛЕКС.

ЛЕВ ЛИМЕС [limit on the left, left-hand limit; предел слева] Нека функцијата f е определена на полуинтервалот (a, b], освен, можеби, во точката $x_0 \in (a,b]$ (притоа, не се исклучува случајот $x_0 = b$). Ако постои број L (се допушта L да е и некој од симболите $-\infty$, $+\infty$), таков што, за која било низа $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ што ги исполнува условите

$$x_n \in (a,b],\ x_n < x_0,\ \lim_{n\to\infty} x_n = x_0,$$

низата $f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), ...$ конвергира кон L, тогаш L се нарекува *лев лимес* и се означува

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = L \quad \text{или} \quad f(x_0^-) = L.$$

Л.л. е еден од двата *еднострани лимеси* (*в.*). Познато и како: *лева граница*; *лимес одлево*.

ЛЕВ ФАКТОРИЕЛ [left factorial; левый факториал] Бројот $!n$, дефиниран со равенството

$$!n = 0! + 1! + ... + (n-1)!,$$

каде што n е природен број. Л.ф. се нарекува и **Курепин број**.

Бројот $!n$ е парен за секој $n > 1$. Така: $!2 = 0!+1! = 2$; $!3 = 0!+1!+2! = 4$; $!4 = 0!+1!+2!+3! = 10$; итн. Едно интересно својство е: $!n = !(n-1) + (n-1)!$.

ЛЕЖАНДР, Адриен Мари [Adrien Marie Legendre; Адриен Мари Лежандр] (1752 – 1833), француски математичар. Дал значаен придонес во теоријата на броевите, теоријата на елиптичните функции, геометријата, теоријата на веројатноста, а исто така во механиката, астрономијата и физиката. Меѓутоа, повеќе е познат по упростувањето на евклидската геометрија со раздвојување на теоремите од доказите, правејќи ги што е можно покуси и појасни. Денешните учебници по геометрија, во голем дел од светот се базирани на делото на Лежандр.

ЛЕЖАНДРОВА РАВЕНКА [Legendre equation; Лежандра уравнение] Линеарна хомогена диференцијална равенка од втор ред

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0,$$

при што n е реален ненегативен број.

Секое решение на Л.р. се вика **Лежандрова функција**. Ако n е цел ненегативен број, n = 0, 1, 2, ..., тогаш ограничените на сегментот [–1, 1] решенија на Л.р. се полиноми, наречени **Лежандрови полиноми**.

ЛЕЖАНДРОВИ ПОЛИНОМИ [Legendre polynomials; Лежандра многочлены], *в.* ЛЕЖАНДРОВА РАВЕНКА.

ЛЕМА [lemma; лемма] Помошно тврдење, докажано за да се искористи во доказот на некоја теорема. Познато и како *помошна теорема*.

ЛЕМА НА КУРАТОВСКИ–ЦОРН [Kuratowski-Zorn lemma; лемма Куратовского–Цорна], *в.* ЛЕМА НА ЦОРН.

ЛЕМА НА УРИСОН [Urysohn's lemma; лемма Урысона] За кои било две дисјунктни затворени множества A и B во *нормален тополошки простор* T (*в.*), постои реална функција f дефинирана и непрекината на T, таква што: $f(x) = 0$ за секој $x \in A$, $f(x) = 1$ за секој $x \in B$ и $0 \le f(x) \le 1$ за секој $x \in T$.

Оваа лема дава не само потребен, туку и доволен услов за еден T_1-*простор* X (*в.*) да биде нормален.

ЛЕМА НА ЦОРН [Zorn's lemma; лемма Цорна] Тврдење кое гласи: „Ако M е делумно подредено множество во кое секоја *вериѓа* е мајорирана, тогаш M има максимален елемент“. Со други зборови, ако M е делумно подредено множество, во кое секое линеарно подредено подмножество има мајорант, тогаш за секој $x \in M$ постои барем еден максимален елемент $m \in M$, таков што $x \leq m$. Л.н.Ц. се вика и: **Цорнова лема**; **лема на Куратовски–Цорн**; таа е еквивалентна со *аксиомаѿа на избор* (*в.*).

ЛЕМНИСКАТА [lemniscate; лемниската] Л. (од лат. lemniscatus – „украсен со ленти“) е рамнинска алгебарска крива од ред $2n$, при која производот на растојанијата од секоја нејзина точка до n зададени точки (наречени *фокуси*) е константен.

Л. со еден фокус ($n = 1$) е *кружница* со радиус r, а со два фокуса ($n = 2$) е *овал на Касини* (*в*). Специјален случај на овалот на Касини е *Бернулиеваѿа лемнискаѿа* (*в.*).

ЛИЕВА АЛГЕБРА [Lie algebra; Ли алгебра, лиева алгебра] Векторски простор L над поле F, со бинарна операција $[\cdot\ ,\ \cdot] : L\times L \to L$ (наречена *Лиева заѓрада* или *комуѿаѿор на векѿориѿе* x и y: $[x, y] = xy - yx$), којашто ги задоволува следниве аксиоми:

i) *билинеарносѿ*:

$$[\lambda x + \mu y, z] = \lambda[x,z] + \mu[y,z],$$

$$[z, \lambda x + \mu y] = \lambda[z,x] + \mu[z,y],$$

за сите $\lambda, \mu \in F$ и сите $x, y, z \in L$;

ii) *алѿернаѿивносѿ*:

$[x,x] = 0$ за секој $x \in L$;

iii) *Јакобиев иденѿиѿеѿ*:

$$[x,[y,z]] + [z,[x,y]] + [y,[z,x]] = 0,$$

за сите $x, y, z \in L$.

Користејќи ја билинеарноста за да се развие Лиевата заграда $[x+y,\ x+y]$ и користејќи ја алтернативноста, се покажува дека $[x, y] + [y, x] = 0$ за сите елементи од L, што значи дека билинеарноста и алтернативноста имплицираат *анѿикомуѿаѿивносѿ*:

$$[x, y] = -[y, x].$$

Да забележиме дека антикомутативноста ја повлекува само алтернативноста (ако карактеристиката на полето не е 2), но не и билинеарноста.

Пример. Нека $L = \mathbb{R}^3$, со Лиева заграда дефинирана со $[x, y] = x \times y$, каде што $\times$ означува *векѿорски ӣроизвод*. Билинеарноста, антисиметричноста и Јакобиевиот идентитет се познати својства на векторскиот производ, па обичниот 3-димензионален векторски простор е Л.а. во однос на операцијата *векѿорски ӣроизвод* (*в.*).

Терминот Л.а. е воведен од германскиот математичар, теориски физичар и филозоф ***Херман Вајл*** (Hermann Klaus Hugo Weyl, 1885 – 1955) во 1930, според името на норвешкиот математичар ***Софус Ли*** (Sophus Lie, 1842 – 1899).

ЛИЗГАЧКА СИМЕТРИЈА [glide reflection; скользящая симметрия] Л.с. се вика композицијата (т. е. составот) на осна симетрија со оска l и транслација за даден вектор, паралелен на l. Л.с. се нарекува и *ӣреносна симеѿрија* бидејќи претставува комбинација од рефлексија и „пренесување“, паралелно со оската на рефлексијата. Л.с. може да се претстави и како состав на 3 осни симетрии.

ЛИЗГАЧКИ ВЕКТОР [sliding vector; скользящий вектор] Вектор, чијшто почеток може да се избере произволно на правата на која лежи. Значи, л.в. може слободно да се лизга по правата на која лежи, не менувајќи ја својата насока. За разлика од *слободен векѿор*, л.в. не може во општ случај, да се пренесува од една права на друга. Пример за л.в. е сила што дејствува на тврдо тело.

ЛИК, *в.* ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА.

ЛИМЕС ИНФЕРИОР [limit inferior, lower limit; нижний предел] **1**. Л.и. **на низа** (a_n) од реални броеви е најмалиот елемент во множеството B од сите (конечни или бесконечни) *парцијални лимеси* (*в.*) на дадената низа; се означува:

$$\liminf_{n\to\infty} a_n \quad \text{или} \quad \underline{\lim}_{n\to\infty} a_n .$$

Значи: $\underline{\lim}_{n\to\infty} a_n = \inf B$. *Примери*:

1) $1, -\frac{1}{2}, 2, -\frac{2}{3}, \ldots, n, -\frac{n}{n+1}, \ldots$; л.и. е -1;

2) за низата $(-2)^n$, л.и. е $-\infty$;

3) $\liminf_{n\to\infty} (2+1/n) = 2$;

4) $\liminf_{n\to\infty} (n+1/n) = +\infty$.

Познато и како *долен лимес*.

2. Л.и. **на функција** $f(x)$ во точка c е најмалиот (конечен или бесконечен) од *парцијалните лимеси* (*в.*) на $f(x)$ во точката c; се означува:

$$\liminf_{x\to c} f(x) \quad \text{или} \quad \underline{\lim}_{x\to c} f(x).$$

Таа дефиниција важи и во случаите кога точката c се заменува со симболите $+\infty$, $-\infty$, а исто така кога x се стреми кон c оддесно или одлево (**еднострaн** л.и.). *Примери*:

1) $\underline{\lim}_{x\to 0} \sin\frac{1}{x} = -1$; 2) $\underline{\lim}_{x\to 3} \frac{1}{(x-3)^2} = +\infty$;

3) $\underline{\lim}_{x\to+\infty} x\sin x = -\infty$;

4) $\underline{\lim}_{x\to 0} \frac{1}{x} = -\infty$, но $\underline{\lim}_{x\to 0+} \frac{1}{x} = +\infty$.

Познато и како *долен лимес*.

ЛИМЕС НА НИЗА [limit of a sequence; предел последовательности] Бројот a се вика *лимес на низата* (a_n) од реални броеви a_n ако, за секој број $\varepsilon > 0$, безброј многу членови од низата му припаѓаат на интервалот $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$, а надвор од него може да има само конечен број нејзини членови.

Еквивалентно, низата (a_n) има лимес a ако за кој било број $\varepsilon > 0$, постои природен број n_ε таков што, за сите природни броеви $n \ge n_\varepsilon$ е исполнето неравенството $|a_n - a| < \varepsilon$; се запишува:

$\lim_{n\to\infty} a_n = a$, или $a_n \to a$ кога $n \to \infty$.

Познато и како: *граница на низа*; *гранична вредност на низа*.

ЛИМЕС НА ФУНКЦИЈА [limit of a function; предел функции] Нека реалната функција $f(x)$ е определена на интервалот (a,b), освен, можеби, во точката $x_0 \in (a,b)$. Бројот L се вика *лимес на функцијата* f *во точката* x_0 ако $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = L$ за која било низа (x_n) што ги исполнува условите:

$x_n \in (a,b)$, $x_n \ne x_0$ и $\lim_{n\to\infty} x_n = x_0$; се означува: $f(x) \to L$ кога $n \to \infty$ или $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$.

Друга дефиниција на л.н.ф. во точка, еквивалентна на претходната, е следнава.

Нека функцијата f е определена на интервалот (a,b), освен, можеби, во точката $x_0 \in (a,b)$. Бројот L се вика *лимес на функцијата* f *во точката* x_0, т. е. $L = \lim_{x\to x_0} f(x)$, ако за кој било број $\varepsilon > 0$ постои број $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$, таков што за сите елементи $x \in (a,b)$, коишто го исполнуваат условот $|x - x_0| < \delta$, $x \ne x_0$, исполнето е неравенството $|f(x) - L| < \varepsilon$.

Се допушта x_0 да е и симболот, $+\infty$ или $-\infty$ кога $a = -\infty$ или $b = +\infty$; во тој случај велиме дека $f(x)$ *има лимес L* во **бескрајна точка**. И за L се допушта да $-\infty$ или $+\infty$; тогаш велиме дека $f(x)$ има **бесконечен лимес** (или **бескрајна граница**) кога $x \to x_0$.

Познато и како: *граница на функција*; *гранична вредност на функција*.

ЛИМЕС ОДДЕСНО / ОДЛЕВО, *в.* ДЕСЕН / ЛЕВ ЛИМЕС.

ЛИМЕС СУПЕРИОР [limit superior, upper limit; верхний предел] **1**. Л.с. **на низа** (a_n) од реални броеви е најголемиот елемент во множеството B од сите *парцијални лимеси* (*в.*) на дадената низа (конечни или бесконечни); се означува:

$$\limsup_{n\to\infty} a_n \quad \text{или} \quad \overline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n .$$

Значи: $\overline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = \sup B$.

2. Л.с. **на функција** $f(x)$ во точка c е најголемиот (конечен или бесконечен) од *парцијалните лимеси* (*в.*) на $f(x)$ во точката c; се означува:

$$\limsup_{x\to c} f(x) \quad \text{или} \quad \overline{\lim_{x\to c}}\, f(x) .$$

Таа дефиниција важи и во случаите кога точката c се заменува со симболите $+\infty$, $-\infty$, а исто така кога x се стреми кон c одесно или одлево (**еднострaн** л.с.). *Примери*:

1) $\overline{\lim_{x\to 0}}\, 5\sin\frac{1}{x} = 5$; 2) $\overline{\lim_{x\to 3}}\, \frac{-1}{(x-3)^2} = -\infty$;

3) $\overline{\lim_{x\to +\infty}}\, x\cos x = +\infty$;

4) $\overline{\lim_{x\to 0+}}\, \frac{1}{x} = +\infty$, но $\overline{\lim_{x\to 0-}}\, \frac{1}{x} = -\infty$.

Познато и како *горен лимес*.

ЛИНЕАРЕН ПРОСТОР [linear space; линейное пространство], исто што и *векторски простор* (*в.*).

ЛИНЕАРЕН ОПЕРАТОР [linear operator; линейный оператор], *в.* ЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ.

ЛИНЕАРЕН СИСТЕМ [linear system; линейная система] Систем, во кој зависностите меѓу вклучените величини се изразени со линеарни равенки коишто може да се алгебарски, диференцијални или интегрални.

ЛИНЕАРЕН ФУНКЦИОНАЛ [linear functional; линейный функционал] Линеарно пресликување од векторски простор во своето поле од скалари. Познато и како *линеарна форма*.

ЛИНЕАРНА АЛГЕБРА [linear algebra; линейная алгебра] **1**. Област од алгебрата, којашто изучува објекти од линеарна природа: векторски (т. е. линеарни) простори, линеарни пресликувања на конечнодимензионални векторски простори, системи линеарни равенки, квадратни и билинеарни форми; обично и тензорното сметање (делумно или целосно) се смета за дел од л.а. Основните алатки што се користат во л.а. се матриците и детерминантите.

Л.а. има широка примена во повеќе области од математиката, во природните науки, економијата и во техничките науки.

2. Л.а. **над поле**, *в.* АЛГЕБРА НАД ПОЛЕ.

ЛИНЕАРНА ВЕКТОРСКА ФУНКЦИЈА [linear vector function; линейная вектор-функция] Функција f, којашто е определена на подмножество D од векторски простор V (над поле F) и е линеарна трансформација, т. е.

$$f(x+y) = f(x) + f(y), \quad f(\lambda x) = \lambda f(x),$$

каде што x, y се вектори од D, а λ е скалар (елемент од полето F).

ЛИНЕАРНА ГРУПА [linear group; линейная группа] Група од линеарни трансформации на конечнодимензионален векторски простор V со димензија n над некое поле F. Изборот на база во просторот V ја реализира л.г. како група од несингуларни матрици од n-ти ред над полето F. Со тоа е воспоставен изоморфизам меѓу линеарните и матричните групи. *в.* ОПШТА ЛИНЕАРНА ГРУПА.

ЛИНЕАРНА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА [linear differential equation; линейное дифференциальное уравнение] Диференцијална равенка во која непознатата функција и сите нејзини изводи се линеарни, а сите коефициенти се функции од независнопроменливата.

На пример: $y' + a_1 y = f(x)$ е л.д.р. од **прв ред**; $y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$ е л.д.р. од **втор ред**;

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + ... + a_{n-1} y' + a_n y = f(x)$$

е л.д.р. од ***n*-ти ред**; притоа,

$$a_1 = a_1(x), ..., a_n = a_n(x)$$

(наречени **коефициенти** на л.д.р.) и $f(x)$ се дадени функции од x. Ако $a_1, a_2, ..., a_n$ се константи, тогаш равенката е л. д.р. со **константни коефициенти**. Ако $f(x) \equiv 0$, т.е. $f(x)$ е нултата функција, тогаш равенката се вика **хомогена** л.д.р.

ЛИНЕАРНА ЗАВИСНОСТ [linear dependence; линейная зависимость] Својството на даден систем вектори $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n$ (во векторски простор) да е *линеарно зависен сис̄тем* (*в.*).

ЛИНЕАРНА ИНТЕРПОЛАЦИЈА [linear interpolation; линейная интерполяция] Процес на наоѓање вредност на функција меѓу две познати вредности, под претпоставка дека трите назначени точки лежат на права (*в.* и ИНТЕРПОЛАЦИЈА). Значи, ако се дадени вредностите на непрекината функција $f(x)$ во точките a и b, тогаш функцијата на отсечката $[a,b]$ може приближно да се замени со права:

$$f(x) \approx f(a) + (x-a)\frac{f(b)-f(a)}{b-a}.$$

ЛИНЕАРНА КОМБИНАЦИЈА [linear combination; линейная комбинация] Л.к. на векторите $\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, ..., \boldsymbol{v}_n$ е кој било израз (т. е. вектор) од обликот $\alpha_1 \boldsymbol{v}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{v}_2 + ... + \alpha_n \boldsymbol{v}_n$, каде што α_i се скалари, за секој $i \in \{1, 2, ..., n\}$.

ЛИНЕАРНА КОНГРУЕНЦИСКА РАВЕНКА [linear congruence equation; сравнение первой степени] Л.к.р. е *кон̄груенциска равенка* (*в.*) од прв степен, од обликот

$$ax \equiv b \pmod{m}. \qquad (1)$$

Ако a, b се цели броеви и $m \in \mathbb{N}$, тогаш л.к.р. (1) има решение по x ако и само ако b е делив со најголемиот заеднички делител d од a и m (d = НЗД(a, m)). Во тој случај, ако x_0 е едно решение на (1), множеството од сите решенија на (1) е

$$\left\{ x_0 + k \cdot \frac{m}{d} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}. \qquad (2)$$

Решенијата x_1, x_2 на л.к.р. (1), такви што $x_1 \equiv x_2 \pmod{m}$, не се сметаат за различни. Затоа се бараат само решенијата x такви што $0 \le x < m$, т. е. сите *различни решенија* на (1) се елементи на множеството класи од остатоци по модул m: $\{0,1,2,\ldots,m-1\}$.

Решавањето на л.к.р. започнува со наоѓање на НЗД(a, m) = d. Можни се два случаја: 1) d не е делител на b – тогаш л.к.р. нема решение; 2) d е делител на b – тогаш л.к.р. има единствено решение по модул m/d, а има d решенија во множеството класи од остатоци по модул m: $\{0,1,2,\ldots,m-1\}$. На пр., $2x \equiv 6 \pmod{4}$ има единствено решение $x = 1$ по модул 2 (= m/d =4/2) или, што е исто, две решенија: $x = 1$, $x = 3$ по модул 4.

Примери.

1) $3x \equiv 4 \pmod{6}$; НЗД(3, 6) = 3 и 3 не е делител на 4, па л.к.р. нема решение.

2) $3x \equiv 5 \pmod{4}$; d = НЗД(3,4) = 1 и 1 е делител на 5, па л.к.р. има само едно решение во $\{0,1,2,3\}$: $x = 3$).

3) $4x \equiv 2 \pmod{6}$; има две решенија во $\{0,1,2,3,4,5\}$: x = 2 и x = 5; (d =2, а 2 е делив со 2).

4) $9x \equiv 6 \pmod{15}$ има 3 решенија во $\{0,1,2,\ldots,14\}$: $x = 4, x = 9, x = 14$.

Л.к.р се јавуваат во задачи од теоријата на броеви, криптографијата и други области од науката.

ЛИНЕАРНА НЕЗАВИСНОСТ [linear independence; линейная независимость] Својството на систем вектори $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_n$ (во векторски простор) да е линеарно независен: ако

$$\lambda_1 \boldsymbol{a}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{a}_2 + \ldots + \lambda_n \boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{o},$$

тогаш сите скалари λ_i се нули.

ЛИНЕАРНА ОБВИВКА [linear span, span, linear hull; линейная оболочка] Нека A е подмножество од векторски простор V над поле F. Множеството $L(A)$ од сите линеарни комбинации

$$\alpha_1 \boldsymbol{a}_1 + \alpha_2 \boldsymbol{a}_2 + \ldots + \alpha_n \boldsymbol{a}_n,\ \boldsymbol{a}_i \in A, \alpha_i \in F,$$

се вика *линеарна обвивка* на A.

$L(A)$ е потпростор од V, генериран од A, а A се вика *генераторно множество* за потпросторот $L(A)$. Се покажува дека $L(A)$ е пресек на сите потпростори од V што го содржат множеството A, т. е. $L(A)$ е „најмалиот" потпростор од V што го содржи A. Ако A е празно множество, тогаш $L(A) = \{0\}$.

ЛИНЕАРНА НЕРАВЕНКА [linear inequality; линейное неравенство] *Неравенка* (*в.*), којашто содржи непознати само од прв степен. На пр.:

$$ax + b > 0$$

е л.н. по непознатата x;

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n \geq b$$

е л.н. по непознатите $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

ЛИНЕАРНА РАВЕНКА [linear equation; линейное уравнение] Равенка, којашто содржи непознати само од прв степен. На пр.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b \qquad (1)$$

е л.р. **со *n* непознати** x_i ($a_i \neq 0$, i = 1, 2, …, n). Ако во равенката (1) се сите коефициенти $a_i = 0$, i = 2, 3, …, n, но $a_1 \neq 0$, тогаш равенката (1) добива облик $a_1x_1 = b$ или $ax + b = 0$ ($a_1 = a$) и се вика л.р. **со една непозната**.

ЛИНЕАРНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [linear transformation; линейное преобразование] *Линеарно пресликување* (*в.*) од векторски простор V во себе.

ЛИНЕАРНА ФОРМА [linear form; линейная форма] **1**. Линеарно пресликување од векторски простор V над поле F во полето F (при што полето F се разгледува како векторски простор над себе си). Познато и како *линеарен функционал*.

2. Хомоген полином од прв степен, т. е. израз со n променливи $x_1, \ldots, x_n$:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n,$$

каде што $a_1, \ldots, a_n$ се елементи од комутативен прстен (на пр., прстенот $\mathbb{R}$ на реалните броеви) и барем еден од коефициентите не е 0.

ЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА [linear function; линейная функция] **1**. Во реална анализа, аналитична геометрија и сродните области, л.ф. е полином од прв степен или константа (вклучително и 0). За функции од една променлива, л.ф. е од обликот

$$f(x) = ax + b,$$

каде што a и b се константи, а нејзиниот график е (невертикална) права;

a е *коефициент на правецот* (*в.*), а b е ординатата на пресечната точка со оската Oy.

2. Во линеарна алгебра и функционална анализа, л.ф. е *линеарно пресликување* (*в.*).

ЛИНЕАРНО ЗАВИСЕН СИСТЕМ ВЕКТОРИ [linearly dependent set of vectors; линейно зависимая система векторов] За даден систем вектори $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n$ се вели дека е *линеарно зависен*, ако постојат скалари λ_1, λ_2, …, λ_n, такви што

$$\lambda_1 \boldsymbol{a}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{a}_2 + ... + \lambda_n \boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{o},$$

а притоа, барем еден од скаларите λ_i да е различен од нула. Во спротивниот случај, за дадениот систем вектори се вели дека е *линеарно независен* (*в.*).

ЛИНЕАРНО НЕЗАВИСЕН СИСТЕМ ВЕКТОРИ [linearly independent set of vectors; линейно независимая система векторов] За даден систем вектори $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, ..., \boldsymbol{a}_n$ се вели дека е *линеарно независен*, ако равенство

$$\lambda_1 \boldsymbol{a}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{a}_2 + ... + \lambda_n \boldsymbol{a}_n = \boldsymbol{o}$$

е исполнето само во случајот кога сите скалари λ_1, λ_2, …, λ_n се нули.

ЛИНЕАРНО ПОДРЕДЕНО МНОЖЕСТВО [linearly ordered set, chain, totally ordered set; линейно упорядоченное множество, цепь] Множество со подредување $\leq$ во кое за кои било два елемента a и b важи: $a \leq b$ или $b \leq a$; *в.* ПОДРЕДУВАЊЕ. Најважен случај на л.п.м. е *добро подредено множество* (*в.*). Л.п.м. е познато и како: *верига*; *потполно подредено множество*.

ЛИНЕАРНО ПОДРЕДУВАЊЕ [linear ordering, linear order, complete order, simple order, total order; линейное упорядочение, полное упорядочение] Релација за подредување $\leq$ во множество M, таква што за кои било $a, b \in M$, или $a \leq b$ или $b \leq a$, т. е. секои два ементи се *споредливи*.

Познато и како *потполно подредување*; *в.* ПОДРЕДУВАЊЕ.

ЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [linear map, linear mapping; линейное отображение] Пресликување од векторски простор V над поле F во векторски простор W над истото поле F, $f: V \to W$, коешто ги исполнува следниве *услови* (*на линеарност*):

i) $f(x+y) = f(x) + f(y)$,

ii) $f(\lambda x) = \lambda f(x)$,

за сите $x, y \in V$ и $\lambda \in F$.

Познато и како **линеарен оператор**.

Ако во множеството од сите линеарни пресликувања од V во W се дефинира операција собирање и множење со скалар од основното поле со

а) $(f+g)(x) = f(x) + g(x) \;\; \forall x \in V$,

б) $(\lambda f)(x) = \lambda f(x) \;\; \forall x \in V, \;\; \forall \lambda \in F$,

тогаш тоа множество пресликувања се претвора во векторски простор над F и обично се означува: $L(V, W)$.

Ако $V = W$, тогаш f се вика **линеарна трансформација** на векторскиот простор V.

Л.п. е обопштение на поимот линеарна бројна функција (поточно: на функцијата $y = k\,x$) на случаи од поопшти аргументи и вредности.

ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ [linear programming; линейное программирование] Математичка дисциплина во која се изучува оптимизирање (максимизирање или минимизирање) на линеарна функција $f(x_1, ..., x_n)$, којашто е предмет на дадени ограничувања во вид на линеарни равенки и неравенки коишто ги вклучуваат променливите $x_1, ..., x_n$, над конвексно ограничено множество.

Л.п. се јавило во економијата од

желбата да се максимизира добивката или да се минимизираат трошоците (за некои економски процеси) подложни на ограничени ресурси.

ЛИНЕАРНОСТ [linearity; линейность] Својство на математички систем да се однесува *добро* (во контекст на дадениот систем) во однос на собирање и скаларно множење; *в.*, на пр., ЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ.

ЛИНИЈА [line, curve; линия] Заедничко име за *крива* (*в.*) и *права* (*в.*).

ЛИНИЈАР [ruler; линейка] Средство (направа) за повлекување прави линии, направено од дрво, пластика или од друг материјал, обично градуирано со должински единици (cm, mm).

ЛИНИСКА ПОВРШИНА, исто што и *праволиниска површина* (*в.*).

ЛИНИСКИ АГОЛ НА ДИЕДАР, *в.* АГОЛ НА ДИЕДАР.

ЛИНИСКИ ИНТЕГРАЛ [line integral; криволинейный интеграл] Интеграл по крива. Нека $f(x, y)$ е непрекината функција во дадена област D од рамнината $\mathbb{R}^2$ и нека L е едноставна непрекината линија во D што ги сврзува точките A и B од D. Притоа, нека L е зададена со параметарските равенки $x = x(t),\ y = y(t)$, каде што $x(t)$ и $y(t)$ се непрекинати функции на сегментот $[\alpha, \beta]$, а точките A и B се добиени за $t = \alpha$ и $t = \beta$, соодветно. (Ако точките A и B се совпаѓаат, тогаш L е проста затворена крива.)

Ако $t = s$ е природниот параметар во параметарските равенки на кривата AB (=L): $x = x(s),\ y = y(s)$, т. е. s е должината на лакот, мерен почнувајќи од точката A $(s = 0)$, а l е должината на целиот лак AB, тогаш

$$\int_0^l f(x(s),\ y(s))\ ds \qquad (1)$$

се вика **линиски интеграл** *на* $f(x, y)$ **по должината на лакот** AB, или *линиски интеграл од* **прв тип**; се означува:

$$\int_{AB} f(x, y)\,ds \ \text{ или } \int_L f(x, y)\,ds\,. \quad (2)$$

Ако t е произволен параметар и L е мазна крива, т. е. функциите $x(t)$, $y(t)$ во параметарските равенки на L имаат непрекинати изводи $dx/dt,\ dy/dt$ на $[\alpha, \beta]$, тогаш: $\int_{AB} f(x, y)\ ds =$

$$= \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t))\sqrt{(dx/dt)^2 + (dy/dt)^2}\ dt\,.$$

Во случај кога параметарот t е апсцисата на соодветната точка, т. е. кривата L има равенка $y = y(x)$, при што $A = (a, f(a))$ и $B = (b, f(b))$, тогаш

$$\int_{AB} f(x, y)\,ds = \int_a^b f(x, y(x))\sqrt{1 + y'^2}\ dx\,.$$

Во случај кога параметарот t во параметарските равенки $x = x(t)$, $y = y(t)$ на кривата L= AB има улога на апсцисата, т. е. L е график на некоја функција $y = y(x)$ за $x \in [a, b]$, при што за $x = a$ се добива точката A, а за $x = b$ – точката B, тогаш интегралот

$$\int_a^b f(x,\ y(x))\ dx$$

се вика **линиски интеграл** од $f(x, y)$ на L **по координатата** x; се означува: $\int_{AB} f(x, y)\,dx$ или $\int_L f(x, y)\,dx$. Значи:

$$\int_{AB} f(x, y)\,dx = \int_a^b f(x,\ y(x))\ dx\,.$$

Во иста смисла, ако кривата L е дадена со равенка $x = x(y)$, каде што $y \in [c, d]$, тогаш **линиски интеграл по координатата** y се дефинира со:

$$\int_{AB} f(x, y)\ dy = \int_c^d f(x(y), y)\ dy\,.$$

Познато и како *криволиниски интеграл*.

ЛИНИСКИ СВРЗАНО МНОЖЕСТВО, *в*. ПАТ-СВРЗАНО МНОЖЕСТВО.

ЛИПШИЦ, Рудолф [Rudolf Otto Sigismund Lipschitz; Рудольф Отто Сигизмунд Липшиц] (1832 – 1903), германски математичар (од еврејско потекло) и професор на Универзитетот во Бон. Негов учител бил Дирихле, а ученик му бил Феликс Клајн. Работел во повеќе области: математичка анализа, диференцијална геометрија, теорија на броеви, алгебра и класична механика.

ЛИПШИЦОВ УСЛОВ [Lipschitz condition; Липшица условие] Една функција $f(x)$ го задоволува Л.у. **од ред** α ($0 < \alpha \le 1$) на сегментот $[a, b]$, ако постои константа K, таква што

$$|f(x_1) - f(x_2)| \le K\,|x_1 - x_2|^{\alpha}$$

за кои било x_1, x_2 од $[a, b]$.

Функција што го задоволува Л.у. за кој било $\alpha > 0$ на сегментот $[a, b]$ е рамномерно непрекината на $[a, b]$, а функциите што го задоволуваат Л.у. од ред $\alpha = 1$ се апсолутно непрекинати. Функција што има ограничен извод на сегментот $[a, b]$ го задоволува Л.у. за секој $\alpha \le 1$.

ЛИСТ, в. КРАЈНО ТЕМЕ НА ДРВО.

ЛИУВИЛ, Жозеф [Joseph Liouville; Жозеф Лиувилль] (1809 – 1882), француски математичар. Работел во повеќе математички области: теорија на броеви, комплексна анализа, диференцијална геометрија и топологија, како и во математичката физика и астрономијата. Тој прв ја докажал егзистенцијата на трансцендентни броеви со конструкција во која се користат верижни дропки, дал строга дефиниција на поимот елементарна функција и квадратура, и др. Неговото име го носат неколку математички поими и теореми.

ЛИУВИЛОВА ТЕОРЕМА [Liouville's theorem; теорема Лиувилля] Секоја функција од комплексна променлива којашто е ограничена и аналитична во целата комплексна рамнина мора да е константа.

ЛОБАЧЕВСКИ, Николај Иванович [Nikolai Ivanovich Lobachevsky; Николай Иванович Лобачевский] (1792 – 1856), руски математичар. Сфаќајќи ја залудноста на обидот да се докаже петтиот Евклидов постулат, Л. го заменил со друг постулат и создал нова, неевклидска геометрија, наречена *геометрија на Лобачевски* (*в.*) или неевклидска *хиперболична геометрија* (*в.*). Исто така дал придонеси во математичката анализа и алгебрата.

ЛОГАРИТАМ [logarithm; логарифм] *Логаритам* на број b при *основа* a е број x со кој треба да се степенува a за да се добие b, т. е. л. е решението на равенката $a^x = b$, при што $a, b > 0$ и $a \ne 1$; се означува: $\log_a b$; $x = \log_a b$. Бројот a се вика **основа** на л. *Основните својства* на л.:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c\,,$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c\,,$$

$$\log_a b^n = n \log_a b\,,$$

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b\,,$$

овозможуваат множењето и делењето на броеви да се сведе на собирање и одземање на нивните л., а степенувањето и коренувањето – на множење и делење на л. со показателот на степенот и коренот, соодветно.

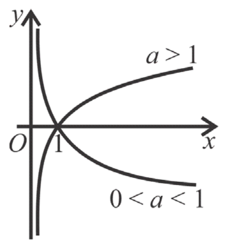
Л. со основа $a = 10$ се вика **Бригзов** л. (или: **декаден** л.; **обичен** л.) и се означува со $\lg b$ (без запишување на основата 10). На пр., $\lg 30 = 1{,}47712\ldots$ Целиот дел од л. се вика **карактеристика** на л. (во пр. – тоа е бројот 1), а децималниот дел се вика **мантиса** на л. (во пр. – тоа е бројот 0,47712…).

Л. со основа $a = e$ ($e = 2{,}71828\ldots$) се вика **Неперов** или **природен** л. и се означува со $\ln b$.

Формулите за премин од природни кон декадни л. или обратно (в. МОДУЛ НА ЛОГАРИТАМ) се:

$$\ln b = \frac{1}{\lg e}\cdot \lg b, \quad \lg b = \frac{1}{\ln 10}\cdot \ln b\,,$$

$$\frac{1}{\lg e} = 2{,}30258\ldots, \quad \frac{1}{\ln 10} = 0{,}43429\ldots$$



Логаритамска крива

ЛОГАРИТАМСКА КРИВА [logarithmic curve; логарифмическая кривая, логарифмика] Графикот на *логаритамска функција* (*в.*), т.е. крива чијашто равенка во Декартови координати е $y = \log_a x$, каде што $a > 0$ и $a \neq 1$.

ЛОГАРИТАМСКА РАВЕНКА [logaritmic equation; логарифмическое уравнение] Равенка, којашто содржи непозната (променлива) под знакот за логаритам.

Л.р. се решаваат: со сведување на обликот $\log_a A = \log_a B$ (а равенката $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ е еквивалентна со равенката $f(x) = g(x)$ за оние вредности на x за кои $f(x) > 0$ и $g(x) > 0$); со воведување нови непознати; со користење логаритамски формули; графички или други приближни методи.

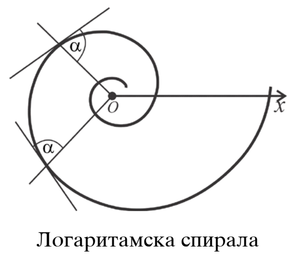
Примери. 1) $\lg x + \lg(x-4) = \lg(1-x)$ нема решение – левата страна е дефинирана за $x > 4$, а десната за $x < 1$.

2) $\lg x = 3$; директно: $x = 3^{10} = 1000$.

3) $\lg(x^2 - 4x - 5) = \lg(7 - 3x)$ се трансформира во $x^2 - 4x - 5 = 7 - 3x$, т. е. во $x^2 - x - 12 = 0$, чиишто решенија се $x_1 = 4$ и $x_2 = -3$; само $x_2 = -3$ е решение на дадената л.р., а $x_1 = 4$ не е, зашто е надвор од дефиниционата област на дадената л.р. (имено, на пр., неравенството $x^2 - 4x - 5 > 0$ не е исполнето за $x = 4$).

ЛОГАРИТАМСКА СКАЛА [logarithmic scale; логарифмическая шкала, логарифмический масштаб] Скала за мерење, во која се користи логаритамот на дадена (физичка, математичка) величина, наместо самата величина.

ЛОГАРИТАМСКА СПИРАЛА [logarithmic spiral, equiangular spiral; логарифмическая спираль] Рамнинска крива (црт.), чиишто точки во поларни координати (φ, ρ) ја задоволуваат равенката $\rho = a e^{k\varphi}$ (a и k се константи). Л.с. ги сече сите свои радиус-вектори под еден ист агол α. Л.с. е интегрална крива на диференцијалната равенка $\dfrac{d\rho}{d\varphi} = k\rho$.



Логаритамска спирала

ЛОГАРИТАМСКА ФУНКЦИЈА [logaritmic function; логарифмическая функция] Функцијата $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$; *в.* ЛОГАРИТАМ.

ЛОГАРИТАМСКИ ИЗВОД [logarithmic derivative; логарифмическая производная] Изводот на дадена функција $y = y(x)$, добиен преку изводот на логаритамот од дадената функција.

Имено, ако изразот y што треба да се диференцира се упростува по неговото логаритмирање, тогаш е згодно прво да се бара $(\ln y)'$ и оттаму да се изрази y'. Формулата за $(\ln y)'$ произлегува од правилото за извод од сложена функција

$$(\ln y)' = \frac{y'}{y}, \text{ па } y' = y \cdot (\ln y)'$$

Пример. Ако $y = x^x$, тогаш

$$\ln y = x \ln x, \text{ па } y' = x^x(\ln x + 1).$$

Наоѓањето на л.и. на дадена функција се вика **логаритамско диференцирање**, коешто се користи во случаи кога е полесно да се најде изводот од логаритамот на дадената функција отколку изводот од самата функција.

ЛОГАРИТАМСКИ ЛИНИЈАР, *в.* ЛОГАРИТМАР.

ЛОГАРИТАМСКИ РЕД [logaritmic series; логарифмический ряд] Маклореновиот ред што се добива при развојот на функцијата $\ln(1-x)$, а имено редот

$$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots + (-1)^{n+1}\frac{x^n}{n} + \ldots .$$

Интервал на конвергенција е $(-1,1)$.

ЛОГАРИТАМСКИ СИСТЕМ [logarithmic system; логарифмическая система] Систем логаритми за кои се користи одредена основа, како на пр.: декаден или Бригзов л.с. (којшто користи основа 10), Неперов или природен л.с. (основа $e = 2{,}71828\ldots$).

ЛОГАРИТМАНД, *в.* АНТИЛОГАРИТАМ.

ЛОГАРИТМАР [slide rule; логарифмическая линейка, счётная линейка] Едноставно средство (во вид на линијар со повеќе изгравирани, нелинеарни скали и со подвижен дел што се лизга), наменето за извршување на разни пресметувања: множење, делење, степенување, коренување, тригонометриски пресметувања, решавање равенки и др. Познато и како: *логаритамски линијар*; *сметачки линијар*.

ЛОГАРИТМИРАЊЕ [taking the logarithm; логарифмирование] Процесот на наоѓање логаритам на некој број. Л. е една од двете обратни операции на степенувањето; ако $a^c = b$, тогаш $c = \log_a b$ (л.) и $a = \sqrt[c]{b}$ (*коренување*).

ЛОГИКА [logic; логика] Наука за законите на мислењето, т. е. предмет што ги изучува, формулира и ги утврдува принципите на правилното расудување.

Логиката се занимава со изучување на аргументи (расудување, образложение, доказ). **Аргумент** е низа од искази (наречени *премиси* или *претпоставки*) што води до некој исход (наречен **заклучок**). Аргументот е валиден ако заклучокот навистина следува од премисите. Со други зборови, ако некој аргумент е валиден и сите премиси се вистинити, тогаш заклучокот задолжително е вистинит. Ако некоја од претпоставките не е вистинита, тогаш за аргументот се вели дека е **несигурен аргумент**.

ЛОГИЦИЗАМ [logicism; логицизм] Правец во филозофијата на математиката, според кој математиката може да се сведе на логика. Таа мисла првобитно била искажана од Г. *Лајбниц* (*в.*) во 17-ти век. Тезите на логицизмот (дека делови од математиката или целата математика може да се сведе на логика) биле развивани кон крајот на 19-ти и почетокот на 20-ти век во работите на Г. *Фреге* (*в.*) и Б. *Расел* (*в.*).

ЛОГИЧКА ОПЕРАЦИЈА [logical operation; логическая операция] Начин на формирање сложени искази од дадени искази, при што вистинитосната вредност на сложениот исказ наполно е определена од вистинитосните вредности на појдовните искази. Л.о. се: *конјункција* ($\wedge$), *дисјункција* ($\vee$), *импликација* ($\Rightarrow$), *еквиваленција* ($\Leftrightarrow$), *исклучна дисјункција* ($\veebar$) и *негација* ($\neg$), определени со помош на следниве *вистинитосни таблици*:

$\wedge$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\top$

$\vee$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\top$

$\Rightarrow$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\top$
$\top$	$\bot$	$\top$

$\Leftrightarrow$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\top$	$\bot$
$\top$	$\bot$	$\top$

$\veebar$	$\bot$	$\top$
$\bot$	$\bot$	$\top$
$\top$	$\top$	$\bot$

p	$\neg p$
$\bot$	$\top$
$\top$	$\bot$

Л.о. се и: *Пирсова стрелка* (*в.*) и *Шеферова црта* (*в.*).

Кон л.о. се вбројуваат и *квантори* ($\forall$, $\exists$): тие овозможуваат да се формираат искази од дадени исказни функции.

ЛОГИЧКА ФОРМУЛА [logical formula; логическая формула], *в.* ИСКАЗНА ФОРМУЛА.

ЛОГИЧКА ФУНКЦИЈА, *в.* ИСКАЗНА ФУНКЦИЈА.

ЛОГИЧКИ ЗАКОН [law of logic; логический закон] Во математичката логика – тоа е *логичка формула*, којашто е шема на вистинити тврдења, т. е. таа се претвора во вистинит исказ при која било интерпретација на променливите што влегуваат во неа, за искази или предикати. Таквите формули се викаат **тавтологии**. На пример, тавтологијата $A \vee (\neg A)$ го искажува *законот за исклучено трето* (*в.*). Следните три л.з., традиционално, се сметаат за основни: (1) *законот за контрадикција*, (2) *законот за исклучено трето* и (3) *законот за идентичност* (*в.*).

ЛОГИЧКИ СВРЗНИЦИ [propositional connectives, sentential connectives; пропозициональные связки, связки исчисления высказываний] Симболите $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\veebar$ и $\neg$; тие означуваат логички врски што може да се искажат со зборовите одн. со изразите, соодветно: „*и*“, „*или*“, „*ако ..., тогаш*“ (или: „*повлекува*“), „*ако и само ако*“ (или: „*е еквивалентно со*“), „*или ... или*“ и „*не*“ (или: „*не е точно дека*“). Син.: *исказни сврзници*.

ЛОГИЧКО МНОЖЕЊЕ [logical multiplication; логическое умножение] Сврзување на два (или повеќе) искази во еден, со помош на сврзникот „*и*“ се вика *конјункција* (*в.*) или *логичко множење*. Л.м. е бинарна операција во Булова алгебра.

ЛОГИЧКО СЛЕДСТВО [logical consequence; logical implication; логическое следование] Исказната формула B се вика логичко следство од исказната формула A, ако импликацијата $A \Rightarrow B$ е тавтологија; во тој случај, $A \Rightarrow B$ се чита: „B логички следува од A“ (или: „од A логички следува B“).

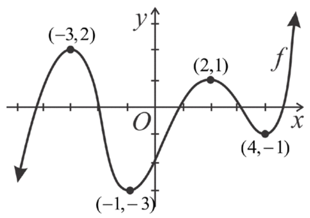
Поимите *импликација* (*в.*) и л.с. не треба да се мешаат. Додека импликацијата, како логички израз, може самата да прима вредности „вистина“ или „лага“, л.с. $A \Rightarrow B$ означува дека, во сите случаи кога A е вистинита, вистинита е и формулата B.

ЛОГИЧКО СОБИРАЊЕ [logical addition; логическое сложение] Сврзување на два (или повеќе) искази во еден со сврзникот „*или*“ се вика *дисјункција* (*в.*) или *логичко собирање*. Л.с. е бинарна операција во Булова алгебра.

ЛОКАЛЕН ЕКСТРЕМ [local extremum; локальный екстремум] Една функција f има **локален максимум** во точката $x = c$, ако $f(c)$ е најголемата вредност што f ја постигнува „во околина на c“. Аналогно, f има **локален минимум** во точката $x = c$, ако $f(c)$ е најмалата вредност што ја постигнува f „во околина на c“.

На цртежот: $f(-3) = 2$ и $f(2) = 1$ се локални максимуми, а $f(-1) = -3$ и $f(4) = -1$ се локални минимуми на f.

Локалниот максимум и локалниот минимум со заедничко име се викаат **локални екстреми** на f; *в.* ЕКСТРЕМНА ВРЕДНОСТ НА ФУНКЦИЈА.



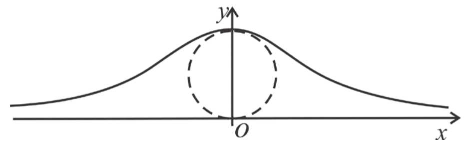
Локални екстреми

ЛОКАЛЕН МАКСИМУМ [local maximum; локальный максимум], *в.* ЛОКАЛЕН ЕКСТРЕМ.

ЛОКАЛЕН МИНИМУМ [local minimum; локальный минимум], *в.* ЛОКАЛЕН ЕКСТРЕМ.

ЛОКАЛНО СВОЈСТВО [local property; локальное свойство] Својство на некој објект (како, на пр.: простор, функција, крива, површина) чијашто спецификација е базирана на однесувањето на објектот во околините на некои определени точки. На пр., тополошки простор во кој секоја точка има сврзана околина (*в.* СВРЗАНО МНОЖЕСТВО) се вика **локално сврзан простор**.

ЛОКНА НА АЊЕЗИ [witch of Agnesi, versiera; локон Аньези, версиера] Рамнинска крива, чијашто равенка во Декартов правоаголен систем има вид $y(a^2 + x^2) = a^3$. Познато и како *версиера*.



Локна на Ањези

ЛОКСОДРОМА [loxodrome, rhumb line; локсодрома] Крива, којашто лежи на сфера, сфероид или некоја друга ротациона површина и ги сече сите меридијани на таа површина под постојан агол α. Ако површината е сфера, л. е сферна спирала. Форма на л. има патот на брод во океан или авион над Земјината површина при постојан курс (насока) α.

Во „граничните случаи“, при $\alpha = 0$ или $\alpha = 180^{\circ}$, л. се совпаѓа со меридијанот на ротационата површина, а при $\alpha = 90^{\circ}$ – со нејзина паралела.

ЛОКУС [locus; геометрическое место точек], исто што и *геометриско место на точки* (*в.*).

ЛОПИТАЛ, Гијом [Guillaume François Antoine marquise de L'Hôpital или L'Hospital; Гийом Франсуа Лопиталь] (1661 – 1704), француски математичар. Го објавил првиот учебник по математичка анализа, „Анализа на бесконечно малите величини“.

ЛОПИТАЛОВО ПРАВИЛО [L'Hôpital's rule; правило Лопиталя] Правило за пресметување на неопределени изрази од облик $0/0$ или ∞/∞, т. е. за пресметување на лимесот:

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}, \qquad (1)$$

кога $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$ и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$

(или $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \infty$).

Л.п. може да се примени при следниве услови: i) функциите $f(x)$ и $g(x)$ се диференцијабилни во некоја околина на точката a (освен, можеби, во самата точка a); ii) $g'(x) \neq 0$ за $x \neq a$; iii) постои лимесот

$$\lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Во тој случај постои и лимесот (1) и точно е равенството:

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \qquad (2)$$

На пр.: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\ln x}{x^2 - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{1/x}{2x} = \frac{1}{2}$.

ЛУДОЛФОВ БРОЈ [Ludolph's number, Ludolphine number; Лудольфово число] Приближната вредност со 35 точни десетични цифри на ирационалниот *број* π:

3.1415926535897932384626433 8327950288...

Наречен е според ***Лудолф ван Којлен*** (Ludolph van Ceulen, 1540 – 1610, германско–холандски математичар). Л.б. е објавен во 1615. Понекогаш, самиот број π го нарекуваат (без никаква основа!) „Лудолфов број“.

ЛУПА [loop; лупа] **1**. *Квазигрупа* (*в.*) со единица. **2**. Крива којашто не се самопресечува, а почнува и завршува во иста точка.

М

МАГИЧЕН КВАДРАТ [magic square; магический квадрат] Таблица од природни броеви во облик на квадрат (т. е. со ист број редици и колони), наредени така што ниеден број не се појавува двапати во која било редица или колона, а секоја редица, секоја колона и секоја од двете дијагонали има ист збир (*в.* и ЛАТИНСКИ КВАДРАТ). На пример, м.к. се:

$$\begin{matrix} 8 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 2 \end{matrix}; \quad \begin{matrix} 6 & 13 & 8 \\ 11 & 9 & 7 \\ 10 & 5 & 12 \end{matrix}; \quad \begin{matrix} 1 & 15 & 14 & 4 \\ 12 & 6 & 7 & 9 \\ 8 & 10 & 11 & 5 \\ 13 & 3 & 2 & 16 \end{matrix}.$$

МАГМА [magma; магма] Во општа алгебра: основен тип на алгебарска структура, којашто се состои од множество M и една бинарна операција $\omega : M \times M \to M$; единствено барање е M да е затворено во однос на операцијата ω. Наместо *маḡма*, пораспространета е употребата на терминот *ḡруйоид* (*в.*).

МАЗНА КРИВА [smooth curve; гладкая кривая] Мазна крива се вика ходографот Γ на векторска функција,

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k},$$

дефинирана на сегмент [α, β], α < β, ако ги исполнува следниве услови:

(i) $\boldsymbol{r}(t)$ има непрекинат извод $\boldsymbol{r}'(t)$;

(ii) $\boldsymbol{r}'(t) \neq 0$, т. е. $x'^2 + y'^2 + z'^2 \neq 0$ (значи, барем еден од броевите $x'(t)$, $y'(t)$, $z'(t)$ не е нула) за секој $t \in [\alpha, \beta]$;

(iii) на кривата Γ нема сингуларни точки.

Графикот на *мазна функција* е м.к. Според тоа, во која било точка на м.к. постои тангента на кривата, т. е. непрекинат извод на функцијата во истата точка, *в.* МАЗНА ФУНКЦИЈА.

МАЗНА ПОВРШИНА [smooth surface; гладкая поверхность] Површина којашто има тангентна рамнина во секоја точка и за која правецот на нормалата кон оваа рамнина е непрекината функција од допирната точка.

МАЗНА ФУНКЦИЈА [smooth function; гладкая функция] Една функција $f(x)$ се вика м.ф. (или **непрекинато диференцијабилна функција**) на целиот домен Df (спец. на интервалот $[a, b]$) ако таа има непрекинат извод на Df. Се разгледуваат, исто така, м.ф. од повисок ред. Функција со **ред на мазност** n има непрекинат извод од n-ти ред. Множеството од такви функции, дефинирани на $[a,b]$, се означува со $C^n[a,b]$. Една функција се вика **мазна по делови** ако нејзиниот извод е непрекинат, освен во конечен број точки, во кои функцијата има и лев и десен извод, но тие не се еднакви.

МАЈОРАНТ [upper bound; верхняя грань, мажоранта] *в.* ГОРНА МЕЃА 1.

МАЈОРАНТНА ФУНКЦИЈА [uper bound function; мажоранта, мажорантная функция] М.ф. (или: **горноограничувачка функција**) на дадена функција f (одн. на функциите φ од дадена фамилија $\mathcal{F}$) во некоја област D е функција M, таква што

$$M(x) \geq f(x) \text{ одн. } M(x) \geq \varphi(x),$$

за сите φ од $\mathcal{F}$, за секој $x \in D$. Притоа, f и секоја функција φ од $\mathcal{F}$ се нарекува **мајорирана функција**.

На пр., $M(x) = x$ е м.ф. на функцијата $f(x) = \ln(1 + x)$ во $D = (-1, +\infty)$ (зашто $x > \ln(1 + x)$ за сите $x > -1$), а и на фамилијата функции $\varphi(x) = \sin kx$ во областа $(0,+\infty)$.

МАЈОРИРАНА НИЗА, *в.* ОГРАНИЧЕНА НИЗА – ограничена одозгора.

МАЈОРИРАНО МНОЖЕСТВО, *в.* ОГРАНИЧЕНО МНОЖЕСТВО – ограничено одозгора.

МАКЛОРЕН, **Колин** [Colin Maclaurin; Колин Маклорен] (1698 – 1746), шкотски математичар. Ја продолжил Њутоновата работа во областа на аритметиката, геометријата и гравитацијата. Се занимавал и со математичка анализа и прв ја применил Тејлоровата формула, во посебен облик, на проблеми од механиката и теоријата на гравитацијата.

МАКЛОРЕНОВА ФОРМУЛА [Maclaurin's theorem; формула Маклорена] *в.* ТЕЈЛОРОВА ФОРМУЛА.

МАКЛОРЕНОВ РЕД [Maclaurin series; Маклорена ряд], *в.* ТЕЈЛОРОВ РЕД.

МАКСИМУМ [maximum; максимум] Нека f е реална функција со домен D и нека c е *внатрешна точка* од D. Ако постои позитивен реален број δ таков што за секој x од околината $(c-\delta, c+\delta)$ важи:

$$f(x) \le f(c) \ \ (\text{одн. } f(x) \ge f(c)\,), \qquad (1)$$

тогаш $f(c)$ се вика *максимум* (одн. *минимум*) на f, а c – **точка на максимум** (одн. **минимум**) на f.

Од дефиницијата следува дека поимот *максимум* (одн. *минимум*) има *локален* карактер; функцијата може да има повеќе максимуми или минимуми (*в.* на пр. ЛОКАЛЕН ЕКСТРЕМ). Затоа поимите *максимум* и *минимум* се нарекуваат и **локален максимум** и **локален минимум** (а со заедничко име – *локални екстреми*) и не треба да се мешаат со поимите *најголема* и *најмала вредност* на функција.

Ако (1) од дефиницијата на максимум (одн. минимум) се замени со

$$f(x) < f(c) \ \ (\text{одн. } f(x) > f(c)\,) \qquad (2)$$

за секој x $(x \ne c)$ од $(c-\delta, c+\delta)$, тогаш за $f(c)$ се вели дека е **строг локален максимум** (односно **строг локален минимум**).

Максимумот (одн. минимумот) може да биде *локален* м. или *апсолутен* – *в.* ЕКСТРЕМНА ВРЕДНОСТ НА ФУНКЦИЈА.

МАЛА КРУЖНИЦА НА СФЕРА [small circle of a sphere; малая окружность сферы] Кружница на сфера, добиена како пресек на сферата со рамнина што не минува низ центарот на сферата.

МАЛА ОСКА НА ЕЛИПСА [minor axis of an ellipse; малая ось эллипса] Покусата од двете оски на елипсата во однос на кои таа е симетрична; *в.* ЕЛИПСА.

МАЛИ ЗАГРАДИ [parentheses, round brackets; круглые скобки], *в.* ЗАГРАДИ.

МАЛ КРУГ НА ТОПКА [small circle of a sphere; малый круг шара] Круг, добиен како пресек на топка со рамнина што не минува низ центарот на топката.

МАНТИСА [mantissa; мантисса] Децималниот дел на декаден логаритам. М. во логаритамските таблици се пресметани приближно, со точност до одредена децимала.

На пр., ако lg 300 = 2,47712..., тогаш бројот 0,47712 е м. (а бројот 2 е *карактеристика*) на логаритамот.

М. на логаритамот од даден број b не се менува ако тој број се помножи или се подели со 10^n, каде што n е цел број.

МАРКОВ, Андреј Андреевич (**помладиот**) [Andrey Andreevich Markov; Андрей Андреевич Марков (младший)] (1903 – 1979), руски математичар, син на А. А. Марков (постариот). Се занимавал со алгебарска топологија, динамички системи и теорија на алгоритми.

МАРКОВ, Андреј Андреевич (постариот) [Andrey Andreevich Markov; Андрей Андреевич Марков (старший)] (1856 – 1922), истакнат руски математичар. Дал голем придонес во теоријата на веројатност и математичката статистика (создавајќи ја теоријата на *Марковиште процеси*, *в.*), во математичката анализа и во теоријата на броеви.

МАРКОВ ПРОЦЕС [Markov process; марковский процесс] Случаен процес, којшто претпоставува дека, во серија од случајни настани, веројатноста на случување на секој настан зависи само од непосредно претходниот исход.

МАТЕМАТИКА [mathematics; математика] Една од најстарите науки што настанала од секојдневните потреби на човекот за броење, мерење и споредување на истородни величини. М. се дефинира најчесто како наука за количествените односи и просторните форми на реалниот свет. Но, во постојаната заемна врска со потребите на природните, техничките и општествените науки, фондот на тие „односи и форми“ што ги изучува м. се проширува многу брзо и м. се полни со сè побогата содржина. Општо, областа на човековата интелектуална дејност опфатена од м. денес е толку широка, што е тешко да се даде дефиниција на м. којашто би била без недостатоци.

Може да се каже дека м. е група науки (вклучително: *аришмешика*, *геомешрија*, *алгебра*, *аналишична геомешрија*, *машемашичка анализа* итн.) коишто се занимаваат со величини, големини и форми, нивни заемни односи и својства, но тоа не би бил задоволителен „опис“ на поимот м.

Историјата на развитокот на м., според широко прифатената периодизација предложена од А. Н. Колмогоров, се дели на четири периоди.

I *период*, наречен *рагање на* м., започнал некаде во првобитното општество и траел до 6 в. пред н.е. Најголем расцут е постигнат за време на големите цивилизации на Вавилон, Феникија и Египет. Математичките знаења од овој период се сврзани со практични пресметувања и мерења. Во него се почетоците на аритметиката и геометријата, кои се јавуваат во вид на емпириски добиени правила за решавање практични задачи.

II *период*, наречен м. *на посшојани величини*, започнал во 5 в. пред н.е. и траел до 16 век („од Талес до Декарт“). Се карактеризира со тоа што м. се издвојува како самостојна наука, со свој предмет на изучување (број и фигура), како и со појавата на дедуктивниот метод што достигна висок дострел во работите на Евклид, Архимед и Аполониј. Тој период завршува кога главен предмет на изучување стануваат процеси и движења, кога почнува развитокот на аналитичната геометрија и анализата на бескрајно малите величини.

III *период*, наречен м. *на променливи величини*, започнува од 17 век со воведувањето на поимот променлива величина (во аналитичната геометрија) од Р. Декарт, продолжува со создавањето на диференцијалното и интегралното сметање од И. Њутн и Г. Лајбниц, а преку Л. Ојлер се протега до К. Гаус. Завршува во средината на 19 век, кога во м. се направени суштински промени, меѓу другото и во развитокот на аксиоматскиот метод, од Н. Лобачевски, Ј. Бољаи и Б. Риман.

IV *период*, наречен *период на машемашички сшрукшури и нивни модели* (или *период на современа* м.), којшто започнува во средината на 19 век, се одликува со зголемена улога на апстарктните математички конструкции и длабок развиток на аксиоматскиот метод. Како резултат на тоа, се јавува нов, фундаментален поим – поимот *математичка структура*, којшто овозможи да се воспостави единство во разновидноста на многу математички факти и објекти, на прв поглед со сосем различна природа.

МАТЕМАТИЧКА АНАЛИЗА [mathematical analysis; математический анализ] Гранка на математиката што се занимава со гранични процеси, конвергенција, функционална зависност и непрекинатост. Ги вклучува теориите на: диференцирање, интегрирање, мера, бесконечни редови и аналитични функции. Често под м.а. се подразбира областа *диференцијално и интегрално сметање*. М.а. кратко се нарекува *анализа*.

МАТЕМАТИЧКА ВЕРОЈАТНОСТ [mathematical probability; математическая вероятность] Нека Ω е конечен простор од елементарни настани ω_i, $i = 1,2,\ldots,n$, и нека сите n елементарни настани имаат подеднаква веројатност p_i, т. е. $p_i = 1/n$. Ако A е случаен настан во кој се содржани m од тие елементарни настани, тогаш за веројатноста $P(A)$ на A важи:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

т. е. веројатноста да настапи настанот A е еднаква на количникот од бројот m на „сите поволни случаи за A“ и бројот n од „сите можни случаи“. Ова е т.н. *класична дефиниција на веројатноста* (*в.*). Познато и како: *априорна веројатност*; *веројатност априори*.

МАТЕМАТИЧКА ИГРА [mathematical game; математическая игра], *в.* ТЕОРИЈА НА ИГРИ.

МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА [mathematical induction; математическая (полная) индукция] Метод на докажување математички тврдења за природните броеви, заснован на **принципот на** м.и., којшто гласи:

Нека $P(n)$ е тврдење што е определено за секој природен број n. Ако $P(1)$ е вистинито и ако $P(k+1)$ е вистинито секогаш кога е вистинито $P(k)$, тогаш $P(n)$ е вистинито за секој природен број n.

Со помош на логички симболи, овој принцип се запишува вака:

$$[P(1) \wedge (\forall\, k \in \mathbb{N})(\, P(k) \Rightarrow P(k+1))] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (\forall\, n \in \mathbb{N})\ P(n).$$

Доказот на тврдењето $P(1)$ е *прв чекор* или **основа на индукцијата**, а доказот на импликацијата $P(k) \Rightarrow P(k+1)$ е **индукциски чекор**. Притоа, n е *параметар на индукцијата*, а тврдењето $P(k)$ при докажувањето на $P(k+1)$ е **индуктивна претпоставка**.

На пр., да докажеме дека тврдењето $P(n)$: $2^n \geq 2n$ е точно за секој природен број n. Основата на индукцијата е точна, зашто за $n=1$, $P(1)$ станува $2 \geq 2$. Да претпоставиме дека е точно $P(k)$: $2^k \geq 2k$ до некој k. Тогаш:

$$2^{k+1} = 2^k \cdot 2 \geq 2k \cdot 2 \geq 2k + 2 = 2(k+1),$$

што значи дека $P(k+1)$ е точно. Следствено, неравенството $2^n \geq 2n$ е точно за секој природен број n.

МАТЕМАТИЧКА ЛОГИКА [mathematical logic; математическая логика] Област од математиката, посветен на изучувањето на математичките докази и прашањата за основите на математиката. М.л. изучува математички теории од гледна точка на: теорија на модели, теорија на рекурзивни функции, теорија на доказот и теоријата на множества.

Современата м.л. е заснована во средината на 19 век со работите на Џ. Бул за исказното сметање, и Г.

Фреге за формалните јазици. Г. Кантор ја создава теоријата на множествата кон крајот на 19 век и со тоа отвора нови области во математичката логика. Во почетокот на 20 век *Б. Расел* и ***А. Вајтхед*** (Alfred North Whitehead, 1861 – 1947, англиски математичар, логичар и филозоф) го објавуваат делото *Принципи на математиката* (Principia mathematicae) – прво целосно и систематско дело посветено на математичката логика, коешто извршило големо влијание на целата математика. Голем придонес во м.л. дал и *К. Гедел* (*в.*). Познато и како: *симболичка логика*.

МАТЕМАТИЧКА НАДЕЖ, *в.* МАТЕМАТИЧКО ОЧЕКУВЊЕ.

МАТЕМАТИЧКА СТАТИСТИКА [mathematical statistics; математическая статистика] Наука, којашто ги разработува математичките методи на прибирање, систематизација и искористување на статистички податоци за научни и практични заклучоци.

Во пракса, статистичките податоци често содржат некоја случајност или несигурност. М.с. ги обработува таквите податоци, потпирајќи се на теоријата на веројатност, чиишто методи овозможуваат да се оценува очекувањето и точноста на заклучоците добиени врз основа на ограничен статистички материјал.

МАТЕМАТИЧКА СТРУКТУРА [mathematical structure; математическая структура] М.с. е обединувачки термин за поими што се однесуваат на множества, снабдени со некоја структура (т. е. со операции и релации). Обично, една м.с. се задава како подредена низа (S, …) чијшто прв член е множеството S (наречено **носач** на структурата), а другите членови се операции и релации во тоа множество. На пр., ако $\mathbb{R}$ е множеството на реалните броеви, тогаш

$$(\mathbb{R},+),\ (\mathbb{R},\cdot),\ (\mathbb{R},+,\geq,0),\ (\mathbb{R},+,\cdot,1)$$

се м.с. чијштo носач е $\mathbb{R}$.

Поимот м.с. е еден од најважните и најопштите математички поими. Алгебарските структури (групи, прстени, подредени полиња, итн.) спаѓаат меѓу м.с. Мери, топологии, метрички структури, диференцијални структури, подредувања и релации за еквивалентност се уште неколку примери за м.с. (над множества).

МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ [mathematical model; математическая модель] Приближен опис на некој систем или класа појави, со помош на математички јазик и поими. Процесот на развивање на еден м.м. се вика **математичко моделирање**. Ако сите операции во м.м. се изведуваат линеарно, тогаш тој се нарекува **линеарен** м.м.

МАТЕМАТИЧКО ОЧЕКУВАЊЕ [expected value, mathematical expectation, expectation, mean value; математическое ожидание, среднее значение] Нека X е *дискретна* случајна величина што ги прима вредностите $x_1, x_2, ..., x_n$ со веројатности $p_1, p_2, ..., p_n$, соодветно. Тогаш, м.о. (т. е. *средна вредност*) на X е бројот

$$EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n . \quad (1)$$

Ако, пак, множеството возможни вредности на X е бесконечната низа $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ со веројатности

$$p_1, p_2, ..., p_n, ..., \quad \sum_{n=1}^{\infty} p_n = 1,$$

тогаш м.о. се дефинира со редот

$$EX = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i , \quad (2)$$

при што се претпоставува дека редот $\sum_{i=1}^{\infty} |x_i| p_i$ е конвергентен (во спротивно, м.о. на X не постои).

Ако X е *непрекината* случајна величина со густина на распределбата $p(x)$, тогаш м.о. на X се дефинира со:

$$EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x\,p(x)\,dx\,, \qquad (3)$$

при што се претпоставува дека несвојствениот интеграл во (3) е апсолутно конвергентен (во спротивно, се смета дека м.о. на X не постои).

Познато и како: *средна вредност* 3; *математичка надеж*.

МАТЕМАТИЧКО ПРОГРАМИРАЊЕ [mathematical programming; математическое программирование] Математичка дисциплина, посветена на теоријата, методите и техниките на решавање задачи за наоѓање екстреми на функции, определени со линеарни или нелинеарни ограничувања (равенства и неравенства). М.п. вклучува: линеарно и нелинеарно програмирање, стохастичко програмирање, варијационо сметање, теорија на управување и др.

МАТРИЦА [matrix; матрица] Систем од $m{\cdot}n$ величини, распоредени во правоаголна таблица од m хоризонтални низи наречени **редици** и n вертикални низи наречени **колони**. Величините се запишани меѓу две вертикални линии (средни загради, мали загради, или пак двојни црти) и се викаат **членови** или **елементи** на м. (обично тие се броеви, но може да бидат и други математички објекти: вектори, полиноми и др.). Секој елемент од матрицата се означува со двоен индекс, на пр. a_{ij}: првиот индекс i го означува редниот број на редицата, а вториот индекс j – редниот број на колоната, во која се наоѓа елементот. Следствено, елементот a_{ij} се наоѓа на местото каде што се пресекуваат i-та редица и j-та колона (при што нумерацијата на редиците се врши одозгора надолу, а на колоните – одлево надесно).

М. со m редици и n колони се вика **матрица со облик** $m{\times}n$ (или $m{\times}n$– **матрица** или **матрица со димензија** $m{\times}n$), и се запишува на следниов начин:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{или}$$

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{Vmatrix},$$

а покусо: $[a_{ij}]_{m\times n}$, $[a_{ij}]$, (a_{ij}), $\|a_{ij}\|$ или само со една голема буква од латиницата, на пр. со A.

М. со димензија $1{\times}n$ се вика **редична** м. или **вектор-редица,** а со димензија $m{\times}1$ – **колонична** м. или **вектор-колона**. (За m=n=1, обично не се прави разлика меѓу 1×1–м. A=[a] и реалниот број a.).

М. чиишто елементи се реални одн. комплексни броеви се вика **реална** м. одн. **комплексна** м. М. при која сите елементи се нули се вика **нулта** м.

За две м. A=[a_{ij}] и B=[b_{ij}] се вели дека се **еднакви** (пишуваме: $A = B$) ако имаат ист облик ($m{\times}n$) и соодветните елементи им се еднакви, т. е. $a_{ij} = b_{ij}$ за сите i=1,2,…, m; j=1,2,…,n.

Операциите со матрици (*в.*) ги прават м. многу важни за примената, при што од особено значење се *квадратните* м. (*в.*), т. е. матриците при кои бројот на редиците е еднаков со бројот на колоните. За разни видови квадратни матрици, *в.* МАТРИЦИ ОД СПЕЦИЈАЛЕН ВИД.

МАТРИЦА НА ЛИНЕАРНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [matrix of a linear transformation; матрица линейного преобразования] Нека f е линеарно пресликување од n-димензионалниот векторски простор V во m-димензионалниот векторски простор V' (над исто поле) и нека $\boldsymbol{e}_1, \ldots, \boldsymbol{e}_n$ е база на V, а Тогаш $f(\boldsymbol{e}_k)$, $k = 1, \ldots, n$, се вектори во V', на пр., $f(\boldsymbol{e}_k) = \boldsymbol{a}_k = (a_{1k}, a_{2k}, \ldots, a_{mk})$, а тие се линеарни комбинации од базните вектори $\boldsymbol{e}_1', \ldots, \boldsymbol{e}_m'$ во V', т.е.

$f(\boldsymbol{e}_k) = a_{1k}\,\boldsymbol{e}_1' + a_{2k}\,\boldsymbol{e}_2' + \ldots + a_{mk}\,\boldsymbol{e}_n'$, $k = 1,2,\ldots,n$. Матрицата A, формирана од координатите на векторите $\boldsymbol{a}_k$,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix},$$

се вика м.н.л.п. f во однос на базите $\boldsymbol{e}_1, \ldots, \boldsymbol{e}_n$ и $\boldsymbol{e}_1', \ldots, \boldsymbol{e}_m'$; матрицата A е еднозначно определена.

Посебно, на секое линеарно пресликување $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ му одговара еднозначно определена матрица A (често се означува со A_f) со форма $m \times n$ и обратно: на секоја $m \times n$-матрица A ѝ одговара еднозначно определено пресликување $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, (се означува често со f_A наместо со f). Тие се сврзани со равенството

$$Y = AX$$

каде што X и Y се векторите $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ запишани како колони, а $\boldsymbol{y} = f(\boldsymbol{x})$. За $m = n$, A се вика **матрица на линеарната трансформација** $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$.

МАТРИЦИ ОД СПЕЦИЈАЛЕН ВИД [special type of matrices; матрицы специального вида] Многу квадратни матрици, користени во примената, имаат специјални називи.

Квадратната матрица $A = [a_{ij}]$ се нарекува:

– **горно триаголна**, ако $a_{ij} = 0$ за $i > j$;
– **долно триаголна**, ако $a_{ij} = 0$ за $i < j$;
– **дијагонална**, ако $a_{ij} = 0$ за $i \neq j$;
– **скаларна**, ако A е дијагонална матрица при која сите дијагонални елементи се еднакви меѓу себе, т. е.

$$a_{11} = a_{22} = \ldots = a_{nn} = c.$$

Со помош на поимот *транспонирана матрица* (*в.*) може да се дефинираат следниве квадратни матрици од посебен вид. Квадратната матрица A се нарекува:

– **симетрична матрица**, ако $A = A^{\mathrm{T}}$;
– **антисиметрична матрица**: $A = -A^{\mathrm{T}}$;
– **ортогонална матрица**: $A = (A^{\mathrm{T}})^{-1}$.

Натаму, A се вика:

– **инволуторна матрица**, ако $A^2 = E$;
– **идемпотентна матрица**, ако $A^2 = A$;
– **периодична матрица**, ако $A^{k+1} = A$, каде што k е природен број; најмалиот број k за кој важи $A^{k+1} = A$ се вика **период** на A (ако периодот k е 1, тогаш матрицата A е идемпотентна);
– **нилпотентна матрица**, ако $A^k = 0$ (k е природен број); најмалиот број k за кој $A^k = 0$ се вика **индекс** на A.

Ако членовите a_{ij} на една матрица A се комплексни броеви, тогаш, ставајќи ги конјугираните броеви $\overline{a_{ij}}$ наместо a_{ij} се добива матрицата $\overline{A} = [\overline{a_{ij}}]$, наречена *конјугирана матрица* (*в.*) од A.

Квадратната матрица A се вика:

– **ермитска матрица** (*в.*) ако $\overline{A}^T = A$;
– **антиермитска матрица**: $\overline{A}^T = -A$;
– **унитарна матрица** ако $\overline{A}^T = A^{-1}$;
– **нормална матрица** ако $\overline{A}^T A = A\,\overline{A}^T$.

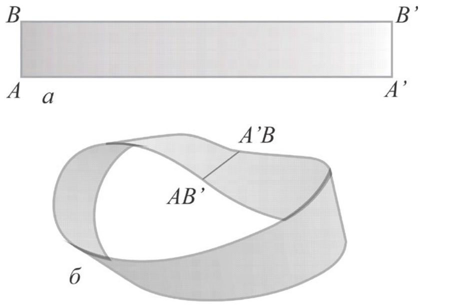
МАТРИЧНА ИГРА [matrix game; матричная игра] Игра меѓу двајца играчи, претставена со матрица која ја дава сумата што ја добиваат двајцата играчи; пример: *в.* ИГРА.

МАТРИЧНИ ОПЕРАЦИИ, *в.* ОПЕРАЦИИ СО МАТРИЦИ.

МАТРИЧНО СМЕТАЊЕ [matrix calculus; матричное исчисление] Математичка дисциплина во која се изучуваат матриците и *операциите со матрици* (*в.*). М.с. игра важна улога во многу области од: математиката, физиката (особено во квантната физика), електротехниката, хемијата, економијата и во други области, каде што се среќаваат линеарни зависности меѓу два система објекти.

МЕБИУСОВА ЛЕНТА [Möbius strip; Мёбиуса лист] Површина, добиена со залепување на спротивните страни AB и $A'B'$ од една долга правоаголна хартиена лента $AA'B'B$ откако на лентата ќе ѝ се направи „полузавртување", т. е. ќе се залепат така што да се совпаднат: точката A со B', точката B со A' и страната AB со B'A' со сите свои точки (*в.* црт. *а* и *б*).

Ако C и D се средините на страните AB и A'B' соодветно, тогаш тие по залепувањето ќе се совпаднат, а отсечката CD ќе стане затворена крива на М.л. Избирајќи една насока на нормалата на М.л. во точката C и движејќи ја по средната линија CD, нормалата ќе има спротивна насока кога ќе дојде во точката $D \equiv C$. Тоа значи дека М.л. е **еднострана површина**.



Мебиусова лента

М.л. го има следново необично својство: таа ќе остане како едно парче и кога ќе се пресече по средната линија CD. М.л. го добила името по германскиот математичар ***А. Мебиус*** (August Ferdinand Möbius, 1790 – 1868).

МЕБИУСОВА ФУНКЦИЈА [Möbius function; Мёбиуса функция] Функцијата $\mu(n)$, дефинирана за сите природни вредности на аргументот n, со: $\mu(1)=1$; $\mu(n)=(-1)^k$ ако $n=p_1p_2...p_k$, каде што $p_1,...,p_k$ се различни прости броеви; и $\mu(n)=0$ за сите други природни броеви n (т. е. ако n е делив со квадратот на кој било прост број p). На пр.: $\mu(6)=1$ (6=2·3), $\mu(30)=-1$ $(30=2{\cdot}3{\cdot}5)$, $\mu(18)=0$ $(18=2{\cdot}3^2)$.

М.ф. е *мултипликативна функција*, наречена и **функција на Мебиус**. Се користи во разни прашања од теоријата на броевите.

МЕДИЈАНА НА ГРУПА ПОДАТОЦИ [median of a group of mesurements; медиана] Средниот член во една конечна низа од податоци, наредени по големина; ако нема среден член, тогаш м.н.г.п. е аритметичка средина на двата средни членови.

На пр., податоците: 2, 4, 3, 9, 5, 7, 3, подредени (почнувајќи од податокот со најмала бројна вредност), ја сочинуваат низата 2, 3, 3, 4, 5, 7, 9; бројот 4 е м. за дадените податоци. Податоците 9, 15, 15, 8 (подредени) ја сочинуваат низата 8, 9, 15, 15; бројот 12 е м. на дадените податоци.

МЕДИЈАНА НА ТРАПЕЗ, *в.* СРЕДНА ЛИНИЈА НА ТРАПЕЗ.

МЕДИЈАНА НА ТРИАГОЛНИК, *в.* ТЕЖИШНА ЛИНИЈА НА ТРИАГОЛНИК.

МЕКЛОРЕН, К., *в.* МАКЛОРЕН.

МЕКЛОРЕНОВА ФОРМУЛА, *в.* МАКЛОРЕНОВА ФОРМУЛА.

МЕНЕЛАЈ [Menelaus; Менелай] (ок. 70 – 140 год. од н.е.), алексадриски математичар и астроном. Во своето дело „Сферика", ги формулира правилата за решавање *сферен триаголник* (*в.*) и ја развива сферната тригонометрија. Неговото име го носи теоремата за права којашто сече даден триаголник; *в*. ТЕОРЕМА НА МЕНЕЛАЈ.

МЕРА [measure; мера] М. **на множество** претставува обопштение на поимите должина на отсечка, плоштина на фигура и волумен на тело. Поимот м. на множество се појавил во теоријата на функции од реална променлива во врска со изучувањето и усовршувањето на поимот интеграл.

М. на множество е ненегативна, адитивна функција $m(A)$ на множество A од евклидски простор:

$m(A) \geq 0$, $m(A_1 \cup A_2) = m(A_1) + m(A_2)$ при $A_1 \cap A_2 = \varnothing$ и $m(\varnothing) = 0$.

Поопшто, м. е ненегативна реална функција, дефинирана на σ-*алгебра* (*в*. АЛГЕБРА НА МНОЖЕСТВА) од подмножества на дадено множество M, чијашто вредност е нула на празното множество, а вредноста на пребројлива унија од пар по пар дисјунктни множества е збирот од вредностите од тие множества.

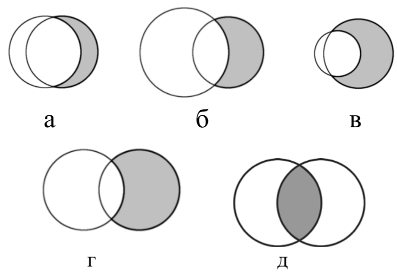
МЕРА НА АГОЛ [angular measure; мера угла] Број што ја покажува големината на даден агол (во избран систем на мерење агли). Големината на аголот се изразува со *степени* (*в*.) или со *радијани* (*в*.). Познато и како *аголна мера*.

МЕРЕЊЕ [measurement; измерение] Постапка за споредување на некоја величина со истородна величина, прифатена како стандард, а наречена *мерна единица* (*в*.).

МЕРКА, в. МЕРНА ЕДИНИЦА.

МЕРНА ЕДИНИЦА [measuring unit; единица измерения] Основна договорена вредност во некој метрички систем. Постојат разни м.е., во зависност од тоа какви проблеми се разгледуваат: од физика, геометрија, навигација итн. На пр., во метарскиот систем на мерење, основна м.е. за должина е *метар* (ознака: m); основна м.е. за маса е *килограм* (ознака: kg), основна м.е. за време е *секунда* (ознака: s) и др. Познато и како: *единица за мерење*; *мерка*.

МЕСЕЧИНКА [lune; луночка, двуугольник] **1**. Во рамнинска геометрија, *месечинка* е конкавно-конвексна рамнинска област ограничена со два кружни лаци, т. е. *полумесечина* (в. црт. а – г; *в*. и ХИПОКРАТОВА МЕСЕЧИНКА). Познато и како *двоаголник*.



Месечинки: а – г; Леќа: д

2. Рамнинска област, пак, ограничена „конвексно-конвексно“ со два лака на кружници со еднакви радиуси се вика **леќа** (*в*. црт. д.)

3. Во сферна геометрија, *месечинка* се вика исечок од сфера ограничен со две големи кружници, коишто се сечат во две дијаметрално спротивни точки; попрецизно, м. се вика *сферна месечинка*; *в*. СФЕРЕН ДВОАГОЛНИК.

МЕСНА ВРЕДНОСТ (на цифра), *в*. ПОЗИЦИОНА ВРЕДНОСТ.

МЕТОД МОНТЕ КАРЛО [Monte Carlo method; Монте-Карло метод] Метод за приближно решавање разни задачи од нумеричката математика: пресметување интеграли, решавање диференцијални равенки и др.

Резултатот се добива врз основа на редица случајни експерименти или пресметувања со случајни броеви (симулации). Резултатите и оценките на отстапувањата се добиваат по статистички пат и имаат веројатносен карактер. Примената на м.М.К. бара обемни пресметувања и нивна статистичка обработка и затоа овој метод почнал пошироко да се користи дури по појавата на компјутерите.

МЕТОД НА ЕКСХАУСТИЈА, *в.* МЕТОД НА ИСЦРПУВАЊЕ.

МЕТОД НА ЕЛИМИНАЦИЈА [elimination method; метод исключения (неизвестных)] Постапка на последователно исклучување на непознатите за решавање систем од n линеарни равенки со n непознати; *в.* ГАУСОВ МЕТОД НА ЕЛИМИНАЦИЈА.

МЕТОД НА ЗАМЕНА [substitution method; метод подстановки] Метод за решавање систем линеарни равенки. На пр., за систем од две линеарни равенки со две непознати, x и y, м.н.з. се состои во следното. Од едната равенка на системот, се изразува едната од непознатите (на пр. y) со помош на другата и се заменува во другата равенка на местото од y. По решавањето на таа равенка со една непозната, се добива вредност за x, а потоа за y.

МЕТОД НА ИСЦРПУВАЊЕ [method of exhaustion; метод исчерпывания] Метод на докажување што се применувал во древноста при наоѓање плоштини и волумени. М.н.и. се состои во наоѓање на некоја растечка (одн. опаѓачка) низа од геометриски фигури чиишто плоштини или волумени се познати и помали (одн. поголеми) отколку бараната плоштина или волумен. Потоа се оди на покажување дека плоштината или волуменот меѓу меѓите (т. е. периферииите) на приближувачките фигури и меѓата на фигурата што треба да се измери се стреми кон нула (т. е. е „исцрпена“).

Типичен пример за илустрација на м.н.и. е наоѓањето формула за пресметување плоштина на круг со помош на низа од правилни n-аголници впишани во (или опишани околу) него, кога n неограничено расте. Познато и како *метод на ексхаустија.*

МЕТОД НА ИТЕРАЦИИ [iterative method, iteration; итерационный метод] Кој било процес / постапка на последователни приближувања што се користи при нумеричко решавање задачи од алгебарски равенки, диференцијални равенки и интерполација на вредности на некоја функција.

Една итеративна постапка за наоѓање приближни решенија на равенка од видот

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

се состои во повторување на некој еднообразен процес. Имено, ако е утврдено дека постои корен ξ на равенката (1), и ако е извршена негова изолација, тогаш се почнува со некое приближување (т.е. апроксимација) x_0 до ξ и, користејќи го x_0 како „влезна информација“, се применува некое правило што ќе произведе ново приближување x_1 до ξ. Добиеното приближување x_1 се користи како влезна информација за добивање ново приближување x_2 до ξ според спомнатото правило, итн. Така се добива низа од приближувања

$$x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots . \qquad (2)$$

Лимесот на таа низа (се разбира, ако е конвергентна) е коренот ξ на равенката (1). Процесот го завршуваме тогаш кога две последователни приближувања се „доволно блиски“, т. е. за нашите практични цели можеме да ги сметаме за еднакви. Притоа, последното приближување се зема како корен на равенката (1).

Познато и како *итеративен метод.*

МЕТОД НА КООРДИНАТИ [coordinate method; метод координат], *в.* АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА.

МЕТОД НА НАЈМАЛИ КВАДРАТИ [least-squares method; метод наименьших квадратов] Постапка за исцртување крива, блиску до некои дадени точки, коишто ја минимизираат сумата од квадратите на отстапувањата од кривата.

Суштината на методот се состои во следното. Да претпоставиме дека некоја појава е окарактеризирана со една *линеарна функција* $f(x) = ax + b$, но коефициентите a и b не се познати. Со цел да се определат a и b, извршена е една серија од n мерења, чиишто резултати се дадени во следнава таблица: $\dfrac{x \mid x_1 \quad x_2 \ \dots \ x_n}{y \mid y_1 \quad y_2 \ \dots \ y_n}$.
Кога мерењата би биле точни, за определувањето на a и b би биле доволни само две мерења. Но, секое мерење практично дава само приближни вредности на мерените величини. Затоа се вршат повеќе мерења и, од добиените резултати, се настојува што поточно да се определат a и b.

Според м.н.н.к., за најдобри значења на a и b, определени врз основа на извршените мерења, се сметаат оние за кои функцијата $z = f(a,b)$ од двепроменливи a и b, а дефинирана со:

$$z = \sum_{i=1}^{n} [f(x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=1}^{n} [ax_i + b - y_i]^2 ,$$

има најмала вредност. Функцијата $z = f(a,b)$ достигнува најмала вредност во некоја точка (a^*, b^*) , која се определува од системот равенки

$$\frac{\partial z}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial z}{\partial b} = 0 .$$

М.н.н.к. се применува и на посложени случаи – за појави окарактеризирани со полиномна функција што има степен повисок од 1,

$$f(x) = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_m x^m , \ m \ge 2 .$$

МЕТОД НА ОЈЛЕР [Euler's method; Эйлера метод] М.н.О. е наједноставниот метод на конечни разлики за нумеричко решавање обични диференцијални равенки (опишан од Л. Ојлер во 1768 г.). М.н.О. се состои во следното. Нека е дадена диференцијалната равенка

$$y' = f(x, y) \qquad (1)$$

со почетен услов $y(x_0) = y_0$. Се избира доволно мал чекор h по x-оската, се редат точки $x_i = x_0 + ih$, $i = 0, 1, 2,$ ..., и бараната интегрална крива $y(x)$ се заменува со искршена линија (наречена *Ојлерова искршена линија*), чиишто ребра се праволиниски на сегментите $[x_i, x_{i+1}]$, а ординатите се определуваат по формулите

$$y_{i+1} = y_i + h f(x_i, y_i), \ i = 0, 1, 2, \dots . \qquad (2)$$

Ако десната страна $f(x, y)$ од равенката (1) е непрекината функција, тогаш низата отсечки од Ојлеровата искршена линија при $h \to 0$, кога е избран доволно мал сегмент $[x_0, x_0 + h]$, рамномерно се стреми кон бараната интегрална крива $y(x)$.

Геометриски, м.н.О. покажува дека бараната интегрална крива $y(x)$ на (1) се заменува со искршена линија, која почнува од заедничката точка (x_0, y_0) со кривата $y(x)$, а секое ребро е паралелно со тангентата на кривата во левата крајна точка од соодветниот сегмент.

МЕТОД НА ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ПРИБЛИЖУВАЊА [method of successive approximations; метод последовательных приближений] Кој било метод за решавање даден проблем, при кој прво се пресметува некое приближно решение, потоа добиеното решение се користи за пресметување подобрено приближување, и процесот се повторува толку пати колку што сакаме.

За приближно решавање равенка од обликот $f(x) = 0$, таа се трансформира во еквивалентна равенка $x = g(x)$, на пр., со $g(x) = x + f(x)$. Ако $g(x)$ е реална функција дефинирана на сегментот $[a, b]$ со вредности во $[a, b]$ и ако постои реален број q, $0 < q < 1$, таков што

$(\forall x, y \in [a,b]) \quad | g(x) - g(y) | \leq q | x - y |$

(т. е. ако $g(x)$ е **контракција**), тогаш $x = g(x)$ има едно и само едно решение во $[a, b]$ и тоа е лимес на низата

$$(x_n): \; x_n = g(x_{n-1}), \; n = 1, 2, ...,$$

со $x_0 \in [a,b]$ произволно избран.

Познато и како *метод на прости итерации*.

МЕТОД НА ПРЕПОЛОВУВАЊЕ [bisection method, interval halving method; метод бисекции, метод деления интервала пополам] Наjпростиот нумерички метод за решавање нелинеарни равенки од обликот $f(x) = 0$.

Да претпоставиме дека функцијата $f(x)$ е непрекината и дека претходно е издвоен интервал $[a, b]$ којшто содржи еден единствен корен ξ на дадената равенка. М.н.п. се состои во следното. Ставајќи $x_1 = a$ и $x_2 = b$, сегментот $[x_1, x_2]$ го преполовуваме и ја пресметуваме вредноста на $f(x)$ во средната точка $x_3 = (x_1 + x_2)/2$. Ако $f(x_1) \cdot f(x_3) < 0$, тогаш ξ се наоѓа во подинтервалот $[x_1, x_3]$; во спротивниот случај ξ е во $[x_3, x_2]$. Потоа, подинтервалот во кој се наоѓа ξ се дели на два еднакви дела и постапката се повторува. По n вакви чекори, n-тото приближување (т. е. n-тата средна точка) x_{n+2} отстапува од коренот ξ за помалку од $(b - a)/2^n$.

МЕТОД НА ПРОСТИ ИТЕРАЦИИ, *в*. МЕТОД НА ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ПРИБЛИЖУВАЊА.

МЕТОД НА РУНГЕ–КУТА [Runge-Kutta method; Рунге–Кутта метод] Постојат повеќе варијанти на методот на Рунге–Кута за приближно решавање обични диференцијални равенки. Тие се развивани околу 1900 год. од германските матерматичари ***К. Рунге*** (Carl Runge, 1856 – 1927) и ***М. Кута*** (Martin Kutta, 1867 – 1944). Најмногу се користи следниот, т.н. *класичен* или *тиӣичен* м.н.Р.–К. Тој се состои во следното. Нека е дадена диференцијалната равенка

$$y' = f(x, y)$$

со почетен услов $y(x_0) = y_0$. Да ја означиме со y_n приближната вредност на бараното решение во точката x_n. Приближната вредност y_{n+1} во наредната точка $x_{n+1} = x_n + h$ $(h > 0)$ се пресметува по формулата

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} \cdot [k_1^{(n)} + 2k_2^{(n)} + 2k_3^{(n)} + k_4^{(n)}]$$

каде што

$$k_1^{(n)} = f(x_n, y_n),$$

$$k_2^{(n)} = f(x_n + \frac{h}{2}, \; y_n + \frac{1}{2} k_1^{(n)}),$$

$$k_3^{(n)} = f(x_n + \frac{h}{2}, \; y_n + \frac{1}{2} k_2^{(n)}),$$

$$k_4^{(n)} = f(x_n + h, \; y_n + k_3^{(n)}).$$

М.н.Р.-К. може да се примени и на систем обични диференцијални равенки со дадени почетни услови.

МЕТОД НА ТАНГЕНТИ, *в*. ЊУТОН–РАФСОНОВ МЕТОД.

МЕТОД НА ТЕТИВИ [secant method, rule of false position, regula falsi; метод секущих, правило (метод) ложного по ложения] М.н.т. е еден од најстарите итеративни методи за приближно решавање равенки од видот $f(x)=0$.

Да претпоставиме дека претходно е издвоен сегмент [a, b] во кој се наоѓа еден единствен корен ξ на дадената равенка и функцијата $f(x)$ е двапати диференцијабилна на [a, b], при што $f'(x)$ и $f''(x)$ имаат постојан знак на [a, b]. Ако $f'(x)>0$ и $f''(x)>0$, тогаш приближните вредности на коренот се пресметуваат по формулата

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f(b)-f(x_n)}(b-x_n),$$

$n=0,1,2,...,$ $x_0=a$. (Другите случаи: $f'(x)<0$ и $f''(x)>0$; $f'(x)<0$ и $f''(x)<0$; $f'(x)>0$ и $f''(x)>0$ се разгледуваат аналогно.)

Геометриски, x_{n+1} е апсцисата на пресечната точка на x-оската и тетивата на кривата $y=f(x)$ што минува низ точките $(b,f(b))$ и $(x_n,f(x_n))$.

При направените претпоставки, низата (x_n) конвергира кон коренот ξ и важи следнава оценка на грешката

$$|\xi-x_n| \le \frac{M-m}{m}\cdot|x_n-x_{n-1}|,$$

каде што M е максимумот, а m е минимумот на $|f'(x)|$ на [a, b].

Познато и како *тетивен метод*.

МЕТРИКА [metric; метрика], *в.* МЕТРИЧКИ ПРОСТОР.

МЕТРИЧКИ ПРОСТОР [metric space; метрическое пространство] Паротот (M, d), каде што M е непразно множество, а d е пресликување од Декартовиот производ $M \times M$ во множеството $\mathbb{R}$ на реалните броеви,

$$d: M\times M \to \mathbb{R},$$

коешто ги исполнува условите:

i) $d(x,y)\ge 0$; $d(x,y)=0 \Leftrightarrow x=y$,

ii) $d(x,y)=d(y,x)$,

iii) $d(x,z)\le d(x,y)+d(y,z)$,

за кои било $x,y,z\in M$, се вика *метрички простор*. Пресликувањето d се вика **метрика** во M, а $d(x, y)$ – **растојание** меѓу точките x и y.

Примери. 1) Множеството $\mathbb{R}$ од реалните броеви станува метрички простор ако се дефинира метрика со $d(x, y) = |x - y|$. 2) Нека $\mathbb{R}^n$ е множеството од сите подредени n-ки реални броеви. Ако за $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^n$, т. е. за $\boldsymbol{x}=(x_1,...,x_n)$ и $\boldsymbol{y}=(y_1,...,y_n)$ се стави

$$d(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\sqrt{(x_1-y_1)^2+...+(x_n-y_n)^2},$$

се добива дека d е метрика на $\mathbb{R}^n$ и ($\mathbb{R}^n$, d) е метрички простор, наречен *евклидски простор* (*в.*).

МЕШАНА ДРОПКА [mixed fraction; смешанная дробь], *в.* ДРОПКА.

МЕШАН БРОЈ [mixed number; смешанное число] Неправилна дропка, запишана како збир од цел број и правилна дропка; или, како цел број и децимален дел; *в.* ДРОПКА.

МЕШАНО ПЕРИОДИЧЕН ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ [mixed repeating decimal; смешанная периодическая дробь], *в.* БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ.

МЕШАН ПРОИЗВОД [scalar triple product, mixed product; смешанное произведение трёх векторов] М.п. на три вектори $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ (ознака: ($\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$)) се вика скаларниот производ на векторот $\boldsymbol{a}$ со векторскиот производ $\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$ на векторите $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$:

$$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}).$$

М.п. ги има следниве својства:

$$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = (\boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{a}) = (\boldsymbol{c}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = \\ = -(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}) = -(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}) = -(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{b}).$$

М.п. $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = 0$ само ако $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}$ или (и) $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{o}$ или (и) $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{o}$ или векторите $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ се компланарни.

За тројката некомпланарни вектори $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ се вели дека е **позитивно** (или **десно**) **ориентирана** ако мешаниот производ е (***a***, ***b***, ***c***) > 0, а **негативно** (или **лево**) **ориентирана** ако м.п. е (***a***, ***b***, ***c***) < 0.

Ако векторите ***a***, ***b***, ***c*** се некомпланарни, тогаш м.п. (***a***, ***b***, ***c***) е еднаков, по апсолутна вредност, со волуменот на паралелопипедот конструиран над векторите ***a***, ***b***, ***c***. Ако во ортонормираната база (*в.* БАЗА НА ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР) векторите ***a***, ***b***, ***c*** имаат координати, соодветно, $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, b_3)$, $\boldsymbol{c} = (c_1, c_2, c_3)$, тогаш

$$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

Равенството (***a***, ***b***, ***c***) = 0 е потребен и доволен услов за компланарност на векторите ***a***, ***b***, ***c***.

МИЛИЈАРДА [milliard; миллиард] Број претставен со единица и 9 нули, т. е. 10^9 (Германија, В. Британија); во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) м. се вика и **билион**.

МИЛИОН [million; миллион] Број претставен со единица и 6 нули, т. е. 1 000 000 или, кратко запишан 10^6.

МИНИМАЛЕН ПОЛИНОМ [minimal polynomial; минимальный многочлен] За квадратна матрица A од n-ти ред, м.п. е полиномот $m(\lambda)$ со главен коефициент 1, а со најмал можен степен, така што A е матричен корен на $m(\lambda)$, т. е. $m(A) = O$ (O е нултата матрица од n-ти ред). М.п. е делител на *карактеристичниот полином* на матрицата A, со истите корени како него.

Равенката $m(\lambda) = 0$, добиена од м.п. со изедначување на нула, се вика **сведена карактеристична равенка** или **минимална равенка** за таа матрица.

МИНИМУМ [minimum; минимум, минимум функции], *в.* МАКСИМУМ.

МИНОР [minor, cofactor, complementary minor; минор] М. на еден елемент од дадена квадратна матрица е детерминантата добиена од матрицата со отстранување на редицата и колоната што го содржат тој елемент; *в.* АЛГЕБАРСКИ КОМПЛЕМЕНТ.

Поопшто, м. на $m \times n$-матрица A е детерминантата од некоја помала квадратна матрица, отсечена од A со отстранување на една или повеќе од нејзините редици или колони.

Познато и како *субдетерминанта*.

МИНОРАНТ [lower bound; нижная грань, миноранта] *в.* ДОЛНА МЕЃА.

МИНОРАНТНА ФУНКЦИЈА [lower bound function; минорантная функция, миноранта] М.ф. (или: **долноограничувачка функција**) на дадена функција f (одн. на функциите φ од дадена фамилија $\mathcal{F}$) во некоја област D е функција m, таква што

$$m(x) \le f(x) \text{ одн. } m(x) \le \varphi(x),$$

за сите φ од $\mathcal{F}$ и за секој $x \in D$. Притоа, f и секоја функција φ од $\mathcal{F}$ се нарекува **минорирана функција**.

МИНОРИРАНА НИЗА, *в.* ОГРАНИЧЕНА НИЗА.

МИНОРИРАНО МНОЖЕСТВО, *в.* ОГРАНИЧЕНО МНОЖЕСТВО.

МИНУС [minus sign, subtraction sign; минус] Математички знак во вид на хоризонтална црта, – , којшто се користи за означување на операцијата одземање и за означување негативни броеви.

МИНУТА [minute; минута]. Единица за мерење рамнински агли, еднаква со еден шеесетти дел од степенот; се означува со $1'$. Познато и како: *аголна минута*; *в.* СТЕПЕН 1.

МНОГУАГОЛНИ БРОЕВИ [polygonal numbers; многоугольные числа] Природни броеви коишто на определен начин се во врска со рамнински правилни многуаголници.

Најпрости м.б. се **триаголните броеви** – тоа се броевите од низата

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., \frac{n(n+1)}{2}, ...,$$

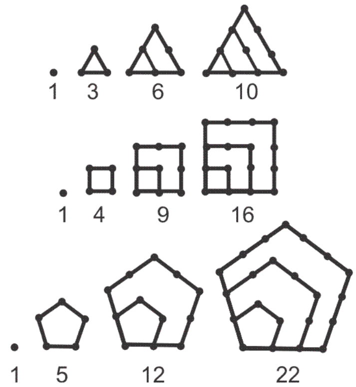
коишто, почнувајќи од вториот, геометриски се добиваат од рамностран триаголник. Темињата на тој „почетен“ триаголник даваат 3 точки (*в.* црт.), наредниот триаголник со страни зголемени двапати (6 точки), потоа со страни зголемени трипати (10 точки) итн.

Квадратни броеви се броевите од низата $1, 4, 9, 16, 25, \ldots, n^2, \ldots$ (црт.).

Петаголни броеви (или *пентагонални броеви*) се броевите 1, 5, 12, 22, 35, 51,..., $\frac{n(3n-1)}{2}$,… (црт.) итн.

На тој начин се добиваат м.б. од различни редови; ***n*-тиот *k*-аголен број** се означува со симболот P_n^k и се определува по формулата

$$P_n^k = n + (k-2)\cdot\frac{n(n-1)}{2},\ n = 1,2,3,...$$



Многуаголни броеви:
триаголни, квадратни, петаголни

М.б. биле познати во древна Индија, Кина, Вавилон, Грција. Со м.б. подоцна се занимавале многу европски математичари: Диофант, Ферма, Ојлер, Лагранж, Гаус и др.

М.б. се вид *фигурни броеви* (*в.*); познати се и како *полигонални броеви*.

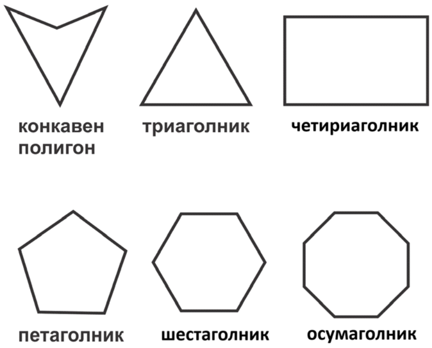
МНОГУАГОЛНИК [polygon; многоугольник, полигон] Затворена *искршена линија* (*в.*) $A_1A_2\ldots A_nA_{n+1}$, при што $n \geq 3$ и $A_{n+1}=A_1$ се вика **многуаголна линија**. Темињата и страните на искршената линија се викаат **темиња** и **страни** на многуаголната линија. Притоа, ако сите темиња лежат во иста рамнина, тогаш таа се вика **рамнинска**, а во спротивно – **просторна** многуаголна линија. Обично се разгледуваат *рамнински* многуаголни линии; рамнинска многуаголна линија заедно со нејзината внатрешна област се вика **многуаголник**. Две страни на м. со заедничко теме се **соседни страни**, а две темиња коишто припаѓаат на иста страна се **соседни темиња** на м.

Еден м. е **сложен**, ако негови несоседни страни имаат заедничка точка. М. се вика **прост** м. ако никои две негови несоседни страни немаат заедничка точка. Секој прост м. ја дели рамнината на две области, коишто се одвоени со многуаголната линија; едната област се вика **внатрешност** (а нејзините точки – **внатрешни точки**) на м., а другата – **надворешност** (а нејзините точки – **надворешни точки**) на м.

Во елементарната геометрија, терминот *многуаголник* означува *прост многуаголник*. Во таа смисла, **многуаголник** е рамнинска, проста, затворена искршена линија заедно со нејзината внатрешност. Во секој м. бројот на страните е еднаков со бројот на темињата. М. со *n* темиња се вика ***n*-аголник** (3-аголник = триаголник, 5-аголник = петаголник, итн.).

Унијата од многуаголната линија и нејзината внатрешна област се вика и **површина** на м. Обично, м. се поистоветува со *неговата површина*.

Еден м. се вика **конвексен** (или **бабнат**) м., ако секои две точки од неговата внатрешност може да се сврзат со отсечка којашто целосно се содржи во внатрешноста на м.; во спротивно, се вика **конкавен** (или **длабнат**) м. (црт.). Во наставата и во практиката главно се работи со конвексните м., па кога ќе се каже *многуаголник*, обично се мисли на *конвексен многуаголник*.



Многуаголници

Должината на искршената линија се вика **должина** или **периметар** на м. Отсечка чиишто крајни точки се две несоседни темиња на м. се вика **дијагонала** на м. Со помош на дијагонали, секое теме може да се сврзе со n–3 други темиња. Следствено, бројот на дијагоналите во n-аголник изнесува $n(n–3) / 2$.

Едно теме на м. може да биде почетна точка на две полуправи што содржат две соседни страни на м. за кои тоа теме е заедничко. Аголот што е образуван од тие полуправи и ја содржи внатрешноста на м. се вика **внатрешен агол** или само **агол** на м. Секој агол што е напореден со некој внатрешен агол на м. се вика **надворешен агол** на м. Секој м. има толку внатрешни агли колку што има темиња. Збирот на аглите во n-аголник изнесува $(n–2)\cdot 180°$.

Познато и како *полигон*.

МНОГУЗНАЧНА ФУНКЦИЈА [multiple-valued function; многозначная функция] Функција f со домен D која на секој елемент $x \in D$ му придружува непразно подмножество $f(x)$ од множеството $\mathbb{R}$ на реалните броеви, при што барем едно од подмножествата $f(x)$ има не помалку од два елемента.

Пример. Нека D е сегментот [0, 4] и $f(x) = \{-\sqrt{x},\ \sqrt{x}\}$, за секој $x \in D$. Тогаш f е м.ф. и $f(x)$ е двоелементно множество за секој $x \in D$, $x \neq 0$, а $f(0) = \{0\}$.

МНОГУЅИДЕН АГОЛ, *в.* ЌОШЕ.

МНОГУЅИДНИК, *в.* ПОЛИЕДАР.

МНОГУКРАТЕН КОРЕН [multiple root; кратный корень], *в.* КОРЕН НА РАВЕНКА.

МНОГУКРАТНИК, *в.* СОДРЖАТЕЛ.

МНОГУОБРАЗИЕ АЛГЕБРИ [variety of algebras; многообразие алгебр] Во *универзална алгебра*, **многуобразие алгебри** е класа алгебарски структури со дадена сигнатура којашто задоволува дадено множество идентитети. На пример, групите формираат м.а., а исто така Абеловите групи, прстените, моноидите итн.

Според теоремата на ***Г. Биркхов*** (Garrett Birkhoff, 1911 – 1996, американски математичар), *една класа алгебараски структури што имаат иста сигнатура е м.а. ако и само ако таа е затворена во однос на хомоморфни слики, подалгебри и директни производи*.

МНОЖЕНИК [multiplicand; множимое], *в.* МНОЖЕЊЕ.

МНОЖЕЊЕ [multiplication; умножение] Операција, со која на секој подреден пар објекти a и b, наречени **множители**, му се придружува трет објект c, наречен **производ**.

За означување на м., англискиот математичар Оутред го вовел (1631) знакот $\times$, а германскиот математичар Лајбниц (1698) – знакот $\cdot$. Повеќе се користи знакот $\cdot$, зашто $\times$ може да направи забуна со буквата x. При буквено означување, наместо $a \times b$ или $a \cdot b$ се пишува ab.

Поимот м. има разни значења – во зависност од природата на множителите. Ако a и b се *природни броеви*, тогаш производот ab е збир од b собироци, секој од кои е еднаков на a, т. е. $ab = a + a + \ldots + a$ (b собироци); притоа, a се вика **множеник**, а b **множител**. М. на *дропки* се дефинира со равенството $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. При м. на *рационални броеви* се добива број еднаков со производот од апсолутните вредности на множителите, и тоа со знак + ако двата множитела имаат ист знак, а со знак – ако тие имаат различни знаци. М. на *комплексни броеви* се дефинира со:

$$(a + bi)(c + di) = ac - bd + (ad + bc)i.$$

М. на броеви е еднозначно и ги има својствата: *комутативност* $ab = ba$, *асоцијативност* $a(bc) = (ab)c$, *дистрибутивност кон собирањето*

$$a(b + c) = ab + ac, \quad a \cdot 1 = a, \quad a \cdot 0 = 0.$$

МНОЖЕЊЕ НА ВЕКТОРИ [multiplication of vectors; умножение векторов] Има неколку видови множења кај векторите: **1**. *Множење на вектор со скалар* (*в.*); **2**. *Скаларен производ* (*в.*); **3**. *Векторски производ* (*в.*); **4**. *Мешан производ* (*в.*).

МНОЖЕЊЕ НА ВЕКТОР СО СКАЛАР [multiplication of a vector by a scalar; умножение вектора на число] *Множење на вектор* $\boldsymbol{a}$ *со скалар* λ е вектор, означен со $\lambda\boldsymbol{a}$, којшто: i) е колинеарен со $\boldsymbol{a}$; ii) има иста насока како $\boldsymbol{a}$ кога $\lambda > 0$, а спротивна насока од $\boldsymbol{a}$ кога $\lambda < 0$; iii) има должина (означена со $|\lambda\boldsymbol{a}|$):

$$|\lambda\boldsymbol{a}| = |\lambda| \cdot |\boldsymbol{a}|.$$

МНОЖЕЊЕ НА МАТРИЦИ [multiplication of matrices; умножение матриц], *в.* ОПЕРАЦИИ СО МАТРИЦИ – производ на две матрици.

МНОЖЕЊЕ НА МАТРИЦА СО СКАЛАР [multiplication of a matrix by a scalar; умножение матрицы на скаляр] *в.* ОПЕРАЦИИ СО МАТРИЦИ.

МНОЖЕСТВЕНИ ОПЕРАЦИИ, *в.* ОПЕРАЦИИ СО МНОЖЕСТВА.

МНОЖЕСТВО [set; множество] Колекција, фамилија, целост, собир на какви било објекти, наречени негови **елементи** (или **членови**) коишто имаат некакво заедничко карактеристично својство. „Множество е нешто многу што ние го замислуваме како една целина“ (Кантор). Тоа, во вистинска смисла, не е логичка дефиниција на поимот м., туку само негово појаснување, зашто, да се дефинира поим значи да се најде таков родов поим, во кој дадениот поим влегува како негов вид, а м., секако, е најширокиот поим во математиката и логиката.

Меѓу најважните м. се множествата од броеви: *природни броеви*, *цели броеви*, *рационални броеви*, *реални броеви* и *комплексни броеви* (*в.*).

Секое м. е определено со своите елементи. М. може да се зададе во **табеларна форма** – со попишување на неговите елементи (ако м. е конечно) или во **описна форма** – со опишување на неговите елементи, сè тоа реализирано во големи загради: { , }.

Примери. 1) М. чиишто единствени елементи се буквите a и b се запишува во табеларна форма како $\{a, b\}$

или $\{b, a\}$ (редоследот на наредените елементи не е битен).

2) М. $\{2, 4, 6, 8\}$ (табеларна форма) може да се запише и во описна форма како: $\{2n \mid n = 1, 2, 3, 4\}$.

3) Кружница се дефинира *описно* како „м. K од сите точки (x, y) во една рамнина коишто се на еднакво растојаие r од една фиксирана точка (x_0, y_0) од таа рамнина“:

$$K = \{(x, y) \mid d((x, y), (x_0, y_0)) = r\}.$$

(Ова м. не може да се запише во табеларна форма.)

Односите меѓу м. може да се претставaт со помош на дијаграми, познати како *Венови дијаграми* (*в.*); *в.* и ОПЕРАЦИИ СО МНОЖЕСТВА.

МНОЖЕСТВО ВРЕДНОСТИ НА ФУНКЦИЈА, *в.* ОПСЕГ НА ФУНКЦИЈА.

МНОЖЕСТВО РЕШЕНИЈА [solution set; множество решений] Множеството од сите вредности на непознатите на *равенка* (одн. *неравенка*, *систем равенки* или *систем неравенки*, *в.*) што ја задоволуваат, т. е. ја претвораат равенката (одн. неравенката, системот равенки или системот неравенки) во точен исказ.

МНОЖИТЕЛ [factor, multiplier, divisor; множитель, фактор, делитель] М. е број или израз, којштo множи друг број или израз наречен *множеник*; во производот $a \cdot b$ бројот a е *множеник*, а бројот b е множител (*в.* МНОЖЕЊЕ). Поопшто, во производот $a \cdot b \cdot \ldots \cdot d$ секој од броевите или изразите a, b, ..., d се вика *множител* или *фактор*. Понекогаш, „множител“ има пред себе специјална придавка: *интегрален множител* (*в.*), *нормирачки множител* (*в.* РАВЕНКА НА ПРАВА 4. нормален облик).

МОАВР, Абрахам де [Abraham de Moivre; Абрахам де Муавр] (1667 – 1754), англиски математичар со француско потекло. Живеел и работел во Лондон. Дал голем придонес во развојот на тригонометријата, анализата и теоријата на веројатноста. Тој спаѓа меѓу првите математичари кои ги користеле комплексните броеви во тригонометријата; *в.* МОАВРОВА ФОРМУЛА.

МОАВРОВА ФОРМУЛА [De Moivre’s formula; формула Муавра] Формула за пресметување степен на комплексен број z, претставен во тригонометриска форма, $z = r \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$; таа гласи:

$$z^n = r^n(\cos n\varphi + i \cdot \sin n\varphi), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

МОДА [mode; мода] Вредноста во конечна низа набљудувања, којашто најчесто се појавува. На пр., во низата $4, 3, 5, 6, 5, 4, 8, 5$ бројот 5 е м.

МОДЕЛ [model; модель] Интерпретација на формален јазик; *в.* ТЕОРИЈА НА МОДЕЛИ; АЛГЕБАРСКИ СИСТЕМ.

МОДУЛ [module; модуль] **1**. Бројна карактеристика на некој математички објект. Обично, вредноста на м. е ненегативен реален број.

Поимот м. фигурира во разни области од математиката, често со друго име: *апсолутна вредност*, *норма* и др., но сите тие, всушност, се обопштувања на поимот *апсолутна вредност* на реален или комплексен број.

2. Во апстрактна алгебра, поимот *модул над прстен* е обопштување на поимот векторски простор над поле, со тоа што соодветните скалари се елементи од произволен прстен.

Нека е даден прстен R. **Лев *R*-модул** M се состои од Абелова група $(M, +)$ и операција $R \times M \to M$ (чијашто вредност на парот (r, x) за $r \in R$ и $x \in M$ се запишува како rx), така што, за секои $r, s \in R$ и $x, y \in M$ се исполнети аксиомите:

i) $r(x+y)=rx+ry$,

ii) $(r+s)x=rx+sx$, iii) $r(sx)=(rs)x$.

Ако прстенот *R* има единица, тогаш се бара, дополнително, да биде исполнето равенството iv) $1\cdot x=x$ за секој $x\in M$; м. со тоа својство се нарекува **унитарен** м. Лев *R*-модул *M* се означува кратко со ${}_R M$. **Десен *R*-модул** M_R се дефинира аналогно, со тоа што елементите на прстенот дејствуваат оддесно.

Поимот *R-модул* е еден од централните поими на комутативната алгебра и хомолошката алгебра, а широко се користат во алгебарската геометрија и алгебарската топологија.

МОДУЛ НА ВЕКТОР, *в.* ДОЛЖИНА НА ВЕКТОР.

МОДУЛ НА КОМПЛЕКСЕН БРОЈ [modulus of a complex number; модуль комплексного числа], *в.* АПСОЛУТНА ВРЕДНОСТ 2.

МОДУЛ НА КОНГРУЕНЦИЈА [modulus of a congruence; модуль сравнения] Бројот *m* при дадена *конгруенција* $a\equiv b \pmod m$ (*в.* КОНГРУЕНЦИЈА 1.)

МОДУЛ НА ЛОГАРИТАМ [modulus of a logarithm; модуль перехода для логарифмов] М.н.л. за премин од логаритамски систем со основа *a* во логаритамски систем со основа *b* се вика бројот $M=1/(\log_a b)$. Ако е познат логаритамот на кој било број *x* при основа *a*, $\log_a x$, тогаш помножувајќи го со *M*, ќе се добие логаритамот при основа *b*, т. е.

$$\log_b x = M\cdot\log_a x.$$

МОДУС ПОНЕНС [modus ponens, rule of detachment; правило отделения] Правило на изведување заклучоци такво што ако импликацијата $A\Rightarrow B$ е точна, а и нејзината претпоставка *A* е точна, тогаш и заклучокот *B* е точен, т. е.

(Претпоставки:)

1. $A\Rightarrow B$ *е точен исказ.*
2. *A е точен исказ.*

(Заклучок:) *B е точен исказ.*

М.п. се запишува и во вид на шема

$$\frac{A\Rightarrow B,\ A}{B},$$

каде што *A* и *B* се ознаки за формули од формалнен логички систем, а знакот $\Rightarrow$ е логичкиот сврзник *импликација*; $A\Rightarrow B$ се вика **голема претпоставка**, а *A* **мала претпоставка**. Ова правило се користи толку често скоро во сите математички докази, што тоа и не се споменува.

Пример. „Ако еден број е делив со 2 и 3, тогаш тој број е делив со 6" ($A\Rightarrow B$); бројот 114 е делив со 2 и 3 (*A*); заклучок: бројот 114 е делив со 6.

Познато и како *закон на потврдување*; *правило на одделување.*

МОДУС ТОЛЕНС [modus tolens; правило отрицания] Правило на изведување заклучоци од обликот:

Претпоставка 1: *Ако A, тогаш B.*

Претпоставка 2: *B не е точно.*

Заклучок: *A не е точно.*

М.т. се запишува и во вид на шема

$$\frac{A\Rightarrow B,\ \neg B}{\neg A},$$

каде што *A* и *B* се ознаки за формули од формалнен логички систем, а знакот $\Rightarrow$ е логичкиот сврзник *импликација.*

Пример. Ако еден број е делив со 3, тогаш збирот од цифрите на тој број е делив со 3 ($A\Rightarrow B$); збирот од цифрите на бројот 256 не е делив со 3 ($\neg B$); заклучок: бројот 256 не е делив со 3 ($\neg A$). Познато и како *закон за одрекување*; *правило на негација.*

МОНОМ [monomial; одночлен] *Цел алгебарски израз* којшто претставува производ на два или повеќе множители, секој од кои е или број или буква, земена со некој позитивен показател.

МОНОТОНА НИЗА [monotone sequence, monotonic sequence; монотонная последовательность] Низа (a_n) од реални броеви што има некое од следниве четири својства:

(а) **растечка**, ако $a_n < a_{n+1}$ за секој *n*;

(б) **опаѓачка**, ако $a_n > a_{n+1}$ за секој *n*;

(в) **неопаѓачка**: $a_n \le a_{n+1}$ за секој *n*;

(г) **нерастечка**: $a_n \ge a_{n+1}$ за секој *n*.

Низа што има некое од својставата (а) или (б) се вика и **строго** (или **стриктно**) м.н.

МОНОТОНА ФУНКЦИЈА [monotone function, monotonic function; монотонная функция] Функција $f(x)$ со домен *D*, којашто за кој било пар броеви $x_1, x_2 \in D$, има некое од следниве четири својства:

(а) **расте** (т. е. е **растечка**),

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2);$$

(б) **опаѓа** (т. е. е **опаѓачка**),

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2);$$

(в) **не опаѓа** (т. е. е **неопаѓачка**),

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \le f(x_2);$$

(г) **не расте** (т. е. е **нерастечка**),

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \ge f(x_2).$$

Функција што има некое од својствата (а) или (б) се вика и **строго** м. ф. на *D*.

МОНОТОНО НЕОПАЃАЧКА НИЗА [monotone nondecreasing sequence, monotonically nondecreasing sequence; монотонно не убывающая последовательность], *в*. МОНОТОНА НИЗА.

МОНОТОНО НЕОПАЃАЧКА ФУНКЦИЈА [monotone nondecreasing function, monotonically nondecreasing function; монотонно не убывающая функция], *в*. МОНОТОНА ФУНКЦИЈА.

МОНОТОНО НЕРАСТЕЧКА НИЗА [monotone nonincreasing sequence, monotonically nonincreasing sequence; монотонно не возрастающая последовательность], *в*. МОНОТОНА НИЗА.

МОНОТОНО НЕРАСТЕЧКА ФУНКЦИЈА [monotone nonincreasing function, monotonically nonincreasing function; монотонно не возрастающая функция], *в*. МОНОТОНА ФУНКЦИЈА.

МОНОТОНО ОПАЃАЧКА НИЗА [monotone decreasing sequence, monotonically decreasing sequence; монотонно убывающая последовательность], *в*. МОНОТОНА НИЗА.

МОНОТОНО ОПАЃАЧКА ФУНКЦИЈА [monotone decreasing function, monotonically decreasing function; монотонно убывающая функция], *в*. МОНОТОНА ФУНКЦИЈА.

МОНОТОНО РАСТЕЧКА НИЗА [monotone increasing sequence, monotonically increasing sequence; монотонно возрастающая последовательность], *в*. МОНОТОНА НИЗА.

МОНОТОНО РАСТЕЧКА ФУНКЦИЈА [monotone increasing function, monotonically increasing function; монотонно возрастающая функция], *в*. МОНОТОНА ФУНКЦИЈА.

МОНОТОНОСТ [monotony; монотонность] Својство на низа или функција да биде монотона; *в*. МОНОТОНА НИЗА; МОНОТОНА ФУНКЦИЈА.

МОРГАН, Огастес де [Augustus De Morgan; Огастес де Морган] (1806 – 1871), англиски математичар. Се занимавал со теорија на броеви, теорија на веројатност, алгебра и геометрија. Ги поставил основите на формалната логика. Неговото име го носат некои логички закони; *в*. ДЕ МОРГАНОВИ ЗАКОНИ.

МОЌНОСТ НА МНОЖЕСТВО, *в.* КАРДИНАЛЕН БРОЈ.

МРЕЖА [lattice; решетка, структура] Делумно подредено множество L, во кое секое негово двоелементно подмножество $\{a, b\}$ има и инфимум и супремум, $\inf\{a, b\}$ и $\sup\{a, b\}$, покусо означени со $a \wedge b$ и $a \vee b$, соодветно. (Оттука следува дека секое непразно конечно подмножество од L има и супремум и инфимум.)

Примери. 1) Партитивното множество $L = \mathcal{P}(X)$ на дадено множество X е м. во однос на релацијата за инклузија $\subseteq$, при што

$$A \wedge B = A \cap B, \quad A \vee B = A \cup B.$$

2) Множеството природни броеви, подредени по *деливост* (*в.*): $a \leq b$, ако $b = ac$ за некој c, е м., при што

$$a \wedge b = \text{НЗД}(a, b), \quad a \vee b = \text{НЗС}(a, b).$$

3) М. образуваат потпросторите на даден векторски простор, подредени по инклузија, каде што

$\inf\{A, B\} = A \cap B$, а

$\sup\{A, B\} = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$.

Операциите $\wedge$ и $\vee$ ги задоволуваат следниве закони:

идемпотентност:

$x \wedge x = x, x \vee x = x$;

асоцијативност:

$x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$,

$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$;

апсорпција:

$x \wedge (x \vee y) = x, \quad x \wedge (x \vee y) = x.$

Ако во м. важат *законите на дистрибутивност*

$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$,

$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$,

тогаш таа се вика **дистрибутивна** м.

МУЛТИПЛИКАТИВНА ГРУПА [multiplicative group; мултипликативная группа] Група во која основната операција се запишува со знакот $\cdot$ и се вика множење.

МУЛТИПЛИКАТИВНА КОНСТАНТА [multiplicative constant; мултипликативная постоянная] Константа, којашто е множител во даден израз; *в.* АДИТИВНА КОНСТАНТА.

МУЛТИПЛИКАТИВНА ФУНКЦИЈА [multiplicative function; мултипликативная функция] Во теоријата на броеви, м.ф. е функција $f(n)$, дефинирана за сите природни броеви n, којашто ги задоволува условите:

i) $f(1) = 1$ и

ii) ако a и b се заемно прости броеви, тогаш $f(ab) = f(a) \cdot f(b)$.

Ако условот ii) е исполнет за произволни природни броеви a и b (и кога не се заемно прости), тогаш функцијата се вика **потполно** м.ф.

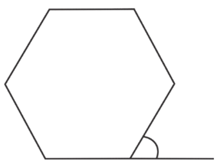
Примери на м.ф.: 1) функцијата $\tau(n)$ – бројот на природните делители на природниот број n; 2) функцијата $\sigma(n)$ – збирот на природните делители на природниот број n; 3) Ојлеровата функција $\varphi(n)$ – бројот на природните броеви, коишто се заемно прости со n и не се поголеми од n; 4) Мебиусовата функција.

МУЛТИПЛУМ, *в.* СОДРЖАТЕЛ.

Н

НАБЛА [nabla; набла] Симболот ∇; *в*. ОПЕРАТОРОТ НАБЛА.

НАДВОРЕШЕН АГОЛ [exterior angle; внешний угол]. **1**. Кај *многуаголник*, агол меѓу некоја страна од многуаголникот и продолжението на една соседна страна. Н.а. е напореден со внатрешниот агол со кој има заедничко теме. **2**. Кај *трансверзала* на две прави, н.а. е кој било од аглите меѓу трансверзалата и една од двете прави, а лежи во просторот надвор од двете прави; *в*. ТРАНСВЕРЗАЛА.



Надворешен агол

НАДВОРЕШЕН ЧЛЕН НА ПРОПОРЦИЈА [extreme term of a proportion; крайный член пропорции], *в*. ПРОПОРЦИЈА.

НАДВОРЕШНА БИНАРНА ОПЕРАЦИЈА [external binary operation; внешняя бинарная операция] За дадени множества M и R, **лева** н.б.о. на M над R е пресликување $\omega : R \times M \to M$ (а **десна** н.б.о. на M над R е пресликување ω: $M \times R \to M$), каде што M е множеството во кое операцијата ω ги прима вредностите, а R е „надворешно множество“, т. е. ω не прима вредности во R. (Во таа смисла, секоја бинарна операција $\omega : M \times M \to M$ се вика **внатрешна** бинарна операција на M.) На пр., множењето на вектор со *реален број* е н.б.о. на множеството V од вектори; *в*. ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР.

НАДВОРЕШНА ТОЧКА [exterior point; внешняя точка] **1**. Н.т. за некое множество реални броеви е точка што не му припаѓа на тоа множество заедно со некој интервал што ја содржи таа точка. **2**. Н.т. за множество од n-димензионален евклидски простор или метрички простор е точка што не му припаѓа на тоа множество заедно со некоја отворена топка што ја содржи таа точка. На пр., *в*. АГОЛ 1; ТРИАГОЛНИК; МНОГУАГОЛНИК.

НАДВОРЕШНОСТ [exterior; внешность], *в*. АГОЛ 1; ТРИАГОЛНИК; МНОГУАГОЛНИК.

НАИЗМЕНИЧЕН РЕД [alternating series; знакочередующийся ряд] Бесконечен ред од обликот

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots, \quad (1)$$

каде што $a_n > 0$ за секој n. Знаците + и – се менуваат наизменично. Син. *алтернативен ред*. За н.р. важи **Лајбницовиот критериум**:

Ако $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ и ако низата (a_n) монотоно опаѓа, тогаш редот (1) е конвергентен.

НАИЗМЕНИЧНИ ВНАТРЕШНИ АГЛИ [alternate-interior angles; внутренние накрест лежащие углы], *в*. ТРАНСВЕРЗАЛА.

НАИЗМЕНИЧНИ НАДВОРЕШНИ АГЛИ [alternate-exterior angles; внешние накрест лежащие углы], *в*. ТРАНСВЕРЗАЛА.

НАЈГОЛЕМА ДОЛНА МЕЃА, **НАЈГОЛЕМА ДОЛНА ГРАНИЦА**, *в*. ИНФИМУМ.

НАЈГОЛЕМА ЗАЕДНИЧКА МЕРА [greatest common measure; наибольший общий делитель], *в*. НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ.

НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ [greatest common divisor, highest common factor; наибольший общий делитель] **1**. Н.з.д. на **природните броеви** $n_1, n_2, ..., n_k$ е најголемиот од сите природни броеви што е делител на секој n_i; ознака: НЗД ($n_1, n_2, ..., n_k$), или нзд ($n_1, n_2, ..., n_k$) или ($n_1, n_2, ..., n_k$) [во литературата на англиски јазик: gcd ($n_1, n_2, ..., n_k$) или hcf ($n_1, n_2, ..., n_k$)].

На пр., НЗД (12, 18, 36) = 6.

Н.з.д. на два природни броја (m, n) е сврзан со *најмалиот заеднички содржател* (*в.*) [m, n] со формулата:

$$(m, n) \cdot [m, n] = m \cdot n .$$

2. Н.з.д. на два **полиноми** $p(x)$, $q(x)$ е полином, со најголем степен, којшто е делител на секој од полиномите $p(x)$, $q(x)$; ознака: НЗД ($p(x)$, $q(x)$). Аналогно за повеќе полиноми.

Познато и како: *најголем заеднички множител*; *најголема заедичка мера*.

НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ МНОЖИТЕЛ, *в.* НАЈГОЛЕМ ЗАЕДНИЧКИ ДЕЛИТЕЛ.

НАЈМАЛА ГОРНА : ГРАНИЦА / МЕЃА, *в.* СУПРЕМУМ.

НАЈМАЛ ЗАЕДНИЧКИ ИМЕНИТЕЛ [least common denominator; наименбший общий знаменатель] Најмалиот заеднички содржател на именителите од две или повеќе дропки.

НАЈМАЛ ЗАЕДНИЧКИ СОДРЖАТЕЛ [least common multiple; наименьшее общее кратное] **1**. Н.з.с. на **природните броеви** $a_1, ..., a_k$ е најмалиот природен број којшто е делив со секој од броевите $a_1, ..., a_k$; ознака: НЗС ($a_1, ..., a_k$), или нзс ($a_1, ..., a_k$) или [$a_1, ..., a_k$], а во литературата на англиски јазик: lcm ($a_1, ..., a_k$).

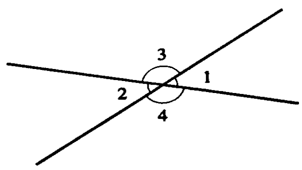
2. За **полиноми** $p_1(x), ..., p_k(x)$, н.з.с. е полином со најмал степен којшто е делив со секој од полиномите $p_1(x)$, ..., $p_k(x)$. На пример,

$$\text{НЗС}\,(\,x,\ 2x+3,\ 4x^2-9\,) = 4x^3-9x.$$

НАКЛОН НА КРИВА [slope of a curve; наклон кривой] Н.н.к. во нејзината точка P_0 се дефинира како мера на количникот $\Delta y \,/\, \Delta x$ од нараснувањето Δy на ординатата на точката P_0 и нараснувањето Δx на нејзината апсциса во даден Декартов координатен систем, т. е. тоа е наклонот на тангентата на кривата во точката P_0.

НАКЛОН НА ПРАВА [slope of a straight line; наклон прямой] Број што мери колку е стрмна правата. Хоризонтална права има наклон нула. Колку што една права се стреми да стане вертикална, толку нејзиниот наклон се зголемува, се стреми кон бесконечност.

Наклон на права што минува низ две точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) е бројот $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$, т. е. тангенсот на аголот што го образува правата со позитивниот дел на апсцисната оска, мерен во позитивна насока. Познато и како: *аголен коефициент на права*; *коефициент на правец*.



Накрсни агли

НАКРСНИ АГЛИ [vertical angles; вертикальные углы, противоположные углы] Агли со заедничко теме, формирани со пресекот на две прави, такви што краците на едниот агол се продолженија на краците од другиот агол.

На цртежот, аглите 1 и 2 се н.а., а исто така н.а. се 3 и 4. Н.а. се еднакви меѓу себе. Син.: *вкрстени агли*.

НАМАЛЕНИК [minuend; уменьшаемое] При *одземање* (*в.*), бројот од кој се одзема друг број (наречен *намалител*).

НАМАЛИТЕЛ [subtrahend; вычитаемое] При *одземање* (*в.*), бројот што се одзема од друг број (наречен *намаленик*).

НАПОРЕДНИ АГЛИ [adjascent supplementary angles; смежные углы] Два агла што се *соседни* и *суплементни*, т.е имаат заедничко теме и еден заеднички крак, а другите два крака образуваат права; така, двата агла заедно, образуваат рамен агол. На пр., на црт. при НАКРСНИ АГЛИ (*в.*), н.а. се паровите агли: 1 и 3; 1 и 4; и др.

НАРАСНУВАЊЕ [increment; приращение] **1**. Н. **на аргумент** x (ознака: Δx) во точката x_0 е разликата меѓу „новата“ вредност x_1 и „старата“ x_0, т. е. $\Delta x = x_1 - x_0$.

2. Н. **на функција** $y = f(x)$ (ознака: Δy) во дадена точка x_0 е разликата

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0),$$

при што Δx е н. на аргументот во x_0.

***n*-АРНА ОПЕРАЦИЈА** [*n*-ary operation; *n*-арная операция], *в.* ОПЕРАЦИЈА.

***n*-АРНА РЕЛАЦИЈА** [*n*-ary relation; *n*-арное отношение], *в.* РЕЛАЦИЈА.

***n*-АРНО ДРВО** [*n*-ary tree; *n*-арное дерево] *Коренско дрво* (*в.*) во кое секое теме има најмногу n следбеници.

НАСОКА НА ВЕКТОР [direction of a vector; направление вектора], *в.* ВЕКТОР.

НАСОЧЕН АГОЛ [directed angle, oriented angle; направленный угол] Агол, при кој едниот крак се зема за *почетен*, а другиот за *краен крак*. Н.а. можеме да си го претставиме и како „пат“ што една полуправа OA го прави со ротација околу својата почетна точка O, од почетната положба земена како **почетен крак**, до крајната положба земена како **краен крак** на аголот. Ако ротацијата на полуправата OA е во спротивна насока од движењето на стрелките на часовникот, тогаш таа опишува позитивно н.а. или, кусо, **позитивен агол**. Во спротивниот случај се вели дека полуправата OA опишува негативно насочен агол или, кусо, **негативен агол**. Син. *ориентиран агол*.

НАСОЧЕНА ОТСЕЧКА [directed line segment; направленный отрезок] Отсечка AB на која едната крајна точка, на пр. A, е земена за *почеток*, а другата (B) за *крај*. Н.о. може да се смета за подреден пар точки, (A, B). Се означува со $\overrightarrow{AB}$. Н.о. $\overrightarrow{AB}$ има **насока** „од A кон B“, а должината на отсечката AB се вика **должина** на н.о. $\overrightarrow{AB}$. Син. *ориентирана отсечка*.

НАСОЧЕНА ПРАВА [directed line; направленная прямая] Права на која е избрана позитивна насока. Син. *ориентирана права*.

НАСТАН [event; событие] Во теоријата на веројатност, секој возможен исход на даден *експеримент* (*в.*) се вика *елементарен настан* (*в.*), а секое множество од такви исходи (т. е. секое подмножество од множеството на сите можни исходи), се вика **настан** што е во врска со тој експеримент.

Нека Σ е еден *експеримент* и A е еден од н. во врска со тој експеримент. Ако Σ се повтори n пати и, во серијата од тие n експерименти, н. A настапи m пати, тогаш односот m/n

се вика **релативна фреквенција** или **релативна честота** на настанот A и се запишува: $W(A) = m/n$.

Да претпоставиме дека:

i) Експериментот Σ може (во принцип) да се повтори неограничен број пати при еднакви услови.

ii) За кои било две серии од по n_1 односно n_2 експерименти, при доволно големи вредности на n_1 и n_2, релативните честоти $W_1(A) = m_1/n_1$ и $W_2(A) = m_2/n_2$ на н. A незначително се разликуваат една од друга. (Условот ii) ја изразува *статистичката стабилност* на експериментот Σ).

Експеримент Σ, за кој се задоволени условите i) и ii), се вика **случаен експеримент**, а н. A за кој е задоволен условот ii) се вика **случаен настан**. Во практиката, од интерес се само случајни експерименти, па вообичаено е *случајните експерименти* и *случајните настани* да се нарекуваат просто **експерименти** и **настани**.

Поради својството ii), на секој настан A може да му се придружи еднозначно определен реален број (меѓу 0 и 1), околу кого ќе осцилираат релативните честоти на A; тој број се вика **статистичка веројатност** (*в.*) на н. A и се означува со $P(A)$.

Настаните во основа се подмножества (од множеството Ω на елементарни настани), па може да се дефинираат операции со настани исто како кај множествата, со истите правила, но со малку различно толкување на резултатите.

Основни **операции со настани** се:

1) $A \subseteq B$, со толкување: A **го повлекува** B, т. е. секогаш кога се случува A се случува и B;

2) $C = A \cup B$ (или $C = A + B$ кога A и B се дисјунктни), со толкување: C е **унија (збир)** на A и B и се случува кога се случил барем еден од A и B;

3) $C = A \cap B$ (или $C = A \cdot B$), со толкување: C е **пресек** (**производ**) на A и B, а се случува кога се случил и A и B;

4) $C = A \setminus B$ (или $C = A - B$), со толкување: C е **разлика** на A и B и се случува ако се случил A и не се случил B;

5) $C = A^c$ (или $C = \overline{A}$), со толкување: C е спротивен настан (**комплемент**) на A и се случува кога не се случил A; $\overline{A} = \Omega - A$.

НАУЧЕН МЕТОД [scientific method; научный метод] Начин на согледување факти и законитости, во рамките на која било наука, кои го водат истражувачот кон нови знаења, корекција или сумирање на претходни знаења. Н.м. е метод, со чија помош човек може да открива закономерности во дадени факти, да формулира хипотези или да предлага теории.

Основните научни методи се: 1) набљудување и обид, 2) споредба, 3) анализа и синтеза, 4) обопштување и специјализација, 5) систематизација и класификација, 6) апстракција и конкретизација, 7) индукција, 8) аналогија и 9) дедукција. Тие се применуваат најчесто по неколку заедно, потпомогнати еден од друг, а речиси нема ситуција во која се јавуваат изолирано. Изведувања и заклучоци се вршат со помош на расудување, применувајќи правила и принципи на логиката.

НАЦРТНА ГЕОМЕТРИЈА [descriptive geometry; начертательная геометрия] Геометриска дисциплина, којашто ги изучува начините на претставување просторни фигури врз рамнината и решавање тридимензионални проблеми со помош на графички методи. Особено значење во н.г. имаат **проекционите цртежи**, т. е. цртежи добиени со *централна* (*перспективна*) и *паралелна проекција*.

За конструкција на нагледен цртеж

во н.г. се користи методот на *аксонометрија* (*в.*), при кој фигурата се проектира на рамнината заедно со просторниот координатен систем, во кој е внесена. Познато и како *дескриптивна геометрија*.

***n*-ДИМЕНЗИОНАЛЕН ПРОСТОР** [*n*-dimensional space; *n*-мерное пространство] Векторски простор чијашто база има *n* вектори.

НЕГАТИВЕН АГОЛ [negative angle; отрицательный угол], *в.* НАСОЧЕН АГОЛ.

НЕГАТИВЕН БРОЈ [negative number; отрицательное число] Реален број којшто е помал од 0. Ако a е позитивен број, тогаш бројот $0-a$ е н.б. и се означува со $-a$. На бројната оска, н.б. се распоредени лево од бројот нула. При проширувањето на позитивните броеви со н.б. се запазуваат сите закони на собирањето и множењето, како и многу својства на неравенства, но н.б. имаат и некои посебности.

НЕГАТИВЕН ЗНАК [negative sign; отрицательный знак] Симболот –, којшто се користи за означување негативен број и за означување на операцијата одземање.

НЕГАТИВЕН ЦЕЛ БРОЈ [negative integer; отрицательное целое число] Цел број помал од нула; *в.* БРОЈ; НЕГАТИВЕН БРОЈ.

НЕГАТИВНО НАСОЧЕН АГОЛ, *в.* НАСОЧЕН АГОЛ.

НЕГАЦИЈА [negation, denial, logical complement; отрицание] Н. во логика е унарна операција над искази, чијшто резултат е исказ (во извесна смисла) „спротивен“ на појдовниот. Се означува со знакот $\neg$. Н. на даден исказ p е исказ $\neg p$ којшто е вистинит ако и само ако p е невистинит; *в.* ЛОГИЧКА ОПЕРАЦИЈА. За н. важат:

1^0. $\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$ – *закон на двојна н.*;

2^0. $\neg(\forall x)\, P(x) \Leftrightarrow (\exists x) \neg P(x)$ и

3^0. $\neg(\exists x)\, P(x) \Leftrightarrow (\forall x) \neg P(x)$

– *закони за* н. *на квантори*.

НЕДЕФИНИРАН ТЕРМИН [undefined term; неопределённый термин] Основен поим што е опишан, наместо да е строго дефиниран. Би било невозможно строго да се дефинира секој термин, зашто порано или подоцна, ќе се создаде „круг во дефинициите“. „Права“ е еден пример на недефиниран термин во геометријата.

НЕЕВКЛИДСКИ ГЕОМЕТРИИ [non-Euclidean geometries; неевклидовы геометрии] Геометрии, базирани на првите четири *Евклидови постулати* (*в.*), а за петтиот постулат секоја од нив користи своја верзија. Има две н.г. (во потесна смисла): **хиперболична геометрија** или *геометрија на Лобачевски* (*в.*) и **елипптична геометрија** или *Риманова геометрија* (*в.*). Во согласност со оваа терминологија, евклидската геометрија е наречена **параболична геометрија**. Во 1868 г., ***Белтрами*** (Eugenio Beltrami, 1835 – 1899, италијански математичар) докажал дека н.г. се логички конзистентни исто толку колку евклидската геометрија.

НЕЕДНАКВОСТ, *в.* НЕРАВЕНСТВО.

НЕЗАВИСНА АКСИОМА [independent axiom; независимая аксиома] Аксиома – член на некое множество аксиоми, којашто не може да се изведе како последица од другите аксиоми во множеството.

НЕЗАВИСНА РАВЕНКА [independent equation; независимое уравнение] Равенка во систем равенки, којашто не може алгебарски да се изведе од другите равенки.

Ако секоја од равенките во системот е н.р., тогаш и системот се вика **независен систем равенки**.

НЕЗАВИСНИ НАСТАНИ [independent events; независимые события] Во теоријата на веројатност, н.н. се два настана, такви што појавувањето на едниот од нив не влијае на веројатноста за појавување на другиот. Ако A и B се н.н., тогаш веројатноста P на нивниот производ е еднаква на производот од нивните веројатности, т. е. $P(AB) = P(A)P(B)$.

НЕЗАВИСНИ СЛУЧАЈНИ ПРОМЕНЛИВИ [independent random variables; независимые случайные величины] Нека $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ е простор на веројатност и нека X и Y се случајни променливи со домен Ω. За X и Y се вели дека се *независни случајни променливи* ако за кои било $x, y \in \mathbb{R}$ важи:

$$P(X < x, Y < y) = P(X < x)\,P(Y < y).$$

Значи, случајните променливи се независни ако се независни случајните настани $(X < x)$ и $(Y < y)$. Ако $F(x, y)$ е заедничка функција на распределба на (X, Y), а $F_X(x)$ и $F_Y(y)$ се функции на распределба на X и Y, тогаш веднаш следува дека

$$F(x, y) = P(X < x, Y < y) = \\ = P(X < x)\,P(Y < y) = F_X(x)F_Y(y).$$

НЕЗАВИСНОПРОМЕНЛИВА [independent variable; независимая переменная] Симбол што означува произволен, неспецифициран елемент од доменот на некоја функција. П. е „држач на место“ за името на неодреден елемент од доменот. Во равенството $y = f(x)$, x е *независнопроменлива*, а y е *зависнопроменлива*; *в.* ФУНКЦИЈА. Син.: *аргумент на функција; независнопроменлива величина*.

НЕЗАВИСНОПРОМЕНЛИВА ВЕЛИЧИНА, исто што и *независнопроменлива* (*в.*).

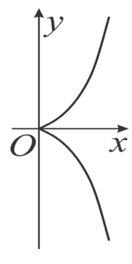
НЕЗАВИСНОСТ НА СИСТЕМ АКСИОМИ [independence of an axiom system; независимость системы аксиом] Едно од основните барања за непротивречен систем аксиоми на некоја математичка теорија е неговата независност. За еден систем аксиоми се вели дека е *независен* ако и само ако ниедна од аксиомите во тој систем не може да се добие како последица од другите. Независен систем аксиоми, во некоја смисла, е *минимален*. Во геометријата, прашањето за н.с.а. одиграло многу важна улога во врска со испитувањето на независноста на *Евклидовиот петти постулат* (*в.*), кое довело до откривањето на неевклидска геометрија – *геометријата на Лобачевски* (*в.*).

НЕ-И, *в.* НИ.

НЕ-ИЛИ, *в.* НИЛИ.

НЕИМЕНУВАН БРОЈ [not denominated number, abstract number; неименованное число] Број, без мерна единица на некаква величина; *в.* ИМЕНУВАН БРОЈ. Познато и како *апстрактен број*.

НЕЈЛОВА ПАРАБОЛА [Neil's parabola; парабола Нейла] Крива, определена со равенката $y^2 = ax^3$; *в.* ПОЛУКУБНА ПАРАБОЛА.



Нејлова парабола: $y^2 = ax^3$

НЕЛИНЕАРЕН СИСТЕМ [nonlinear system; нелинейная система] Систем во кој врските меѓу величините што учествуваат се изразени со равенки или неравенки, некои од кои не се линеарни.

НЕЛИНЕАРНА РАВЕНКА [nonlinear equation; нелинейное уравнение] Равенка во која барем една од непознатите има степен повисок од прв степен.

НЕОГРАНИЧЕНО МНОЖЕСТВО [unbounded set; неограниченное множество] Н.м. од реални броеви е множество S со својството: за кој било позитивен реален број α, постои број $x \in S$, таков што $|x| > \alpha$.

НЕОПАЃАЧКА ФУНКЦИЈА, *в.* РАСТЕЧКА ФУНКЦИЈА.

НЕОПРЕДЕЛЕНА РАВЕНКА [indeterminate equation; неопределённое уравнение] Равенка што содржи повеќе од една непозната (како на пр. $x+3y=6$) и има неограничен број решенија. Историски, овој вид равенки бил од посебен интерес кога коефициентите се цели броеви и се бара да се најдат изрази за множествата од целобројни вредности на променливите што ја задоволуваат дадената равенка. При ова ограничување, равенките се *Диофантови равенки* (*в.*).

Неопределен систем од линеарни равенки е систем од линеарни равенки којшто има бесконечен број решенија.

НЕОПРЕДЕЛЕНИ ИЗРАЗИ, *в.* НЕОПРЕДЕЛЕНИ ЛИМЕСИ.

НЕОПРЕДЕЛЕНИ ЛИМЕСИ [indeterminate limits; неопределённые выражения, неопределённости пределов] Лимеси на функции, зададени со формули, коишто при формално заменување на граничните вредности на аргументот губат смисла, т. е. преминуваат во „изрази“ од типот

$$\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ 0\cdot\infty,\ \infty-\infty,\ 0^0,\ \infty^0,\ 1^\infty,$$

по кои не може да се заклучи дали бараните лимеси постојат или не, а уште помалку да се најдат нивните вредности ако постојат. Притоа, тука 0 означува бескрајно мала величина, а ∞ бескрајно голема величина. На пр., н.л. од типот $0/0$ е лимесот

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)},\ \text{со}\ \lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0.$$

Општ метод за пресметување н.л. од видот $0/0$ или ∞/∞ е *Лопиталовото правило* (*в.*). За пресметување на некој од другите видови н.л., тој треба прво да се сведе на еден од првите два, $0/0$ или ∞/∞ (како количник, ако е можно). Друг општ метод за пресметување н.л. од видот $0/0$ дава Тејлоровата формула, а за н.л. од видот 0^0, ∞^0, 1^∞ често се пристапува прво кон логаритмирање на изразите чиишто лимеси треба да се најдат. Познато и како *неопределени изрази.*

НЕОПРЕДЕЛЕНИ МНОЖИТЕЛИ, *в.* ЛАГРАНЖОВИ МНОЖИТЕЛИ.

НЕОПРЕДЕЛЕН ИНТЕГРАЛ [indefinite integral; неопределённый интеграл] Множеството од сите *примитивни функции* $\{F(x)+C \mid C\in\mathbb{R}\}$ на дадена реална функција $f(x)$ во даден интервал (a,b), се означува со $\int f(x)\,dx$ и се вика *неопределен интеграл* на $f(x)$ во интервалот (a,b). Сметајќи го $F(x)+C$ како општ израз за множеството $\{F(x)+C \mid C\in\mathbb{R}\}$, се става:

$$\int f(x)\,dx = F(x)+C;$$

притоа, $f(x)$ се вика *подинтегрална функција* (или *интегранд*), $f(x)dx$ – *подинтегрален израз*, симболот $\int$ –

знак за интеграл, x – *променлива на интегрирањето*, $F(x)$ – *примитивна функција* за $f(x)$, а C –*произволна константа*.

Н.и. ги има следниве својства:

1) $\int c\, f(x)\, dx = c \int f(x)\, dx$, каде што c е кој било реален број, и

2) $\int [f(x) + g(x)]\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx$ (**својство на линеарност**);

3) $\int f(x)\, dg(x) = f(x)g(x) - \int g(x)\, d f(x)$ (**интегрирање по делови**).

Доволен (но не и неопходен) услов за постоење на н.и. е непрекинатоста на подинтегралната функција на разгледуваниот интервал.

НЕОПХОДЕН УСЛОВ, *в.* ПОТРЕБЕН УСЛОВ.

НЕОТСТРАНЛИВ ПРЕКИН [nonremovable discontinuity; неустранимый разрыв] Точка во која дадена функција не е непрекината или е недефинирана, а не може да се направи непрекината со давање нова вредност во таа точка.

НЕПАРЕН БРОЈ [odd number; нечётное число] Цел број, кој не е делив со 2. На пр.: –9, –5, 1, 3, 7. Секој непарен број може да се претстави во обликот $2k+1$, $2k-1$ или во обликот $4k \pm 3$, каде што k е цел број.

НЕПАРНА ПЕРМУТАЦИЈА [odd permutation; нечётная подстановка] Пермутација што има непарен број *инверзии*[2] (*в.*). На пр., пермутациите

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 2\,1\,3 \end{pmatrix} \text{ и } \beta = \begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 3\,2\,1 \end{pmatrix}$$

(од елементите 1, 2, 3) се непарни; α има една инверзија, а β има три инверзии.

НЕПАРНА ФУНКЦИЈА [odd function; нечётная функция] Функција $f(x)$ со домен D за која се исполнети условите: (i) D е симетрично множество во однос на координатниот почеток и (ii) $f(-x) = -f(x)$ за секој $x \in D$. На пр., $f(x) = x^3$ е н.ф.

НЕПЕРИОДИЧЕН ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ [nonrepeating decimal, nonperiodic decimal, nonrecurring decimal; непериодическая дробь] *Бесконечнодецимален број* (*в.*) којшто нема конечна група цифри што се повторува неограничен број пати.

НЕПЕРОВ БРОЈ [Napier number; неперово число], *в.* БРОЈОТ *e*.

НЕПЕРОВ ЛОГАРИТАМ [Napierian logarithm; натуральный логарифм] Исто што и *природен логаритам*; *в.* ЛОГАРИТАМ.

НЕПЕР, Џон [John Napier; Джон Непер] (1550 – 1617), шкотски математичар, познат по откривањето на логаритмите. За основа на логаритмите, наречени според неговото име, се користи бројот *e*. Познат е и по воведувањето на децималната запирка, како и по Неперовите стапчиња, кои се користеле за множење и делење на повеќецифрени броеви. Во книгата што ја напишал за логаритмите, има прекрасна дискусија за теореми во сферната тригонометрија во врска со решавање на правоаголен сферен триаголник, сумирани во две формули, наречени Неперови правила (*в.* РЕШЕНИЕ НА ТРИАГОЛНИК).

НЕПОДВИЖНА ТОЧКА, *в.* ФИКСНА ТОЧКА.

НЕПОЗНАТА [unknown; неизвестное] Променлива (или величината што ја претставува), чијашто вредност треба да се открие со решавање на некоја равенка. Познато и како *непозната величина*.

НЕПОЗНАТА ВЕЛИЧИНА [unknown quantity; неизвестная величина], *в.* НЕПОЗНАТА.

НЕПОТПОЛНА ИНДУКЦИЈА [incomplete induction; неполная индукция] Метод на изведување заклучок врз основа само на неколку (честопати далеку од сите) посебни случаи за класата разгледувани објекти. Заклучокот со н.и. всушност е хипотеза, која треба да се докаже. *Примери*.

1) Знаејќи дека: $1=1^2$, $1+3=2^2$, $1+3+5=3^2$, $1+3+5+7=4^2$, заклучуваме дека $1+3+5+...+(2n-1)=n^2$ за секој природен број n.

2) Изразот n^2-n+11, за n = 1,2,3,4, претставува прост број (што лесно се проверува); заклучок: тој израз е прост број за секој природен број n.

Тврдењето во 1) е точно (може да се провери со математичка индукција), а тврдењето во 2) не е точно (на пр., за $n=11$, бројот 121 не е прост).

Иако изведениот заклучок не е сигурно вистинит, н.и. е важно средство за откривање нови тврдења (чијашто вистинитост се утврдува со други методи).

НЕПОТПОЛНА КВАДРАТНА РАВЕНКА [incomplete quadratic equation; неполное квадратное уравнение] Квадратна равенка $ax^2+bx+c=0$, во која b или c (или обете) се еднакви на 0 (но, $a \neq 0$), т. е. н.к.р. се: $ax^2+c=0$, $ax^2+bx=0$ и $ax^2=0$.

НЕПРАВИЛНА ДРОПКА [improper fraction; неправильная дробь] **1**. *Во аритметика*: дропка при која броителот е поголем или е еднаков на именителот. На пр. 7/3, 8/2, 5/5 се н.д. Н.д. при која броителот е делив со именителот без остаток се вика **привидна** д. **2**. *Во алгебра*: количник на два полинома во кој степенот на броителот е поголем од или е еднаков со степенот на именителот.

Познато и како: *несвојствена дропка*; *нечиста дропка*.

НЕПРЕБРОЈЛИВО МНОЖЕСТВО [uncountable set; несчётное множество] Бесконечно множество што не е пребројливо, т. е. множество S такво што не постои биекција од S во множеството на природните броеви. На пр., множеството од сите реални броеви од сегментот [0,1] е н.м., а множеството од сите рационални броеви е пребројливо.

НЕПРЕКИНАТА ДРОПКА, *в*. ВЕРИЖНА ДРОПКА.

НЕПРЕКИНАТА ПРОПОРЦИЈА [continued proportion; непрерывная пропорция] Пропорција, формирана од два или повеќе еднакви размери, во кои средните членови се еднакви меѓу себе. Така, на пример, величините a, b, c, d, e се во н.п., ако

$$a:b=b:c=c:d=d:e.$$

Односот $a:e$ на првата и последната од овие величини, е еднаков на производот од сите четири односи што учествуваат во н.п., т. е.

$$a:e=\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{e}=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}=\frac{a^4}{b^4}.$$

Син. *продолжена пропорција*.

НЕПРЕКИНАТА СЛУЧАЈНА ПРОМЕНЛИВА [continuous random variable; непрерывная случайная величина] *Случајна променлива* (*в*.), којашто прима вредности на интервал од реални броеви.

Формално, една случајна променлива X е *непрекината* ако и само ако постои ненегативна функција $f(x)$ таква што за секој x важи:

$$F(x)=p(X<x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt,$$

каде што $F(x)$ е *функцијата на распределба* на веројатностите за X.

Функцијата $f(x)$ се вика **густина на распределбата на веројатностите** за случајната променлива *X*. Обично се претпоставува дека $f(x)$ е непрекината скоро секаде (што е потребно за интеграбилност), па според тоа,

$$p(a \leq X < b) = \int_a^b f(x)\,dx.$$

Секоја густина на распределба $f(x)$ ги има следниве својства:

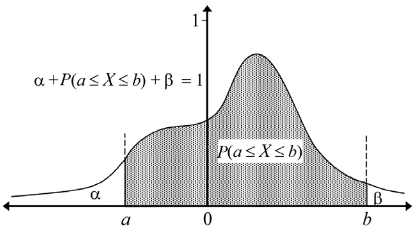
1) $f(x) \geq 0$ за секој реален број *x*;

2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$;

3) $F'(x) = \frac{dF}{dx} = f(x)$.

Обратно, секоја функција $f(x)$ што ги исполнува својствата 1) – 3) е густина на распределба на некоја случајна променлива *X*.

Интуитивно, полесно е да се работи со густина на распределбата отколку со функцијата на распределба. Но, кога едната од нив е обезбедена, другата може да се добие со диференцирање или со интегрирање на првата.



Пресметка на веројатност преку густина на распределба

Геометриски претставено, веројатноста една случајна променлива *X* да земе вредност во интервалот [*a*, *b*] е еднаква со плоштината меѓу графикот на нејзината густина на распределбата и истиот интервал [*a*, *b*].

Некои н.с.п. и нивните закони на распределба на веројатноста се исклучително важни во практиката и се темел на статистички оценки и тестови. Некои од нив се: *рамномерна распределба* (*в.*), *нормална распределба* (*в.*), експоненцијална распределба, гама распределба, *хи-квадрат распределба* (*в.*), студентова распределба и др.

НЕПРЕКИНАТА ТРАНСФОРМАЦИЈА, *в.* ХОМЕОМОРФИЗАМ**.**

НЕПРЕКИНАТА ФУНКЦИЈА [continuous function; непрерывная функция] Интуитивно, една реална функција од реална променлива е *непрекината* во интервал (a,b), ако можеме да го нацртаме нејзиниот график без да го подигнеме моливот од хартијата.

Формално, една функција *f*, дефинирана на интервал (a,b), е **непрекината во точка** $x_0 \in (a,b)$ ако

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0). \qquad (1)$$

Еквивалентно, во согласност со дефиницијата за *лимес на функција* (*в.*) *во точка*, функцијата f е **непрекината во точка** $x_0 \in (a,b)$, ако за која било низа x_n, $n = 1,2,...$, $x_n \in (a,b)$, таква што $\lim_{n\to\infty} x_n = x_0$, низата $(f(x_n))$ конвергира и

$$\lim_{n \to \infty} f(x_n) = f(x_0). \qquad (2)$$

Еквивалентно, функцијата *f*, дефинирана на интервал (a,b) е **непрекината во точката** $x_0 \in (a,b)$ ако за кој било $\varepsilon > 0$ постои $\delta = \delta(\varepsilon)$, таков што за сите *x* што го задоволуваат условот $|x - x_0| < \delta$, важи неравенството

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon. \qquad (3)$$

За f се вели дека е **непрекината во интервалот** (a,b) ако е непрекината во секоја точка од тој интервал.

Нека функцијата f е дефинирана на полуинтервалот $(a,b]$ и $x_0 \in (a,b]$. За *f* се вели дека е **непрекината одле-**

во во точката x_0 ако *левиот лимес* (*в.*) на f во x_0 е еднаков со вредноста на f во x_0, т. е. $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

Аналогно, функцијата *f*, дефинирана на полуинтервалот $[a, b)$, е **непрекината оддесно** во точката $x_0 \in [a, b)$ ако *десниот лимес* (*в.*) на f во x_0 е еднаков со вредноста на f во x_0, т. е. $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$. На пр., функцијата $y = [x]$ (*цел дел* од *x*, *в.*), во точките $x = n$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, е непрекината оддесно (а е прекината одлево); во сите други точки таа е непрекината како оддесно, така и одлево; според тоа, специјално, $[x]$ е непрекината оддесно во сите точки.

Од дефиницијата на лев и десен лимес следува дека функцијата $f(x)$ е непрекината во точката x_0 акко во x_0 е непрекината како одлево, така и оддесно. (Во таа смисла, н.ф. во точка x_0 може да се толкува како *двострана непрекинатост во* x_0.)

За f се вели дека е **непрекината во затворен интервал** $[a, b]$ ако f е: непрекината во секоја точка од интервалот (a, b), непрекината оддесно во *a* и непрекината одлево во *b*.

НЕПРЕКИНАТОСТ [continuity; непрерывность] Својство на функција *f* да е непрекината: во точка; оддесно; одлево; во отворен интервал; во затворен интервал (*в.* НЕПРЕКИНАТА ФУНКЦИЈА).

НЕПРОТИВРЕЧЕН СИСТЕМ РАВЕНКИ [consistent equations; непротивуречивая система уравнений, совместная система уравнений] Систем равенки за кој постојат вредности на непознатите што ги задоволуваат сите дадени равенки, т. е. н.с.р. е систем равенки што има барем едно решение. Познато и како *конзистентен систем равенки*.

НЕПРОТИВРЕЧНОСТ [consistency; непротиворечивость] Логички поим, којшто означува невозможност да се изведат два спротивни (противречни) искази од некои претпоставки, т. е. дадените претпоставки се *непротивречни*, ако од нив не може да се изведе некој исказ, а и неговата негација.

Интуитивно се прифаќа дека главните математички теории се непротивречни. Во математичката логика е докажано дека н. на некоја посложена математичка теорија не може да се докаже со средствата на таа теорија.

НЕРАВЕНКА [inequality; неравенство] *Неравенство* (*в.*), кое содржи неозната (променливи). **Решение на** н. се нарекува множеството од сите реални вредности на непознатите, коишто ја задоволуваат таа н., т. е. за кои таа станува точен исказ.

На пример, решение на н. $x - 3 > 0$ е множеството од сите броеви поголеми од 3, т. е. интервалот $(3, +\infty)$. Решение на н. $x^2 < 1$ е множеството броеви од интервалот $(-1, 1)$, т. е. $0 < x < 1$, а н. $x > x + 2$ нема решение (т. е. множеството решенија е празно). При решавањето на н. широко се користат геометриските (графичките) интерпретации.

Две н. што ги содржат истите непознати и имаат исто множество решенија, се вкаат **еквивалентни** н. На пр., н. $|x| < 1$ и $x^2 - 1 < 0$ се еквивалентни. Решавањето на н. се разгледува обично во множеството на реалните броеви или на некое негово подмножество (на пр., во однос на целите броеви, во однос на природните броеви).

Својствата и класификацијата на н. во голема мера се аналогни со свој ствата и класификацијата на равенките. Поимот н. се користи при оцената на приближни формули во многу области од математиката.

НЕРАВЕНСТВО [inequality; неравенство] Врска меѓу два израза A и B, која означува дека тие не се еднакви, $A \neq B$. Таа нееднаквост се искажува со помош на некој од знаците за *строго подредување* (< ; >) или, поопшто, за „нестрого“ *подредување* (≤ ; ≥). Според тоа, може да се каже дека *неравенство* меѓу два израза A и B е формула од обликот:

$A < B$ (*A е помал од B*);
$A > B$ (*A е поголем од B*);
$A \leq B$ (*A е помал од B или е еднаков на B*);
$A \geq B$ (*A е поголем од B или е еднаков на B*).

Н. може да се изучуваат во секоја математичка структура со подредување; во елементарната математика н. се изучуваат во полето на реалните броеви. На пр., $2x + 5 < 9$, $x > x + 1$, $5 \leq 1$, се н. Важни примери на неравенства се неравенствата меѓу *средините* (*в.*).

Познато и како *нееднаквост*.

НЕРАВЕНСТВО НА: БУЊАКОВСКИ; КОШИ; КОШИ–БУЊАКОВСКИ–ШВАРЦ; КОШИ–ШВАРЦ, *в.* КОШИЕВО НЕРАВЕНСТВО; ШВАРЦОВО НЕРАВЕНСТВО.

НЕРАВЕНСТВО НА ЧЕБИШОВ [Chebyshev’s inequality; неравенство Чебышёва] **1**. Н.н.Ч. во *теоријата на веројатност* е неравенството

$$P(|X| > \varepsilon) \leq \frac{DX}{\varepsilon^2},$$

каде што X е случајна променлива, $P(|X| > \varepsilon)$ е веројатноста дека случајната променлива X прима вредност по апсолутна вредност поголема од ε, DX е дисперзијата на случајната променлива. Н.н.Ч. се користи при доказот на *законот на големите броеви* (*в.*).

2. Н.н.Ч. во *теоријата на броеви* е неравенството

$$a \cdot \frac{x}{\ln x} < \pi(x) < b \cdot \frac{x}{\ln x}, \quad x \geq 2,$$

каде што $\pi(x)$ е бројот на простите броеви што не го надминуваат x, а a и b се некои константи. Чебишов докажал дека за a и b може да се земат $a = 0{,}92129$ и $b = 1{,}10555$. Н.н.Ч. претставувало крупен придонес во развојот на теоријата на простите броеви.

НЕРАЗЛОЖЛИВ ПОЛИНОМ [irreducible polynomial; неприводимый многочлен] Еден полином е неразложлив над дадено поле P ако не може да се претстави како производ од два неконстантни полиноми со коефициенти од полето P. На пр., $x^2 + 1$ е н.п. во полето на реалните броеви.

Во секое *алгебарски затворено поле* (*в.*) н.п. се само полиномите со степен не поголем од првиот. Во полето на реалните броеви, секој н.п. со реални коефициенти е или константа, или полином од прв степен, или полином од втор степен со позитивни коефициенти или квадратен трином со *дискриминанта* (*в.*) помала од нула. Во полето на рационалните броеви постојат н.п. од кој било степен. Полиноми неразложливи над едно поле може да бидат разложливи над друго поле. Познато и како *прост полином*.

НЕРАСТЕЧКА ФУНКЦИЈА, *в.* ОПАЃАЧКА ФУНКЦИЈА.

НЕСВЕДЕНА ДРОПКА, исто што и *скратлива дропка* (*в.*).

НЕСВЕДЛИВА ДРОПКА, исто што и *нескратлива дропка* (*в.*).

НЕСВОЈСТВЕНА ДРОПКА, исто

што и *неправилна дропка* (*в.*).

НЕСИНГУЛАРНА ЛИНЕАРНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [nonsingular transformation; невырожденное линейное преобразование] Линеарна трансформација којашто има инверзна; еквивалентно, таа има јадро што се состои само од нултиот вектор.

НЕСИНГУЛАРНА МАТРИЦА [nonsingular matrix; неособенная матрица, невырожденная матрица] За една квадратна матрица A се вели дека е н.м., ако постои матрица B, таква што $AB = BA = E$ (E е единичната матрица). Во тој случај матрицата B е еднозначно определена и се вика **инверзна** (или **обратна**) **матрица** на A и се означува со A^{-1}. Значи, за несингуларна м. A важи: $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Во множеството несингуларни м. од n-ти ред важат правилата:

$$(A^{-1})^{-1} = A, \quad (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

Множеството несингуларни м. образува (некомутативна) група во однос на множењето на матрици.

Една матрица A е несингуларна ако и само ако $\det A \neq 0$; во тој случај

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot adj\, A,$$

каде што $\Delta = \det A$, а adj A е адјунгираната м. на м. A. Ако $\det A = 0$, A се вика **сингуларна матрица**.

Познато и како: *инверзибилна матрица*; *регуларна матрица*.

НЕСКРАТЛИВА ДРОПКА [fraction in lowest terms; несократимая дробь] Аритметичка дропка чијшто броител и именител се заемно прости броеви; на пример: 2/3, 25/8. Секоја дропка може да се претстави како н.д. ако броителот и именителот се поделат со нивниот најголем заеднички делител. Познато и како: *несведлива дропка*; *сведена дропка*; *скратена дропка*.

НЕСОМЕРЛИВИ БРОЕВИ [incommensurable numbers; несоизмеримые числа] Два броја, чијшто количник е ирационален број.

НЕСОМЕРЛИВИ ОТСЕЧКИ [incommensurable line segments; несоизмеримые отрезки] Две отсечки, за кои односот на нивните должини е ирационален број.

НЕТРИВИЈАЛНО РЕШЕНИЕ [nontrivial solution; нетривиальное решение] Решение на систем хомогени линеарни равенки во кое барем една од непознатите има вредност различна од нула.

НЕУТРАЛЕН ЕЛЕМЕНТ [identity element, neutral element; единица, нейтральный элемент], *в.* ЕДИНИЦА **3**.

НЕЧИСТА ДРОПКА, *в.* НЕПРАВИЛНА ДРОПКА.

НЕЧИСТО ПЕРИОДИЧНА ДРОПКА, син. *мешано периодичен децимален број*.

НИ [NAND, NOT-AND; И-НЕ] Логичка операција којашто го има својството: ако p, q, r, ... се искази, тогаш НИ од p, q, r, ... е исказ – вистинит ако барем еден од исказите p, q, r, ... е лажен, а лажен ако сите тие искази се вистинити (*в.* и ШЕФЕРОВА ЦРТА). Познато и како НЕ-И.

НИЗА [sequence; последовательность] Множество математички објекти $a_1, a_2, ..., a_n, ...$, коешто е индексирано со природните броеви. Поинаку речено, н. е пресликување од множеството $\mathbb{N}$ на природните броеви во некое множество M. Објектот a_n се вика **општ член** на н., а целата н. се означува со (a_n). Примери за н. се: аритметичка н., геометриска н. и др.

Во зависност од тоа какво множество е M, разликуваме: **бројна** н. – ако

M е бројно множество (специјално **реална** н. – ако M е множеството на реалните броеви), н. **од функции** или **функционална** н. ако M е множество функции, н. **од вектори**, н. **од матрици**, итн.

Секое пресликување од множеството $\mathbb{N}_n = \{1, 2, \ldots, n\}$ во некое множество M се вика **конечна низа** во M. Наместо терминот „*низа*", понекогаш се користи терминот „**бесконечна низа**", особено кога има опасност да се помеша со поимот „*конечна низа*". Син. на н.: *бесконечна низа*.

НИЗА НА ФИБОНАЧИ, *в.* ФИБОНАЧИЕВА НИЗА.

НИЛИ [NOR, NOT-OR; ИЛИ-НЕ] Логичка операција којашто го има својството: ако *p*, *q*, *r*, ... се искази, тогаш НИЛИ од *p*, *q*, *r*, ... е исказ – вистинит ако сите искази *p*, *q*, *r*, ... се лажни, а лажен ако барем еден од нив е вистинит (*в.* и ПИРСОВА СТРЕЛКА). Познато и како НЕ-ИЛИ.

НОНИЛИОН [nonillion; нониллион] Број претставен со единица и 54 нули, т. е. 10^{54} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) н. се вика бројот 10^{30}.

НОНОМИНО [nonomino; нонамино], *в.* ПОЛИОМИНО.

НОРМА [norm; норма] Поим, којшто претставува обопштување на поимите апсолутна вредност на број и должина на вектор.

1. Н. е пресликување $x \to \|x\|$ од векторски простор V над полето на реалните (или комплексните) броеви во множеството на реалните броеви, кое ги исполнува условите:

i) $\|x\| \geq 0$; $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$;

ii) $\|\lambda x\| = |\lambda| \cdot \|x\|$, $\forall x \in V$, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$;

iii) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$, $\forall x, y \in V$.

(Во тој случај, V се вика **нормиран векторскиот простор**.)

Н. во *евклидскиот простор* (*в.*) $V = \mathbb{R}^n$ може да се воведе на повеќе начини. На пр. за $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$,

$$\|x\|_1 = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|; \quad \|x\|_2 = |x_1| + \ldots + |x_n|$$

се норми во $\mathbb{R}^n$ (првата е наречена **кубна** н., а втората – **октаедрална** н.), но најчесто се користи н., дефинирана со помош на скаларен производ:

$$\|x\|_3 = \sqrt{(x \cdot x)} = \sqrt{x_1^2 + \ldots + x_n^2}$$

(наречена **сферна** или **евклидска** н.).

Н. во просторот на непрекинати функции на сегментот [*a*, *b*] е определена со:

$$\|f(t)\| = \max_{t \in [a,b]} |f(t)|.$$

2. Поимот н. **на матрица** (т. е. **матрична норма**) во векторскиот простор M_n од сите квадратни матрици од *n*-ти ред се воведува на ист начин како за вектори, само што, покрај условите i) – iii), треба да биде исполнет и условот

iv) $\|AB\| \leq \|A\| \cdot \|B\|$ за $A, B \in M_n$.

Има повеќе матрични н., но најчесто користена (и „согласна" со евклидската н. на вектори), за квадратна матрица $A = [a_{ij}]$ е дефинирана со:

$$\|A\| = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{n} |a_{ij}|^2}.$$

3. Н. **на кватернион** е производот на кватернионот и нему конјугираниот кватернион (*в.* КВАТЕРНИОНИ).

4. Н. **на комплексен број**, *в.* АПСОЛУТНА ВРЕДНОСТ 2.

НОРМАЛА [normal; нормаль] **1**. Н. **на права** *p* е права *n*, којашто ја сече *p* под прав агол.

2. Н. **на рамнина** е права, којашто ја прободува рамнината во точка M и е нормална на секоја права од таа рамнина што минува низ точката M.

3. Н. **на рамнинска крива** во дадена точка M од кривата е права што минува низ M и е нормална на тангентата на кривата во M.

Рамнинска мазна крива во секоја своја точка има единствена н., расположена во рамнината во која лежи кривата. Ако кривата во правоаголни координати е определена со равенката $y = f(x)$, тогаш равенката на н. во точката (x_0, y_0) има облик

$$(x - x_0) + (y - y_0) f'(x_0) = 0 .$$

Должината на отсечката на н. од точката P до пресечната точка N со x-оската е една од *допирните количини* (*в.*) на кривата во точката P.

4. **Просторна мазна крива** во секоја своја точка има безброј многу н., коишто формираат рамнина (*нормална рамнина*). Н. што лежи во *оскулаторната рамнина* (*в.*) се вика **главна** н., а н. што е нормална на оскулаторната рамнина се вика **бинормала** (*в.* ПРИРОДЕН ТРИЕДАР).

5. Н. **на површина** во дадена точка P е правата низ P што е нормална на тангентната рамнина на таа површина во точката P.

НОРМАЛЕН [normal, perpendicular; нормальный, перпендикулярный] Придавката *нормален*, во општа смисла, има повеќе значења, како на пр.: правилен, вообичаен, стандарден, пропишен, којшто не отстапува од определена норма, правило или од принцип.

Во математиката, зборот „нормален“ е составен дел на голем број математички термини. Често се употребува наместо „перпендикуларен“ и „ортогонален“.

На пр., за една права (полупправа, отсечка или друг линеарен објект) којашто сече дадена права или рамнина под прав агол се вели дека е *нормална* на дадената права или рамнина; за две прави (полуправи, отсечки, рамнини или други геометриски објекти) се вели дека се *заемно нормални* или *перпендикуларни* ако се сечат под прав агол.

Покрај спомнатите термини, придавката „нормален“ се среќава и во многу други термини: нормален пресек, нормална матрица, нормална низа, нормална подгрупа, нормална распределба, нормална равенка на права, нормална форма и др.

НОРМАЛЕН ПРЕСЕК [normal section; нормальное сечение] **1**. Н.п. на *мазна површина* (*в.*) Σ во точка M во правец p е пресекот на Σ со рамнина што минува низ нормалата на површината Σ во точката M и низ правецот p во тангентната рамнина на Σ во точката M. **2**. Н.п. на *призма* е пресек на призмата со рамнина што ги сече сите нејзини бочни рабови под прав агол.

НОРМАЛЕН ТОПОЛОШКИ ПРОСТОР [normal topological space; нормальное топологическое пространство] Тополошки простор со својството: за кои било две дисјунктни затворени множества A, B постојат две дисјунктни отворени множества U и V такви што $A \subseteq U$ и $B \subseteq V$.

НОРМАЛИЗАТОР [normalizer; нормализатор] Нормализатор на едно подмножество S од некоја група G е подгрупата $N(S)$ од G, којашто се состои од сите елементи x такви што xsx^{-1} му припаѓа на S секогаш кога s е од S. Еквивалентно, н. е подгрупата

$$N(S) = \{x \mid x \in G,\ Sx = xS\}.$$

НОРМАЛНА МАТРИЦА [normal matrix; нормальная матрица] Матрица A којашто комутира со својата *адјунгирана* (*в.*): $A\cdot(\mathrm{adj}\,A)=(\mathrm{adj}\,A)\cdot A$.

НОРМАЛНА НИЗА [normal series; нормальный ряд группы] Конечната низа

$$G=A_0\supset A_1\supset A_2\supset\ldots\supset A_{k-1}\supset A_k=E \quad (1)$$

се вика *нормална низа на групата G* ако A_i е нормална подгрупа на A_{i-1}, за секој $i = 1, 2, ..., k$. Според тоа, A_1, A_2, ..., A_{k-1} се подгрупи на G, но освен A_1, не мора да бидат нормални во G. Со E е означена единичната подгрупа од G. Бројот k во низата (1) се вика **должина** на таа низа.

Н.н. (1) се вика **композициона низа** ако, за секој $i = 1, 2, ..., k$, A_i е максимална вистинска нормална подгрупа од A_{i-1}.

НОРМАЛНА ПОДГРУПА [normal subgroup, invariant subgroup, normal divisor; нормальный делитель, нормальная подгруппа, инвариантная подгруппа] Подгрупа H од една група G се вика н.п. во G ако е исполнет условот: $(\forall x\in G)\ xH=Hx$, т. е. секој израз $x^{-1}hx$ е во H за секој $x\in G$ и секој $h\in H$. Се користи и терминот *инваријантна подгрупа*.

НОРМАЛНА ПРАВА [perpendicular line; перпендикулярная прямая] Права (полуправа, отсечка или друг линеарен објект), којашто сече дадена права или површина под прав агол се вели дека е *нормална права* (полуправа, отсечка или друг линеарен објект) на дадената права или површина. Познато и како *нормала*.

НОРМАЛНА ПРОЕКЦИЈА, *в.* ОРТОГОНАЛНА ПРОЕКЦИЈА.

НОРМАЛНА РАВЕНКА НА ПРАВА [normal form of the equation of a straight line; нормальное уравнение прямой], *в.* РАВЕНКА НА ПРАВА 4.

НОРМАЛНА РАМНИНА [normal plane; нормальная плоскость] Рамнината што минува низ дадена точка M_0 од просторна крива (L) и е нормална на тангентата во таа точка (в. ТАНГЕНТА 2) се вика нормална рамнина на кривата (L) во точката (*в.* и ПРИРОДЕН ТРИЕДАР).

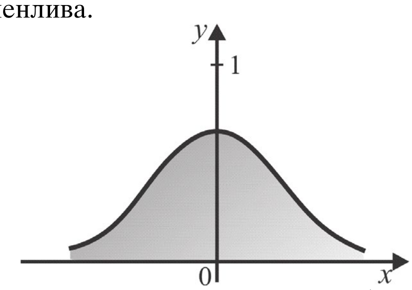
НОРМАЛНА РАСПРЕДЕЛБА [normal distribution; нормальное распределение] Еден од најважните и најкористените видови распределби на случајна променлива во статистиката. Н.р. ги опишува случајните променливи што имаат тенденција да ги групираат вредностите околу една просечна вредност. Нејзината важност доаѓа од *централната гранична теорема*, според која, при одредени услови, сума на доволен број случајни променливи со произволна распределба има приближно н.р.

Густината на н.р. на случајната променлива X е дадена со функцијата

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2},$$

каде што μ е математичкото очекување, σ е стандардната девијација, а σ^2 е дисперзијата (ширината на распределбата) на X.

Математичкото очекување μ е број што ја изразува просечната вредност (локацијата на максимумот), а дисперзијата σ^2 е број што ја изразува ширината (раштрканоста околу просечната вредност) на случајната променлива.



Стандардна нормална распределба

Густината на н.р. е крива (наречена **Гаусова крива**) во облик на ѕвоно. Поголемо σ води кон „посплескано" ѕвоно. Во пракса, обично се прави смената $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ (се нормализира), така што новата случајна променлива има н.р. со μ = 0 и σ = 1 и добива едноставен облик:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}.$$

Н.р. со математичко очекување μ = 0 и стандардна девијација σ = 1 се вика **стандардна нормална распределба**.

Со оглед на тоа што интегралот на н.р. не е решлив преку примитивна функција, за исчитување на неговите вредности се користат готови табели или соодветен софтвер.

Н.р. се вика и **Гаусова распределба**.

НОРМАЛНА ФОРМА [normal form; нормальная форма], *в.* КАНОНИЧНА ФОРМА.

***n*-ТИ КОРЕН ОД ЕДИНИЦА** [*n*th root of unity; *n*-тый корень из единицы], *в.* КОРЕН ОД ЕДИНИЦА.

НУЖЕН УСЛОВ, *в.* ПОТРЕБЕН УСЛОВ.

НУЛА [zero; нуль] Интуитивно, „нула" значи „ништо". Формално, н. е термин за неутралниот елемент во однос на собирање броеви. Се означува со знакот 0 и го има својството $0 + x = x + 0 = x$, за кој било број *x*. Симболот 0 во математиката се користи и за други неутрални елементи во разни алгебарски структури.

Во нашиот броен систем знакот 0 служи како „држач на место" во децималното претставување на броевите. Без н. би имале тешкотии да правиме разлика меѓу 10 и 1000. Во Европа, н. е дојдена преку арапските математичари, коишто ја презеле од индиските.

НУЛА НА ПОЛИНОМ, *в.* КОРЕН НА ПОЛИНОМ.

НУЛА НА ФУНКЦИЈА [zero of a function; нуль функции] За една функција $f(x)$, н.н.ф. е вредност x_0 на аргументот, таква што $f(x_0) = 0$, т. е. е решение на равенката $f(x) = 0$.

НУЛТА МАТРИЦА [zero matrix; нулевая матрица] Матрица, во која сите членови се нули.

НУЛТИ ВЕКТОР [zero vector; нуль-вектор] Вектор, чијашто должина е нула, т. е. вектор при кој почетокот и крајот се совпаѓаат; се означува со $\boldsymbol{o}$. Н.в. нема ни правец ни насока. За кој било вектор $\boldsymbol{a}$, збирот од $\boldsymbol{a}$ и н.в. е $\boldsymbol{a}$, т. е. $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{o} = \boldsymbol{o} + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$.

НУЛТО РЕШЕНИЕ [zero solution; нулевое решение] **1**. Н.р. на *систем хомогени линеарни равенки*

$$\begin{gathered} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x = 0\,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{gathered}$$

е решението $x_1 = 0, \ldots, x_n = 0$, кое се вика и **тривијално решение**.

2. Н.р. на *хомогена линеарна диференцијална равенка* од *n*-ти ред

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + a_0 y = 0$$

е решението $y(x) = 0$, наречено и **тривијално решение**.

НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА, *в.* НУМЕРИЧКА МАТЕМАТИКА.

НУМЕРИЧКА ВРЕДНОСТ, *в.* БРОЈНА ВРЕДНОСТ.

НУМЕРИЧКА МАТЕМАТИКА [numerical analysis; вычислительная математика] Област на математиката којашто ги изучува техниките, алгоритмите и средствата на приближни пресметувања. Н.м. ја опфаќа теоријата на конструктивни методи на математичката анализа и алгебрата, т. е. методи коишто овозможуваат добивање решение на поставениот математички проблем, со зададена точност, со помош на конечен број аритметички и логички операции. Современата н.м., во својот предмет на изучување, ги вклучува особеностите на пресметување со примена на компјутерите.

НУМЕРИЧКА РАВЕНКА, *в.* БРОЈНА РАВЕНКА.

НУМЕРИЧКО ИНТЕГРИРАЊЕ

[numerical integration; численное интегрирование] Постапка на приближно решавање определени интеграли во случаи кога не е можно добивање точно аналитичко решение или пак е многу сложено. Процесот на н.и. најчесто користи множество приближни вредности на подинтегралната функција за да го пресмета интегралот со соодветна точност; *в.* ПРИБЛИЖНО ИНТЕГРИРАЊЕ.

Њ

ЊУТОН, сер Исак [Sir Isaac Newton; Сэр Исаак Ньютон] (1642 – 1727), англиски математичар, физичар, астроном и филозоф. Се смета за еден од најголемите умови на XVII век. Њутон ги поставил принципите на модерната физика со откритијата во оптиката, движењето на телата и во математика. Во 1687 год. го објавил делото „Математички принципи на природната филозофија“ (“Philosophiae Natrualis Principia Mathematica”), која се смета за една од највлијателните книги по физика.

ЊУТОН–ЛАЈБНИЦОВА ФОРМУЛА [Newton-Leibniz theorem; Ньютона-Лейбница формула] Формула за пресметување определен интеграл преку некоја примитивна функција на подинтегралната функција. Таа гласи:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a),$$

при што $F(x)$ е примитивна функција на непрекинатата функција $f(x)$ на сегментот $[a, b]$, т. е. $F'(x) = f(x)$.

Њ.–Л.ф. е позната и како *основна теорема на интегралното сметање*.

ЊУТОНОВА ИНТЕРПОЛАЦИОНА ФОРМУЛА [Newton's interpolation formula; интерполяционная формула Ньютона] Њ.и.ф. е формула за експлицитен израз на полином $P_n(x)$ од n-ти степен, којшто треба да замени некоја функција $y = f(x)$ за која се знае само дека нејзиниот график минува низ $n + 1$ точки (x_i, y_i), а $P_n(x_i) = y_i$, $i = 0,1,\ldots,n$. Ако точките $x_0, x_1, \ldots, x_n$ се на еднакви растојанија h ($h > 0$), тогаш $P_n(x)$ е зададен со формулата:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{t}{1!}\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{t(t-1)\ldots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0, \qquad (1)$$

каде што $t = \dfrac{x - x_0}{h}$, а

$$\Delta^k y_0 = y_k - \binom{k}{1} y_{k-1} + \binom{k}{2} y_{k-2} - \ldots + (-1)^{k-1} y_1 + (-1)^k \binom{k}{k} y_0$$

се *конечни разлики* (*в.*) од k-ти ред $k = 1, 2, \ldots, n$.

Формулата (1) се вика Њ.и.ф., а полиномот $P_n(x)$ определен со таа формула се вика **Њутонов интерполационен полином**.

Грешката што се прави при замената на функцијата $y = f(x)$ со полиномот $P_n(x)$ не ја надминува вредноста $h^{n+1} M \dfrac{t(t-1)\ldots(t-n)}{(n+1)!}$, каде што h е растојанието меѓу точките x_i, а M е најголемата вредност од апсолутната вредност на $n+1$-виот извод на функцијата $f(x)$ на сегментот $[x_0, x_n]$.

ЊУТОНОВА БИНОМНА ФОРМУЛА [Newton's binomial theorem; формула бинома Ньютона], *в.* БИНОМНА ФОРМУЛА.

ЊУТОНОВИ ЗАКОНИ НА МЕХАНИКАТА [Newton's laws of motion; Ньютона законы механики] Тоа се три закони, коишто ја сочинуваат основата на класичната механика, а ги опишуваат движењата на материјални тела под дејство на сили што делуваат на нив.

Прв закон (**закон на инерција**). Секое тело се стреми да остане во состојба на мирување или рамномерно праволиниско движење, сè додека таа состојба не се промени под дејство на други тела, т. е. на некоја сила.

Втор закон. Ако на материјална точка дејствува сила ***F***, тогаш точката добива забрзување ***a***, такво што производот на забрзувањето ***a*** и масата *m* од точката е еднаков на силата ***F***, т. е. *m**a*** = ***F***.

Трет закон (**закон на акција и реакција**.). Две материјални точки дејствуваат една на друга со сили, еднакви по апсолутна вредност и насочени спротивно една на друга, долж правата што ги соединува тие точки.

ЊУТОНОВ МЕТОД [Newton's method; метод Ньютона], *в.* ЊУТОН–РАФСОНОВ МЕТОД.

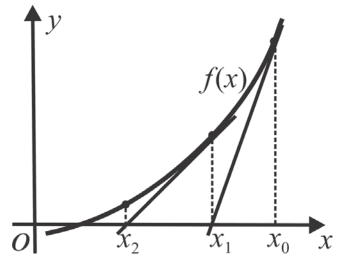
ЊУТОН–РАФСОНОВ МЕТОД

[Newton-Raphson method, Newton's method; метод Ньютона-Рафсона, метод Ньютона, метод касательных] Итеративен нумерички метод за решавање равенки, т. е. за уточнување корен на равенката $f(x)=0$, којшто е претходно „изолиран" во некој интервал [*a*, *b*]. Притоа се претпоставува дека: функцијата $f(x)$ е диференцијабилна во $[a, b]$, $f'(x)\neq 0$ за секој $x\in[a, b]$ и дека равенката $f(x)=0$ има единствено решение ξ во $[a, b]$.

Методот се состои во конструирање низа од последователни приближувања. Се избира број x_0 (на пр., $x_0 = a$ или $x_0 = b$, во зависност од графикот на функцијата) и x_0 се зема за прва приближна вредност на коренот ξ. Потоа, во точката $A_0(x_0, f(x_0))$ (*в.* црт.) се повлекува тангента на графикот на функцијата $y=f(x)$ до пресекот со *x*-оската. Точката x_1 на пресекот се зема за втора приближна вредност на коренот ξ. Повторувајќи ја оваа постапка, се добива низа од приближни вредности x_0, x_1, x_2,… на ξ, определени со формулата

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)},\quad n=0,1,2,...$$

При соодветни услови, низата (x_n) (т. е. Њ.–Р.м.) конвергира кон коренот ξ со квадратна брзина.



Њутон–Рафсонов метод

Поради геометриската интерпретација, Њ.-Р.м. се нарекува и **метод на тангенти**. Во пракса, Њ.-Р.м. често се комбинира со *методот на тетиви* (*в.*) и се добива *метод на тетиви и тангенти*, којшто претставува подобрување на Њ.-Р.м.

Познато и како: *Њутонов метод*; *метод на тангенти*.

О

ОБВИВКА [envelope; огибающая, оболочка] **1**. О. *на еднопараметарска фамилија криви* (одн. *површини*) е крива (одн. површина) којашто во секоја своја точка допира најмалку една од кривите (одн. од површините) на таа фамилија, т. е. има заедничка тангента (одн. тангентна рамнина) со секој член од таа фамилија.

На пр.: 1) о. на фамилија кружници со ист радиус r чиишто центри се на некоја права p се состои од две прави паралелни со p, коишто се на растојание r од p ; 2) о. на фамилија сфери со ист радиус r и со центри на некоја права p е кружен цилиндар со оска p.

Познато и како: *обвивна линија* (*обвивна површина*); *анвелопа*.

2. О. *на геометриско тело* е околната површина на телото, т. е. површината што го ограничува телото.

ОБВИВНА ЛИНИЈА (**ОБВИВНА ПОВРШИНА**), *в*. ОБВИВКА 1.

ОБЕЛЕЖЈЕ, *в*. ПОПУЛАЦИЈА.

ОБЕМ [circumference, volume, amount; объем, окружность круга, количество]

1. Во *планиметрија*: должината на линијата што ограничува некоја геометриска фигура; на пример, о. на триаголник, о. на правоаголник, о. на круг. Син. *периметар*.

2. Во *стереометрија*: големината на просторот зафатен од едно геометриско тело. Син. *волумен*.

3. Во *статистика*: количество, големина; на пр.: о. на примерок; о. на информација; о. на инспекција.

ОБЕМ НА ПОИМ [scope of notion; объем понятия] Множеството објекти или релации што ги обединува даден поим; *в*. ПОИМ; ДЕФИНИЦИЈА. Познато и како *опфат на поим*.

ОБИКОЛКА, *в*. ПЕРИФЕРИЈА.

ОБИКОЛКА НА КРУГ [circumference; окружность круга] Граничната линија на кругот, т. е. кружницата што го определува кругот. Син. *периферија на круг*.

ОБИКОЛКА НА МНОГУАГОЛНИК [periphery of a polygon; периферия многоугольника] Искршената линија што е граница на многуаголникот. Син. *периферија на многуаголник*.

ОБИЧЕН ЛОГАРИТАМ, *в*. ДЕКАДЕН ЛОГАРИТАМ.

ОБИЧНА ДРОПКА [common fraction, simple fraction, vulgar fraction; простая дробь] *Дропка*, чиишто броител и именител се цели броеви. Син. *аритметичка дропка*; *проста дропка*.

ОБИЧНА ТОЧКА [ordinary point; обыкновенная точка] **1**. О.т. **на крива**, зададена со равенка $F(x, y) = 0$, е точка $M_0(x_0, y_0)$ во која парцијалните изводи на F не се истовремено нули. Тоа значи дека кривата во таа точка не се самопресекува и има тангента којашто мазно се поместува.

2. О.т. **на диференцијална равенка** $y' = f(x, y)$ е точка $M_0(x_0, y_0)$ во чија околина постои единствено решение $y = y(x)$, кое го задоволува условот $y_0 = y(x_0)$.

ОБЛАСТ [domain, region; область] Непразно отворено и сврзано множество во евклидски простор. Унијата на о. и нејзината граница се вика **затворена** о. Во таа смисла, о. (што се состои само од внатрешни точки) се вика **отворена област** (*в*.).

ОБЛАСТ НА ДЕФИНИРАНОСТ, *в*. ДОМЕН НА ФУНКЦИЈА.

ОБЛАСТ НА КОНВЕРГЕНЦИЈА

[domain of convergence; область сходимости] Множеството од сите вредности на променливата x за кои даден ред од функции

$$u_1(x)+u_2(x)+...+u_n(x)+...$$

конвергира. За степенски редови, о.н.к. има многу едноставна форма.

Ако се разгледува степенски ред за реални вредности на променливата x, тогаш неговата о.н.к. е: точка, интервал (наречен *интервал на конвергенција*, *в.*) којшто може да го содржи едниот или обата краја, или е целата реална оска. Ако се работи за комплексни вредности на променливата x, тогаш о.н.к. на степенскиот ред е: точка, внатрешноста на некој круг (наречен *круг на конвергенција*, *в.*) којшто може да содржи и некои точки од неговата периферија, или целата комплексна рамнина. Други видови функционални редови може да имаат посложени о.н.к.

ОБОПШТЕНА ФУНКЦИЈА [generalized function, distribution; обобщённая функция] Апстрактен поим, којшто претставува обопштување на класичниот поим *функција*. Поимот о.ф. дава можност да се изразат во математички коректна форма идеализирани поими, како: густина на материјална точка, електричен полнеж, интензивност на моментален извор итн.

Формално, о.ф. f се дефинира како непрекинат линеарен функционал над некој векторски простор од „доволно добри" (тест-) функции $\varphi(x)$; $f : \varphi \to (f, \varphi)$. Наједноставен пример на о.ф. е *делта-функцијата* (*в.*).

Поимот о.ф. се користи во применетата математика, квантната теорија, техниката и во теоријата на веројатност. Тој е удобен апарат за опишување на распределба на разни физички величини. Затоа, о.ф. се викаат и **дистрибуции** (*распределби*). Терминот „дистрибуција" е тесно сврзан со „статистички дистрибуции".

ОБОПШТУВАЊЕ [generalization; обобщение] **1**. Проширување на тврдење (или на: поим, принцип, закон, теорема, итн.) што важи за некој систем или структура A, на сите членови од друг систем B, којшто го содржи A како еден од своите елементи или како свој вистински потсистем. **2**. Процесот на изведување такво тврдење (или: поим, закон, итн.). **3**. Во логиката, о. повлекува формален извод на општо тврдење од некое посебно тврдење.

Познато и како *генерализација*.

ОБРАТЕН БРОЈ, исто што и *реципрочен број* (*в.*).

ОБРАТЕН РАЗМЕР [inverse ratio, reciprocal ratio; обратное отношение], *в.* РАЗМЕР.

ОБРАТНА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ [inverse proportionality; обратная пропорциональность] Функционална зависност, при која зголемувањето на независната величина (аргументот) x предизвикува пропорционално намалување на зависната величина y,

$$y = \frac{k}{x},\ x \neq 0,\ k \neq 0\ .$$

Графикот на о.п. е *рамнострана хипербола* (*в.*).

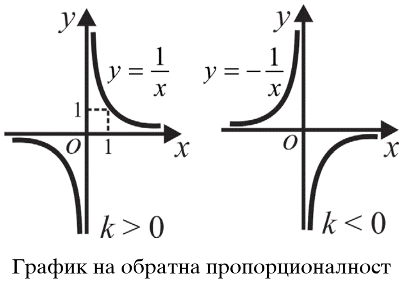


График на обратна пропорционалност

ОБРАТНА РЕЛАЦИЈА, исто што и *инверзна релација*.

ОБРАТНА ТЕОРЕМА [converse of a theorem; обратная теорема] Теорема, чијшто услов е заклучокот на појдовната (*директната*) теорема, а заклучокот е условот. Обратна на о.т. е појдовната теорема. Значи, појдовната и о.т. се **заемно обратни**. На пр., за теоремата: „Ако некој број е делив со 2 и со 3, тогаш тој е делив и со 6“, о.т. е: „Ако еден број е делив со 6, тогаш тој е делив со 2 и со 3“.

Ако $A \Rightarrow B$ е теорема, тогаш импликацијата $B \Rightarrow A$ е обратно тврдење на појдовната теорема. Во општ случај, од вистинитоста на една теорема, не следува вистинитост на обратното тврдење.

На пр., за теоремата: „Ако еден четириаголник е ромб, тогаш дијагоналите на четириаголникот се заемно нормални“, обратното тврдење „Ако дијагоналите на еден четириаголник се заемно нормални, тогаш четириаголникот е ромб“ – не е вистинито (на пример, делтоидот има заемно нормални дијагонали, но не е ромб).

ОБРАТНА ТРИГОНОМЕТРИСКА ФУНКЦИЈА [inverse trigonometric function; обратная тригонометрическая функция] Функција, инверзна на некоја од *тригонометриските функции* $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{tg}\, x$, $\mathrm{ctg}\, x$, $\sec x$ и $\csc x$. Се означува со префиксот аркус пред називот на соодветната тригонометриска функција: Arcsin x, Arccos x, Arctg x, Arcctg x, Arcsec x и Arccsc x, соодветно.

О.т.ф. се многузначни функции. На пр., $\mathrm{Arc}\cos x$ е агол (или број) чијшто косинус е x; за $x = \frac{1}{2}$, $\mathrm{Arc}\cos\frac{1}{2}$ е $60^{\circ}, 300^{\circ}$ и, општо, $k \cdot 360^{\circ} \pm 60^{\circ}$, $k \in \mathbb{Z}$. Еден нејзин дел, наречен **главна вредност** и означена со: arccos x, при $|x| \le 1$ и $0 \le \arccos x \le \pi$, претставува *еднозначна функција*.

Слично, од графикот на секоја о.т.ф., се зема по една еднозначна гранка во определен интервал на монотоност (наречена **главна вредност**) и се означува, соодветно: $\arcsin x$ (*аркус синус*, *в.*), $\arccos x$ (*аркус косинус*, *в.*), $\mathrm{arc\,tg}\, x$ (*аркус тангенс*, *в.*), $\mathrm{arc\,ctg}\, x$ (*аркус котангенс*), $\mathrm{arc\,sec}\, x$ (*аркус секанс*, *в.*) и $\mathrm{arc\,csc}\, x$ (*аркус косеканс*, *в.*). Сите тие шест „главни вредности“ се еднозначни функции и, всушност, тие се нарекуваат **обратни** (или *инверзни*) **тригонометриски функции**. (Овие функции *не се* тригонометриски; поради тоа, правилно би било да се нарекуваат „функции, обратни на тригонометриските“ или „аркус-функции“.)

Познато и како *инверзна тригонометриска функција*; *циклометриска функција*.

ОБРАТНА ФУНКЦИЈА, исто што и *инверзна функција*.

ОБРАТНО ПРОПОРЦИОНАЛНИ ВЕЛИЧИНИ [inversely proportional quantities; обратно пропорциональные величины] Две величини, сврзани меѓу себе така што со зголемувањето (одн. намалувањето) на едната величина неколку пати, другата се намалува (одн. зголемува) за исто толку пати. О.п.в. x и y се сврзани со равенството $xy = k$ (т. е. $x = k / y$, $y = k / x$), каде што $k \neq 0$ е константа. За x и y се вели дека се **заемно** о.п.в.; *в.* и ОБРАТНА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ.

ОБРАТНО ТВРДЕЊЕ [converse of a conditional sentence; обратное утверждение, обратная теорема] О.т. од исказот „Ако p, тогаш q“ е исказот „Ако q, тогаш p“. Со симболи: за $A \Rightarrow B$, о.т. е $B \Rightarrow A$. Кога о.т. $B \Rightarrow A$ од некоја теорема $A \Rightarrow B$ е вистинито, тогаш $B \Rightarrow A$ е *обратна теорема* (*в.*) на теоремата $A \Rightarrow B$.

ОБРТНА ПОВРШИНА, исто што и *ротациона површина*.

ОБРТНО ТЕЛО, исто што и *ротационо тело*.

ОВАЛ НА КАСИНИ [oval of Cassini; овал Кассини] Крива, којашто е геометриско место на точки за кои производот од растојанијата до две зададени точки (*фокуси*) е константен и еднаков на квадратот од некој број a. Специјален случај на о.н.К. при фокусно растојание $2a$ е *Бернулиевата лемнискатa* (*в.*). Од друга страна, самиот о.н.К. е специјален случај на *лемнискатa* (*в.*).

ОГЛЕДАЛНА СИМЕТРИЈА [mirror symmetry, reflection symmetry; симметрия относительно плоскости, зеркальная симметрия, зеркальное отражение] О.с. *во однос на дадена рамнина* Π е трансформација σ на просторот, определена на следниов начин.

Нека M е произволна точка од просторот, a е правата што минува низ M нормално на рамнината Π и M_0 е прободната точка на Π со правата a. На правата a постои единствена точка M', таква што $\overline{MM_0} = \overline{M_0M'}$, што значи, M и M' се еднакво оддалечени од рамнината Π и се на различни страни од неа. За точката M' се вели дека е *симетрична на M во однос на рамнината* Π.

Ако на произволна точка M ѝ се придружи нејзината симетрична точка M', се добива една трансформација σ на просторот, наречена **огледална симетрија** *во однос на рамнината* Π. При оваа трансформација, точките од рамнината Π остануваат неподвижни, т. е. $\sigma(M) = M$, за секоја точка $M \in \Pi$. Рамнината Π се вика **огледална рамнина** за о.с. σ.

Терминот о.с. се употребува и за опишување на симетрија во однос на рамнина (*симетрална рамнина*, *в.*) што го дели објектот или системот на две половинки, секоја од кои е огледална слика на другата.

ОГРАНИЧЕНА НИЗА [bounded sequence; ограниченная последовательность] Низа (a_n) од реални броеви за која постои реален број c, таков што $|a_n| \le c$ за секој $n = 1,2,\ldots$

За една низа (a_n) се вели дека е **ограничена одозгора** (или **мајорирана**) ако постои реален број α, таков што $a_n \le \alpha$ за секој $n = 1,2,\ldots$, а **ограничена одоздола** (или **минорирана низа**) ако постои број β таков што $a_n \ge \beta$ за секој $n = 1,2,\ldots$.

ОГРАНИЧЕНА ФУНКЦИЈА [bounded function; ограниченная функция] Функција, чијшто опсег (т. е. множество вредности) е ограничено множество. На пр., $y = \sin x$ е о.ф., а $y = x^3$ е *неограничена функција*. За една функција се вели дека е **ограничена одозгора** (или **мајорирана функција**) ако множеството од нејзините вредности е мајорирано. Аналогно се дефинира о.ф. **одоздола** (т. е. **минорирана функција**). Функција што е и мајорирана и минорирана е о.ф.

ОГРАНИЧЕНО МНОЖЕСТВО [bounded set; ограниченное множество] **1**. Множество S од реални броеви, чиишто апсолутни вредности се помали од некоја константа, т. е. постои број $k > 0$, таков што $|x| \le k$ за секој $x \in S$.

За едно множество S од реални броеви се вели дека е **ограничено одозгора** (или **мајорирано**) ако постои реален број α, таков што $x \le \alpha$ за секој $x \in S$, а **ограничено одоздола** (или **минорирано**) ако постои број β таков што $x \ge \beta$ за секој $x \in S$.

2. О.м. во метрички простор е множество точки, такви што растојанието меѓу кои било две од нив е помало од некој даден позитивен број.

ОДЗЕМАЊЕ [subtraction; вычитание] Операција во множество броеви (се означува обично со знакот –), обратна од собирањето: ако $x + y = z$, тогаш $z - y = x$. На пр., $8 - 3 = 5$ (зашто $5 + 3 = 8$).

Во равенството $a - b = c$, бројот a се вика **намаленик**, b **намалител**, а c (т. е. изразот $a - b$) се вика **разлика**. Одземањето не го задоволува ни комутативниот ни асоцијативниот закон: во општ случај, $a - b \neq b - a$ и $(a - b) - c \neq a - (b - c)$. Познато и како *вадење.*

ОДНАДВОР ПРИПИШАНА КРУЖНИЦА [escribed circle; вневписанная окружность] Кај триаголник, о.п.к. е кружница, којашто се наоѓа надвор од триаголникот, допира една од неговите страни и продолженијата на другите две. За секој триаголник може да се конструираат три о.в.к. Центрите на тие кружници се пресеците на симетралите на надворешните агли на триаголникот.

ОДНОС, *в.* РАЗМЕР.

ОЈЛЕР, Леонард [Leonhard Euler; Леонард Эйлер] (1707 – 1783), еден од најзначајните и најплодните математичари на сите времиња. По потекло Швајцарец, ученик на *Јохан Бернули*, живеел и работел во Берлин и Петроград. Имал феноменална меморија. Иако во последните 20 години од животот бил потполно слеп, во текот на својот живот тој објавил околу 800 трудови од скоро сите области на математиката, наоѓајќи време и за своите 13 деца. Најголем придонес дал во математичката анализа (теоријата на: редови, специјални и комплексни функции, диференцијални равенки), геометријата, тригонометријата и теоријата на броеви.

Ојлер е заслужен и за повеќе ознаки што и сега се користат во математиката: Σ за сумирање, e за основа на природните логаритми, π за периметарот на кружница со дијаметар 1, $f(\ )$ за функции, i за $\sqrt{-1}$. Тој има, исто така, голем придонес во механиката, физиката, астрономијата и во редица применети науки. Наградата на Париската академија ја добил 12 пати. Напишал книги по: математичка анализа, астрономија, артилерија, бродоградење, музика и оптика.

ОЈЛЕРОВА ДИФЕРЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА [Euler differential equation; Эйлера дифференциальное уравнение] Диференцијална равенка од обликот

$$x^n y^{(n)} + a_1 x^{n-1} y^{(n-1)} + ... + a_{n-1} x y' + a_n y = 0$$

каде што $a_1, ..., a_n$ се константи. Позната е и како **Коши-Ојлерова диференцијална равенка**.

Со смената $x = e^t$ при $x > 0$ ($x = -e^t$ при $x < 0$), О.д.р. се сведува на равенка со константни коефициенти.

Пример. О.д.р. $x^2 y'' - xy' - 3y = 0$, со смената $x = e^t$ се сведува на

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} - 3y = 0.$$

Решенијата на $x^2 y'' - xy' - 3y = 0$ може да се бараат во обликот $y = x^k$, каде што k е константа што треба да се определи.

ОЈЛЕРОВА КОНСТАНТА [Euler's constant; Эйлера постоянная] Граничната вредност на низата (a_n):

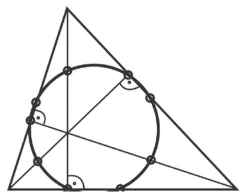
$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + ... + \frac{1}{n} - \ln n,$$

приближно еднаква на 0,5772. Се означува со γ. Познато и како *константа на Ојлер–Маскерони.*

ОЈЛЕРОВА КРУЖНИЦА [nine-point circle, Euler’s circle, Feuerbach circle;

окружность Эйлера, окружность девяти точек, окружность шести точек, окружность Фейербаха] Кружницата што минува низ подножјата на висините од даден триаголник.

Ојлер покажал (1765 год.) дека таа кружница минува низ средините на страните на триаголникот. Според теоремата на Фојербах, О.к. минува и низ средините на отсечките што го сврзуваат ортоцентарот со темињата. (О.к. се вика и **Фојербахова кружница**.) Тие три тројки од точки чинат вкупно 9 точки и затоа О.к. се нарекува и **кружница на девет точки**. (Тие точки обично се викаат **Ојлерови точки**.) О.к. се вика и **кружница на шест точки**.



Ојлерова кружница

ОЈЛЕРОВА ПРАВА [Euler's line; Эйлера прямая] Правата на која лежат: тежиштето T, центарот O на опишаната кружница, ортоцентарот H и центарот M на „кружницата на деветте точки" (*Ојлеровата кружница*, *в.*) на триаголникот. Положбата на тежиштето T на О.п. е одредена со равенството $\overline{HT} : \overline{TO} = 2:1$.

Кај разностран и рамнокрак триаголник, О.п. е единствена, при што за рамнокрак триаголник таа се совпаѓа со неговата оска на симетрија. Кај рамностран триаголник секоја права што минува низ тежиштето е О.п., па тие формираат *прамен прави*).

ОЈЛЕРОВА ТЕОРЕМА ЗА ПОЛИЕДРИТЕ [Euler's theorem for polyhedrons; теорема Эйлера о многогранниках] За секој едноставен полиедар (в. ПОЛИЕДАР) важи релацијата: $t + s = r + 2$, каде што t е бројот на темињата, s е бројот на ѕидовите и r е бројот на рабовите на полиедарот (*в.* ПОЛИЕДАР). На пример, коцката има 8 темиња, 6 ѕидови и 12 рабови, па: $8 + 6 = 12 + 2$.

Релација $t + s = r + 2$ веројатно му била позната на Архимед, околу 250. год. пред н.е., но прв јасно ја поставил Декарт (околу 1635). Подоцна, независно, била откриена од Ојлер (во 1752), поткрепена само со еден индуктивен доказ.

ОЈЛЕРОВА ФОРМУЛА [Euler's formula; формула Эйлера] Формулата

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x\,,$$

каде што i е *имагинарната единица*.

ОЈЛЕРОВА φ-**ФУНКЦИЈА** [Euler's phi function, indicator of an integer, totient of an integer; функция Эйлера] Аритметичка функција φ, дефинирана на множеството природни броеви, чијашто вредност $\varphi(n)$ е бројот на природните броеви, еднакви на n или помали од n и заемно прости со n. Притоа се смета дека бројот 1 е заемно прост со секој природен број. (О.φ-ф. во литературата се нарекува и **тотиент**.)

На пр., за бројот 15 постојат 8 помали од него заемно прости броеви (1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14), па $\varphi(15) = 8$.

Едно од основните својства на функцијата φ (установено од Ојлер) е нејзината мултипликативност: за кои било два заемно прости броја m и n,

$$\varphi(mn) = \varphi(m)\cdot\varphi(n)\,.$$

Ако p е прост број, тогаш:

$$\varphi(p) = p - 1\,;$$

$$\varphi\left(p^k\right) = p^k - p^{k-1} = p^k\left(1 - \tfrac{1}{p}\right)$$

за кој било природен број k.

За произволен природен број n важи формулата (на Ојлер):

$$\varphi(n) = n \cdot \prod_{p\,|\,n}\left(1 - \tfrac{1}{p}\right),$$

каде што производот се зема по сите различни прости броеви p што се делители на n. На пр., $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, па

$$\varphi(60) = 60 \cdot \left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{5}\right) = 16 .$$

ОКОЛЕН РАБ, *в.* БОЧЕН РАБ.

ОКОЛИНА НА ТОЧКА [neighbourhood (*or* neighborhood) of a point; окрестность точки] **1**. О.н.т. *на бројна оска* е кој било отворен интервал што ја содржи таа точка. Специјално, интервалот $(a-\delta,\ a+\delta)$, со центар во точката a, се вика **δ-околина** на точката a (бројот $\delta > 0$ е **радиус** на δ-околината).

2. О.н.т. во *n-димензионален евклидски простор* е која било *област* (*в.*) на n-димензионалниот простор, којашто ја содржи таа точка. Посебно, множеството точки $P(x_1, x_2, ..., x_n)$, за кои важи неравенството

$$\sqrt{(x_1-a_1)+...+(x_n-a_n)^2} < \delta ,$$

се вика **отворена топка** со центар во точката $A(a_1,...,a_n)$ и радиус $\delta > 0$. Секоја отворена топка со центар во точката A се вика **сферна δ-околина** на точката A. Множеството точки P, коишто го задоволуваат системот неравенства

$$| x_1 - a_1 | < \delta_1,\ ...,\ | x_n - a_n | < \delta_n ,$$

се вика **паралелопипедна околина** на точката A (сите δ_i се позитивни).

3. Ако a е точка од еден *метрички простор* (M, d) и ε е даден позитивен реален број, тогаш множеството

$$T(a;\varepsilon) = \{x \mid x \in M,\ d(a,x) < \varepsilon\}$$

се вика **отворена топка** со центар a и радиус ε. Секоја отворена топка со центар a и радиус ε се вика **ε-околина** на точката a.

4. Во *тополошки простор*, о.н.т. a се вика секое отворено множество U што ја содржи точката a.

ОКОЛНА ПОВРШИНА, *в.* БОЧНА ПОВРШИНА.

ОКТАЕДАР [octahedron; октаэдр] Полиедар со осум ѕидови, осумѕидник. **Правилен** о. е еден од петте правилни полиедри; има 6 темиња, 8 ѕидови (коишто се меѓусебно складни рамнострани триаголници) и 12 рабови. Правилен о. има центар на симетрија и 9 симетрални рамнини (како и коцката). Тој може лесно да се добие од коцка, ако центрите на ѕидовите од коцката се земат за темиња на правилниот о.

О. често се нарекува **четириаголна бипирамида**, бидејќи изгледа како да се две четириаголни пирамиди слепени по нивните складни основи.

ОКТАНТ [octant; октант] Кој било од осумте делови на кои *координатните рамнини* го делат тридимензионалниот евклидски простор.

ОКТИЛИОН [octillion; октиллион] Број претставен со единица и 48 нули, т. е. 10^{48} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) о. е бројот 10^{27}.

ОКТОМИНО [octomino; октамино], *в.* ПОЛИОМИНО.

ОКТОНИОН [octonion; Кэли число], *в. Кејлиев број.*

ОПАЃАЧКА НИЗА [decreasing sequence; убывающая последовательность] Низа (a_n) од реални броеви во која секој член е поголем од следниот, т. е. $a_n > a_{n+1}$ за секој n; *в.* МОНОТОНА НИЗА. Познато и како *строго опаѓачка низа.*

ОПАЃАЧКА ФУНКЦИЈА [decreasing function; убывающая функция] О.ф. на сегмент $a \le x \le b$ (или на интервал, или на множество) е функција $f(x)$, за која, при произволни

$x_1 < x_2$ од сегментот (интервалот, множеството) е исполнето неравенството $f(x_2) < f(x_1)$. Ако, наместо тоа, важи $f(x_2) \le f(x_1)$, функцијата се нарекува **нерастечка** на сегментот (интервалот, множеството).

Ако $f(x)$ е диференцијабилна на сегментот $[a, b]$ или на интервалот (a, b), тогаш таа е нерастечка на него ако и само ако $f'(x) \le 0$. Во случаи кога е неопходно да се нагласи дека се работи за исполнување на строгото неравенство $f(x_2) < f(x_1)$, о.ф. се нарекува **строго** о.ф.

ОПЕРАТОР [operator; оператор] Математички поим којшто, во најопшта смисла, означува соодветство меѓу две множества X и Y, такво што на секој елемент $x \in X$ му придружува некој елемент $y \in Y$. (Елементот y се вика **слика** на елементот x, а x се вика **оригинал** за y.) Еквивалентна смисла имаат термините: пресликување, трансформација, функција, особено кога X и Y се бројни множества.

Најважната класа о. се линеарните оператори во *Хилбертов простор*, а големо значење во математичката физика и во теоријата на диференцијалните и интегралните равенки имаат диференцијалните оператори и интегралните оператори.

ОПЕРАТОРОТ НАБЛА [del operator, nabla; оператор набла] Симболот ∇ којшто е кратка ознака за диференцијалниот оператор, дефиниран со:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\boldsymbol{i} + \frac{\partial}{\partial y}\boldsymbol{j} + \frac{\partial}{\partial z}\boldsymbol{k}$$

и се смета, формално, за вектор. О.н. може да дејствува на скаларни, а и на векторски полиња. На пример,

а) за *скаларно поле* $u = u(x, y, z)$:

$$\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}\right) = \operatorname{grad} u$$

(наречен **градиент** од u);

б) за *векторско поле* $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $a_i = a_i(x, y, z)$, $i = 1, 2, 3$, третирајќи го $\nabla\boldsymbol{a}$ како „скаларен производ“:

$$\nabla\boldsymbol{a} = \frac{\partial a_1}{\partial x} + \frac{\partial a_2}{\partial y} + \frac{\partial a_3}{\partial z} = \operatorname{div} \boldsymbol{a}$$

(наречен **дивергенција** од $\boldsymbol{a}$);

в) третирајќи го $\nabla\times\boldsymbol{a}$ како „векторски производ“: $\nabla\times\boldsymbol{a} = \operatorname{rot} \boldsymbol{a} =$

$$= \left(\frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z}, \frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\partial a_3}{\partial x}, \frac{\partial a_2}{\partial x} - \frac{\partial a_1}{\partial y}\right)$$

(наречен **ротација** или **ротор** од $\boldsymbol{a}$).

ОПЕРАЦИИ СО МАТРИЦИ [operations with matrices; операции над матрицами] О.с.м.: собирање, одземање, множење со скалар, множење матрица со матрица, транспонирање и инвертирање на матрици; о.с.м. се викаат и **матрични операции**.

Собирање на две матрици $A=[a_{ij}]$ и $B=[b_{ij}]$ се дефинира ако тие имаат ист облик $m\times n$; тогаш нивниот збир е матрицата $C = A + B = [a_{ij} + b_{ij}]$.

Множење на матрица A **со скалар** (број) λ е матрицата $\lambda A = [\lambda\, a_{ij}]$. По дефиниција, $\lambda A = A\lambda$ $(=[a_{ij}\,\lambda])$.

Значи, собирањето на матрици и множењето на матрица со број се врши поелементно, како во следниов пример:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -6 \end{bmatrix};$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}, \quad 3A = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Матрицата $(-1)A$ обично се запишува како $-A$ и се нарекува **спротивна матрица** на матрицата A.

Ако сите елементи на една матрица се нули, тогаш таа се вика **нулта матрица** и се означува со O.

Во множеството **M** од сите $m\times n$-матрици, за собирањето важат:

$$A+B=B+A\,,\ (A+B)+C=A+(B+C)\,,$$

$$A+(-A)=O\,,\ A+O=O+A=A$$

(за $O\in \mathbf{M}$ и кои било матрици A, B, C од **M**), т. е. (**M**, +) е комутативна група. За **множењето** на матрица **со скалар** во **M** важат својствата:

$$(\lambda\mu)A=\lambda(\mu A)\,,\ (\lambda+\mu)A=\lambda A+\mu A\,,$$

$$\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B\,,\ 1\cdot A=A\,,$$

па множеството **M** од сите $m\times n$-матрици, во однос на собирањето и множењето со број образуваат *векторски простор* (*в.*) со димензија $m\cdot n$. Неутралниот елемент за собирањето е нултата $m\times n$-матрица O.

Разлика на две $m\times n$-матрици A и B се дефинира со: $A-B=A+(-1)B$.

Производ на $m\times n$-матрица $A=[a_{ij}]$ со $r\times p$-матрица $B=[b_{ij}]$ се дефинира само кога A и B се **верижно сврзани**, т. е. кога бројот на колоните во првата матрица е еднаков со бројот на редиците во втората матрица, т. е. кога $r=n$; тогаш производот AB е $m\times p$-матрица $C=[c_{ij}]$, чии елементи c_{ij} се пресметуваат по формулата:

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+...+a_{in}b_{nj}\,.$$

Пример за **множење на две матрици**:

$$\begin{bmatrix}3 & 1 & -3\\ 1 & 0 & -2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 2 & 0 & 5\\ 3 & 1 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & 0 & -7\\ -5 & -1 & -8\end{bmatrix}.$$

Множењето на верижно сврзаните матрици е *асоцијативно* и е сврзано со собирањето преку *дистрибутивниот закон*, т. е. при претпоставката за постоење на сите збирови и производи подолу, исполнети се следниве равенства:

$$A(BC)=(AB)C,\ \ A(B+C)=AB+AC,$$

$$(A+B)C=AC+BC$$

(исти како за множењето и собирањето на броеви).

Матрицата $E_n=[e_{ij}]$ со форма $n\times n$, таква што $e_{ii}=1$ и $e_{ij}=0$ за $i\neq j$, наречена **единична матрица од n-ти ред**, е *неутрален елемент* за множењето, т. е. ако $A=[a_{ij}]$ е $m\times n$-матрица, тогаш:

$$E_m A=A=AE_n.$$

Ако A е $m\times n$ матрица, а $O_{k,p}$ е нултата $k\times p$ матрица, тогаш:

$$O_{k,m}\,A=O_{k,n}\,,\quad AO_{n,p}=O_{m,p}\,.$$

Но, за множењето на матрици *не важи комутативниот закон*, т. е. има матрици за кои $AB\neq BA$. Исто така, од $AB=O$ и $A\neq O$, каде што O е нулта матрица, не следува $B=O$ (т. е. можно е A и B да се *делители на нулата*), а од $AB=AC$ не следува $B=C$, т. е. *не важи законот за кратење*.

Транспонирање на матрици е унарна операција која, на секоја $m\times n$-матрица $A=[a_{ij}]$ ѝ ја придружува $n\times m$-матрицата $A^{\mathrm{T}}=[a_{ji}]$, наречена *транспонирана матрица*, во која редиците се соодветните колони, а колоните се соодветните редици од A; се означува: A^{T}. Значи, $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=[a_{ij}{}^{\mathrm{T}}]=[a_{ji}]$.

Инвертирање на матрици е унарна операција со која, на секоја несингуларна квадратна матрица A ѝ се придружува нејзината *инверзна матрица* A^{-1} (*в.*).

ОПЕРАЦИИ СО МНОЖЕСТВА [set operations; операции (действия) над множествами] Меѓу множествата како математички објекти може да се дефинираат повеќе операции: *унија* ($\cup$), *пресек* ($\cap$), *разлика* (\ ), *симетрична разлика* (Δ), *директен производ* ($\times$) *на множества* (*в.* под соодветната одредница). Некои од овие операции задоволуваат некои од познатите алгебарски закони: $\cup$, $\cap$ и Δ се комутативни и асоцијативни, а празното множество $\varnothing$ е неутрален елемент за $\cup$ и Δ. О.с.м. се нарекуваат и **множествени операции**.

ОПЕРАЦИИ СО НАСТАНИ, в. НАСТАН.

ОПЕРАЦИЈА [operation; действие, операция] **1**. Работа, дејство, извршување на некоја постапка, како на пр.: собирање или одземање (на два вектора), пресметување квадратен корен или логаритам (од број).

2. **Алгебарска** о. (***n*-арна** о., т. е. о. **со должина *n***) на дадено множество S е функција ω, чијшто домен е множеството подредени n-ки $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ од елементи на S и опсегот ѝ се содржи во S, т. е. n-арна о. ω на S е пресликување $\omega: S^n \to S$. Бројот n се вика **арност** на о. ω, па о. ω е **унарна**, **бинарна**, **тернарна**, ... ако n е, соодветно, 1, 2, 3, ...

Во математиката, најчести и најважни се о. со должина 2, т. е. *бинарните* о. Такви се, на пр.. о.: собирање, множење, одземање и делење во разни множества броеви; о. со множества: унија, пресек и разлика; составување на пресликувања; итн. За нив обично се користат посебни ознаки: +, ∗, $\circ$. (Наместо „*бинарна операција*“, често се вели само „*операција*“.)

Чести се и о. со должина 1, т. е. *унарни* о. Такви се, на пр. о. „земање“: спротивен елемент $(-x)$ во однос на собирањето, инверзен елемент (x^{-1}) во однос на множењето, како и разни функции: log, sin, cos, итн.

3. **Аритметичка операција** – секоја од операциите собирање, одземање, множење и делење, коишто се вршат над броевите во аритметиката. Тие спаѓаат меѓу најважните во математиката; *в*. АРИТМЕТИЧКИ ОПЕРАЦИИ.

4. Понекогаш $\omega: S^2 \to S$ се вика **внатрешна** о. на S. За разлика од неа, т.н. **надворешна** о. на S е функција за која или вредностите не се во S или некоја од променливите x_1, x_2 не е во S. На пр. *векторскиот производ* е внатрешна о., а *скаларниот производ* и *множењето на вектор со скалар* се надворешни о. на вектори.

ОПИШАНА КРУЖНИЦА [circumscribed circle, circumcircle; описанная окружность] Кружница што минува низ сите темиња на даден многуаголник, ако таква кружница постои. Нејзиниот центар O е пресечната точка на симетралите на страните на многуаголникот. Кај правоаголен триаголник центарот на о.к. е средината на хипотенузата, а кај тапоаголен – лежи надвор од триаголникот.

ОПИШАНА ФИГУРА [circumscribed figure; описанная фигура], *в*. ВПИШАНИ И ОПИШАНИ ФИГУРИ.

ОПИШАН КРУГ [circumscribed circle, circumcircle; описанный круг] Круг на чија периферија лежат темињата на некој многуаголник.

ОПИШАН МНОГУАГОЛНИК [circumscribed polygon; описанный многоугольник] **1**. Еден многуаголник е опишан околу круг ако сите негови страни лежат на тангенти од кругот. Секој таков многуаголник е конвексен. Син.: *тангентен многуаголник*; *в*. ВПИШАНИ И ОПИШАНИ ФИГУРИ; ТРИАГОЛНИК.

2. Еден многуаголник е опишан околу некој друг многуаголник ако на неговите страни лежат темињата од другиот многуаголник.

ОПИШАН ЧЕТИРИАГОЛНИК, *в*. ТАНГЕНТЕН ЧЕТИРИАГОЛНИК.

ОПРЕДЕЛЕН ИНТЕГРАЛ [definite integral; определенный интеграл] О.и. е основен поим на интегралното сметање. Се означува:

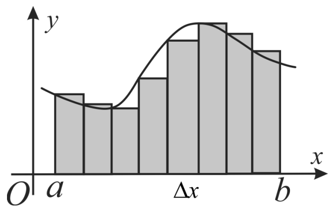
$$\int_a^b f(x)\,dx\,, \qquad (1)$$

при што $f(x)$ се вика **интегранд** (т. е. *подинтегрална функција*), a и b – **долна** и **горна граница**, соодветно, а x – **променлива на интегрирањето**.

Геометриски, ако $a<b$, интегралот постои ако и само ако областа D меѓу сегментот $[a,b]$ и графикот на f, има плоштина; во тој случај, интегралот е еднаков на плоштината од делот на D над x-оската *минус* плоштината на делот од D под x-оската. Има многу други интерпретации на о.и.

Да претпоставиме дека сегментот $[a,b]$ е поделен на n еднакви потсегменти со должина $\Delta x=(b-a)/n$, како што е покажано на цртежот.

Тогаш о.и. е лимесот, кога Δx се стреми кон нула, од збирот на плоштините на правоаголниците, со ширина Δx и должини еднакви на последователните ординати земени на растојание Δx низ интервалот од a до b.



Определен интеграл - како плоштина

Прецизна дефиниција на поимот *определен интеграл* може да се даде со помош на т.н. интегрални суми на Риман. За тоа се неопходни неколку помошни поими.

Разбивање на даден затворен интервал $[a,b]$ се вика кое било множество негови точки $x_0,x_1,x_2,...,x_n$, такви што $a=x_0<x_1<...<x_{n-1}<x_n=b$. Разбивањата ќе ги означуваме со τ:

$$\tau=\{x_0,x_1,...,x_n\}\,.$$

Фамилијата $\mathcal{T}$ од сите разбивања на $[a,b]$ можеме да ја сметаме за подредено множество, определувајќи подредување $\le$ со: $\tau\le\tau'$ акко $\tau\subseteq\tau'$.

Секоја од отсечките $[x_{i-1},x_i]$, i=1, 2, ...,n, се вика *отсечка на разбивањето* τ; нејзината должина се означува со Δx_i, $\Delta x_i=x_i-x_{i-1}$, а величината

$$\mu(\tau)=\max\{\Delta x_i \mid i=1,2,...,n\}$$

се вика *финост на разбивањето* τ.

Нека $f(x)$ е функција дефинирана на сегментот $[a,b]$ и $\tau=\{x_0,x_1,...,x_n\}$ е некое разбивање на $[a,b]$. Во секој потсегмент $[x_{i-1},x_i]$, $i=1,2,...,n$, нека е избран број $\xi_i\in[x_{i-1},x_i]$ на произволен начин. Збирот

$$S_n=S_n(x_0,x_1,...,x_n;\ \xi_1,\xi_2,...,\xi_n)\,,$$

дефиниран со

$$S_n=\sum_{i=1}^n f(\xi_i)\,\Delta x_i\,,$$

се вика **интегрална сума** од $f(x)$ за разбивањето τ на сегментот $[a,b]$ и на избраните точки $\xi_1,...,\xi_n$. Фактот што при дадени $f(x)$, a, b и n, броевите $x_1,...,x_{n-1}$, $\xi_1,...,\xi_n$ може да се изберат на безброј многу начини го повлекува заклучокот дека интегралната сума S_n, во општ случај, не е еднозначно определена.

На секоја поделба $[x_0,x_1],[x_1,x_2],...,$ $[x_{n-1},x_n]$ на $[a,b]$ ѝ одговара n-ката броеви $\Delta x_1,\Delta x_2,...,\Delta x_n$. Да го означиме со μ_n најголемиот од тие броеви,

$$\mu_n=\max\{\Delta x_i \mid i\in\{1,2,...,n\}\}\,.$$

За функцијата f се вели дека е **интеграбилна** (**по Риман**) на $[a,b]$ акко секоја низа од интегрални суми S_1, $S_2,...,S_n,S_{n+1},...$ таква што $\lim\limits_{n\to\infty}\mu_n=0$, е конвергентна и притоа, границата I на секоја таква низа од интегрални суми е иста.

Во тој случај, реалниот број I се вика **определен** (**Риманов**) **интеграл** од функцијата f на сегментот $[a,b]$ и

$$\int_a^b f(x)\,dx = I.$$

О.и. секогаш постои за функција што е непрекината во затворениот интервал определен со границите на интегрирањето; непрекинатоста тука е доволен, но не е неопходен услов. Потребен и доволен услов за една *ограничена* функција да има о.и. на даден сегмент е функцијата да е „непрекината скоро секаде“ на тој сегмент.

Елементарни својства на о.и. се:

(1) $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$.

(2) $\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$, $(\forall x \in \mathbb{R})$.

(3) Ако првите два интеграли постојат, тогаш постои и третиот, и

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx.$$

(4) Ако првите два интеграли постојат, тогаш постои и третиот, и

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx = \int_a^b [(f(x) + g(x)]\,dx.$$

(5) Ако $a < b$ и $m \le f(x) \le M$ кога $a \le x \le b$, тогаш

$$m(b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b-a).$$

(6) Ако f е непрекината, тогаш постои број ξ меѓу a и b за кој

$$\int_a^b f(x)\,dx = (b-a)f(\xi).$$

ОПСЕГ НА ФУНКЦИЈА [range of a function; множество значений функции] О.н.ф. f од множество X во множество Y се состои од оние елементи $y \in Y$ за кои постои $x \in X$ таков што сликата на x со f е y, т. е. $f(x) = y$.

Познато и како: *множество вредности на функција*; *досег* (*на функција*).

ОПФАТ НА ПОИМ, *в.* ОБЕМ НА ПОИМ.

ОПШТА ЛИНЕАРНА ГРУПА [full linear group, general linear group; полная линейная группа] О.л.г. од ред n над поле F (или, поопшто, над комутативен прстен R со единица) е множеството од сите инверзибилни матрици од n-ти ред со елементи од F (или R) и со операција множење на матрици, како групна операција. О.л.г. се нарекува и **полна линеарна група**.

Обично се означува со $GL(n)$ или GL_n. Но, ако треба јавно да се укаже на кое поле F (или, на кој прстен R) му припаѓаат елементите на матрицата, тогаш се пишува $GL(n, F)$ или $GL(n, R)$. Така, ако се разгледуваат матрици над реалните броеви, тогаш се пишува $GL(n,\mathbb{R})$, а над комплексните броеви се означува со $GL(n,\mathbb{C})$.

Ако V е векторски простор над поле од скалари F, тогаш о.л.г. на V е групата од сите инверзибилни линеарни трансформации на V со операцијата составување на пресликувања; ознака: $GL(V)$. Всушност, $GL(V)$ е групата од сите автоморфизми на векторскиот простор V. Групата $GL(V)$ и нејзините подгрупи се нарекуваат **линеарни групи**.

Во о.л.г. $GL(n, F)$ се издвојува подгрупата $SL(n, F)$, наречена **специјална линеарна група** од ред n, којашто се состои од сите матрици со детерминанта еднаква на 1.

Други важни подгрупи на $GL(n)$: **дијагонална група** $D(n)$, којашто се состои од сите дијагонални несингуларни матрици од n-ти ред; **триаголна група** $T(n)$, којашто се состои од сите горнотриаголни несингуларни матрици од n-ти ред (т. е. матрици при кои сите елементи под главната дијагонала се нули); **унитриаголна група** $UT(n)$, којашто се состои од оние горнотриаголни матрици со ред n, при кои дијагоналните елементи се еднакви на 1.

Групата $GL(n, F)$ и нејзините подгрупи често се нарекуваат **матрични групи**, а може да се именуваат и како **линеарни групи**. (Групата, пак, $GL(V)$ е линеарна, но не е матрична.) Овие групи се важни во теоријата на претставување на групи, а се јавуваат и во изучувањето на симетрии во простор и, поопшто, симетрии на векторски простори, како и во изучувањето на полиноми.

ОПШТА РАВЕНКА НА ПРАВА [general equation of a straight line; общее уравнение прямой], *в.* ПРАВА 2; РАВЕНКА НА ПРАВА.

ОПШТА РАВЕНКА НА РАМНИНА [general equation of a plane; общее уравнение плоскости], *в.* РАВЕНКА НА РАМНИНА.

ОПШТА ТОПОЛОГИЈА [general topology, point-set topology; общая топология, теоретико-множественная топология] Гранка на топологијата во која се изучуваат врските меѓу основните тополошки својства што може да ги имаат тополошките простори. Основниот пристап кон о.т. е „теориско-множествен“ и затоа о.т. се вика и **теориско-множествена топологија**. Во неа се изучуваат поимите *лимес* и *непрекинатост* во најопшта смисла. О.т. е основа за сите други гранки на *топологијата* (*в.*).

ОПШТ ИНТЕГРАЛ [general integral, complete integral, complete primitive; общий интеграл], *в.* ОПШТО РЕШЕНИЕ.

ОПШТО РЕШЕНИЕ [general solution, general integral; общее решение] **1**. О.р. **на диференцијална равенка** од n-ти ред

$$y^{(n)} = f(x, y, y', y'', ..., y^{(n-1)}) \qquad (1)$$

е функција $y = \varphi(x, C_1, ..., C_n)$ што зависи од n произволни константи и таква што: а) таа ја задоволува равенката (1) за кои било вредности на константите $C_1, ..., C_n$; б) избирајќи на соодветен начин вредности на тие константи, може да се добие кое било партикуларно решение, со исклучок, можеби, на сингуларните решенија на (1). Врската од обликот

$$\Phi(x, y, C_1, ..., C_n) = 0 \qquad (2)$$

којашто имплицитно го определува о.р. се вика *општ интеграл* на (1).

2. О.р. **на парцијална диференцијална равенка** е решение на таа равенка кое содржи толку произволни, меѓусебно „независни“ функции колку што е редот на таа парцијална диференцијална равенка. О.р. запишано во имплицитен вид се вика *општ интеграл* на дадената равенка.

3. О.р. **на неопределена равенка** е решение на равенката, коешто зависи од целобројни параметри. На пр., равенката $x^2 + y^2 = z^2$ (разгледувана како *диофантова равенка*) има о.р.

$$x = m^2 - n^2,\ y = 2mn,\ z = m^2 + n^2,$$

каде што m, n се цели броеви и $m > n$.

4. О.р. **на тригонометриска равенка** е множеството од сите нејзини решенија. На пр., о.р. на равенката

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{е:} \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi,\ k = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

ОПШТ ЧЛЕН [general term; общий член] О.ч. *на низа* или *на ред* е израз, индексиран со цел број, којшто определува кој било посакуван член.

ОРДИНАЛНИ БРОЕВИ [ordinal numbers; ординальные числа] Броеви коишто го означуваат редот на елементите на некое множество, како и кардиналноста на множеството; *в.* РЕДЕН БРОЈ.

ОРДИНАТА [ordinate; ордината] Втората по ред од Декартовите координати на точка (x, y) од рамнината, или на (x, y, z) од просторот.

ОРДИНАТНА ОСКА [axis of ordinates, y-axis; ось ординат] y-оската кај *Декартов координатен систем* (*в.*).

ОРИЕНТИРАН АГОЛ, *в.* НАСОЧЕН АГОЛ.

ОРИЕНТИРАНА ОТСЕЧКА/ПРАВА, *в.* НАСОЧЕНА ОТСЕЧКА/ ПРАВА.

ОРТ [unit vector; орт] Вектор со должина единица. Најчесто се користи кај координатен систем како назив за вектор, поставен на координатна оска, за да ја определи единичната мерка за должина и позитивната насока на оската. Син. *единичен вектор*.

ОРТОГОНАЛЕН [orthogonal; ортогональный] Придавка, којашто е составен дел на многу математички термини што се однесуваат (или зависат од употребата) на прави агли, но и пошироко. Во геометрија, зборот *ортогонален* означува *перпендикуларен* (*в.*), а во линеарна алгебра има и „поширока функција“ (*в.* на пр. подолу: ортогонална база, ортогонална проекција, ортогонални вектори, но и: ортогонална група, ортогонална матрица и др.).

ОРТОГОНАЛИЗАЦИЈА [orthogonalization; ортогонализация] О. (или **процес на** о.) е постапка со која, од даден систем линеарно независни вектори во евклидски или ермитски простор V, рекурзивно се добива ортогонален систем од ненулти вектори, којшто го генерира истиот потпростор во V. Најпознат е **Грам-Шмитовиот процес** на о.: за линеарно независниот систем $a_1,...,a_k$ се конструира ортонормален систем $b_1,...,b_k$ таков што секој вектор b_i линеарно се изразува преку $a_1,...,a_i$, $i = 1,\ldots,k$:

$$b_i = \sum_{j=1}^{i} \gamma_{ij}\, a_j \ ,$$

каде што $C = [\gamma_{ij}]$ е горнотриаголна матрица. Притоа, можно е да се постигне системот $\{b_i\}$ да биде ортонормиран и дијагоналните елементи γ_{ii} на матрицата C да бидат позитивни; со тие услови системот $\{b_i\}$ и матрицата C се определуваат еднозначно.

ОРТОГОНАЛНА БАЗА [orthogonal basis; ортогональный базис] База на векторски простор V со внатрешен производ, чиишто елементи се заемно нормални вектори.

ОРТОГОНАЛНА ГРУПА [orthogonal group; ортогональная группа] О.г. од димензија n (ознака: $O(n)$) е групата од *ортогонални трансформации* (*в.*) на n-димензионален евклидски простор, коишто зачувуваат една фиксирана точка, при што групната операција е состав на пресликувања. Еквивалентно, о.г. е групата *ортогонални матрици* (*в.*) од n-ти ред, со операција матрично множење.

Важна подгрупа од $O(n)$ е **специјалната** о.г. (ознака: $SO(n)$) од сите ортогонални матрици со детерминанта 1. Оваа група се вика и **група ротации**, зашто за димензија 2, одн. 3, нејзините елементи претставуваат ротации околу точка, одн. права.

ОРТОГОНАЛНА МАТРИЦА [orthogonal matrix; ортогональная матрица] Несингуларна матрица A чијашто инверзна матрица е еднаква со нејзината транспонирана матрица:

$$A^{-1} = A^T, \text{ т.е. } AA^T = E .$$

ОРТОГОНАЛНА ПРОЕКЦИЈА [orthogonal projection; ортогональная проекција] Специјален случај на паралелна проекција, кога проектирачките зраци се нормални на оската на проекциите или на рамнината на проекциите (*в.* ПРОЕКЦИЈА). Познато и како *нормална проекција*.

ОРТОГОНАЛНА ТРАЕКТОРИЈА [orthogonal trajectory; ортогональная траектория] Линија што ги сече сите криви од дадена фамилија под прав агол. О.т. е специјален случај на **изогонална траекторија**, а тоа е линија што ги сече сите криви од дадена фамилија под ист агол.

ОРТОГОНАЛНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [orthogonal transformation; ортогональное преобразование] **1**. О.т. на *n*-димензионален евклидски простор е линеарно пресликување коешто ја запазува должината на секој вектор. О.т. е обопштение на ротациите на тридимензионален евклидски простор околу координатниот почеток.

Има: *својствена* и *несвојствена* о.т. Детерминантата на матрицата на својствена о.т. е +1, а на несвојствена е –1. Несвојствена о.т. е ротација на евклидскиот простор околу координатниот почеток, плус симетрија.

2. О.т. *на матрица* – *в.* ТРАНСФОРМАЦИЈА НА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ.

ОРТОГОНАЛНИ ВЕКТОРИ [orthogonal vectors; ортогональные векторы]

1. Во Евклидска геометрија, два вектора се ортогонални ако се заемно нормални, т. е. ако формираат прав агол. Во тридимензионален простор, три вектори можат да бидат заемно нормални.

2. Во векторски простор V со скаларен производ (и, поопшто, со внатрешен производ), два вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ се ортогонални ако нивниот скаларен производ $\boldsymbol{ab}$ (внатрешен производ $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$) е нула; ознака: $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$.

3. Два векторски потпростори, A и B, од еден векторски простор V со внатрешен производ, се викаат **ортогонални потпростори** ако секој вектор во A е ортогонален со секој вектор во B.

ОРТОГОНАЛНИ ФУНКЦИИ [orthogonal functions; ортогональные функции] Две функции $f(x)$ и $g(x)$ од *векторскиот простор* $C[a,b]$ се о.ф. ако нивниот *внатрешен производ* (*в.*)

$$\langle f,g\rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx = 0;$$

$f(x)$ и $g(x)$ се **ортонормални** ако, уште,

$$\int_a^b [f(x)]^2 dx = 1 \quad \text{и} \quad \int_a^b [g(x)]^2 dx = 1.$$

ОРТОГОНАЛНОСТ [orthogonality; ортогональность] Својство на математички објекти да се меѓусебно ортогонални. Во геометријата, два геометриски објекти го имаат тоа својство ако се перпендикуларни. Во таа смисла, о. е обопштување на поимот *перпендикуларност* (*в.*).

ОРТОЦЕНТАР [orthocenter; ортоцентр] Пресечната точка на трите висини на триаголникот.

ОСКА [axis; ось] **1**. Оска се нарекува права, на која лежи единичен вектор, т. е. орт, којшто ја определува позитивната насока на правата.

2. Во *координатен систем* – права на која е избрана позитивна насока, единична должина и долж која (или паралелно на која) се определува една од координатите на дадена точка.

3. О. на фигура – *в.* ОСНА СИМЕТРИЈА.

ОСКА НА СИМЕТРИЈА [axis of symmetry; ось симметрии] **1**. *в.* ОСНА СИМЕТРИЈА. **2**. О.н.с. на дадена фигура F е права (или дел од права: отсечка, полуправа) во однос на која секоја точка A од F има симетрична точка A' што ѝ припаѓа на фигурата

F. Во тој случај, за *F* се вели дека е *осносиметрична фигура* (*в.*). На пр., о.н.с. 1) на агол е неговата симетрала; 2) на рамнокрак триаголник е неговата висина спуштена од врвот; 3) на квадрат се дијагоналите и симетралите на страните (вкупно 4 о.н.с.); *в.* и: ЕЛИПСА; ПАРАБОЛА; ХИПЕРБОЛА; ЦИЛИНДАР.

ОСКУЛАТОРНА КРУЖНИЦА [osculating circle; соприкасающаяся окружность] О.к. на крива (*L*) во точка *M* од (*L*) е кружницата во оскулаторната рамнина, којашто ја допира (*L*) во *M*, има радиус еднаков со реципрочната вредност на кривината од (*L*) и лежи од конкавната страна на проекцијата од (*L*) врз оскулаторната рамнина. О.к. е *кругот на кривината* на проекцијата од (Л) врз оскулаторната рамнина во точката М.

ОСКУЛАТОРНА РАМНИНА [osculating plane; соприкасающаяся плоскость] О.р. *во точка M од просторна крива* (*L*) е рамнина, којашто со (*L*) во точката *M* има допир од ред $n \geq 2$ (*в.* ДОПИР). О.р. може да се дефинира како гранична положба на променлива рамнина, којашто минува низ три точки од кривата (*L*), кога тие точки се стремат кон точката *M*. Обично, кривата (*L*) ја прободува својата о.р. во допирната точка *M* (освен во исклучителни случаи). О.р. е наполно определена со тангентата и главната нормала на кривата во точката *M* (*в.* ПРИРОДЕН ТРИЕДАР). О.р. се нарекува и **допирна рамнина**.

ОСНА СИМЕТРИЈА [axial symmetry, line symmetry; осевая симметрия, симметрия относительно оси] За која било права *p* од рамнината П, о.с. се вика трансформацијата $\sigma_p : \Pi \to \Pi$, дефинирана вака:

а) ако $A \in p$, тогаш $\sigma_p(A) = A$;

б) ако $A \notin p$, тогаш $\sigma_p(A)$ е точката *A*', таква што правата *p* е симетрала на отсечката *AA*'.

Трансформацијата σ_p се вика уште и **симетрија во однос на правата** ***p***, а правата *p* се вика **оска на симетријата**. Бидејќи $\sigma_p(\sigma_p(A)) = \sigma_p(A') = A$ за секоја точка $A \in \Pi$, т.е. $\sigma_p{}^2$ е идентичното пресликување на П, следува дека σ_p е *инволуција* (*в.*) на П.

Поопшто, о.с. е својство на геометриска конфигурација што останува непроменета по ротирањето околу дадена права. Познато и како *аксијална симетрија*.

ОСНОВА [base, basis; база, базис, основание] Зборот „основа“ е составен дел на повеќе математички термини: о. *на броен систем*, о. *на логаритам*, о. *на степен*, *о. на индукција* (*в.* ПЕАНОВИ АКСИОМИ), о. на *триаголник*, о. на *призма*, о. на *пирамида*, о. на *конус*, о. на *цилиндар* (*в.*).

ОСНОВЕН РАБ [base edge; ребро основания] Раб што ѝ припаѓа на основата на призма, пирамида или на друг полиедар за кој некој ѕид е „прогласен“ за основа.

ОСНОВИ НА ГЕОМЕТРИЈАТА [foundations of geometry; основания геометрии] О.н.г. е област од математиката во која се изучуваат геометриите како аксиоматски системи.

Има неколку системи аксиоми кои се посветени на евклидската геометрија односно на неевклидските геометрии (геометријата на Лобачевски и Римановата геометрија). Најпознат е *системот аксиоми* (*в.*) на *Хилберт* за евклидската геометрија, објавен во делото „Основи на геометријата“ (1899). Терминот *аксиоматска геометрија* може да се употреби за која било геометрија што е изградена аксиоматски, но најчесто се користи за евклидската геометрија изучувана од таа гледна точка. Во о.н.г. влегува и историјатот на обидите за докажување на петтиот Евклидов постулат, како и општите барања на еден систем аксиоми за непротивречност, независност и комплетност.

ОСНОВНА ТЕОРЕМА НА АЛГЕБРАТА [fundamental theorem of algebra; основная теорема алгебры] Таа гласи:
Секој полином $f(x)$ од n-ти степен,

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$$

(каде што $n > 0$ и $a_n \neq 0$), над полето од комплексните броеви има барем еден комплексен корен x_1.

Како последица од о.т.н.а. се добива дека полиномот $f(x)$ има точно n корени, $x_1, x_2, ..., x_n$, сметајќи дека еден корен може да се појави повеќе од еднаш; притоа,

$$f(x) = a_n (x - x_1)(x - x_2)...(x - x_n).$$

О.т.н.а. не е „основна“ за современата алгебра. Името потекнува од периодот 17 – 18 в. кога главен предмет на алгебрата бил решавање полиномни равенки со реални или комплексни коефициенти.

ОСНОВНА ТЕОРЕМА НА АРИТМЕТИКАТА [fundamental theorem of arithmetic; основная теорема арифметики] Тоа е теоремата: Секој природен број n поголем од 1 може, на единствен начин, да се претстави како производ $n = p_1 p_2 ... p_k$, при што $p_1, p_2, ..., p_k$ се прости броеви, такви што $p_1 \leq p_2 \leq ... \leq p_k$. Се формулира и вака: Секој природен број n поголем од 1 може, на единствен начин, да се претстави како производ $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} ... p_k^{\alpha_k}$, при што $p_1, p_2, ..., p_k$ се различни прости броеви и $\alpha_i \geq 1$.

ОСНОВНА ТЕОРЕМА НА ИНТЕГРАЛНОТО СМЕТАЊЕ [fundamental theorem of calculus; основная теорема интегрального исчисления] Тоа е теоремата: Ако $F(x)$ е некоја примитивна функција на непрекинатата функција $f(x)$ на сегментот $[a, b]$, т. е. $F'(x) = f(x)$ за секој x од $[a, b]$, тогаш е точно равенството

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a),$$

наречено и *Њутон-Лајбницова формула* (*в.*).

Оваа теорема го поврзува поимот *извод* на функција со поимот *интеграл*. Со нејзина помош пресметувањето на определен интеграл значително се упростува.

ОСНОВНИ ЕЛЕМЕНТАРНИ ФУНКЦИИ [basic elementary functions; основные элементарные функции], *в.* ЕЛЕМЕНТАРНИ ФУНКЦИИ.

ОСНОВНИ ЕЛЕМЕНТИ НА ТРИАГОЛНИК, *в.* ТРИАГОЛНИК.

ОСНОВНИ ЗАКОНИ НА ЛОГИКАТА [fundametal laws of logic; фундаментальные законы логики] Тоа се следниве три закони: (1) *законот на контрадикција* (*в.*); (2) *законот на исклучено трето* (*в.*); (3) *законот на идентичност* (*в.*).

ОСНОВНИ ПРАВИ И РАМНИНИ НА КРИВА, в. ПРИРОДЕН ТРИЕДАР.

ОСНОСИМЕТРИЧНА ФИГУРА [mirror symmetrical figure, figure symmetric with respect to a line; фигура симметричная относительно прямой] Една фигура F се вика о.ф. во однос на права p, ако *осната симетрија* (*в.*) во однос на правата p ја пресликува F во себе; во тој случај правата p се вика **оска на симетријата** на фигурата F.

ОСТАР АГОЛ [acute angle; острый угол] Агол α: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

ОСТАТОК [remainder, residue; остаток], *в.* ДЕЛЕЊЕ СО ОСТАТОК.

ОСТАТОК ПРИ ДЕЛЕЊЕ СО ДЕВЕТ, *в.* ПРОВЕРКА СО ОТФРЛАЊЕ НА ДЕВЕТ.

ОСТРОАГОЛЕН ТРИАГОЛНИК [acute triangle; остроугольный треугольник] Триаголник при кој сите три агли се остри; *в.* ТРИАГОЛНИК 4.

ОСТРОГРАДСКИ, **Михаил Васиљевич** [Mikhail Vasilyevich Ostrogradsky; Михаил Васильевич Остроградский] (1801 – 1861), руски математичар, механичар и физичар од украинско потекло. Бил еден од водечките математичари на Царска Русија во средината на 19 век. Добро се познати неговиот метод за интегрирање рационални функции и *теоремата за дивергенција* (*Теорема на Гаус–Остроградски*, *в.*).

ОСУМАГОЛНИК [octagon; восьмиугольник] Многуаголник со осум агли и осум страни.

ОТВОРЕНА ОБЛАСТ [open region, region, domain; открытая область] О.о. е непразно отворено и сврзано множество во евклидски простор; о.о. се вика само **област** ако нема опасност од помешување со *затворена област* (*в.* ОБЛАСТ).

На пр.: внатрешноста на многуаголник е **полигонална** о.о.; внатрешноста на правоаголник е **правоаголна** о.о.; внатрешноста на круг е **кружна** о.о.; полурамнина што не содржи ниедна точка од својата гранична права се вика **отворена полурамнина**; полупростор што не содржи ниедна точка од својата гранична рамнина се вика **отворен полупростор**.

Познато и како *област*.

ОТВОРЕНА ТОПКА [open ball; открытый шар] Во метрички простор X, о.т. е множество

$$B = \{x \in X \mid d(c,x) < r\},$$

за некој *центар* $c \in X$ и *радиус* $r > 0$. Во $\mathbb{R}^3$ (одн. $\mathbb{R}^2$) со обичната метрика (растојание), о.т. е точно внатрешноста на топка (одн. на круг).

ОТВОРЕН ИНТЕРВАЛ [open interval; интервал, промежуток] Множеството од сите реални броеви x што се наоѓаат меѓу два дадени реални броја a и b, т. е. $a < x < b$; ознака: (a, b). Во поширока смисла се допушта a да биде симболот $-\infty$ или b да биде $+\infty$; *в.* и ИНТЕРВАЛ.

ОТВОРЕН КРУГ [open disc; открытый круг] *Отворена топка* (*в.*) во $\mathbb{R}^2$ со евклидското растојание, т. е. о.к. со *центар* $c = (c_1, c_2)$ и *радиус* $r > 0$ е подмножество D од $\mathbb{R}^2$, такво што

$$D = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid d(c,x) < r\} = \\ = \{(x_1, x_2) \mid \sqrt{(x_1 - c_1)^2 + (x_2 - c_2)^2} < r\}.$$

ОТВОРЕНО МНОЖЕСТВО [open set; открытое множество] Во n-димензионален евклидски простор – множество точки, коешто, заедно со секоја своја точка, содржи некоја *околина на* таа *точка* (*в.*). Еквивалентно, о.м. е множество коешто е околина на секоја од своите точки.

Топологијата на еден простор е определена со фамилија подмножества коишто се викаат о.м.

ОТСЕЧКА [line segment; прямой отрезок] Множеството точки во рамнината или во просторот, определено од две точки A и B, кон кое, освен точките A и B, припаѓаат и сите точки што *лежат* *меѓу* A и B; се означува со AB. (Притоа се вели дека точката M **лежи меѓу** точките A и B, ако сите три точки се меѓусебно различни и ако $d(AB) = d(AM) + d(MB)$, каде што $d(XY)$ го означува растојанието меѓу точките X и Y.) Точките A и B се викаат **крајни точки** или **краеви** на о. AB, а точките што лежат меѓу A и B – **внатрешни точки** на о.

Сите точки од о. AB лежат на правата што минува низ точките A и B, па о. може да се смета за дел од права. Растојанието меѓу точките A и B се вика **должина** на о. AB и се означува со $\overline{AB}$ или со мала буква од латиницата, на пр. со a, $a = \overline{AB}$.

Две отсечки што имаат еднакви должини се викаат **складни отсечки** или **еднакви отсечки**. Ако O е точка од една права p, а AB е дадена о., тогаш може да се најде точка M од p, таква што $\overline{OM} = \overline{AB}$. Во тој случај се вели: о. AB е **нанесена врз правата** p од точката O. На p има уште една точка M' за која $\overline{OM'} = \overline{AB}$. M и M' се пресечните точки на кружницата со центар O и радиус $\overline{AB}$ и правата p.

Според тоа, конструкцијата „*нанесување отсечка врз права*“ може да се изврши еднозначно само ако е дополнително дадено од која страна на точката O врз правата p треба да лежи бараната точка. Со оваа конструкција се овозможени графичките операции со отсечки: собирање, одземање и множење отсечка со број.

ОТСЕЧОК [segment; отрезок, сегмент] Збор што се јавува како дел од повеќе термини, како на пр.: о. *на крива* (т. е. *лак на крива*); о. *на круг* (т. е. *кружен отсечок*); о. *на права*, (т. е. *отсечка*); о. *на топка* (т. е. *топкин отсечок*). Син. *сегмент*.

ОТСТРАНЛИВ ПРЕКИН [removable discontinuity; устранимый разрыв] Точката a се вика *отстранлив прекин* на функцијата $f(x)$ ако постојат левиот лимес $f(a^-)$ и десниот лимес $f(a^+)$ и $f(a^-) = f(a^+) = L$, но, или не постои $f(a)$ или, ако постои, тогаш $f(a) \neq L$. Точката a е наречена *отстранлив прекин* бидејќи тој може да се „отстрани“ ако се дефинира функција $F(x)$, на следниов начин:

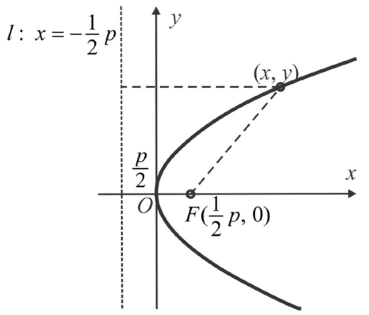
$F(x) = f(x)$ за $x \neq a$, $F(x) = L$ за $x = a$.

$F(x)$ е непрекината во точката a; *в.* и ТОЧКА НА ПРЕКИН.

П

ПАДЕН АГОЛ, *в.* АГОЛ НА ПАЃАЊЕ.

ПАРАБОЛА [parabola; парабола] Геометриското место на точки во рамнината, еднакво оддалечени од дадена права l (наречена **директриса**) и дадена точка F (наречена **фокус**), коишто лежат во истата рамнина и $F \notin l$. Најпроста равенка на п. во правоаголни Декартови координати е $y^2 = 2px$ кога F е на позитивниот дел од x-оската на растојание $\frac{1}{2}p$ од координатниот почеток, а директрисата l е паралелна со y-оската на растојание $\frac{1}{2}p$ лево од координатниот почеток. Во тој случај, x-оската е оска на симетрија на п.



Парабола

П. се добива и како пресек на кружна конусна површина со рамнина, паралелна со некоја од генератрисите на конусната површина (*в.* КОНУСЕН ПРЕСЕК). Графикот на *квадратна функција* (*в.*) е п.

ПАРАБОЛИЧЕН ЦИЛИНДАР [parabolic cylinder; параболический цилиндр] Површина од втор ред, чијашто најпроста равенка во Декартови координати е $y^2 = 2px$. *Директриса* е параболата $y^2 = 2px$, каде што p е растојанието од фокусот до директрисата на параболата, а *генератриса* е права паралелна на оската Oz.

ПАРАБОЛИЧНА ГЕОМЕТРИЈА [parabolic geometry; параболическая геометрия] Геометрија заснована на Евклидовите аксиоми (со аксиомата за паралелност, вклучително). Син. *елементарна геометрија*; *евклидска геометрија*; *в.* НЕЕВКЛИДСКИ ГЕОМЕТРИИ.

ПАРАБОЛОИДИ [paraboloids; параболоиды] Површини од втор ред, чиишто канонични равенки во Декартови координати имаат вид

$$1) \ z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \quad \text{и} \quad 2) \ z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2},$$

наречени *елиптичен параболоид* и *хиперболичен параболоид* (*в.*).

ПАРАДОКС [paradox; парадокс] Тврдење, коешто е контрадикторно само на себе или е неразумно, но може да вклучува и скриена вистина. Често се користи за да се илустрира некакво мислење или тврдење што е спротивно на прифатени традиционални сфаќања. (Доаѓа од грчкиот збор „*парадоксон*“ што значи „*спротивно на очекувањата*, *на верувањето или на важечкото мислење*“.) Парадоксите се формално-логички противречности, коишто се јавуваат во теоријата на множествата и формалната логика при запазување на логичката правилност на расудувањето.

П. се нарекуваат и *софизмите* (*в.*), како и невистинитите заклучоци, добиени со користење на поими и расудувања, чиишто граници на применливост не се познати, на пр., при пренесување на својства од конечни на бесконечни множества.

Примери. 1) П. **на берберот**. Еден бербер (којшто е маж) во некое село ги бричи оние и само оние мажи коишто не се бричат сами. Дали берберот се бричи сам? (Шеговита варијанта на *Раселовиот* п. (*в.*) од теоријата на множествата.) 2) **Раселов** п. Дали множеството од сите оние множества што не се содржани сами во себе се содржи самото во себе? 3) П. на **Зенон од Елеја** (*в.*) за „Ахил и желката“.

Познато и како *антиномија*.

ПАРАЛЕЛА [parallel; параллель] **1**. Кружница, добиена како пресек на ротациона површина и рамнина којашто е нормална на оската на ротација; *в.* и: ПАРАЛЕЛНИ КРУЖНИЦИ 2.

2. Права, паралелна со друга права; *в.* ПАРАЛЕЛНИ ПРАВИ.

ПАРАЛЕЛЕН [parallel; параллельный] Придавка, којашто е составен дел на повеќе термини, а означува „на исто растојание“, еквидистантно (во некоја определена смисла); на пр. п. вектори, п. прави, п. рамнини и др.

ПАРАЛЕЛНА ПРОЕКЦИЈА [parallel projection; параллельная проекция] Проекција добиена со проектирање на просторен лик врз рамнина π, од центар O, ако центарот O е бесконечно далечна точка. Притоа, п.п. може да биде *ортогонална* (т. е. *нормална*) или *коса*; *в.* ПРОЕКТИРАЊЕ.

ПАРАЛЕЛНИ ВЕКТОРИ, *в.* КОЛИНЕАРНИ ВЕКТОРИ.

ПАРАЛЕЛНИ ЗРАЦИ, исто што и *колинеарни вектори* (*в.*).

ПАРАЛЕЛНИ КРИВИ [parallel curves; параллельные кривые] Една крива (K) е паралелна со друга крива (L) ако (K) е *обвивна линија* (*в.*) на фамилијата кружници со ист радиус, а со центри што лежат на кривата (L).

Може да се каже дека: две криви се меѓусебно паралелни ако едната од нив се состои од точки што се на фиксно растојание (мерено по нормалите) од другата крива.

ПАРАЛЕЛНИ КРУЖНИЦИ [parallel circles; параллельные окружности] **1**. Кружници во рамнина со ист центар, т. е. *концентрични кружници*; *в.* и ПАРАЛЕЛНИ КРИВИ. **2**. Кружници, паралелни на големата кружница на сфера; познато и како *паралела*.

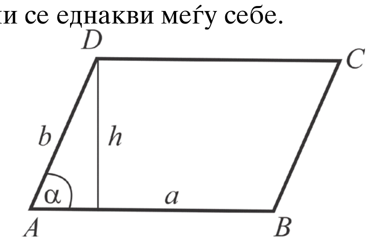
ПАРАЛЕЛНИ ПОЛУПРАВИ [parallel rays; параллельные лучи] Две полуправи се нарекуваат п.п. ако лежат на иста права или на две паралелни прави. Познато и како *паралелни зраци*.

ПАРАЛЕЛНИ ПРАВИ [parallel, parallel lines; параллельные прямые] Во евклидски простор, две прави се нарекуваат п.п. ако лежат во иста рамнина и не се сечат. За п.п. во евклидската геометрија важи *аксиомата за паралелност* (*в.*): «Низ дадена точка што не лежи на дадена права минува една и само една права паралелна на дадената». Познато и како *паралели*.

ПАРАЛЕЛНИ РАМНИНИ [parallel planes; параллельные плоскости] Рамнини во просторот што не се сечат.

ПАРАЛЕЛНО ПОМЕСТУВАЊЕ, *в.* ТРАНСЛАЦИЈА.

ПАРАЛЕЛОГРАМ [parallelogram; параллелограмм] Четириаголник при кој двата пара спротивни страни се паралелни. Спротивните страни на п. се еднакви, а и неговите спротивни агли се еднакви меѓу себе.



Паралелограм

Висина на п. е нормалното растојание меѓу две од неговите паралелни страни. Која било од страните, кон кои се мери висината, се вика **основа** на п. Плоштината P на п. е еднаква со производот од висината h и должината на соодветната основа a: $P = a \cdot h$ (т.е. $P = ab\sin\alpha$).

ПАРАЛЕЛОГРАМ ОД ВЕКТОРИ [parallelogram of vectors; параллелограмм векторов] Паралелограм, формиран од два неколинеарни вектори (***a*** и ***b***), нанесени така што нивните почетни точки да им се совпаднат во една точка O, а од нивните крајни точки (A и B), паралелно на векторите (***a*** и ***b***) се повлечени полуправи, сè до пресечната точка C на полуправит; *в*. ПРАВИЛО НА ПАРАЛЕЛОГРАМ.

ПАРАЛЕЛОПИПЕД [parallelepiped; параллелепипед] *Призма* (*в*.), чијашто основа е паралелограм. Има 6 ѕидови и 12 рабови.

Ако бочните рабови или ѕидови се нормални на основите, тогаш п. се нарекува **прав** п., а ако се коси – **кос** п. Прав п. чиишто основи се правоаголници се вика **правоаголен** п. или **квадар**. Плоштината S на бочната површина на п. се пресметува по формулата $S = L \cdot h$, каде што L е периметарот на нормалниот пресек, а h е должината на бочниот раб на п. Волуменот на п. е $V = B \cdot H$, каде што B е плоштината на основата, а H е **висината** (т. е. растојанието меѓу основите) на п. Сите дијагонали на п. се сечат во една точка.

Правоаголен п. при кој сите ѕидови се квадрати се вика **коцка**. Кос п. при кој сите ѕидови се ромбови се вика **ромбоедар**.

ПАРАМЕТАР [parameter; параметр] **1**. Величина што влегува во формули и изрази, а нејзината вредност е константна во рамките на разгледуваниот проблем; но, во друг проблем ги менува своите вредности.

2. Константен или променлив член во функција, којшто определува специфична форма на функцијата, но не и нејзината општа природа.

Примери. 1) Во $f(x) = ax$, a е п. којшто го определува само наклонот на правата опишана со $f(x)$.

2) Равенката $y = ax^2 + c$, со п. a и c, го определува множеството од сите параболи со теме на оската Oy. За одредени a и c се добива наполно определена парабола; на пр., за $a = 1$ и $c = 0$, се добива параболата $y = x^2$, со теме во координатниот почеток O. Колку е апсолутната вредност на a поголема, толку е параболата „построва“, а колку е на c поголема, толку ѝ е темето подалеку од O.

3. Една од независнопроменливите во множество параметарски равенки; на пр.: $x = a\cos t$, $y = b\sin t$ се параметарски равенки на елипса со п. t.

4. Во статистика: променлива што влегува во математичката форма на која било распределба, така што можните вредности на променливата соодветствуваат на различни распределби.

ПАРАМЕТАРСКИ РАВЕНКИ [parametric equations; параметрические уравнения] Равенки од обликот

$$x = \varphi(t),\ y = \psi(t)$$

се нарекуваат п.р. на соодветна рамнинска крива. На пр., кружницата $x^2 + y^2 = a^2$ може да се претстави со п.р. $x = a\cos t$, $y = a\sin t$ ($0 \le t \le 2\pi$).

ПАРЕН БРОЈ [even number; чётное число] Цел број делив со 2. На пр.: –4, –2, 0, 2, 4, 6, 18, 54 се п.б. Секој п.б. може да се претстави во обликот $2k$, каде што k е цел број.

ПАРНА ПЕРМУТАЦИЈА [even permutation; чётная подстановка] Пермутација што има парен број *инверзии*[2] (*в.*). На пр., пермутацијата

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

од елементите 1, 2, 3 е п.п. – има две инверзии (2 е пред 1 и 3 е пред 1).

ПАРНА ФУНКЦИЈА [even function; чётная функция] Функција $f(x)$ со домен D за која се исполнети услови-те: (i) D е симетрично множество во однос на координатниот почеток и (ii) $f(-x) = f(x)$ за секој $x \in D$. На пр., п.ф. се: $f(x) = x^2$, $f(x) = 2^x + 2^{-x}$, $f(x) = \cos x$.

ПАРНОСТ [parity, oddness or evenness; чётность или нечётность] Својство на некој математички објект (број, функција) да биде парен или непарен.

ПАР ПО ПАР ДИСЈУНКТНИ МНОЖЕСТВА [pairwise disjoint sets; попарно дизъюнктные множества, непересекаемые множества] Фамилија множества, во која кои било две множества се дисјунктни; се вели и: *фамилија од дисјунктни множества*. Таква е, на пр., фамилијата множества $\{[2n, 2n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}$, каде што секој интервал $[2n, 2n+1)$ е множеството реални броеви x, такви што $2n \le x < 2n+1$.

ПАР ПО ПАР ЗАЕМНО ПРОСТИ БРОЕВИ [pairwise relatively prime numbers, pairwise coprime numbers; попарно простые числа] Цели броеви $a_1, a_2, ..., a_k$ ($k \ge 2$), такви што секој пар a_i, a_j од нив ($a_i \ne a_j$) се *заемно прости броеви* (*в.*). Такви се на пр.: 8, 9, 25.

Ако $a_1, a_2, ..., a_k$ се пар по пар заемно прости броеви, тогаш сите тие, заедно, се и заемно прости. Обратното не е точно; на пр., 8, 12 и 15 се заемно прости, нзд(8,12,15) = 1, но не се пар по пар заемно прости. (Овој поим е важен, на пр., за доказот дека равенката $x^3 + y^3 = 1$ нема ненулти целобројни решенија.)

ПАРТИТИВНО МНОЖЕСТВО [power set, Boolean; множество частей, показательное множество, булеан] Множеството од сите подмножества на дадено множество A се вика п.м. на A и се означува со $\mathcal{P}(A)$. Познато и како *булеан*.

ПАРТИЦИЈА НА МНОЖЕСТВО, *в.* РАЗБИВАЊЕ НА МНОЖЕСТВО.

ПАРЦИЈАЛЕН ИЗВОД [partial derivative; частная производная] Извод на функција од повеќе променливи, земен по една променлива, додека другите променливи се држат фиксирани. На пр., нека $z = f(x, y)$ е дефинирана во некоја област D и нека (x_0, y_0) е внатрешна точка од D. Тогаш $f(x, y_0)$ може да се разгледува како функција од една променлива x во некоја околина на x_0. Ако $z = f(x, y)$ има извод (по x) за $x = x_0$, тогаш тој се вика п.и. од функцијата $z = f(x, y)$ во точката (x_0, y_0) и се означува со еден од симболите

$$f'_x(x_0, y_0),\ f_x(x_0, y_0),\ \frac{\partial}{\partial x} f(x_0, y_0),$$

или, ако нема потреба од истакнување на точката (x_0, y_0):

$$f_x',\ f_x,\ \frac{\partial f}{\partial x},\ \frac{\partial z}{\partial x},\ z_x,\ z_x'.$$

ПАРЦИЈАЛЕН ЛИМЕС [partial limit; частичный предел] **1**. П.л. *на низа* од броеви $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ е број (или еден од симболите $+\infty$, $-\infty$) b, таков што во низата (a_n) постои подниза (a_{n_k}) за која $\lim\limits_{k \to \infty} a_{n_k} = b$.

Множеството B од сите п.л. на низата (a_n) има и најмал и најголем елемент. Најмалиот елемент на B се вика **лимес инфериор**, а најголемиот – **лимес супериор** (*в.*) на низата (a_n). На пр., низата

$$-2,\ \frac{3}{2},\ -\frac{4}{3},\ \frac{5}{4}, ..., (-1)^n(1+\frac{1}{n}), ...$$

има два п.л.: –1 и 1, т. е. B = {–1, 1}; притоа, –1 е лимес инфериор, а 1 е лимес супериор.

2. П.л. *на функција* $f(x)$ во точка c (т. е. при $x \to c$) е број b (или еден од симболите +∞, –∞), таков што за *некоја* низа $x_1, x_2, ..., x_n, ...$, којашто има лимес c (притоа: $x_n \neq c$), соодветната низа од вредностите на функцијата $f(x_1), f(x_2), .., f(x_n), ...$ има лимес b (или соодветно +∞, –∞).

Ако сите п.л. се совпаѓаат, тогаш функциата $f(x)$ има лимес во точката c и тој се совпаѓа со заедничката вредност на п.л. Ако $f(x)$ во точката c ги има +∞ и –∞ како п.л., тогаш $f(x)$ има (бесконечен) лимес ∞ во точката c (при $x \to c$).

Десен (одн. **лев**) п.л. на $f(x)$ во точката c, т. е. при $x \to c^+$ (соодв. при $x \to c^-$), се дефинира на истиот начин, но со дополнителниот услов: членовите на низата се $x_n > c$ (соодв. $x_n < c$). Аналогно се дефинира п.л. на $f(x)$ при $x \to +\infty$ или $x \to -\infty$.

Примери. 1) П.л. на $f(x) = \sin(1/x)$ при $x \to 0$ е кој било број b од –1 до 1 т. е. $-1 \le b \le 1$; $x_n = 1/(\arcsin b + 2\pi n)$ е низа со лимес 0 и $\lim\limits_{n\to\infty} \sin(1/x_n) = b$.

2) За функцијата $f(x) = x\sin^2 x$ п.л. при $x \to +\infty$ се сите ненегативни броеви b, $0 \le b < +\infty$, како и симболот +∞.

ПАРЦИЈАЛНА ИНТЕГРАЦИЈА, *в*. ИНТЕГРИРАЊЕ ПО ДЕЛОВИ.

ПАРЦИЈАЛНО ПОДРЕДЕНО МНОЖЕСТВО, исто што и *делумно подредено множество*.

ПАСКАЛ, Блез [Blaise Pascal; Блез Паскал] (1623 – 1662), француски математичар, физичар, пронаоѓач, писател и филозоф. Тој е еден од основоположниците на математичката анализа, теоријата на веројатност и проективната геометрија, автор на основниот закон на хидродинамиката и творец на првите модели на сметачката техника.

ПАСКАЛОВ ТРИАГОЛНИК [Pascal's triangle; Паскаля треугольник] Бесконечна таблица на *биномни коефициенти* (*в.*), којашто има триаголна форма. На темето и на бочните страни од тој триаголник стојат единици. Секој друг број во таблицата е еднаков на збирот од двата броја што се над тој број. Редиците во триаголникот се симетрични во однос на вертикалната оска.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 200 252 200 120 45 10 1

Паскалов триаголник

П.т. е наречен во чест на францускиот математичар *Б. Паскал* (*в.*), макар што други математичари, со векови пред него, го проучувале во Индија, Иран, Кина, Германија и Италија. П.т. се применува во теоријата на веројатност.

ПАТ-СВРЗАНО МНОЖЕСТВО [arcwise-connected set, pathwise-connec ted set, path-connected set; линейно связное множество] Во тополошки простор, п.-с.м. е множество M, во кое секој пар точки може да се сврзе со едноставна непрекината линија, чиишто сите точки се во множеството M, т. е. постои пат $k:[0,1]\to M$, таков што $k(0)=a,\ k(1)=b$ за секои a, b од M. Познато и како *линиски сврзано множество*.

ПЕАНОВА КРИВА [Peano curve; Пеано кривая] Непрекината крива, којашто минува низ секоја точка на единичен квадрат.

ПЕАНОВИ АКСИОМИ [Peano's axioms; аксиомы Пеано] Систем аксиоми за природните броеви (претставен од *Џ. Пеано* во 19 век):

i) 1 е природен број.

ii) Број којшто е следбеник на природен број, е природен број.

iii) 1 не е следбеник на природен број.

iv) Два броја чиишто следбеници се еднакви, и самите тие се еднакви.

v) (**Аксиома на индукцијата**) Ако едно множество S од природни броеви го содржи 1 и ако следбеникот на секој број од S е во S, тогаш S ги содржи сите природни броеви.

Аксиомата на индукцијата се користи за докажување на тврдења за природни броеви, во следнава форма. Ако некое тврдење е докажано за 1 (**основа на индукцијата**) и ако од претпоставката дека тоа е точно за природниот број n следува дека е точно и за следбеникот $n+1$ (**индуктивна претпоставка**), тогаш тоа е точно за сите природни броеви.

ПЕАНО, Џузепе [Giuseppe Peano; Джузепе Пеано] (1858 – 1932), италијански математичар роден на Сардинија. Се занимавал со аритметика, анализа и математичка логика. Ја поставил аритметиката врз аксиоматска основа, а дал и голем придонес во развојот на јазикот на формалната логика; *в*. ПЕАНОВИ АКСИОМИ.

ПЕНТАГОНАЛНИ БРОЕВИ, *в*. МНОГУАГОЛНИ БРОЕВИ.

ПЕНТАЕДАР [pentahedron; пятигранник, пентаэдр] Полиедар со пет ѕида, на пр., четириаголна пирамида.

ПЕНТОМИНО [pentomino; пентамино], *в*. ПОЛИОМИНО.

ПЕРИМЕТАР [perimeter; периметр] Должината L на затворена линија; специјално, должината на линијата што ограничува некоја рамнинска фигура, на пр.: триаголник, правоаголник, многуаголник, круг итн. (т. е. должината на обиколката на таква фигура); п. на правилен n-аголник со страна a е $L = na$. Познато и како *обем* 1.

ПЕРИМЕТАР НА КРУЖНИЦА [perimeter of a circle, circumference; периметр окружности] Должината на кружница; п. на кружница со радиус r е $L=2\pi r$.

ПЕРИОД [period; период] **1**. За дадена функција f, п. е број T $(T\neq 0)$, таков што $f(x+T)=f(x)$ за сите x од доменот на f.

2. Групата цифри што се повторува во периодичен *бесконечнодецимален број* (*в*.).

3. За матрици – *в*. ПЕРИОДИЧНА МАТРИЦА.

ПЕРИОДИЧЕН ДЕЦИМАЛЕН БРОЈ [repeating decimal, periodic decimal, recurring decimal; периодическая дробь], *в*. БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ.

ПЕРИОДИЧНА ГРУПА [torsion group; периодическая группа, группа кручения] Група, во која сите елементи имаат конечен ред. Сите конечни групи се п.г. Познато и како *торзиона група*.

ПЕРИОДИЧНА МАТРИЦА [periodic matrix; периодическая матрица] Квадратна матрица A, таква што

$$A^{k+1} = A \text{ за некој природен број } k.$$

Ако k е најмалиот таков број, тогаш k се вика **период** на матрицата A. Ако $k = 1$, тогаш $A^2 = A$ и A се вика **идемпотентна матрица**.

ПЕРИОДИЧНА ФУНКЦИЈА [periodic function; периодическая функция] **1**. Функција $f(x)$ од реална променлива x со домен D е п.ф. со *период* T (*в.*) ако ги исполнува следниве услови: (i) $x \in D \Rightarrow x+T,\ x-T \in D$,

(ii) $f(x+T) = f(x)$ за секој $x \in D$.

На пр., $f(x) = \sin x$ е п.ф. со (најмал позитивен) период $T = 2\pi$.

2. П.ф. *од комплексна променлива z* е еднозначна аналитична функција $f(z)$, којашто има само изолирани сингуларни точки во целата комплексна рамнина и за која постои број $p \neq 0$, наречен **период** на $f(z)$, таков што за секој z важи: $f(z+p) = f(z)$.

ПЕРИОДИЧНОСТ НА ФУНКЦИЈА [periodicity of a function; периодичность функции] Својството на функција да е *периодична функција* (*в.*).

ПЕРИФЕРИЈА [periphery; периферия] Граница на фигура, на тело. Познато и како *обиколка*.

ПЕРИФЕРИЈА НА КРУГ / НА МНОГУАГОЛНИК, *в.* ОБИКОЛКА НА КРУГ / НА МНОГУАГОЛНИК.

ПЕРИФЕРЕН АГОЛ [inscribed angle; вписанный угол] Агол, чиешто теме лежи на кружница, а краците ја сечат кружницата. П.а. се вика и **периферски агол**; *в.* и ВПИШАН АГОЛ.

ПЕРМУТАЦИЈА [permutation, arrangement; подстановка, перестановка] П. е биективно пресликување на едно множество во себе. Терминот «пермутација» обично се употребува за конечно множество M, т. е. за функција што «разместува» конечен број симболи. Во тој случај, удобно е да се смета дека $M = \{1, 2, ..., n\}$ и п. да се запише во обликот

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix}, \qquad (*)$$

каде што $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ се истите броеви $1,2,\dots,n$, но во некој (друг) распоред. Записот (*) означува дека α го преведува бројот k во бројот α_k, т. е.

$$\alpha(k) = \alpha_k,\ k = 1, 2, \dots, n.$$

Бројот на сите п. од n елементи изнесува $n!$. Множеството од сите п. од n елементи (ознака: S_n) е група во однос на операцијата состав на пресликувања, наречена *група од пермутации* или *симетрична група* (*в.*) од n елементи.

Една п. може да биде **парна** п. (ако има парен број *инверзии*, *в.*) или **непарна** п. (ако има непарен број инверзии). На пр., п.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 1\,2\,4\,3 \end{pmatrix} \text{ и } \varphi = \begin{pmatrix} 1\,2\,3\,4 \\ 4\,2\,1\,3 \end{pmatrix}$$

– σ е непарна (има една инверзија), а φ е парна (има 4 инверзии).

ПЕРМУТАЦИОНА МАТРИЦА [permutation matrix; матрица перестановки, матрица подстановки] Квадратна матрица, која во секоја редица и во секоја колона има по еден елемент единица, а сите други елементи се нули. П.м. од n-ти ред се добива од единичната матрица од n-ти ред со пермутирање на нејзините колони. Всушност, секоја п.м. од n-ти ред е матрично претставување на пермутација од n-ти ред. На пр., соодветната п.м. за пермутацијата

$$\pi = \begin{pmatrix} 1\,2\,3 \\ 2\,3\,1 \end{pmatrix} \quad \text{е} \quad P = \begin{bmatrix} 0\,1\,0 \\ 0\,0\,1 \\ 1\,0\,0 \end{bmatrix}.$$

ПЕРПЕНДИКУЛАРЕН [perpendicular; перпендикулярный] Во Евклидска геометрија, терминот *перпендикуларен* се користи со значење *нормален*, *ортогонален*: два геометриски објекти се перпендикуларни ако тие се *заемно нормални*. На пр.: 1) Две прави се п. ако аголот меѓу нив изнесува 90^o. 2) Права p е п. на рамнина Σ ако p ја прободува Σ во точка M и е п. на секоја права што лежи во рамнината Σ и минува низ M. 3) Две рамнини се п. ако се сечат и нивниот диедарски агол изнесува 90^o.

ПЕРПЕНДИКУЛАРНИ ПРАВИ [perpendicular lines; перпендикулярные прямые], исто што и *заемно нормални прави* (*в.*).

ПЕРПЕНДИКУЛАРНИ РАМНИНИ [perpendicular planes; перпендикулярные плоскости], исто што и *заемно нормални рамнини* (*в.*).

ПЕРПЕНДИКУЛАРНОСТ [perpendicularity; перпендикулярность] *Перпендикуларност* е својство на два (или повеќе) геометриски објекти да се заемно нормални, т. е. да зафаќаат меѓу себе прави агли (на пр., п. на: две прави, на три рамнини). П. значи *ортогоналност* на класични геометриски објекти.

ПЕРСПЕКТИВА [central projection; перспектива, перспективная проекция] Начин на претставување геометриски фигури врз рамнина; *в.* ЦЕНТРАЛНА ПРОЕКЦИЈА.

ПЕРСПЕКТИВНА ПРОЕКЦИЈА, *в.* ЦЕНТРАЛНА ПРОЕКЦИЈА.

ПЕРСПЕКТИВНА СЛИЧНОСТ, *в.* ХОМОТЕТИЈА.

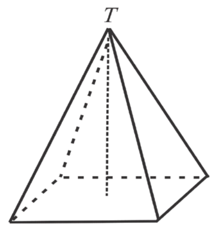
ПЕТАГОЛНИ БРОЕВИ [pentagonal numbers; пятиугольные числа] *в.* МНОГУАГОЛНИ БРОЕВИ.

ПЕТАГОЛНИК [pentagon; пятиугольник] Многуаголник со пет страни, т. е. со пет агли. П. при кој сите страни се еднакви и сите (внатрешни) агли се еднакви се вика **правилен** п.

ПЕТАГОЛНА ПИРАМИДА [pentagonal pyramid; пятиугольная пирамида] Пирамида, чијашто основа е петаголник.

ПЕТАГОЛНА ПРИЗМА [pentagonal prism; пятиугольная призма] Призма со основа петаголник.

ПИРАМИДА [pyramid; пирамида] П. е полиедар со еден ѕид – многуаголник, наречен **основа** на п., а сите останати ѕидови се триаголници, наречени **бочни ѕидови**, со заедничко теме – **врв** на п. Заедничката отсечка на два соседни бочни ѕида се вика **бочен раб** на п. Нормалното растојание од врвот до основата се вика **висина** на п. Ако основата на п. е n-аголник, тогаш таа се вика ***n*-аголна** п. (на пр., *триаголна* п., *четириаголна* п.).



Пирамида

За една п. велиме дека е **правилна** п. ако основата е правилен многуаголник и ако врвот T со ортогонална проекција се проектира во центарот на многуаголникот. Висината на бочната страна на правилна п. се вика

апотема (*в.*). Трииаголна п. се нарекува и *тетраедар* (*в.*).

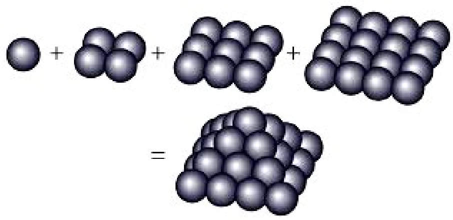
Волуменот на п. се пресметува по формулата $V = \frac{1}{3}BH$, каде што B е плоштината на основата, а H е висината на п.

Плоштината на п. се пресметува по формулата $P = B + M$, каде што M е плоштината на бочната површина, а B е плоштината на основата. Ако п. е правилна, тогаш M се пресметува по формулата $M = \frac{1}{2}hL$, каде што h е должината на апотемата, а L е периматарот на основата.

ПИРАМИДАЛЕН БРОЈ [pyramidal number; пирамидальное число] *Фигурен број* (*в.*), којшто го искажува количеството поставени сфери во пирамида со квадратна основа (затоа п.б. се вика и **квадратен** п.б.). П.б. исто така го искажува количеството квадрати во $n \times n$ мрежа. П.б. ја образуваат низата 1,5,14,30,55,91,…, а може да се пресметаат по формулата

$$P_n = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} =$$

$$= \frac{1}{6}(2n^3 + 3n^2 + n).$$



Пирамидален број, квадратен: 1+4+9+16 = 30

Терминот п.б. најчесто се употребува за квадратни п.б., коишто имаат квадратна основа (четири страни), но може да се однесува и на: *триаголни* п.б. (три страни), *пентагонални* п.б. (пет страни), *хексагонални* п.б. (шест страни), итн. за пирамиди со поголем број страни на основата.

ПИРСОВА СТРЕЛКА [Pierce arrow, NOR, NOT-OR; Пирса стрелка, ИЛИ-НЕ] Двомесна логичка операција (обично означувана со знакот $\downarrow$), којашто се задава со следнава вистинитосна таблица:

p	q	$p \downarrow q$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

(1 значи „точно“, а 0 – „неточно“).

Резултатот на операцијата $p \downarrow q$ не се менува ако p и q си ги разменат местата.

Со помош на П.с. може да се изразат сите други логички операции; на пр.: *негацијата* на p, $\neg p$ – со: $p \downarrow p$; *конјункцијата* $p \wedge q$: $(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$; *дисјункцијата* $p \vee q$: $(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$.

Симболот $\downarrow$ за операторот NOR е воведен од американскиот филозоф, логичар и математичар ***Ч. Пирс*** (Charles Sanders Pierce, 1839 – 1914).

Познато и како НИЛИ (*в.*).

ПИТАГОРА [Pythagoras of Samos; Пифагор Самосский] (ок. 570 – ок. 495 г. пред н.е.), старогрчки филозоф, математичар и религиозен реформатор, роден на островот Самос. Во младоста патувал многу, го посетил Египет, Вавилон и други места, собирајќи знаења. Подоцна (ок. 530 год. пред н.е.) се населил во Кротон, Јужна Италија, каде што основал религиозна секта и се бавел со истражувања. Имал многу ученици и следбеници.

На П. му се припишува откривањето на првата музичка скала, учењето за повторно раѓање, дека тој прв себеси се нарекол «филозоф» (т. е. човек којшто самиот не е мудар, но ја сака мудроста), како и теоремата што го носи неговото име (*Питаго-*

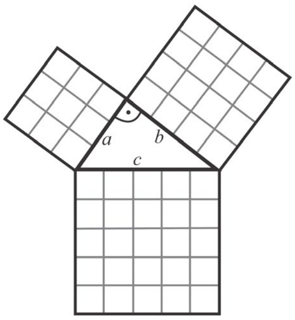
рова теорема, *в.*). Се смета дека П. или неговите ученици го конструирале првиот нејзин доказ, но познато е дека пред тоа ја користеле Вавилонците и Индијците.

ПИТАГОРОВА ТЕОРЕМА [Pytagorean theorem; Пифагора теорема] Ако страните на правоаголен триаголник се измерени со иста мерна единица за должина, тогаш квадратот на должината c на хипотенузата е еднаков со збирот од квадратите на должините a и b од катетите, т. е.

$$c^2 = a^2 + b^2 .$$

Со други зборови, квадратот конструиран над хипотенузата има плоштина еднаква со збирот од плоштините на квадратите конструирани над катетите.

Важи и обратното: ако во триаголник за страните важи равенството $c^2 = a^2 + b^2$, тогаш тој триаголник е правоаголен.



Питагорова теорема

ПИТАГОРОВА ТРОЈКА [Pytagorean triple; пифагорова тройка] П.т. се состои од три природни броеви a, b, c коишто го задоволуваат равенството $c^2 = a^2 + b^2$; a, b, c се викаат **Питагорови броеви**. Сите решенија на оваа равенка, а тоа значи и сите п.т. се изразуваат со формулите

$$a = m^2 - n^2,\ \ b = 2mn,\ \ c = m^2 + n^2 ,$$

каде што m и n се произволни природни броеви ($m > n$). П.т. се, на пр.: 3,4,5 (**египетски триаголник**); 5,12,13 (**индиски триаголник**); 7, 24, 25 итн.

ПЛАНИМЕТРИЈА [plane geometry; планиметрия, геометрия плоскости] Дел од елементарната геометрија во кој се изучуваат својства на фигури што лежат во рамнина, како што се: прави, триаголници, кружници, многуаголници. Познато и како *рамнинска геометрија*.

ПЛАТОНОВО ТЕЛО [Platonic solid; тело Платона], *в.* ПРАВИЛЕН ПОЛИЕДАР.

ПЛАФОН [ceiling; потолок], *в.* ЦЕЛ ДЕЛ.

ПЛОШТИНА [area; площадь] Една од основните математички величини којашто ги карактеризира геометриските фигури во рамнина или на површина. П. е мера на големината на дводимензионална површина или на област од таква површина.

Во најпрости случаи, п. се мери со бројот на единични квадрати (т. е. квадрати со страна еднаква на единица) коишто ја исполнуваат рамнинската фигура. Мерењето п. *на многуаголник* (*в.*) се базира на можноста „да се прекрои“ многуаголникот во правоаголник, а п. P на правоаголник е еднаква со производот од должините на две негови соседни страни a и b, $P = ab$.

ПЛОШТИНА НА МНОГУАГОЛНИК [area of a polygon; площадь многоугольника] П.н.м. е реална функција P дефинирана на множеството многуаголници, којашто ги задоволува следниве аксиоми:

(i) функцијата P е позитивна, $P > 0$;

(ii) ако два многуаголника се складни, тогаш нивните плоштини P_1 и P_2 се еднакви, $P_1 = P_2$;

(iii) ако два многуаголника немаат заеднички внатрешни точки и имаат плоштини P_1 и P_2, тогаш плоштината P на нивната унија е збир од нивните плоштини, $P = P_1 + P_2$;

(iv) плоштината на квадрат, чијашто страна е еднаква на една должинска единица, е еднаква на 1.

Со помош на гранична вредност, задржувајќи ги аксиомите (i) – (iv), поимот п.н.м. може да се прошири од множеството многуаголници на пошироко множество рамнински фигури, на пр. кружница, елипса и др.

ПЛОШТИНА НА ПОВРШИНА [surface area; площад поверхности] Плоштината σ на дел од крива површина, зададена со равенка $z = f(x, y)$, што се добива кога (x, y) се менува во некоја затворена и ограничена област $D \subset \mathbb{R}^2$, при претпоставка дека парцијалните изводи $p = z_x$ и $q = z_y$ се непрекинати во областа D, се пресметува со формулата

$$\sigma = \iint_D \sqrt{1 + p^2 + q^2}\, dxdy.$$

ПЛУС [plus; плюс] Математички симбол (+) за собирање броеви или други математички величини.

ПОАНКАРЕ, Жил Анри [Jules Henri Poincaré; Жюль Анри Пуанкаре] (1854 – 1912), голем француски математичар, механичар, физичар, астроном и филозоф од втората половина на 19 век. Тој дал оригинален и фундаментален придонес во чистата и применетата математика, математичката физика и небесната механика. Неговите истражувања (во врска со т.н. „проблем на три тела“) ги поставиле основите на теоријата на хаосот. Се занимавал со теорија на диференцијални равенки, теорија на комплексни функции, топологија и основи на математиката.

ПОАНКАРЕОВА ХИПОТЕЗА [Poincaré conjecture; Пуанкаре гипотеза] Хипотеза што ја поставил Х. Поанкаре во 1904, која гласи: секое компактно, просто сврзано тридимензионално многубразие е хомеоморфно со тридимензионалната сфера.

П.х. била еден од најпознатите нерешени проблеми во тополагијата. По, речиси, 100 години напори на математичарите од целиот свет, рускиот математичар ***Г. Перељман*** (Грегорий Яковлевич Перельман, род. 1966) ја решил потврдно во 2002–2003 г., па сега, П.х. е теорема за *карактеризација на тридимензионалната сфера*, која е хиперсфера што ја ограничува единичната топка во четиридимензионален простор.

ПОАСОН, Симеон Дени [Siméon Denis Poisson; Симеон Дени Пуасон] (1781 – 1840), француски математичар, механичар и физичар. Познат по својата работа во разни области од чистата математика, математичката физика, небесната и теориска механика, посебно по своите трудови за определени интеграли, електромагнетна теорија и веројатност.

ПОАСОНОВА РАСПРЕДЕЛБА [Poisson distribution; распределение Пуасона] Распределба на *дискретна случајна променлива* (*в.*). Се разгледува бројот на појавувања на некој настан во даден интервал, при што: а) веројатноста на неговото појавување е еднаква во сите интервали со иста должина, б) случувањето на настанот во еден интервал не зависи од неговите случувања во други интервали. Се дефинира случајната променлива X = „број на случувања на настанот A во еден интервал“. Тогаш законот на распределба на X е:

$$p(X = k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}, \text{ за } k = 0,1,2,...,n,...,$$

каде што параметарот μ е просечен број случувања во еден интервал.

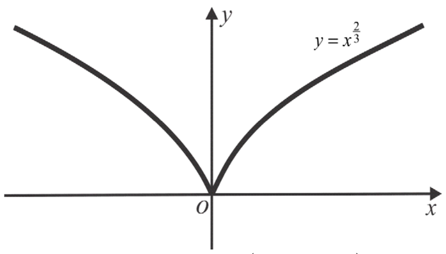
ПОВЕЌЕИМЕН БРОЈ [compound number; число, составленное из различных наименований] Величина, изразена како збир од две или повеќе величини од ист вид, со помош на различни мерни единици. На пр., п.б. е 3 m 4 dm 5 cm; *в*. ИМЕНУВАН БРОЈ.

ПОВЕЌЕКРАТЕН КОРЕН, *в*. МНОГУКРАТЕН КОРЕН.

ПОВЕЌЕРАБНО ЌОШЕ [polyhedral angle; многогранный угол], *в*. ЌОШЕ.

ПОВРАТНА ТОЧКА [cusp, spinode; точка возврата, точка заострения] *Двојна точка* (*в*.) на крива во која граничните тангенти на кривата од двете страни на точката се совпаѓаат.

Има два вида: п.т. **од прв вид** или **проста** п.т. (– двете гранки од кривата блиски до п.т. лежат на спротивни страни од граничната тангента на кривата во п.т.) и п.т. **од втор вид** (– двете гранки од кривата блиски до п.т. лежат од истата страна на граничната тангента кон кривата во п.т.).



Повратна точка (од прв вид)

ПОВРШИНА [surface; поверхность] П. е геометриска фигура, која се состои од точки, чиишто координати задоволуваат некоја равенка, како на пр.: $z = f(x, y)$, или $F(x, y, z) = 0$ или параметарски равенки

$$x = x(u,v),\ y = y(u,v),\ z = z(u,v),$$

при што обично се претпоставува дека функциите што се јавуваат во горните равенства се диференцијабилни доволен број пати.

На пр., параболоид и сфера може да се зададат, соодветно, со равенки

$$z = x^2 + y^2 \quad \text{и} \quad x^2 + y^2 + z^2 = R^2,$$

а елипсоид – со: $x = a\cos u \cos v$, $y = b\cos u \sin v$, $z = c\sin u$.

ПОВРШИНА ОД ВТОР РЕД [quadric surface; поверхность второго порядка] Површина, претставена со алгебарска равенка од втор степен:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xz + 2a_{23}yz + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0,$$

каде што барем еден од коефициентите a_{ik} $(i, k \in \{1,2,3\})$ не е 0.

Има 17 различни видови п.о.в.р.: *елипсоид* (реален и имагинарен),

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \quad \text{и} \quad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=-1;$$

хиперболоид – еднокрилен и двокрилен; *параболоид* – елиптичен и хиперболичен; *цилиндар* (елиптичен – реален и имагинарен, параболичен и хиперболичен); *конусна површина* – реална и имагинарна; *пар рамнини што се сечат* – реален, одн. имагинарен пар: $(x^2/a^2)-(y^2/b^2)=0$ одн. $(x^2/a^2)+(y^2/b^2)=0$); *пар паралелни рамнини* – реален пар $x^2 = a^2$, имагинарен пар $x^2 = -a^2$); *пар совпаднувачки рамнини*: $x^2 = 0$.

ПОВРШИНСКИ ИНТЕГРАЛ [surface integral; поверхностный интеграл] П.и., т. е. *интеграл по површина*, е природно обопштување на двоен интеграл. Имено, нека е дадена површина $z = f(x,y)$, при што функцијата f и нејзините парцијални изводи z_x, z_y се непрекинати во затворена ограничена област D (т. е. површината „над“ D е мазна). Потоа, нека со Σ е означен делот од дадената површина што се добива кога (x, y) се менува во D и нека функцијата $R(x, y, z)$ е непрекината во една просторна област G, во која се содржи Σ. П.и. **по плоштината σ на површината Σ** од функцијата $R(x, y, z)$ (или п.и. **од прв тип**) се дефинира со: $\iint_{\Sigma} R(x,y,z)\,d\sigma =$

$$\iint_{D} R(x,y,f(x,y))\sqrt{1+(z_x)^2+(z_y)^2}\;dxdy.$$

Со помош на п.и. од прв тип може да се дефинираат п.и. *од втор тип*, со тоа што се избира насока на површината Σ. Имено, нека Σ е двострана мазна површина и нека е фиксирана едната од нејзините две страни, т. е. нека е избрана ориентација на Σ. Тоа значи дека на секоја точка M od Σ ѝ е придружен единичен вектор $\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}(M)$ = (cos α, cos β, cos γ), каде што α, β, γ се аглите што ги зафаќа векторот $\boldsymbol{n}$ со позитивните делови на координатните оски Ox, Oy, Oz, соодветно. Нека $P = P(x,y,z)$, $Q = Q(x,y,z)$, $R = R(x,y,z)$ се непрекинати функции во точките од површината Σ. Тогаш, п.и. **од втор тип** по ориентираната површина Σ, којшто се означува со

$$\iint_{\Sigma} P\,dydz + Q\,dzdx + R\,dxdy\,,$$

е еднаков со површинскиот интеграл по *плоштината σ на површината* Σ:

$$\iint_{\Sigma} (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma)\,d\sigma\,.$$

ПОГРЕШНОСТ, *в.* ГРЕШКА 1.

ПОД [floor; пол], *в.* ЦЕЛ ДЕЛ.

ПОДГРУПА [subgroup; подгруппа] Подмножество H од елементи на група G коешто е затворено во однос на операцијата на групата, т. е.

$$a,b \in H \Rightarrow ab \in H \text{ и } a \in H \Rightarrow a^{-1} \in H.$$

На пр., мултипликативната група на рационалните броеви (со исклучена нула) е п. од мултипликативната група на сите реални броеви (со исклучена нула).

ПОДИНТЕГРАЛНА ФУНКЦИЈА [integrand; подинтегральная функция] Функцијата што треба да се интегрира во даден интеграл, т. е. функцијата $f(x)$ во $\int f(x)\,dx$. Познато и како *интегранд*.

ПОДМНОЖЕСТВО [subset; подмножество] За множеството A се вели дека е п. на множеството B ако секој елемент на A е елемент и на B; ознака: $A \subseteq B$. Се вели, исто така, дека B е **надмножество** на A. За A се вели дека е **вистинско** п. на B (ознака: $A \subset B$) ако $A \subseteq B$ и постои елемент во B што не е елемент на A. На пр., $\{1,2\}$ е вистинско п. на $\{1,2,3\}$, а $\{c,b,a\}$ е п. на $\{a,b,c\}$, но не е вистинско п.

ПОДНИЗА [subsequence; подпоследовательность] Низа што е добиена од друга низа со отстранување на некои членови, без менување на редоследот од преостанатите членови, т. е. п. од една низа (a_n) е низа (b_k) определена со $b_k = a_{n_k}$, а $n_1 < n_2 < \ldots$ е растечка низа од индекси. На пр., парните природни броеви се п. од низата на природните броеви.

ПОДНОЖЈЕ НА ВИСИНА [foot of an altitude ; основание высоты] П.н.в. **кај триаголник** е точката на страната (или на нејзиното продолжение), спротивна на дадено теме од триаголникот, во која нормалата што минува низ тоа теме ја сече страната или нејзиното продолжение. (Отсечката и должината на отсечката од темето до п.н.в. се вика *висина* на триаголникот.)

П.н.в. **кај конус** е *подножјето на нормалата* (*в.*) повлечена низ врвот кон рамнината на основата на конусот. Аналогно за п.н.в. кај пирамида, коса призма и др.

ПОДНОЖЈЕ НА НОРМАЛА [perpendicular foot; основание перпендикуляра] *Подножје на нормала n кон права p во рамнина* се вика пресечната точка на нормалата n и правата p.

Ако низ дадена точка *во просторот* е повлечена нормала n кон дадена рамнина, тогаш n ја прободува рамнината во некоја точка P; прободот P се вика *подножје на нормалата n* во дадената рамнина.

ПОДРЕДЕН ИНТЕГРАЛЕН ДОМЕН [ordered integral domain; упорядоченная область целостности] Еден интегрален домен $(R,+,\cdot)$ се вика п.и.д. ако постои непразно подмножество R^+ од R со следниве својства:

(i) $x, y \in R^+ \Rightarrow x+y, x\cdot y \in R^+$;

(ii) $0 \notin R^+$;

(iii) $x \neq 0 \Rightarrow x \in R^+ \vee -x \in R^+$.

Во тој случај се вели дека R^+ е **множеството од позитивни елементи**, а $R^- = \{x \mid -x \in R^+\}$ – дека е **множеството од негативни елементи** на R.

На пр., интегралниот домен на целите броеви е п.и.д.; во него, поимите за позитивни односно негативни елементи го имаат обичното значење.

ПОДРЕДЕНО МНОЖЕСТВО [ordered set; упорядоченное множество] Множество на кое е дефинирана релација за *подредување* (*в.*).

ПОДРЕДЕНО ПОЛЕ [ordered field; упорядоченное поле] Поле, коешто е подредено како *подреден интеграл домен* (*в.*). На пример: 1) полето на рационалните броеви, 2) полето на реалните броеви се п.п.

ПОДРЕДЕН ПАР [ordered pair; упорядоченная пара] Множество со два елемента, на пр. a и b, за кое едниот елемент, на пр. a е наименуван како прв, а другиот – како втор; се означува: (a, b). За п.п. се користи и терминот **подредена двојка**. Два п.п. (a, b) и (c, d) се еднакви, $(a, b) = (c, d)$, ако и само ако $a = c$ и $b = d$. Следствено, ако $a \neq b$, тогаш $(a, b) \neq (b, a)$. Во теоријата на множествата, п.п. (a, b) формално се дефинира како множеството $\{\{a\}, \{a, b\}\}$. Се покажува дека условот за еднаквост на два п.п. е исполнет при оваа дефиниција.

Обопштување на п.п. е *подредена тројка* и *подредена n-ка*. **Подредена *n*-ка** е множество $(a_1, a_2, ..., a_n)$ со прв елемент a_1, втор – a_2, итн.

П.п. од броеви има многу интерпретации; на пр., (a, b) може да претставува: точка во рамнината, при што броевите a и b се Декартовите координати на точката или вектор чиишто компоненти се дадените броеви.

ПОДРЕДЕН ПРСТЕН [ordered ring; упорядоченное кольцо] Прстен, којшто има подредување аналогно на подредувањето $\leq$ (*помало или еднакво*) за реалните броеви во однос на собирањето и множењето; *в.* ПОДРЕДЕН ИНТЕГРАЛЕН ДОМЕН.

Примери за п.п. се: подредените полиња; прстенот од реални функции на множество X, каде што $f \leq g$ означува $f(x) \leq g(x)$ за сите $x \in X$; прстенот од матрици над подреден прстен R, каде што, по дефиниција, $[a_{ij}] \leq [b_{ij}]$ ако $a_{ij} \leq b_{ij}$ за сите i, j.

ПОДРЕДУВАЊЕ [ordering, order, order relation; упорядоченность, упорядочение, отношение порядка] Релација, дефинирана во некое множество M, се вика *подредување* или *релација за подредување* (ознака: $\leq$) во M ако е: *рефлексивна*, *антисиметрична* и *транзитивна*, т. е. ако:

i) $a \leq a$ за секој $a \in M$;

ii) ако $a \le b$ и $b \le a$, тогаш $a = b$;
iii) ако $a \le b$ и $b \le c$, тогаш $a \le c$.

Во тој случај, *M* се вика **подредено множество**. Да забележиме дека условите i) – iii) не укажуваат дали сите елементи од *M* се „споредливи“.

Ако п. ≤ го исполнува условот:
iv) $(\forall a, b \in M)\,(a \le b \vee b \le a)$,
т. е. или $a < b$, или $a = b$ или $b < a$
(својство на *трихотомија*),
тогаш кои било два елементи од *M* се споредливи и за п. ≤ се вели дека е **потполно** п. (или **линеарно** п.) на *M*.

За множеството *M* се вели дека е **потполно подредено** (или: **линеарно подредено**, или: **верига**) ако ≤ е потполно п. Ако условот iv) не е исполнет, т. е. во *M* има елементи што не се споредливи, тогаш релацијата ≤ се вика **делумно** п., а за *M* се вели дека е **делумно подредено множество**.

Пример. Множеството $\mathbb{Q}$ на рационалните броеви, со обичното подредуваење ≤ е *потполно* подредено множество, а партитивното множество $\mathcal{P}(S)$ на множеството $S=\{a,b\}$, $\mathcal{P}(S) = \{\varnothing,\{a\},\{b\},\{a,b\}\}$, со релацијата $\subseteq$, е подредено множество, но не е потполно, туку е само *делумно* подредено (зашто елементите $\{a\}$ и $\{b\}$ од $\mathcal{P}(S)$ не се споредливи, т. е. условот iv) не е исполнет).

ПОЗИТИВЕН АГОЛ [positive angle; положительный угол], *в.* НАСОЧЕН АГОЛ.

ПОЗИТИВЕН БРОЈ [positive number; положительное число] Реален број што е поголем од 0.

ПОЗИТИВЕН ЗНАК [positive sign; положительный знак] Симболот +, употребен да означи позитивен број.

ПОЗИТИВЕН ЦЕЛ БРОЈ [positive integer; положительное целое число] Цел број поголем од нула, т. е. еден од броевите 1, 2, 3, … Познато и како *природен број* (*в.*).

ПОЗИТИВНО НАСОЧЕН АГОЛ, в. ПОЗИТИВЕН АГОЛ.

ПОЗИТИВНО ОПРЕДЕЛЕНА МАТРИЦА [positive definite matrix; положительно определённая матрица] За една реална $n \times n$ матрица *A* се вели дека е п.о.м. ако $X^TAX > 0$ за секој колоничен *n*-димензионален вектор *X* (притоа X^T е векторот (-редица) добиен со транспонирање на *X*).

ПОЗИЦИОНА ВРЕДНОСТ [place value; разрядное значение] Вредноста што ѝ се дава на одредена цифра во зависност од нејзината позиција во бројот. Познато и како *месна вредност*; *в.* ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ПОЗИЦИОНА НОТАЦИЈА [positional notation, place-value notation; позиционная система счисления, поместная система счисления] Метод на претставување броеви; *в.* ПОЗИЦИОНЕН БРОЕН СИСТЕМ.

ПОЗИЦИОНЕН БРОЕН СИСТЕМ [positional notation; позиционная система счисления] Броен систем, заснован на принципот на *позициона вредност* на цифрите, а тоа значи дека секој број е претставен со низа од цифри на таков начин што значењето на секоја цифра зависи од нејзината позиција во низата како нејзина бројна вредност. Кон п.б.с. припаѓаат *декадниот броен систем*, *бинарниот броен систем* (*в.*) и др.

На пр., бројот $307{,}45_{(10)}$ (од *декадниот* п.б.с.) е претставен: $307{,}45_{(10)} =$
$= 3\cdot10^2 + 0\cdot10^1 + 7\cdot19^0 + 4\cdot10^{-1} + 5\cdot10^{-2}$,

а *бинарниот број* $1101{,}01_{(2)}$:

$$1101{,}01_{(2)} = 1\cdot2^3 + 1\cdot2^2 + 0\cdot2^1 + 1\cdot2^0 + 0\cdot2^{-1} + 1\cdot2^{-2}\ (= 13{,}25_{(10)}).$$

ПОИМ [notion, concept; понятие]

Мисловна копија на дадена класа објекти, искажана со реченица што содржи одредена договореност и опфаќа севкупност на општи карактеристики и својства на класата објекти, изразени како единка.

Секој математички п. се означува со **термин**, којшто се состои, обично, од еден збор (можно: симбол) или од повеќе зборови. Тој во себе обединува: множество објекти или релации (наречено **обем** или **опфат** на п.) и карактеристично својство што го имаат сите елементи на тоа множество, и само тие (наречено **содржина** на п.).

Пример. *Дијаметар на кружница* е тетива што минува низ центарот на кружницата. Тука, „*дијаметар на кружница*" е поимот што се дефинира (т. е. тој е *дефиниенд*); тој е дефиниран преку „најблискиот род и видова одлика". Најблискиот род на *дијаметар* е поимот *тетива* (дијаметар е „вид тетива"), т. е. тетива е дефинирачкиот поим за дијаметар, а видовата одлика е „(тетива) што минува низ центарот на кружницата". Обемот на поимот *дијаметар на кружница* е множеството од сите тетиви на кружницата што минуваат низ нејзиниот центар, а содржината ја претставува карактеристичното својство: „тетива што минува низ центарот на кружницата".

ПОКАЗАТЕЛ [exponent, index; показатель] Број или симбол ставен горе и оддесно на некој математички израз; на пр., за степенот x^3, 3 е показател. Познато и како: *степенов показател*; *експонент*; *в*. СТЕПЕН 2.

ПОКАЗАТЕЛНА РАВЕНКА, *в*. ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНА РАВЕНКА.

ПОКРИВАЧ НА МНОЖЕСТВО, исто што и *покривка на множество*.

ПОКРИВКА НА МНОЖЕСТВО [covering of a set, cover of a set; покрытие множества] П.н.м. M е фамилија множества од тополошки простор, чијашто унија го содржи M. П.н.м. се вика **отворена покривка** (*затворена покривка*) ако секое нејзино множество е отворено (затворено). На пр., фамилијата од сите интервали $(1/n, n)$, каде што $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, е отворена покривка на интервалот $(0, 1)$.

Познато и како *покривач на множество*.

ПОЛ [pole; полюс] **1**. П. **на координати** – координатниот почеток во поларен координатен систем.

2. П. **на голема кружница на сфера** е пресечна точка на сферата со правата што минува низ центарот на сферата и е нормална на рамнината од кружницата (значи, има два п.).

3. П. **на права** p во однос на конусен пресек k (т. е. на крива од втор ред) е точката P за која правата p е *полара* на точката P во однос на кривата k.

4. П. **на аналитична функција** f е изолирана сингуларна точка z_0 во која f не е определена, но важи условот $\lim_{z \to z_0} f(z) = \infty$, па $\lim_{z \to z_0} 1/f(z) = 0$, т. е. функцијата $g(z) = 1/f(z)$, при $z = z_0$ е еднаква на нула.

ПОЛАРА [polar; поляра] **1**. *За конусен пресек*, п. на точка P е правата што минува низ допирните точки на двете тангенти повлечени од точката P кон конусниот пресек. Точката P е *пол* за правата што е полара.

2. *За површина од втор ред*, п. на точка P е рамнината која минува низ кривата што е геометриско место на допирните точки на тангентите повлечени од P кон површината.

ПОЛАРЕН АГОЛ [polar angle; полярный угол], *в*. ПОЛАРНИ КООРДИНАТИ.

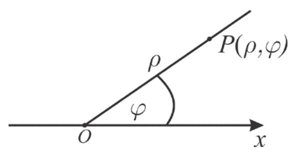
ПОЛАРЕН КООРДИНАТЕН СИСТЕМ, *в*. ПОЛАРНИ КООРДИНАТИ.

ПОЛАРЕН РАДИУС [radius vector; полярный радиус], *в*. ПОЛАРНИ КООРДИНАТИ.

ПОЛАРНА ОСКА [polar axis; полярная ось], *в*. ПОЛАРНИ КООРДИНАТИ.

ПОЛАРНИ КООРДИНАТИ [polar coordinates; полярные координаты] П.к. на точка P од рамнината е пар броеви, ρ и φ, коишто ја определуваат положбата на точката во однос на некоја фиксирана точка O, наречена **пол**, и некоја фиксирана полуправа OS, наречена **поларна оска**. Полот и поларната оска сочинуваат **поларен координатен систем**.

Растојанието на дадена точка P од полот O, $\rho = \overline{OP}$, се нарекува **поларен радиус**, а аголот φ за кој треба оската Ox да се заврти (во позитивна или во негативна насока) за да се совпадне со полуправата OP се вика **поларен агол**. Поларниот агол φ се вика и: **амплитуда**, **аномалија**, **азимут** на точката P. Притоа, ρ и φ со заедничко име се викаат **поларни координати** на точката P; ознака: $P(\rho, \varphi)$. За ρ обично се зема да се менува во интервалот $[0, +\infty)$, а за φ – во $[0, 2\pi]$.



Поларен координатен систем

ПОЛЕ [field; поле] Множество P на кое се дефинирани две операции, $+$ и $\cdot$, се вика *поле* [ознака: $(P; +, \cdot)$] ако се исполнети следниве три услови:

i) $(P, +)$ е комутативна група;

ii) $(P^*, \cdot)$ е комутативна група (при што P^* е множеството P без неутралниот елемент на групата $(P, +)$);

iii) операцијата $\cdot$ е дистрибутивна во однос на операцијата $+$, т.е.

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Примери за поле. 1) Множеството: $\mathbb{Q}$ од *рационалните броеви*, $\mathbb{R}$ од *реалните броеви*, $\mathbb{C}$ од *комплексните броеви* (во однос на обичното собирање и множење реални односно комплексни броеви). 2) Полето на остатоци по прост модул p (*в*. КОНГРУЕНЦИЈА).

Познато и како *Абелово поле*.

ПОЛЕ НА ГАЛОА [Galois field, root field; поле Галуа, конечное поле] За полином $p(x)$ со коефициенти во некое поле F, *поле на Галоа* F^* *за* $p(x)$ *во однос на* F е најмалото поле во кое се содржи F и го има својството: $p(x)$ може да се разложи на линеарни множители со коефициенти во F^*. Ако $p(x)$ е од n-ти степен, тогаш тој има n нули во F^* при што секоја нула се смета толку пати колку што е нејзината кратност, а F^* има степен најмногу $n!$ како проширување на F.

Познато и како: *поле на разложување полином*; *поле на корени*.

ПОЛЕ НА ДРОПКИ, *в*. ПОЛЕ НА КОЛИЧНИЦИ.

ПОЛЕ НА КОЛИЧНИЦИ [quotient field; поле частных, поле отношений] Најмалото поле што содржи даден интегрален домен. Се добива со формално воведување на сите количници од елементите на интегралниот домен.

Подробно, нека I е интегрален домен и $S = \{(x, y) \mid x, y \in I, y \neq 0\}$. Дефинираме операции $+, \cdot$ и релација α во S со:

(1) $(x, y) + (u, v) = (xv + yu, yv)$,

(2) $(x, y) \cdot (u, v) = (xu, yv)$,

(3) $(x, y)\ \alpha\ (u, v) \Leftrightarrow xv = yu$.

Тогаш: (i) α е конгруенција на алгебрата $(S, +, \cdot)$; (ii) фактор-алгебрата

$(F,+,\cdot)=(S/\alpha, +,\cdot)$ е поле; (iii) пресликувањето $\xi: x \to (x,e)^\alpha$ (каде што e е единицата на I) е мономорфизам од I во F. Според тоа, I може да се смета за поддомен на полето F, со тоа што секој елемент $x \in I$ се идентификува со $\xi(x)=(x,e)^\alpha$. Во тој случај, поради $(x,y)=(x,e)(e,y)$ може да се смета дека

$$F=\{xy^{-1} \mid x,y \in I,\ y \neq 0\}.$$

Според тоа, *полето* $\mathbb{Q}$ *на рационалните броеви* е п.н.к. од интегралниот домен на целите броеви.

Познато и како *поле на дропки*.

ПОЛЕ НА КОРЕНИ, *в*. ПОЛЕ НА ГАЛОА; ПОЛЕ НА РАЗЛОЖУВАЊЕ.

ПОЛЕ НА НАСТАНИ [field of events; поле событий] На даден *простор од елементарни настани* се конструира *поле на настани*. П.н.н. е множество настани, кое ги вклучува како елементи: сигурниот настан, невозможниот настан, сите елементарни настани на дадениот простор, сите настани што може да се конструираат со собирање (унија) на настани, со множење (пресек) на настани и со земање на спротивниот настан (комплемент) од веќе конструиран настан. На тој начин, никаква операција на алгебрата на настани над просторот од елементарни настани не генерира настан којшто не припаѓа на п.н.н. (*в*. ПРОСТОР НА ВЕРОЈАТНОСТ).

П.н.н. содржи конечно многу елементи – ако бројот на елементарни настани е конечен, или бесконечно многу – во спротивниот случај.

ПОЛЕ НА ОСТАТОЦИ ПО МОДУЛ p, *в*. КОНГРУЕНЦИЈА 1.

ПОЛЕ НА РАЗЛОЖУВАЊЕ [splitting field; поле разложения] П.н.р. на полином $p(x)$ над поле F е најмалото проширување K на F, така што полиномот $p(x)$ (од n-ти степен) се разложува во производ од линеарни множители:

$$p(x)=a(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_n),$$

каде што $x_1,...,x_n \in K$ се корените на $p(x)$, $K \supset F$. Притоа, $K=F(x_1,...,x_n)$, па за него се вели дека е *проширување* добиено со приклучување кон F на сите корени од дадениот полином.

Познато и како *поле на корени* на полином.

ПОЛЕТО НА КОМПЛЕКСНИТЕ БРОЕВИ [the field of complex numbers; поле комплексных чисел], *в*. КОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ; ПОЛЕ.

ПОЛЕТО НА РАЦИОНАЛНИТЕ БРОЕВИ [the field of rational numbers; поле рациональных чисел], *в*. ПОЛЕ НА КОЛИЧНИЦИ.

ПОЛЕТО НА РЕАЛНИТЕ БРОЕВИ [the field of real numbers; поле действительных чисел], *в*. БРОЈ; ПОЛЕ.

ПОЛИГОН, *в*. МНОГУАГОЛНИК.

ПОЛИГОНАЛНА ЛИНИЈА [polygonal line; полигональная линия] Проста затворена искршена линија. П.л. се вика и **многуаголна линија**. Под п.л. често се подразбира *многуаголник* (*в*.).

ПОЛИГОНАЛНИ БРОЕВИ, *в*. МНОГУАГОЛНИ БРОЕВИ.

ПОЛИЕДАР [polyhedron; многогранник] Геометриско тело ограничено со *полиедарска површина* (*в*.), т. е. само со рамнински многуаголници. Притоа, полиедарската површина и нејзината внатрешност се викаат, соодветно, **површина** и **внатрешна област** на п.

Многуаголниците што го ограничуваат п. се викаат **ѕидови**; пресеците на ѕидовите се **рабови**; точките во кои се сечат три или повеќе рабови се **темиња**. Отсечка, чии краеви се две темиња што не лежат на ист ѕид, се вика **дијагонала** на п. Аглите на ѕидовите од п. се викаат **ѕидни агли**. Бројот на ѕидните агли на полиедарот е двапати поголем од бројот на неговите рабови.

П. со четири ѕида е **тетраедар,** со пет – **пентаедар**, со шест – **хексаедар,** со осум – **октаедар**, со десет – **декаедар**, со дванаесет – **додекаедар**, со дваесет – **икосаедар**.

П. што е „*тополошки еквивалентен*" со топка, т. е. полиедар што нема „дупки" во себе, се вика **едноставен** п. За еден едноставен п. се вели дека е **конвексен**, ако секоја отсечка, чиишто краеви се точки од п., му припаѓа на п. Ако еден п. е конвексен, тогаш тој лежи целосно на иста страна од рамнината на секој свој ѕид. Секој рамнински пресек на конвексен п. е конвексен многуаголник. П. што не е конвексен се вика **конкавен** п.

За еден конвексен п. се вели дека е **правилен** п., ако сите негови ѕидови се складни истоимени правилни многуаголници и сите ќошиња му се меѓусебно складни. Има само пет вида *правилни полиедри* (*в.*).

П. се нарекува уште: *рабесто тело*; *ќошлесто тело*; *многуѕидник*.

ПОЛИЕДАРСКА ОБЛАСТ [polyhedral region; многогранная область] Внатрешната област на полиедар, заедно со сите, со некои или без ниедна точка од површината на полиедарот.

П.о. е **затворена** ако ги содржи сите точки од полиедарот, а **отворена** ако не содржи ниедна точка од површината на полиедарот.

ПОЛИЕДАРСКА ПОВРШИНА [polyhedral surface; многогранная поверхность] Површина, составена од конечен број рамнински многуаголници (наречени **ѕидови** на п.п.) така што секоја страна на кој било од тие многуаголници (наречена **раб** на п.п.) е страна на уште еден (и само на еден) многуаголник, соседен на првиот, а од секој ѕид може да се премине на кој било друг, движејќи се последователно по соседните ѕидови. Темињата на многуаголниците се викаат **темиња** на п.п. Во секое теме се слеваат најмалку три раба.

ПОЛИЕДАРСКИ АГОЛ [polyhedral angle; многогранный угол] Геометриска фигура, формирана од ѕидовите на полиедар што имаат заедничко теме; *в.* ЌОШЕ.

ПОЛИЛИНЕАРНА ФУНКЦИЈА [multilinear function; полилинейная функция] Функција

$$f : V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_k \to W ,$$

каде што $V_1, V_2, \ldots, V_k, W$ се векторски простори над исто поле F, којашто е линеарна по секој од своите k аргументи. За $k = 1$, f се вика **линеарно**, а за $k = 2$ – **билинеарно пресликување**.

ПОЛИНОМ [polynomial; многочлен] Израз од обликот

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n , \quad a_0 \neq 0,$$

каде што $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ и $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ се броеви (општо: елементи од некој прстен R, а x е симбол што не е елемент од R), се вика **полином од *n*-ти степен** по променливата x. Елементите $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ се викаат **коефициенти**, а n – **степен** на п.

Множеството од сите полиноми (со произволен степен) во однос на операциите собирање имножење на п. е асоцијативен *прстен со единица*.

Поопшто, **полином** по променливите $x_1, x_2, \ldots, x_m$ е израз којшто вклучува конечна сума членови од видот

$$A\, x_1^{k_1} x_2^{k_2} \ldots x_m^{k_m} ,$$

каде што A е број, а $k_1, k_2, ..., k_m$ се цели ненегативни броеви.

ПОЛИНОМНА РАВЕНКА [polynomial equation; алгебраическое уравнение] Равенка во која еден полином од n-ти степен (со една или со неколку променливи) е изедначен со нула.

П.р. *со една непозната* има вид

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + ... + a_{n-1} x + a_n = 0\,, \quad (1)$$

каде што n е цел ненегативен број, $a_0, a_1, ..., a_n$ се дадени броеви, наречени **коефициенти** на п.р., x се вика **непозната**, а n се вика **степен** на п.р. ако $a_0 \neq 0$ (*в.* АЛГЕБАРСКА РАВЕНКА).

Да се реши равенката (1) значи да се најдат сите нејзини корени. Општа п.р. од петти и повисок степен не е *решлива со радикали* (т. е. нејзините решенија не може да се изрзат само со коефициентите на равенката).

П.р. (1) се вика: *линеарна* ако n = 1, *квадратна* ако n = 2, *кубна* ако n = 3, равенка од *четврти степен* ако n = 4, во согласност со тоа дали нејзиниот степен е 1, 2, 3, 4, соодветно.

Во некои случаи, п.р. може лесно да се реши ако соодветниот полином може да се факторизира, а ако не може, тогаш за нејзиното решавање обично се користи некој *метод на последователни приближувања*.

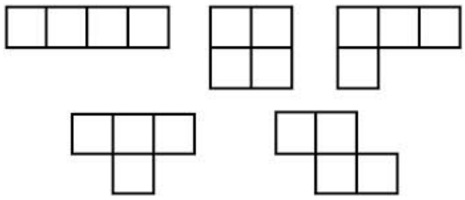
ПОЛИНОМНА ФУНКЦИЈА [polynomial function; полиномиальная функция] Функција $f(x)$, којашто е конечен збир од членови $a_k x^k$ (k = 0, 1,..,n)

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n\,,$$

каде што a_k е реален (или комплексен) број. Секоја п.ф. е *цела рационална функција* (*в.*).

ПОЛИОМИНО [polyomino; полимино, полиомино] Рамнинска фигура составена со спојување на n (т. е. на конечен број) единични квадрати по нивните страни.

За вредности на n од 1 до 10 има:
n = 1: **мономино** – една фигура;
n = 2: **домино** – една фигура;
n = 3: **тромино** – 2 фигури;
n = 4: **тетромино** – 5 фигури (*в.* црт.);
n = 5: **пентомино** – 12 фигури;
n = 6: **хексомино** – 35 фигури;
n = 7: **хептомино** – 108 фигури;
n = 8: **октомино** – 369 фигури;
n = 9: **нономино** – 1 285 фигури;
n = 10: **декомино** – 4 655 фигури.



Тетромино

Терминот „полиомино“ го вовел ***С. В. Голомб*** (Solomon Wolf Golomb; 1932 – 2016), американски математичар, инженер и професор по електротехника, како обопштување на домино. Компјутерската игра „тетрис“ и редица загадочни задачи се создадени врз база на разни конфигурации со фигурите полиомино.

ПОЛН АГОЛ [full angle, round angle, perigon; полный угол] Агол еднаков на 2π радијани (= 360°); одговара на централен агол од цела кружница.

ПОЛНА ЛИНЕАРНА ГРУПА, *в.* ОПШТА ЛИНЕАРНА ГРУПА.

ПОЛУГРУПА [semigroup; полугруппа] Групоид во кој операцијата е асоцијативна. На пример, множеството од природните броеви е п. во однос на операцијата множење на природни броеви. П. се вика **комутативна** п., ако операцијата е комутативна.

ПОЛУКРУГ [semicircle; полукруг] Еден од двата дела на круг, којшто е поделен со права што минува низ неговиот центар.

ПОЛУКРУЖНИЦА [semicircle; полуокружность] Еден од двата дела на кружница којшто се протега од едниот до другиот крај на еден дијаметар.

ПОЛУКУБНА ПАРАБОЛА [semicubical parabola; полукубическая парабола] Рамнинска крива, чијашто равенка во Декартови координати има вид $y^2 = ax^3$ (a=конст. $\neq 0$).

П.п. има *повратна точка* (*в.*) во координатниот почеток. Инаку, п.п. се вика и *Нејлова парабола* (*в.*), по името на англискиот математичар ***В. Нејл*** (William Neil, 1637 – 1670), којшто ја пресметал (во 1657) должината на нејзин лак.

ПОЛУОСКА [semi-axis; полуось] Отсечка, којашто е половина од оската на централносиметрична геометриска фигура (како, на пр., елипса), а едната крајна точка ѝ е во центарот на симетрија на фигурата.

ПОЛУПРАВА [half-line, ray; полупрямая, луч] Еден од двата дела на кои се разделува една права со која било нејзина точка O. Ако точката O е приклучена кон п., тогаш O се вика **почетна точка** на п. За п. се употребува и терминот **зрак**.

ПОЛУПРАВИЛЕН ПОЛИЕДАР [semiregular solid; полуправильный многогранник] Полиедар чиишто ќошиња се складни меѓу себе, а ѕидовите му се правилни многуаголници, но се од различен вид – на пр. рамнострани триаголници и правилни петаголници. Архимед нашол 10 различни полуправилни полиедри при кои ѕидовите се два вида правилни многуаголници, и 3 полуправилни полиедри со три вида многуаголници како ѕидови. На пр., п.п. се добива од коцка, на која, секое од 8-те ќошиња е отсечено со рамнина што минува низ средините на трите негови рабови. Познато и како *Архимедово тело* (*в.*).

ПОЛУПРЕЧНИК, *в.* РАДИУС.

ПОЛУПРОСТОР [half-space; полупространство] Еден од двата дела на кои една рамнина го дели тридимензионалниот евклидски простор; рамнината се вика **граница** или **ѕид** на п. Ако границата е приклучена кон п., тогаш тој се вика **затворен** п. Ако ниедна точка од границата не му припаѓа на п., тогаш се вика **отворен** п.

ПОЛУРАМНИНА [half-plane; полуплоскость] Делот од рамнина којшто лежи на една страна од некоја права од рамнината; правата се вика **граница** или **раб** на п. П. се вика **затворена** п. ако границата е приклучена кон п., а **отворена** п. – ако ниедна точка од границата не ѝ припаѓа на п.

ПОЛУСФЕРА [hemisphere; полусфера] Еден од двата дела на сфера поделена со една главна кружница.

ПОЛУТОПКА [hemisphere; полушар] Еден од двата дела на топка, која е поделена од рамнина што минува низ центарот на топката.

ПОМОШНА ТЕОРЕМА, *в.* ЛЕМА.

ПОПУЛАЦИЈА [population; совокупность, популация] Точно определено множество објекти, индивидуи или исходи што треба да бидат мерени или посматрани.

Бројот на елементите на п. се вика нејзин **обем**. Според обемот, п. може да биде конечна или бесконечна.

Главна задача на изучување на п. е одредено **обележје** – својство на елементите од п. коешто сите тие го имаат. На пр., обележја на учениците од едно училиште се: нивната висина; тежина; успех; интерес за спорт и сл.

Во многу практични ситуации, параметрите што ја карактеризираат п. не се познати. Затоа, се зема *примерок* (*в.*) објекти од п., и карактеристиките од тој примерок се користат за оценување на карактеристиките на целата п.

ПОСЛЕДИЦА [consequence; следствие] П. од некое дадено множество тврдења е тврдење што може да се изведе од тоа множество тврдења, т. е. тврдење за кое постои *доказ* во кој се користат само дадените тврдења (в. ИМПЛИКАЦИЈА). Ако тоа множество тврдења е систем аксиоми на некоја математичка теорија, тогаш секоја теорема во неа е п. од аксиомите на таа теорија. На пр., тврдењето „Збирот на аглите во триаголникот е 180^{o} " е п. од аксиомите на евклидската геометрија.

ПОСЛЕДНАТА ТЕОРЕМА НА ФЕРМА [Fermat's last theorem; великая теорема Ферма, последняя теорема Ферма], позната и како **голема теорема на Ферма** е една од најпопуларните теореми во историјата на математиката. Таа гласи: „За кој било природен број $n > 2$, не постојат три цели ненулти броеви x, y, z што ја задоволуваат равенката $x^n + y^n = z^n$." Ова тврдење прв го искажал П. Ферма во 1637 г. на маргините од еден примерок од книгата „Диофантова аритметика". Тој тврдел дека открил доказ на тоа тврдење, „но е многу опширен за да го собере на маргината".

Повеќе од 350 години многу математичари се обидувале да го докажат тоа тврдење, но без успех. Првиот успешен доказ бил даден од британскиот математиар ***Е. Вајлс*** (Andrew Wiles, р. 1953) во 1994 год., а формално објавен во 1995 г. (заедно со Ричард Тејлор). Обидите да се докаже п.т.н.Ф. во голема мера придонесле за развојот на алгебарската теорија на броевите.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЕН [consecutive; последовательный] Придавка што се однесува на број, постапка, член и сл., што непосредно следува по некој друг во низата. **1**. П. **агли**. Два агла во многуаголник коишто имаат заедничка страна. **2**. П. **броеви**. Два цели броја коишто во дадена низа следат еден по друг. **3**. П. **страни**. Две страни на многуаголник што формираат заеднички агол.

ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ПРИБЛИЖУВАЊА [successive approximations; последовательные приближения] Кој било метод на решавање задача, во која прво се пресметува приближно решение, тоа решение се користи за пресметување на подобрено приближување, а потоа постапката се повторува по желба. Познато и како *сукцесивни апроксимации*.

ПОСРЕДНО ЗАДАДЕНА ФУНКЦИЈА, *в.* СЛОЖЕНА ФУНКЦИЈА.

ПОСТОЈАНА ВЕЛИЧИНА, *в.* КОНСТАНТА.

ПОСТОЈАНА ТОЧКА, *в.* ФИКСНА ТОЧКА.

ПОСТУЛАТ [postulate; постулат], *в.* АКСИОМА.

ПОТЕНЦИЈАЛНО ПОЛЕ [potential field; потенциальное поле] Векторско поле $\boldsymbol{a}(x,y,z)$, за кое постои скаларна функција $u(x,y,z)$ таква што $\boldsymbol{a} = \mathrm{grad}\ u$. Притоа, $u(x,y,z)$ се вика **потенцијал** на полето $\boldsymbol{a}(x,y,z)$. Едно поле $\boldsymbol{a}(x,y,z)$ е потенцијално ако и само ако $\mathrm{rot}\ \boldsymbol{a} = 0$.

ПОТКОРЕНОВА ВЕЛИЧИНА [radicand; подкоренное выражение] Изразот што стои под знакот за корен. Познато и како *радиканд*.

ПОТКОРЕНОВ БРОЈ [radicand; подкоренное число] Бројот што стои под знакот за корен.

ПОТОК НА ВЕКТОРСКО ПОЛЕ, *в.* ФЛУКС НА ВЕКТОРСКО ПОЛЕ.

ПОТПОЛЕ [subfield; подполе] Подмножество S од поле F, така што и самото S претставува поле во однос на истите операции како во F. На пр., множеството на рационалните броеви е п. од полето на реалните броеви.

Пресекот P на сите п. од едно поле F е п., коешто се вика **просто** п. на F. Ако F има конечна карактеристика p, тогаш P е изоморфно со полето

$$\mathbb{Z}_p = \{0,1,2,...,p-1\}$$

од остатоци по модул p (прост број), а ако карактеристиката на F е нула, тогаш P е изоморфно со полето на рационалните броеви.

ПОТПОЛНА ИНДУКЦИЈА [complete induction; полная индукция] Метод на докажување, при кој дадено тврдење се испитува за сите можни случаи, т. е. за секој поединечен објект од една класа, а потоа се прогласува општо дека тоа тврдење е точно за целата класа. Добиениот заклучок со п.и. е сигурно вистинито, т. е. веродостојно тврдење.

ПОТПОЛНА КВАДРАТНА РАВЕНКА [general quadratic equation; полное квадратное уравнение], *в.* КВАДРАТНА РАВЕНКА.

ПОТПОЛНА КРИВИНА, *в.* ГАУСОВА КРИВИНА.

ПОТПРОСТОР [subspace; подпространство] Подмножество од простор, коешто ги наследува сите карактеристики од изворниот простор. На пр.: *векторски* п. е подмножество од векторски простор коешто е затворено во однос на собирањето на вектори и множењето на вектор со број во тој простор. *Рамнината* е п. од тридимензионалниот евклидски простор; *тополошки* п. е подмножество од тополошки простор X, со (релативна) топологија, наследена од X.

ПОТРЕБЕН И ДОВОЛЕН УСЛОВ [necessary and sufficient condition; необходимое и достаточное условие] П.и.д.у. на некое тврдење се вика таков услов, без чие исполнување тврдењето не е исполнето, а при негово исполнување тврдењето е задолжително вистинито; *в.* УСЛОВ.

ПОТРЕБЕН УСЛОВ [necessary condition; необходимое условие] П.у. на некое тврдење е таков услов без чие исполнување не може да биде точно даденото тврдење; *в.* УСЛОВ. Познато и како *неопходен услов*; *нужен услов*.

ПОТСЕЧЕНА ПИРАМИДА [frustum of a pyramid, pyramidal frustum; усечённая пирамида] Ако една пирамида се пресече со рамнина што е паралелна со основата, тогаш делот од пирамидата меѓу основата и рамнината се вика *потсечена пирамида*; ако пирамидата е правилна, тогаш и п.п. се вика **првилна** п.п.

Основата на пирамидата и пресекот на пирамидата со рамнината се викаат **основи** на п.п., а растојанието меѓу основите се вика **висина** на п.п. Волуменот V се пресметува со формулата

$$V = \tfrac{1}{3}H(B_1 + B_2 + \sqrt{B_1 B_2}),$$

каде што H е висината на п.п., а B_1 и B_2 се плоштините на основите.

Ако п.п. е правилна, тогаш плоштината M на бочната површина се пресметува по формулата

$$M = \tfrac{1}{2}h(L_1 + L_2),$$

при што L_1, L_2 се периметрите на основите, h е висината на бочниот ѕид.

ПОТСЕЧЕН КОНУС [frustum of a cone; усечённый конус] Дел од конус, зафатен меѓу основата на конусот и рамнина, којашто го сече конусот паралелно со основата. Основата на конусот и пресекот со рамнината се викаат **основи** на п.к., а растојанието меѓу основите се вика **висина** на п.к. Волуменот V на п.к. се пресметува со формулата

$$V = \tfrac{1}{3}H(B_1 + B_2 + \sqrt{B_1 B_2}),$$

каде што H е висината на п.к., а B_1 и B_2 се плоштините на основите.

ПОЧЕТЕН КРАК НА АГОЛ [initial side of an angle; начальная сторона (отсчёта) угла], *в.* КРАЕН КРАК НА АГОЛ.

ПОЧЕТНИ УСЛОВИ [initial conditions; начальные условия] Состојба на изучуван процес во некој временски момент којшто се прифаќа за почетен.

На пр., во многу задачи од техниката што се опишуваат со диференцијална равенка $y' = f(x, y)$, наместо општо решение, се бара партикуларно решение $y = y(x)$, коешто за дадени броеви x_0, y_0 го задоволува условот $y(x_0) = y_0$. Таквата задача се вика **задача со почетен услов** или **Кошиев проблем**. Геометриски, тоа значи дека се бара интегрална крива на дадената диференцијална равенка што минува низ точката (x_0, y_0).

ПРАВА [line, straight line; прямая, прямая линия], син. *йрава линија*.

1. Во евклидската геометрија, п. е еден од основните поими, којшто се карактеризира со аксиоми, а се подразбира интуитивно.

2. Во рамнинска аналитична геометрија, п. може да се дефинира како геометриско место на точки чиишто Декартови (или афини) координати ја задоволуваат равенката

$$Ax + By + C = 0, \qquad (1)$$

каде што барем едниот од броевите A и B не е нула. Равенката (1) се вика **општа равенка на права**.

Правата што минува низ две точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2) во евклидската рамнина е определена како множеството точки (x, y), такви што

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \qquad (2)$$

кога $x_2 \neq x_1$, а $x - x_1 = 0$ кога $x_2 = x_1$. Равенката (2) се вика **равенка на права низ две точки**.

3. Графикот на реална функција од реална променлива x, определена со $f(x) = ax + b$ (a, b се реални броеви), е *невершикална йрава*. Равенката

$$y = ax + b \qquad (3)$$

се вика **експлицитен вид** на равенка на права. Бројот a се вика **коефициент на правецот** или **наклон** на правата. Зборот *наклон* се користи и за крива – како *наклон на шанīеншаша* (ако постои) во точка од кривата. Во овој контекст, права може да се опише како крива со константен наклон.

4. Во афина геометрија, каде што V е конечнодимензионален векторски простор над поле F, *йрава* е еднодимензионален афин простор. Ако a, b се различни точки, п. што ги сврзува a и b може да се опише како множество од сите точки од обликот

$$(1-t)a + tb, \text{ за } t \in F.$$

5. Во многу области од математиката, на п. ѝ се додаваат дополнителни својства, така што се добиваат нови поими, како: реална права, проширена права, искршена линија (права), полуправа, паралелни прави, заемно нормални прави, итн.

ПРАВА ВО БЕСКРАЈНОСТ, *в.* БЕСКРАЈНО ДАЛЕЧНА ПРАВА.

ПРАВ АГОЛ [right angle; прямой угол] Агол, еднаков на својот напореден агол. П.а. има 90°, т. е. $\pi / 2$ радијани.

ПРАВА ДРОПКА, *в.* ПРАВИЛНА ДРОПКА.

ПРАВА ЛИНИЈА, *в.* ПРАВА.

ПРАВА ПРИЗМА [right prism; прямая призма] Призма, чиишто бочни рабови се нормални на основите.

ПРАВА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ [direct proportionality; прямая пропорциональность] Функционална зависност, при која некоја величина y зависи од друга величина x така што нивниот однос (количник) останува постојанен. П.п. се запишува со формулата:

$$y / x = k, \text{ т. е. } y = kx, \ k = \text{конст.} \neq 0.$$

Притоа, k се вика **константа на пропорционалноста**, а x и y – **правопропорционални величини**.

Графикот на п.п. е права, којашто минува низ координатниот почеток.

Познато и како *директна пропорционалност*.

ПРАВИЛЕН ДОДЕКАЕДАР [regular dodecahedron; додекаэдр] Правилен полиедар со 12 ѕидови (правилни петаголници), 30 рабови и 20 темиња (во секое теме се слеваат 3 раба). Ако a е должината на еден раб на п.д., тогаш неговиот волумен е

$$V = a^3(15 + 7\sqrt{3}) / 4 \approx 7{,}6631 a^3 .$$

ПРАВИЛЕН ИКОСАЕДАР [regular icosahedron; икосаэдр] Правилен полиедар со 20 ѕидови (рамнострани триаголници), 30 рабови и 12 темиња (во секое теме се слеваат 5 рабови). Ако a е должината на еден раб на п.и., тогаш неговиот волумен е

$$V = 5a^3(3 + \sqrt{5}) / 12 \approx 2{,}1817 a^3 .$$

ПРАВИЛЕН МНОГУАГОЛНИК [regular polygon; правильный многоугольник] Конвексен многуаголник, при кој сите страни имаат иста должина и сите внатрешни агли имаат иста големина. Со други зборови, п.м. е „рамностран и рамноаголен конвексен многуаголник“.

На пр., п.м. се: рамностран триаголник (правилен триаголник), квадрат (правилен четириаголник), правилен петаголник, итн.

Околу секој п.м. може да се впише и да се опише кружница. Центарот на впишаната кружница е пресекот на симетралите на аглите, а центарот на опишаната кружница – пресекот на симетралите на страните. Кај п.м., тие две точки се совпаѓаат – таа точка се вика **центар** на п.м. Радиусот на впишаната кружница се вика **апотема** на п.м.

Правилен n-аголник може да се подели на n рамнокраки триаголници, секој од кои за основа има една страна на п.м. и врв во центарот на п.м.; кој било од нив се вика **карактеристичен триаголник** за тој п.м. Аголот при основата на еден карактеристичен триаголник е еднаков на половината од аголот на п.м., краците се еднакви со радиусот на опишаната кружница, а висината е апотема на п.м.

За разлика од *правилните полиедри*, има безброј многу п.м. Некои п.м. *може да се конструираат* со помош на линијар и шестар, со одредување на нивните темиња врз опишаната кружница, т. е. со делење на кружницата на еднакви делови; тоа, пак, е сврзано со решавањето на равенката $z^n - 1 = 0$ (поради што таа е наречена **равенка на делење на кружницата**).

Гаус докажал (1796) дека правилен n-аголник може да се конструира само со линијар и шестар ако бројот n има облик $n = 2^k p_1 p_2 ... p_s$, каде што k е ненегативен цел број, а p_i се различни прости *Фермаови броеви* (*в.*). (П. Ванцел, *в.* ДЕЛСКИ ПРОБЛЕМ, покажал во 1837 дека овој *доволен услов* е и *потребен услов*.) На пр., само со линијар и шестар може да се конструира правилен петаголник и правилен седумнаесетаголник, но не и правилен седумаголник.

ПРАВИЛЕН ОКТАЕДАР [regular octahedron; октаэдр] Правилен полиедар со 8 ѕидови (рамнострани триаголници), 12 рабови и 6 темиња, а во секое теме се слеваат по 4 рабови. (П.о. е составен од две складни правилни четириаголни пирамиди, „залепени" со основите.) Ако a е должината на еден раб, тогаш волуменот е

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3 \approx 0{,}4714\,a^3 .$$

ПРАВИЛЕН ПОЛИЕДАР [regular polyhedron; правильный многогранник] Конвексен полиедар при кој сите ѕидови се складни правилни истоимени многуаголници и сите ќошиња му се меѓусебно складни. Бројот на рабовите што излегуваат од некое теме е ист за сите темиња на п.п.

Има само пет п.п. и тоа: *правилен тетраедар*, *правилен хексаедар* (или *коцка*), *правилен октаедар*, *правилен додекаедар* и *правилен икосаедар*. (За докажување на фактот дека има само пет правилни полиедри се користи *Ојлеровата теорема за полиедри*, *в.*). Познато и како *Платоново тело*.

ПРАВИЛЕН ТЕТРАЕДАР [regular tetrahedron; тетраэдр] Еден од петте видови правилни полиедри. П.т. има 4 ѕида (рамнострани триаголници), 6 рабови и 4 темиња (во секое теме се слеваат по 3 рабови).

Ако a е должината на еден раб на п.т., тогаш неговата висина е $H = a\sqrt{2/3}$, плоштината $P = a^2\sqrt{3}$ и волуменот $V = a^3\sqrt{2}/12 \approx 0{,}1179\,a^3$.

За разлика од другите четири правилни полиедри, п.т. нема центар на симетрија. П.т. има 6 симетрални рамнини, секоја од кои минува низ еден негов раб и низ средината на друг раб. П.т. може лесно да се добие од коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ако од кое било нејзино теме, на пр. A, се повлечат трите ѕидни дијагонали AC, AB_1, AD_1 на ѕидовите од коцката и се сврзат точките C, B_1, D_1 меѓу себе.

Секој п.т. е правилна триаголна пирамида, но обратното не важи, т. е. *правилна* триаголна *пирамида* (*в.*) не мора да е п.т.

ПРАВИЛЕН ХЕКСАЕДАР, *в.* КОЦКА.

ПРАВИЛЕН ЧЕТИРИАГОЛНИК [regular quadrangle; правильный четыр-- ёхугольник], *в.* КВАДРАТ.

ПРАВИЛНА ДРОПКА [proper fraction; правильная дробь] Дропка, при која броителот е помал од именителот; *в.* ДРОПКА. Познато и како: *чиста дропка*; *права дропка*.

ПРАВИЛНА ПИРАМИДА [regular pyramid; правильная пирамида] *Пирамида* (*в.*), чијашто основа е правилен многуаголник, а подножјето на висината паѓа во центарот на основата, *в.* ПРАВИЛЕН МНОГУАГОЛНИК.

ПРАВИЛНА ПРИЗМА [regular prism; правильная призма] Права призма, чиишто основи се правилни многуаголници.

ПРАВИЛНА ЧЕТИРИАГОЛНА ПОТСЕЧЕНА ПИРАМИДА [obelisk; правильная четырёхугольная усечённая пирамида] Правилна потсечена пирамида со квадратни основи; *в.* ПОТСЕЧЕНА ПИРАМИДА.

ПРАВИЛО [rule; правило] Пропишана операција, метод или постапка, искажана со зборови или со формула. Обично, п. е некој претходен (априорен) услов и некое последично тврдење што можат да поддржат одреден дедуктивен процес.

ПРАВИЛО НА ЗАКЛУЧУВАЊЕ [rule of inference, inference rule, transformation rule; правило вывода, правило проведения умозаключений] Правило за трансформирање на појдовен систем тврдења, наречени **претпоставки**, во нов систем тврдења, наречени **заклучоци**, т. е. логичко средство за правилно оперирање со дадени вистинити тврдења (претпоставки) за од нив да се изведат нови, сигурно точни тврдења (заклучоци).

П.н.з. претставуваат, всушност, тавтологиски импликации од исказното сметање. Најмногу користени се:

– *правило на одвојување* (*модус поненс*, *в.*): $((p \Rightarrow q) \wedge p)) \Rightarrow q$;

– *правило на негација* (*модус толенс*, *в.*): $((p \Rightarrow q) \wedge (\neg q)) \Rightarrow (\neg p)$;

– *правило на контрапозиција* (*в.*): $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$.

ПРАВИЛО НА КОНТРАПОЗИЦИЈА [contrapositive; закон контрапозиции] Логичкото *правило на заклучување* (*в.*), засновано на тавтологијата $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$,

а шематски прикажано: $\dfrac{A \Rightarrow B}{\neg B \Rightarrow \neg A}$.

ПРАВИЛО НА НЕГАЦИЈА, *в.* МОДУС ТОЛЕНС.

ПРАВИЛО НА ОДДЕЛУВАЊЕ, *в.* МОДУС ПОНЕНС.

ПРАВИЛО НА ПАРАБОЛИ [parabolic rule, Simpson's rule; формула Симпсона] **1**. Метод за нумеричко интегрирање на определени интеграли $\int_a^b f(x)\,dx$. Методот се состои во заменување на подинтегралната функција $f(x)$ на дадениот сегмент $[a, b]$ со интерполационен полином од втор степен, т. е. во заменување на кривата $y = f(x)$ на $[a, b]$ со парабола. Поодредено, п.н.п. е наречена следнава приближна формула:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}[f(a) + 4f(a+h) + f(b)],$$

каде што $h = (b - a) / 2$. Десната страна од формулата ја претставува плоштината под параболата, којашто ја заменува кривата $y = f(x)$ над сегментите $[a, a + h]$ и $[a + h, b]$.

2. За да се добие подобра формула за приближно пресметување на определениот интеграл, сегментот $[a, b]$ се дели на $2m$ потсегменти

$$[x_0, x_1], [x_1, x_2], ..., [x_{2m-1}, x_{2m}]$$

и формулата од **1** се применува на сите парови $[x_{2i-2}, x_{2i}]$, $[x_{2i-1}, x_{2i}]$, $i = 1, 2, \dots, m$. Така се добива формулата

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx$$

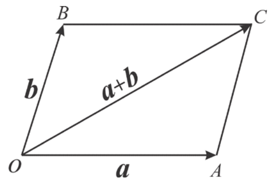
$$\approx \frac{h}{3}[y_0 + y_{2m} + 4(y_1 + y_3 + ... + y_{2m-1}) + \\ +2(y_2 + y_4 + ... + y_{2m-2})],$$

каде што $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, 2, ..., 2m$.

Секоја од приближните формули во **1** и **2** се вика **Симпсонова формула** по англискиот математичар ***Т. Симпсон*** (Thomas Simpson, 1710 – 1761).

ПРАВИЛО НА ПАРАЛЕЛОГРАМ [parallelogram law; правило параллелограмма] Правило за графичко собирање на два неколинеарни вектори $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$, коешто се состои во следното.

Векторите $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ се нанесуваат од иста почетна точка O и со тоа се формира паралелограм $OACB$, така што $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$ и $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$. Збирот $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ е векторот со почетна точка O и крајна точка C, којашто е теме (спротивно на темето O) на паралелограмот $OACB$ (*в.* црт.).



Правило на паралелограм

ПРАВИЛО НА ТРАПЕЗИ [trapezoidal rule; формула трапеций] Правило за приближно решавање на определен интеграл.

Ако $f(x)$ е непрекината функција на сегментот $[a, b]$, тогаш

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2}[f(a)+f(b)]. \qquad (1)$$

Формулата (1) се вика п.н.т. или **формула на трапези**, а значи дека плоштината на „криволинискиот трапез“ е (приближно) еднаква со плоштината на обичниот трапез.

За да се добие формула со подобра точност, сегментот $[a, b]$ се дели на n еднакви потсегменти со точките $a = x_0 < x_1 < ... < x_n = b$, $x_k = x_0 + kh$, $h = (b-a)/n$, и се става $y_k = f(x_k) = f(x_0 + kh)$, $k = 0,1,2,...,n$. Тогаш

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \cdot [\frac{y_0+y_n}{2} + y_1 + ... + y_{n-1}].$$

ПРАВИЛО НА ТРИАГОЛНИК [triangle rule, triangle law of vectors; правило треугольника] Правило за собирање на два вектора ***a*** и ***b***: почетокот на векторот ***b*** се поставува на крајот од векторот ***a***; нивниот збир, ***a*** + ***b*** е вектор со почеток во почетокот на ***a*** и крај во крајот на ***b***.

ПРАВ КРУЖЕН КОНУС [right circular cone; прямой круговой конус] Кружен *конус* (*в.*) чијашто оска е нормална на основата.

ПРАВ КРУЖЕН ЦИЛИНДАР [right circular cylinder; прямой круговой цилиндр] Геометриско тело, ограничено со две паралелни рамнини и со цилиндричната површина формирана од правите што се нормални на рамнините и минуваат низ кружница што лежи во едната од нив.

ПРАВОАГОЛЕН ДЕКАРТОВ КООРДИНАТЕН СИСТЕМ [rectangular Cartesian coordinate system; декартова прямоугольная система координат], *в.* ДЕКАРТОВ КООРДИНАТЕН СИСТЕМ.

ПРАВОАГОЛЕН КООРДИНАТЕН СИСТЕМ, исто што и ПРАВОАГОЛЕН ДЕКАРТОВ КООРДИНАТЕН СИСТЕМ.

ПРАВОАГОЛЕН ПАРАЛЕЛОПИПЕД, *в.* КВАДАР.

ПРАВОАГОЛЕН ТРАПЕЗ [rectangular trapezium (*Brit.*), rectangular trapezoid (*Amer.*); прямоугольная трапеция] Трапез, при кој едната од бочните страни е нормална на основите.

ПРАВОАГОЛНИ ДЕКАРТОВИ КООРДИНАТИ [rectangular Cartesi-an coordinates; прямоугольные декартовые координаты], *в.* ДЕКАРТОВ КООРДИНАТЕН СИСТЕМ.

ПРАВОАГОЛНИК [rectangle; прямоугольник] Четириаголник во кој сите четири агли се прави агли. Спротивните страни на п. се паралелни (и пар по пар еднакви), па множеството п. е подмножество од множеството паралелограми. Едната од две соседни страни на п. се вика **должина**, другата – **ширина**, а двете заедно – **димензии** на п. Плоштината на п. се добива како производ од должините на две негови соседни страни.

ПРАВОЛИНИСКА ПОВРШИНА [ruled surface; линейчатая поверхность] Површина што може да се формира со движење на некоја права (*генератриса*) по некоја линија (*директриса*). Има два вида п.п.: **развивлива** п.п. – којашто може да се положи на рамнина (на пр., *цилиндар* и *конус*) и **коса** п.п. – којашто не е развивлива.

Познато и како *линиска површина.*

ПРАВОПРОПОРЦИОНАЛНИ ВЕЛИЧИНИ [directly proportional quantities; прямо пропорциональные величини], *в.* ПРАВА ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ.

ПРАВ ПАРАЛЕЛОПИПЕД [right parallelepiped; прямой параллелепипед] Паралелопипед, чиишто бочни рабови (ѕидови) се нормални на неговите основи. П.п. се вика **правоаголен**, ако неговата основа е правоаголник.

ПРАВ ЦИЛИНДАР [right cylinder; прямой цилиндр] *Цилиндар* (*в.*), чиишто генератриси се нормални на рамнината во која лежи директрисата.

ПРАЗНА РЕЛАЦИЈА [empty relation; пустое отношение], *в.* РЕЛАЦИЈА.

ПРАЗНО МНОЖЕСТВО [empty set; пустое множество] Множество без елементи; се означува со знакот $\varnothing$.

П.м. е подмножество на секое множество. Ако две множества немаат заеднички елементи, тогаш нивниот пресек е п.м.

ПРАМЕН [pencil; пучок] Општо, п. е фамилија геометриски објекти што имаат некое заедничко својство; *в.* ПРАМЕН ПРАВИ; ПРАМЕН РАМНИНИ; ПРАМЕН КРУЖНИЦИ; ПРАМЕН СФЕРИ.

ПРАМЕН КРУЖНИЦИ [pencil of circles; пучок окружностей] Фамилијата од сите кружници што лежат на иста рамнина определени со равенката

$$k+\lambda\cdot k'=0\,, \qquad (1)$$

каде што k и k' се равенки на кружници определени со равенките

$$k: x^2+y^2+2a_1x+2a_2y+a_3=0$$

$$k': x^2+y^2+2b_1x+2b_2y+a_3=0$$

и λ е произволен параметер. При различни вредности на $\lambda\neq-1$, равенката (1) претставува кружница, точка или ништо, а при $\lambda=-1$ таа претставува права.

П.к. се дефинира и како множеството од сите кружници во рамнина што имаат иста *радикална оска* (*в*).

Еден прамен кружници е наполно определен со радикалната оска и една кружница или, пак, со две кружници. Центрите на сите кружници од п.к. лежат на права нормална на радикалната оска. Таа се нарекува **централна права** или, само, **централа** на праменот.

ПРАМЕН ПРАВИ [pencil of lines; пучок прямых] П.п. е множеството прави што лежат во иста рамнина и минуваат низ една иста точка S (наречена **центар** или **носител** на п.п.) или се паралелни на една иста права (п.п. со **несвојствен центар**). Ако (x_0, y_0) е центарот на п.п., тогаш равенките на правите од праменот имаат облик

$$A(x-x_0)=B(y-y_0).$$

Ако п.п. е даден со пар прави:

$$Ax+By+C=0,\ A_1x+B_1y+C_1=0\,,$$

тогаш равенката на п.п. ќе има вид:

$$\lambda\,(Ax+By+C)+\lambda_1(A_1x+B_1y+C_1)=0.$$

П.п. претставува еднопараметарска фамилија прави којашто линеарно зависи од параметарот ($\lambda:\lambda_1$).

Познато и како *сноп прави.*

ПРАМЕН РАМНИНИ [pencil of planes; пучок плоскостей] П.р. е множеството од сите рамнини што минуваат низ иста права (наречена **оска** на п.р.) или се паралелни со една иста рамнина (п.р. со **несвојствена оска**). Ако оската на п.р. е зададена како пресек на две рамнини:

$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \quad (F_1=0)$$

$$A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0 \quad (F_2=0)$$

тогаш п.р., т. е. која било негова рамнина, може да биде определена со равенката $\lambda_1 F_1 + \lambda_2 F_2 = 0$, каде што барем едниот од λ_1, λ_2 не е нула. П.р. линеарно зависи од еден параметар ($\lambda_1 : \lambda_2$, $\lambda_2 \neq 0$). Познато и како *сноп рамнини*.

ПРАМЕН СФЕРИ [pencil of spheres; пучок сфер] Фамилијата од сите сфери коишто пар по пар се сечат по дадена кружница. П.с. е просторен аналог на прамен кружници.

ПРЕБРОЈЛИВО МНОЖЕСТВО [countable set; счётное множество] Множество *S* такво што постои биекција $f : S \to \mathbb{N}$ (од *S*, на множеството $\mathbb{N}$ од природните броеви).

ПРЕВОЈ, *в*. ПРЕВОЈНА ТОЧКА.

ПРЕВОЈНА ТОЧКА [point of inflexion; точка перегиба] Точка *M* на рамнинска крива, таква што кривата во некоја околина на таа точка лежи на различни страни од тангентата во точката *M* (и, следствено, ја менува насоката на искривеност – од конвексна кон конкавна или обратно). Ако функцијата $y = f(x)$ што ја определува кривата има втор извод, овој извод го менува знакот кај таа точка. На пример, кубната парабола, $y = x^3$, има п.т. во координатниот почеток. Познато и како: *превој*; *инфлексна точка*.

ПРЕДИКАТ [predicate; пропозициональная функция], *в*. ИСКАЗНА ФУНКЦИЈА.

ПРЕКИН [discontinuity; разрыв], *в*. ТОЧКА НА ПРЕКИН.

ПРЕКИНАТА ФУНКЦИЈА [discontinous function; разрывная функция] Функција што има барем еден *прекин* (*в*.). На пр., п.ф. е функцијата: *сигнум* од *x* (*в*.), *цел дел* од *x* (*в*.) и др.

ПРЕМИСА [premise; (пред)посылка] Едно од низата тврдења во некое расудување; заклучокот на расудувањето следува како резултат на премисите; *в*. СИЛОГИЗАМ; РАСУДУВАЊЕ. Познато и како *претпоставка*.

ПРЕНОСНА СИМЕТРИЈА, *в*. ЛИЗГАЧКА СИМЕТРИЈА.

ПРЕПОЛОВУВАЊЕ [halving; деление пополам] Општо, зборот *преполовување* значи: 1) делење (на нешто) на два еднакви дела; 2) намалување (на нешто) на половина; 3) поделување (на нешто, меѓу двајца) подеднакво.

Во математичка смисла, п. е основна геометриска конструкција, којашто се состои во наоѓање таква точка *M* врз отсечка *AB*, што $\overline{AM} = \overline{MB}$ (*в*. СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА), или наоѓање зрак *l* со почеток – темето *O* на аголот $\measuredangle(p,q)$, таков што да е исполнет условот $\measuredangle(p,l) = \measuredangle(l,q)$ (*в*. СИМЕТРАЛА НА АГОЛ); точката *M* се вика **средина** на отсечката *AB*, а зракот *l* – **преполовница** на $\measuredangle(p,q)$.

ПРЕСЕК [intersection, meet; пересечение] **1**. За две или повеќе геометриски фигури, п. е точката или множеството точки што е заедничко за тие фигури. На пр., п. на две прави е точка; п. на кружен цилиндар со рамнина, нормална на оската на цилиндарот е круг, а со рамнина што минува низ оската, п. е правоаголник.

2. За две множества, п. е множеството од сите нивни заеднички елементи.

ПРЕСЕК НА МНОЖЕСТВА [intersection of sets, meet of sets; пересечение множеств] П.н.м. A и B е множеството што ги содржи сите заеднички елементи од A и B; се означува со $A \cap B$. Запишано со симболи:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \in B\}.$$

ПРЕСЕК НА НАСТАНИ, *в.* ПРОИЗВОД НА НАСТАНИ.

ПРЕСЕЧКА [secant line, secant; секущая] **1**. Права, којашто со дадена крива L има најмалку две заеднички точки. Недегенерираните криви од втор степен, на пр., *кружница* (*в.*) хипербола и др., имаат најмногу две заеднички точки со права.

Граничната положба (ако постои) на п. MM_1, кога точката M_1 неограничено се приближува по кривата L кон точката M, е *тангента* на кривата.

Познато и како *секанта*.

2. *Пресечка* се вика и права што сече две други (најчесто: паралелни) прави; *в.* ТРАНСВЕРЗАЛА.

ПРЕСЕЧНА ТОЧКА [intersection point; точка пересечения] Заедничката точка на две непаралелни прави p и q што лежат во иста рамнина. Ако правите p и q се зададени со нивните општи равенки:

$$ax + by + c = 0 \quad \text{и} \quad a_1x + b_1y + c_1 = 0,$$

тогаш p и q се сечат акко соодветните коефициенти пред x и y не се пропорционални, т. е. $a : a_1 \neq b : b_1$.

Општо, п.т. е точка низ која минуваат две линии или три (и повеќе) површини.

ПРЕСЛИКУВАЊЕ [map, mapping; отображение] Еден од основните поими на математиката. Неформално, п. е правило според кое на секој елемент од некое зададено множество X му е придружен еднозначно определен елемент од друго зададено множество Y; притоа, X може да се совпаѓа со Y. Се запишува $f : X \to Y$ и се вели дека f е *пресликување од X во Y*. Множеството X се вика **домен** (или *дефиниционо множество*), а Y се вика **кодомен** на f.

Значи, *пресликување* е подредена тројка (f, X, Y), каде што f е правило, според кое на секој елемент x од доменот X му се придружува еднозначно определен елемент y од кодоменот Y. Таквата врска меѓу елементите $x \in X$ и $y \in Y$ се запишува: $y = f(x)$. Наместо (f, X, Y), често се запишува само f кога доменот X и кодоменот Y „се подразбираат“.

Поимот п. често се третира како специјална *релација* и формално се дефинира на следниов начин.

Пресликување од множество X во множество Y е секое подмножество f од множеството $X \times Y$ (т. е. f е бинарна релација меѓу множествата X и Y, земени по тој редослед) коешто ги задоволува следниве услови:

(i) доменот на f е X (*в.* ДОМЕН 3),

(ii) за секој елемент x од X и за секои елементи y, z од Y важи:

$$(x, y) \in f \wedge (x, z) \in f \Rightarrow y = z.$$

Условот (i) означува дека секој елемент x од X е во релација f со елемент y од Y, а условот (ii) – дека y е единствениот елемент што е во релација f со елементот x.

Ако на фиксиран елемент $x \in X$ со п. f му е придружен елементот $y \in Y$, тогаш за y се вели дека е **слика** на x при f, а x е **оригинал** за y. Множеството од сите елементи на Y што се слики на елементи од X при f се вика **опсег** (или **множество вредности**, или **ранг**) на f и се означува со $f(X)$.

За две п. $f : X \to Y$ и $g : U \to V$ се вели дека се **еднакви** ако им се исти домените, т. е. $X = U$, им се исти кодомените, т. е. $Y = V$ и $f(x) = g(x)$, за секој $x \in X$.

Едно пресликување $f : X \to Y$ се вика:
а) **сурјекција** (или *сурјективно* п.) од *X на Y* ако секој елемент од Y е слика на некој елемент од X, т. е. $f(X) = Y$;
б) **инјекција** (или *инјективно* п.) од X

во Y ако кои било два различни елементи $x_1, x_2 \in X$ имаат различни слики, т. е. ако $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$; в) **биекција** (или *биективно* п.) од *X на Y* ако f е и инјекција и сурјекција.

Состав (или **композиција**) на две пресликувања $f: A \to B$ и $g: B \to C$ (ознака: $g \circ f$) се вика пресликувањето $g \circ f: A \to C$, дефинирано со:

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$ за секој $x \in A$.

Составот на п. е асоцијативна операција, т. е. $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

Логички, поимот п. се совпаѓа со поимите: *функција*, *оператор*, *трансформација* (*в.*).

ПРЕТПОСТАВКА [hypothesis, antecedent; предположение, посылка, гипотеза] **1**. Во импликацијата $p \Rightarrow q$, п. е првиот исказ, p; *в.* ИМПЛИКАЦИЈА; АНТЕЦЕДЕНТ. **2**. Исто што и ХИПОТЕЗА 2 (*в.*). **3**. Исто што и ПРЕМИСА (*в.*).

ПРЕТСЛИКА, *в.* ИНВЕРЗНА СЛИКА.

ПРЕТХОДНИК [antecedent; предыдущее число] За даден природен број n, поголем од 1, п. е претходниот број, $n-1$. За $n-1$ често се вели дека е **непосреден претходник** на n. Син. АНТЕЦЕДЕНТ 2.

ПРЕЧНИК, *в.* ДИЈАМЕТАР 1.

ПРИБЛИЖНА ВРЕДНОСТ НА БРОЈ [approximate value of a number; приближное значение числа], *в.* ПРИБЛИЖНИ БРОЕВИ.

ПРИБЛИЖНИ БРОЕВИ [approximate numbers; приближные числа] Броеви, за кои има сомнеж, т. е. несигурност во нивните вредности. Еден број може да е п.б. главно поради некоја од следните две причини.

i) Тој број е резултат на некакво мерење (во однос на некоја непрекината скала) на одредена величина, во техниката или во обичниот живот (на пр. мерење на: должина, плоштина, маса, време, итн).

ii) Некои броеви просто не може да се запишат точно во децимална форма (на пр., дропката $1/3$ е приближно, но не точно еднаква на 0,33, а ирационалниот број $\sqrt{2}$ е приближно, но не точно еднаков на 1,41).

Бројот на цифри, потребни за изразување на тие вредности, зависи од тоа колку прецизно е извршено бараното мерење, односно пресметување. На пр., кога ќе се каже дека патното растојание меѓу Скопје и Охрид е 170 km, обично се мисли дека тоа растојание е *околу* 170 км. (со заокружување, на пр., на десетките).

Нека *X* е некоја величина чијашто вистинска вредност е позната или непозната и е еднаква на x^*. Бројот x, којшто може да се прифати за вредност на величината *X*, се вика нејзина **приближна вредност** или, просто, **приближен број**. Бројот x се вика п.б. **со недостиг** ако тој е помал од вистинската вредност ($x < x^*$), а **со вишок** – ако тој е поголем ($x > x^*$). На пр., бројот 3,14 е приближна вредност на бројот π со недостиг, а 2,72 – приближна вредност на бројот e со вишок.

ПРИБЛИЖНО ИНТЕГРИРАЊЕ [numerical integration; приближное интегрирование] Постапка со користење множество приближни вредности на дадена функција за да се пресмета нејзиниот интеграл со одредена точност. Методот на п.и. се користи, обично, кога не е можно да се најде формула што ќе ја даде вредноста на определениот интеграл. На пр., нема формула што ја дава вредноста на определениот интеграл $\int_0^1 e^{-x^2} dx$.

Постапката за п.и. се состои во делење на површината над сегментот $[a, b]$, под кривата $y = f(x)$, на тенки правоаголници и потоа се собираат плоштините на тие правоаголници. Висината на секој правоаголник е еднаква со вредноста на функцијата во таа точка. Како расте бројот на правоаголниците (а ширината на секој правоаголник станува помала), така точноста на методот (наречен **правило на правоаголници**) се подобрува. Има и други методи на п.и. што користат трапези или „ленти покриени со параболи" (*в.* ПРАВИЛО НА ТРАПЕЗИ И ПРАВИЛО НА ПАРАБОЛИ).

ПРИБЛИЖУВАЊЕ [approximation; приближение], *в.* АПРОКСИМАЦИЈА.

ПРИВИДНА ДРОПКА [apparent fraction; неправильная дробь] *Неправилна дропка* (*в.*) при која броителот е делив со именителот без остаток.

ПРИЗМА [prism; призма] Полиедар што се добива при пресечување на *призматична површина* (*в.*) со две паралелни рамнини. Двата многуаголници, добиени при сечењето на призматичната површина со паралелните рамнини, се викаат **основи**, а другите ѕидови (тие се паралелограми) се викаат **бочни ѕидови** на п.

П. се вика **права** п. ако бочните рабови се нормални на основите, а се вика **правилна** п. ако е права п. и основите се правилни многуаголници. П. се вика **коса** п. ако бочните рабови не се нормални на основите. П. с вика: **триаголна** п. ако основата е триаголник, **четириаголна** п. ако основата е четириаголник, и општо, ***n*-аголна** п. ако основата е *n*-аголник.

Во некои книги понекогаш се среќава и следнава (некоректна!) „дефиниција на п.", а имено: „п. е полиедар со два паралелни, складни ѕида (*основи*), а сите други ѕидови се паралелограми (*бочни ѕидови*)".

ПРИЗМАТИЧНА ПОВРШИНА [prismatic surface; призматическая поверхность] Површина, образувана од подвижна права, којашто постојано сече една проста затворена искршена линија од дадена рамнина, и која секогаш останува паралелна на некоја дадена права што не лежи во таа рамнина. Подвижната права се вика **генератриса**, а искршената линија – **директриса** (или **водилка**) на п.п.

ПРИЗМАТОИД [prismatoid; призматоид] Полиедар, чиишто темиња лежат на две паралелни рамнини.

ПРИЗМОИД [prismoid; призмоид] Призматоид, чиишто два паралелни ѕида (наречени *основи*) се многуаголници со ист број страни, а другите ѕидови се трапези или паралелограми; на пр., *потсечена пирамида* е п.

ПРИЗНАК [criterion; признак] Закон или принцип со кој се тестира некое тврдење. Обично тоа е потребен и доволен услов, но под п. понекогаш се подразбира само доволен услов. Познато и како *критериум*.

ПРИЗНАК ЗА ДЕЛИВОСТ [divisibility test, divisibility rule; признак делимости] Правило, коешто овозможува релативно брзо да се установи дали некој природен број е делив со друг, однапред даден природен број, без да се изврши фактичко делење. Обично е заснован на оперирање со (дел од) цифрите на бројот, претставен во позиционен броен систем. Постојат неколку едноставни правила, коишто овозможуваат да се најдат мали делители на број во десетичен броен систем.

П.з.д. **со 2**; **5**; **10**. Даден број е делив со 2; 5; 10 ако и само ако едноцифрениот завршок (последната цифра) на бројот е делива со 2; 5; 10, соодветно. На пр., бројот 370 е делив со 2, 5 и 10, бидејќи последната цифра 0 е делива со 2, 5 и 10; бројот, пак, 375 е делив со 5, но не е делив ни со 2 ни со 10 зашто последната цифра 5 не е делива ни со 2 ни со 10. Број што е делив со 2 и со 5 е делив и со 10.

П.з.д. **со 3 и 9**. Даден број е делив со 3, одн. со 9, акко збирот од цифрите на тој број е делив со 3, одн. со 9 (бидејќи сите броеви од обликот 10^n при делењето со 3, одн. со 9, даваат остаток единица).

П.з.д. **со 6**. Еден број е делив со 6 акко тој е делив и со 2 и со 3.

П.з.д. **со 4**. Број е делив со 4 акко двете негови последни цифри се нули или образуваат број делив со 4 (тој може да биде двоцифрен или едноцифрен). На пр., 700, 912, 1308 се деливи со 4 (зашто 700 завршува со 00, 912 и 1308 завршуваат со 12 и 08, а 12 и 08 = 8 се деливи со 4); 842 не е делив со 4 (42 не е делив со 4).

П.з.д. **со 8**. Број е делив со 8 акко трите негови последни цифри се нули или образуваат број делив со 8.

П.з.д. **со 7**. За да установиме дали даден број е делив со 7, ја отстрануваме неговата последна цифра, ја множиме со 2 и тој производ го одземаме од „поткастрениот број". Ако разликата е делива со 7, тогаш и дадениот број е делив со 7. Ова правило може да се примени и неколку пати ако е потребно.

Примери. 1) 518 е делив со 7, зашто $51 - 2\cdot8 = 35$ е делив со 7; 2) 846 не е делив со 7, зашто $84 - 2\cdot6 = 72$ не е делив со 7; 3) За бројот 43 519, правилото ќе го примениме повеќе пати: $4351-2\cdot9 = 4333$; $433-2\cdot3 = 427$; $42-2\cdot7 = 28$; бидејќи 28 е делив со 7, дадениот број 43 519 е делив со 7.

П.з.д. **со 11**. Број е делив со 11 акко збирот од цифрите со знаци што се менуваат наизменично е еднаков со нула или е делив со 11 (на пр., 191 378 е делив со 11, зашто $1-9+1-3+7-8 = -11$ е делив со 11); ова е последица од фактот дека сите броеви од обликот 10^n при делењето со 11 даваат остаток $(-1)^n$.

ПРИЗНАЦИ ЗА СКЛАДНОСТ НА ТРИАГОЛНИЦИ [triangle congruence postulates; признаки равенства треугольников] Два триаголника се складни (*в.* СКЛАДНИ ТРИАГОЛНИЦИ), ако имаат, соодветно, еднакви:

I. Две страни и аголот меѓу нив (признак САС).

II. Два агла и страната на која лежат (признак АСА).

III. Три страни (признак ССС).

IV. Две страни и аголот наспроти поголемата од нив (признак ССА).

V. Два агла и страната наспроти едниот од нив (признак ААС).

ПРИЈАТЕЛСКИ БРОЕВИ [amicable numbers; содружественные числа, дружественные числа] Пар природни броеви, секој од кои е еднаков на збирот од сите делители на другиот, освен самиот број. На старогрчките математичари им бил познат парот п.б. 220 и 284; делителите на 220 се 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, а нивниот збир е 284, додека точните делители на 284 се 1, 2, 4, 71, 142 и нивниот збир е 220. П.б. биле воведени во школата на Питагора, каде што им била придавана мистична смисла. Тогаш биле познати 4 парови п.б. Ојлер нашол околу 60 парови п.б. Со помош на компјутер, најдени се многу п.б. Но, досега не е познато дали е конечно или бесконечно множеството п.б.

ПРИМЕНЕТА МАТЕМАТИКА [applied mathematics; прикладная математика] Термин што се користи кога се зборува за примена на математиката во други области на науката и во техниката. Може да се каже дека п.м. е научна област во која математичките поими се применети на практични проблеми од физичкиот, техничкиот, биолошкиот, економскиот и социолошкиот свет. Тоа вклучува: механика на цврсти и деформирливи тела (еластичност, пластичност, механика на флуиди), теорија на електричество и магнетизам, термодинамика, геодезија, биоматематика, теорија на информации, веројатност, статистика и др.

Која било математичка дисциплина има, поголемо или помало, директно или индиректно значење за примената. И самата математика при своето настанување се развивала поради некои практични цели. Старите Египќани и Вавилонците развиле многу својства за броеви и геометриски фигури само за да решат некои практични проблеми. И сега не може да се повлече строга граница меѓу применетата и неприменетата математика.

ПРИМЕРОК [sample; выборка] Избор на некоја колекција од поширока колекција (популација). П., чиишто карактеристики ги одразуваат карактеристиките на популацијата од која е извлечен, се вика **репрезентативен** п.

ПРИМИТИВЕН КОРЕН ОД ЕДИНИЦА [primitive root of unity; первообраяный корень из единицы, примитивный корень из единицы], в. КОРЕН ОД ЕДИНИЦА.

ПРИМИТИВЕН ПОЛИНОМ [primitive polynomial; примитивный многочлен] Полином со цели коефициенти за кои најголемиот заеднички делител е 1.

ПРИМИТИВНА ФУНКЦИЈА [primitive function, antiderivative, indefinite integral; первообразная функция] За дадена реална функција $f(x)$, определена на некој интервал (a, b), се вели дека има *примитивна функција* на интервалот (a, b) ако постои реална функција $F(x)$, таква што

$$F'(x) = f(x), \text{ за секој } x \in (a,b)$$

(притоа се допушта да биде $a = -\infty$ или $b = +\infty$).

Ако $F(x)$ е п.ф. на $f(x)$ во (a,b), тогаш $G(x)$ е п.ф. на $f(x)$ во (a,b) акко постои реален број C таков што

$$G(x) = F(x) + C \text{ за секој } x \in (a,b).$$

Значи, $\{F(x)+C \mid C \in \mathbb{R}\}$ е множеството од сите п.ф. на $f(x)$ на (a, b).

На пр., за функцијата $2x$, п.ф. се: x^2, $x^2 - 1$, $x^2 + 4$, а $\{x^2 + C \mid C \in \mathbb{R}\}$ е множеството од сите п.ф. на $2x$ во интервалот $(-\infty, +\infty)$.

ПРИНЦИП НА ДИРИХЛЕ [Dirichlet drawer principle, pigeonhole principle; Дирихле принцип «ящиков»] Тврдењето, според кое: во произволна фамилија од n множества, коишто заедно содржат повеќе од n елементи, има барем едно множество што содржи не помалку од два елемента.

Најпопуларната форма на п.н.Д. гласи: ако во n кутии се распоредат повеќе од n предмети, тогаш барем во една кутија ќе има повеќе од еден предмет. Познато и како *Дирихлеов принцип „за кутии“*.

ПРИНЦИП НА ДУАЛНОСТ [duality principle, principle of duality; принцип двойстенности] Еден од основните принципи во проективната геометрија. П.н.д. во **проективна рамнина**: ако некое тврдење, искажано во термините на инцидентност на „точки“ и „прави“ е точно, тогаш ќе биде точно и другото тврдење (*дуално на првото*), во кое сите зборови „точка“ се заменети со зборовите „права“ и, обратно, сите зборови „права“ се заменети со зборовите „точка“.

Примери. 1) Дуално на тврдењето: „Две различни точки определуваат само една права“ е: „Две различни прави се сечат само во една точка“.

2) *Теоремата на Бријаншон* е дуална на *теоремата на Паскал*.

П.н.д. е важен и во Булова алгебра.

ПРИНЦИП НА КАВАЛИЕРИ, *в.* КАВАЛИЕРИЕВ ПРИНЦИП.

ПРИНЦИП НА МАТЕМАТИЧКАТА ИНДУКЦИЈА, *в.* МАТЕМАТИЧКА ИНДУКЦИЈА.

ПРИРОДЕН БРОЈ [positive integer; натуральное число, положительное целое число] Еден од основните поими на математиката. П.б. може да се толкува како *кардинален број* (*в.*) на конечно множество. Множеството $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$ од сите п.б. и операциите над нив: собирање (+) и множење (·) образуваат *систем од* п.б.; ознака: $(\mathbb{N};+,\cdot,1)$. Познато и како *позитивен цел број*.

ПРИРОДЕН ЛОГАРИТАМ [natural logarithm; натуральный логарифм] Логаритам со основа *e*; син. *Неперов логаритам*; *в.* ЛОГАРИТАМ.

ПРИРОДЕН ТРИЕДАР [moving trihedral (of a space curve), Frenet-Serret trihedron; трёхгранник Френе, естественный трёхгранник] За просторна крива (L), п.т. е конфигурација во вид на трирабно ќоше, формирана од тангентата, нормалата и бинормалата на (L) во произволна точка на кривата. Познато и како *триедар на Френе*.

Тангентата се дефинира како права кон која се стреми правата што минува низ P и низ точка на кривата (L) што се приближува кон точката P.

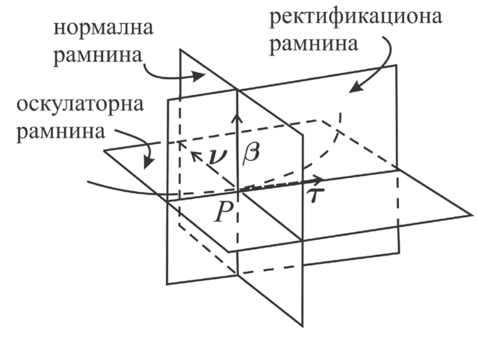
Главната нормала е правата што минува низ P и е паралелна со векторот на кривината во P. Тангентата и главната нормала формираат т.н. **оскулаторна рамнина** (т. е. *допирна рамнина*). Таа се добива како гранична рамнина од рамнините што минуваат низ тангентата на (L) во P и низ некоја променлива точка P' од (L) – пуштајќи P' да се приближува кон P долж кривата (L).

Бинормалата е права, нормална на оскулаторната рамнина (па според тоа, и на главната нормала, и на тангентата) во точката P.

Тангентата, главната нормала и бинормалата се викаат **основни прави** на кривата (L) во дадената точка P. Тие три заемно нормални прави формираат координатен систем со координатен почеток во P; тој систем често се користи во математиката.

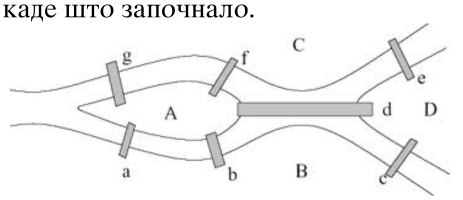
Единичните вектори на тангентата, главната нормала и бинормалата се означуваат со $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\nu}$ и $\boldsymbol{\beta}$, соодветно. Тројката $\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{\nu}$, $\boldsymbol{\beta}$ се вика **природен триедар** (или **триедар на Френе)** на кривата во точката P. За нив важат т.н. *формули на Френе* (*в.*).

Рамнината што минува низ точката P и е нормална на тангентата се вика **нормална рамнина** на кривата (L) во точката P. Рамнината што минува низ P и е нормална на главната нормала се вика **ректификациона** (или **исправувачка**) **рамнина**. Оскулаторната, нормалната и ректификационата рамнина се викаат **основни рамнини** на кривата (L) во точката P.



Природен триедар:
I оскулаторна (τ,ν), II нормална (ν,β),
III ректификациона рамнина (β,τ)

ПРОБЛЕМОТ НА КЕНИГСБЕРГСКИТЕ МОСТОВИ [Königsberg bridge problem; проблема семи мостов Кёнигсберга] Стара математичка задача во која се прашува: дали може да се помине по сите седум мостови (a,b,…,g) преку реката Прегер во градот Кенигсберг (сега Калининград, Русија) што сврзуваат четири копна (A, B, C, D), не поминувајќи двапати ни по еден од нив, со дополнително барање: шетањето да заврши таму каде што започнало.



Проблемов бил решен (негативно) од Ојлер во 1736 год. и претставува почеток на *теоријата на графови*.

ПРОВЕРКА СО ОТФРЛАЊЕ НА 9 [excess of nine, casting out nines; остаток от деления на 9] Метод за проверка на точноста на резултатот од извршување на операции меѓу природни броеви (во броен систем со основа 10): собирање, одземање, множење и делење. Методот ги користи сумите од цифрите на вклучените броеви, во аритметиката по модул 9.

Примери. 1) Да го разгледаме збирот 584 + 283 = 867. Збировите на цифрите од собироците 584 и 283 се $17 \equiv 8 \pmod 9$ и $13 \equiv 4 \pmod 9$, соодветно, а на 867 е $21 \equiv 3 \pmod 9$. Имаме: $8+4 \equiv 3 \pmod 9$, а тоа е исто со $21 \equiv 3 \pmod 9$. Значи, збирот е точен.

2) Да провериме дали е точно делењето $5928:38 = 156$. Збирот на цифрите на 5928 е $24 \equiv 6 \pmod 9$, на 38 е $11 \equiv 2 \pmod 9$, на 156 е $12 \equiv 3 \pmod 9$, па $6:2 \equiv 3 \pmod 9$, а тоа е исто со $12 \equiv 3 \pmod 9$, т. е. делењето е точно.

Познато и како *остаток при делење со* 9.

ПРОГРЕСИЈА [progression; прогрессия] Низа од математички величини, таква што секој нејзин следен член е определен од неговите претходници според некое правило; *в.* АРИТМЕТИЧКА ПРОГРЕСИЈА; ГЕОМЕТРИСКА ПРОГРЕСИЈА; ХАРМОНИСКА ПРОГРЕСИЈА.

ПРОДОЛЖЕНА ПРОПОРЦИЈА, *в.* НЕПРЕКИНАТА ПРОПОРЦИЈА.

ПРОДОЛЖЕН РАЗМЕР, в. РАЗМЕР.

ПРОЕКТИВЕН ПРОСТОР [projective space; проективное пространство] Евклидски простор, дополнет со *идеалните елементи* (*в.*). Притоа, секоја права се дополнува со една идеална точка, секоја рамнина – со една идеална права, целиот простор – со една идеална рамнина.

Паралелните прави се дополнуваат со заедничка идеална точка, непаралелните – со различни. Паралелните рамнини се дополнуваат со иста идеална права, непаралелните – со различни. Идеалните точки што ги дополнуваат севозможните прави од дадена рамнина ѝ припаѓаат на идеалната права што ја дополнува таа рамнина. Сите иделни точки и прави ѝ припаѓаат на идеалната рамнина.

ПРОЕКТИВНА ГЕОМЕТРИЈА [projective geometry; проективная геометрия] Математичка дисциплина, којашто ги изучува проективните својства на фигурите, т. е. тие својства што остануваат непроменети (инваријантни) при сите проективни трансформации на рамнината (одн. просторот) во себе. Еден од најважните поими на п.г. е *двоен однос* (*в.*) на четири точки (четири прави).

ПРОЕКТИВНА РАМНИНА [projective plane; проективная плоскость] **1.** *Во проективна геометрија*, п.р. е евклидска рамнина, дополнета со *бескрајно далечни елементи* (*в.*). Секоја права се дополнува со бескрајно далечна точка и станува затворена линија. На фамилија паралелни прави одговара заедничка бескрајно далечна точка, а на две непаралелни прави одговараат две различни бескрајно далечни точки. Во п.р. се точни тврдењата: i) секои две точки лежат само на една права; ii) две произволни прави се сечат во една точка или се совпаѓаат.

2. П.р. може да се разгледува како множество од сите тројки броеви (x_1, x_2, x_3), освен (0,0,0), при условот: $(x_1, x_2, x_3) = (y_1, y_2, y_3)$ ако постојат два ненулти броеви *a* и *b*, такви што $ax_i = by_i$ за i =1, 2, 3. Точките со $x_3 \neq 0$ може да се сметаат за точки од евклидска рамнина со апсциса x_1 / x_3, а ординати x_2 / x_3; точките со $x_3 = 0$ се бескрајно далечни точки.

3. *Во топологија*, п.р. е тополошки простор, хомеоморфен со *проективна рамнина*, опишана погоре, во точката 1. Како тополошки модел на п.р. служи сфера во тридимензионален евклидски простор на која се изедначени две дијаметрално спротивни точки „поклопени една со друга“.

ПРОЕКТИВНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [projective transformation; проективное преобразование] П.т. се вика секоја биекција на проективен простор на себе, којашто ја зачувува релацијата за подредување на делумно подреденото множество од сите негови потпростори.

П.т. *на рамнина* е биекција на проективната рамнина во себе, таква што за која било права, сликата е исто така права.

П.т. на *проективна права* се вика биекција во себе, таква што *хармониска четворка точки* (*в.*) преминува во хармониска четворка точки. П.т. на права (рамнина или простор) го зачувува *двојниот однос* (*в.*) на четири точки.

ПРОЕКТИРАЊЕ [projection; проектирование] П. на геометриска фигура *F* од просторот врз рамнина П, од дадена точка *O* е пресликување, коешто на секоја точка *M* од фигурата *F* ѝ придружува единствена точка *M’* од рамнината П, при што секоја права, определена со *M* и *M’* ја содржи точката *O*. Притоа се претпоставува дека *O* не ѝ припаѓа на фигурата *F*.

Рамнината П се вика **проекциона рамнина** (или *рамнина на сликата*), точката *O* – **центар** на п., а полуправата *OM*, определена со центарот *O* и точката *M* од фигурата *F* се вика **проектирачки зрак**. Можно е повеќе од една точка од фигурата *F* да припаѓа на ист проектирачки зрак; во тој случај сите тие точки ќе се проектираат во иста точка од рамнината П, па тоа пресликување нема да е биекција.

Проектирање може да се врши и од рамнина врз права, наречена **оска на проекциите**.

Според изборот на центарот *O*, се разликуваат два вида п.: **централна** п. (или **перспектива** п.) (*в.*) – ако центарот *O* е конечна точка, и **паралелно** п. – ако *O* е бескрајно далечна точка. Паралелното п. може да биде: **нормално** п. – ако *O* ѝ припаѓа на права нормална на П, и **косо** п. – ако *O* припаѓа на права што не е нормална на П. Познато и како *проицирање*.

ПРОЕКТИРАЧКА РАМНИНА [projecting plane; проектирующая плоскость] Рамнина што минува низ дадена права во просторот и е нормална на една од трите координатни рамнини.

ПРОЕКТИРАЧКИ ЗРАК [projection ray; проектирующий луч], *в*. ПРОЕКТИРАЊЕ.

ПРОЕКЦИЈА [projection; проекция] Множеството точки добиено со *про-*

ек͞тирање (*в.*) на геометриска фигура F од просторот врз проекционата рамнина π, од **центар** O. Фигурата F се пресликува на π така што секоја точка од F и нејзе придружената точка во рамнината π ѝ припаѓаат на права, која го содржи центарот O. Така дефинираното множество точки во рамнината π образува **слика** или **проекција** на фигурата F во рамнината π. Според положбата на центарот на проектирање, се разликуваат: **централна** п. (или *ӣерсӣекӣивна* п.) и **паралелна** п. (или *аксономеӣриска* п.), а паралелна п. може да биде **нормална** п. (или *орӣоӣонална* п.) и **коса** п.; *в.* ПРОЕКТИРАЊЕ.

ПРОЕКЦИЈА НА ВЕКТОР [vector projection; проекция вектора] П.н.в. $\overrightarrow{AB}$ врз рамнина π е вектор $\overrightarrow{A_1B_1}$, чијшто почеток е проекција на почетокот, а крајот – проекција на крајот на $\overrightarrow{AB}$. Аналогно се дефинира п.н.в. врз некоја права. (Притоа, под п.н.в. обично се подразбира *ӣаралелна ӣроекција на векӣор*.)

ПРОЕКЦИОНА РАМНИНА [projection plane, plane of projection; проекционная плоскость, плоскость проекции, картинная плоскость], *в.* ПРОЕКТИРАЊЕ.

ПРОИЗВОД [product; произведение] **1**. П. **на природни броеви**. П. на два природни броја a и b е бројот c (ознака: ab) еднаков на збирот од b собироци, секој од кои е еднаков на a,

$ab = a + a + ... + a$ (b собироци a).

2. П. **на рационални броеви**. За два рационални броја, a / b и c / d ($a, b \neq 0$, $c, d \neq 0$ се цели броеви), п. е

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}.$$

3. П. **на реални броеви**. За кои било два реални броја, коишто се лимеси на низите (a_n) и (b_n) содветно, п. е лимесот на низата $(a_n{\cdot}b_n)$.

4. П. **на две алгебарски величини** е резултатот од нивното множење во однос на дадена операција.

5. П. **на вектор со број**. П. на ненулти вектор $\boldsymbol{a}$ со ненулти реален број λ е вектор, означен со $\lambda\boldsymbol{a}$ и е определен на следниов начин: 1) $\lambda\boldsymbol{a}$ е колинеарен со $\boldsymbol{a}$; 2) $\lambda\boldsymbol{a}$ има иста насока како $\boldsymbol{a}$ – ако бројот λ е позитивен, а спротивна – ако λ е негативен; 3) должината на $\lambda\boldsymbol{a}$ е еднаква со должината на $\boldsymbol{a}$, помножена со апсолутната вредност на бројот λ, т. е. $|\lambda\boldsymbol{a}| = |\lambda|\cdot|\boldsymbol{a}|$.

6. П. **на множества**, *в.* ДЕКАРТОВ ПРОИЗВОД.

7. П. **на конечна низа множества** $A_1, A_2, ..., A_n$ – *в.* ДЕКАРТОВ ПРОИЗВОД.

8. П. **на пресликувања** – *в.* СОСТАВ НА ПРЕСЛИКУВАЊА.

ПРОИЗВОД НА МАТРИЦИ [product of matrices; произведение матриц], *в.* ОПЕРАЦИИ СО МАТРИЦИ.

ПРОИЗВОД НА НАСТАНИ [intersection of events; произведение событий, пересечение событий] П. на два случајни настани A и B, ознака: AB или $A \cap B$, е настан којшто настапува тогаш и само тогаш кога едновремено ќе настапат A и B. Може да се случи настаните A и B да не можат истовремено да настапат; во тој случај се вели дека A и B се **дисјунктни настани**. Познато и како *ӣресек на насӣани*.

ПРОИЗВОД НА ПРЕСЛИКУВАЊА / РЕЛАЦИИ, *в.* СОСТАВ НА ПРЕСЛИКУВАЊА / РЕЛАЦИИ.

ПРОИЗВОЛНА КОНСТАНТА [arbitrary constant; произвольная постоянная] Величина што се воведува во решавањето на некој проблем, на која може да ѝ се даде вредност по желба, така што да се направи решението да исполнува посебни барања.

Така, за диференцијалната равенка $y' = 2x$, решение е секоја функција од фамилијата $y = x^2 + C$ (каде што C е п.к.); на пр., за C = 1 се добива решението $y = x^2 + 1$, т. е. интегралната крива што минува низ точката (0, 1).

ПРОИЦИРАЊЕ, *в.* ПРОЕКТИРАЊЕ.

ПРОМЕНЛИВА [variable; переменная] Симбол што се користи за претставување на кој било неконкретен елемент од некое множество. П. е „држач на место“ за името на некој член од множеството. Кој било елемент од множеството е **вредност** на п., а самото множество е **доменот** (**опсегот**, **рангот**) на п. Ако множеството има само еден елемент, п. е **константа**.

ПРОМЕНЛИВА ВЕЛИЧИНА [variable quantity; переменная величина] Величина, којашто може да прими која било вредност од некое множество вредности.

ПРОМИЛ [per mil, permille; промиль, промилле, на тысячу] П. од каков било број е илјаден дел од тој број. Еден п. се означува: $1^0/_{00}$. Значи:

$$1‰ = 10^{-3} = 1/1000 = 0{,}001.$$

Поимот п. е многу близок со поимот *процент* (*в.*) и е сврзан со равенството $1‰ = 0{,}1\,\%$, т. е. $1\% = 10‰$. Поимот п. се користи за легури (на пр., за чистота на злато), во аптекарски мерења и др.

ПРОПОРЦИЈА [proportion; пропорция] П. се вика равенството на два размера, $a : b = c : d$. Четирите броеви, a, b, c, d се викаат **членови** на п. (a и d се **надворешни**, b и c се **внатрешни** членови). *Основно својство* на п. е: производот на надворешните членови е еднаков со производот на внатрешните членови, т. е. $ad = bc$.

ПРОПОРЦИОНАЛА [proportional; член пропорции] Кој било од членовите на пропорцијата $a : b = c : d$.

Четврта п. на броевите a, b и c е број x таков што $a : b = c : x$. **Четврта геометриска** п. на три отсечки со должини a, b и c е отсечка со должина x таква што $a : b = c : x$ (се конструира, на пр., со помош на *Талесовата теорема за пропорционални отсечки*).

За дадени броеви a и b, бројот x којшто го задоволува равенството $a : b = b : x$, т. е. $x = b^2 / a$, се вика **трета** п. **Средна** п. (или *геометриска средина*) на броевите a и b е број x таков што $a : x = x : b$, т. е. $x = \sqrt{ab}$.

Средна геометриска п. (или **геометриска средина**) на две отсечки со должини a и b е отсечка со должина x таква што $a : x = x : b$, т. е. $x = \sqrt{ab}$.

ПРОПОРЦИОНАЛНА ПОДЕЛБА [proportional division; пропорциональное деление] Делење на број (или отсечка) на делови, право или обратно пропорционални на дадени броеви (или отсечки). За да се подели некој број на делови, пропорционални на дадените броеви, треба тој број да се подели со збирот на дадените броеви и добиениот количник да се помножи последователно со секој од дадените броеви. На пр., за да се подели бројот 40 на делови пропорционални на броевите 2, 3 и 5, треба:

$$40 : (2+3+5) = 4;\ 4 \cdot 2 = 8;$$
$$4 \cdot 3 = 12;\ 4 \cdot 5 = 20.$$

Според тоа, $8 : 12 : 20\ (= 2 : 3 : 5)$.

За да се подели бројот 40 на два дела, обратно пропорционални со броевите $1/3$ и $1/2$, доволно е да се подели бројот 40 на делови, пропорционални на броевите што се реципрочни на дадените, т. е. пропорционални на броевите 3 и 2. Значи,

$$40 : (3+2) = 8;\ 8 \cdot 3 = 24,\ 8 \cdot 2 = 16.$$

Според тоа, $24:16=\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\ (=3:2)$.

ПРОПОРЦИОНАЛНИ ВЕЛИЧИНИ [proportional quantities; пропорциональные величини] Две заемно зависни величини се викаат п.в., ако односот на нивните вредности останува непроменет. Непроменетиот однос се вика **коефициент на пропорционалноста**. П.в. може да бидат: *право* (или *директно*) п.в. и *обратно* (или индиректно) п.в. (*в*.).

ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ [proportionality; пропорциональность] Една од најпростите видови функционална зависност меѓу две величини. Постојат два вида п. меѓу променливите величини x и y: *права* п. (*в*.) и *обратна* п. (*в*.), коишто аналитички се искажуваат со формулите $y = k \cdot x$ и $y = k : x$ (k = конст.), соодветно. Познато и како *сразмерност*.

ПРОСЕЧНА ВРЕДНОСТ, *в*. СРЕДНА ВРЕДНОСТ 1.

ПРОСТА ДРОПКА, *в*. ОБИЧНА ДРОПКА.

ПРОСТА ЗАТВОРЕНА КРИВА [simple closed curve; простая замкнутая кривая] Сврзана крива што не се самопресекува и завршува во истата точка во која почнала. На пр.: кружница, елипса, полигонална линија. Познато и како: *едноставна затворена линија*; *Жорданова крива*.

ПРОСТ БРОЈ [prime number, prime; простое число] **1**. Природен број $p > 1$, чиишто делители се само 1 и p. Бројот 1 не е ни прост ни сложен. Природните броеви што не се прости и се различни од 1, се викаат **сложени броеви**. П.б. се: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 итн. Постојат бесконечно многу п.б., но нема општа формула за нивно добивање.

2. Цел број q, којшто не е 0 или ± 1 и не е делив со цели броеви освен со ± 1 и $\pm q$, на пр., ± 2, ± 3, ± 5, ± 7, ± 11.

ПРОСТ ДЕЛИТЕЛ [prime factor; простой фактор] П.д. на даден број е прост број кој помножен со друг број го дава дадениот број. На пр., п.д. на 45 е 3 ($3 \cdot 15 = 45$), а и 5 ($5 \cdot 9 = 45$). Делители на 45 се и броевите 9 и 15, но тие не се п.д. Во некои случаи, наместо п.д., се користи терминот **прост множител**. Познато и како *прост фактор*.

ПРОСТ КОРЕН [simple root; однократный корень], *в*. КОРЕН НА РАВЕНКА.

ПРОСТ ЛАК [simple arc; простая дуга] Сликата на затворен интервал со непрекинато инјективно пресликување, од интервалот во рамнина; *в*. и ЖОРДАНОВ ЛАК.

ПРОСТ НАСТАН [simple event; простое событие], *в*. ЕЛЕМЕНТАРЕН НАСТАН.

ПРОСТО ПОЛЕ [prime field; простое поле] Поле што не содржи вистинско потполе. Секое поле содржи единствено просто потполе. П.п. со карактеристика 0 е изоморфно со полето на рационалните броеви. П.п. со карактеристика p е изоморфно со полето на остатоци по модул p; *в*. КОНЕЧНО ПОЛЕ; ПОТПОЛЕ.

ПРОСТОР [space; пространство] Множество со некаква структура на него; *в*.: ВЕКТОРСКИ ПРОСТОР, МЕТРИЧКИ ПРОСТОР, ТОПОЛОШКИ ПРОСТОР, ПРОЕКТИВЕН ПРОСТОР.

ПРОСТОР НА ВЕРОЈАТНОСТ [probability space, sample space; вероятностное пространство, поле вероятностей] Поим во теоријата на веројатност, којшто ги зема предвид сите можни исходи на еден експеримент, игра, итн., разгледувајќи ги како точки во некој простор.

Формално, п.н.в. е тројка (Ω,$\mathcal{F}$, P) составена од: непразно множество Ω, фамилија $\mathcal{F}$ подмножества од Ω и пресликување P: $\mathcal{F} \to \mathbb{R}$.

Секој елемент $\omega \in \Omega$ се вика **елементарен настан**, а Ω – **простор на елементарни настани**. Секое подмножество A од Ω што му припаѓа на $\mathcal{F}$ се вика **случаен настан**, а фамилијата $\mathcal{F}$ се вика **простор на настани**.

Притоа, $\mathcal{F}$ е σ-**алгебра**, т. е. $\mathcal{F}$ ги задоволува аксиомите:

σ1. $\Omega \in \mathcal{F}$;

σ2. $A \in \mathcal{F} \Rightarrow \overline{A} \in \mathcal{F}$;

σ3. $A_i \in \mathcal{F}$ (i=1,2,3,…) $\Rightarrow \cup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$.

Пресликувањето P, наречено **веројатност** на $\mathcal{F}$, ги исполнува условите:

p1. $(\forall A \in \mathcal{F})\ P(A) \geq 0$; p2. $P(\Omega) = 1$;

p3. $A_i \in \mathcal{F}$ $(i = 1,2,3,...)$, $A_i A_j = \varnothing$ $(i \neq j)$

$$\Rightarrow P(\textstyle\sum_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} p(A_i).$$

($\overline{A}$ во σ2 го означува комплементот на A, т. е. **спротивниот настан** од A; во p3: $A_i A_j$ значи $A_i \cap A_j$, а Σ стои наместо $\cup$ кога настаните се дисјунктни.)

Според σ1, Ω е случаен настан – тој се вика **сигурен настан**. Од σ1 и σ2 следува дека $\varnothing$ = $\overline{\Omega} \in F$; $\varnothing$ се вика **невозможен настан**.

Поимот п.н.в. е воведен од *А. Колмогоров*, заедно со други аксиоми на веројатност, во 1930.

ПРОСТОРНА ДИЈАГОНАЛА [diagonal of a polyhedron; диагональ многогранника], *в.* ДИЈАГОНАЛА 2.

ПРОСТОР НА КОЛМОГОРОВ [Kolmogorov space; Колмогорова пространство] Исто што и T_0-*простор* (*в.*).

ПРОСТОРНА КРИВА [space curve; пространственная кривая] Крива чиишто точки не лежат во една рамнина. П.к. може да биде зададена во Декартови координати како пресек на две површини:

$$F_1(x,y,z) = 0 \quad \text{и} \quad F_2(x,y,z) = 0,$$

или, во параметарска форма:

$$x = \varphi_1(t),\ y = \varphi_2(t),\ z = \varphi_3(t).$$

П.к. е крива со два вида искривеност: *кривина* (*в.*) и *торзија* (*в.*).

ПРОСТОРНА ФИГУРА [space figure; пространственная фигура] Множество точки во просторот. П.ф. може да содржи било конечно, било бесконечно множество точки. Точка, три точки, отсечка, права, кружница, триаголник, призма, целиот простор претставуваат примери на п.ф.; *в.* и ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА.

ПРОСТО ТРОЈНО ПРАВИЛО [rule of three; простое тройное правило] Правило за решавање задачи во кои учествуваат две пропорционални величини A и B, при што се познати две вредности a_1, a_2 од A и една вредност b_1 од B. Се бара втора вредност на величината B, т. е. b_2.

П.т.п. е основано на пропорциите $a_1 : a_2 = b_1 : b_2$ (*права пропорционалност*) и $a_1 : a_2 = b_2 : b_1$ (*обратна пропорционалност*), од каде што се добиваат формулите:

$$b_2 = \frac{a_2 b_1}{a_1} \quad \text{и} \quad b_2 = \frac{a_1 a_2}{b_1}, \text{ соодветно.}$$

Пр. 1) Еден автомобил се движи рамномерно. За 3 часа поминал 216 km. Колку km ќе помине за 7 часа?

Податоците обично се претставуваат во шема (истородните величини се запишуваат една под друга):

$$3\text{ h} \to 216\text{ km}$$
$$7\text{ h} \to x\text{ km}$$

Во задачава, величините A = време (h) и B = изминат пат (km) се правопропорционални, па може да се формира пропорцијата $3:7=216:x$, од каде што $x = (7 \cdot 216) : 3 = 504$ (km).

Пр. 2) Ако 12 работници можат да завршат една работа за 4 дена, за колку денови, под истите услови, работата можат да ја звршат 8 работници?

Како и во Пр. 1):

$\begin{matrix} 12\text{ р.} \to 4\text{ д.} \\ 8\text{ р.} \to x\text{ д.} \end{matrix}$; $12:8 = x:4,\ x = 6$ (д.)

(само што овде се работи за обратна пропорционалност).

ПРОСТ ПОЛИНОМ [prime polynomial, irreducible polynomial; неприводимый многочлен] Полином чиишто единствени делители се самиот полином и константа; *в.* НЕРАЗЛОЖЛИВ ПОЛИНОМ.

ПРОСТ ФАКТОР [prime factor; простой фактор], исто што и *йрост делител* (*в.*).

ПРОТИВРЕЧЕН СИСТЕМ РАВЕНКИ [inconsistent system of equations; несовместная система уравнений, противоречивая система уравнений] Систем равенки, којшто нема решение. На пр., системот равенки

$$\lg x + \lg y = 1,\quad x \cdot y = 1,$$

е п.с.р., зашто $y = 1/x$, па

$$\lg x + \lg(1/x) = \lg x - \lg x = 0,$$

што противречи на првата равенка.

ПРОТИВРЕЧНИ НЕРАВЕНКИ [incompatible inequalities, inconsistent inequalities; несовместные неравенства] Две (или повеќе) неравенки што не се задоволени од ниедно множество вредности на променливите што се јавуваат во нив, т. е. немаат симултано решение. Пр.: $y \geq x+1$ и $y \leq x-1$ се п.н.

ПРОТИВРЕЧНИ РАВЕНКИ [incompatible equations, inconsistent equations; несовместные уравнения] Две (или повеќе) равенки што не се задоволени од ниедно множество вредности на променливите што се јавуваат во нив, т. е. немаат симултано решение. На пр., $2x = 6$ и $5x = 20$ се п.р.

ПРОТИВРЕЧНОСТ, *в.* КОНТРАДИКЦИЈА.

ПРОЦЕНТ [percent, per cent; процент] П. од некој број е стоти дел од тој број. Се означува со симболот %. На пр., 20% од 60 е $(20/100) \cdot 60 = 12$.

ПРОШИРУВАЊЕ НА ГАЛОА [Galois extension; Галуа расширение] П.н.г. на едно поле F е конечно *йроширување* K, такво што редот на групата на Галоа, $\mathrm{Gal}(K/F)$, е еднаков со *сйейеной* $[K:F]$ *на йроширувањейо* K над F, $|\mathrm{Gal}(K/F)| = [K:F] = \dim_F K$ (*в.* ПРОШИРУВАЊЕ НА ПОЛЕ).

Сите квадратни и биквадратни *йроширувања на йоле* (*в.*) се проширувања на Галоа. За кое било конечно проширување K/F, редот на групата на Галоа, $r \equiv |\mathrm{Gal}(K/F)|$, е делител на степенот на проширувањето $[K:F]$, т.е. $r \mid [K:F]$.

ПРОШИРУВАЊЕ НА ПОЛЕ [field extension; расширение поля] Едно поле K се вика п.н.п. F, ако F е потполе на K. Во тој случај K може да се разгледува како векторски простор над полето F; ако неговата димензија е конечна, тогаш K се вика **конечно** п.н.п. F, а ако е бесконечна, тогаш K се вика **бесконечно** п.н.п. F.

Димензијата на K (како векторски простор над F) се вика **степен на** п.н.п. F и се означува со $[K:F]$, па $[K:F] = \dim_F K$.

Разликуваме: **квадратно проширување** ($[K:F]=2$), **кубно** ($[K:F]=3$), **биквадратно** (($[K:F]=4$)), **конечно** ($[K:F]<\infty$), итн., п.н.п.

Елемент $\alpha \in K$ се вика **алгебарски**

елемент над F ако постои ненулти полином $f \in F[x]$, таков што $f(\alpha)=0$ (притоа, $F[x]$ е прстенот од полиноми над полето F). Во спротивниот случај, $\alpha \in K$ се вика **трансцендентен елемент** над F. За проширувањето K на полето F се вели дека е **алгебарско**, ако секој елемент α од K е алгебарски над F. Во спротивниот случај, K се вика **трансцендентно** п.н.п. F.

ПРСТЕН [ring; кольцо] Множество R, заедно со две бинарни операции, наречени собирање (+) и множење $(\cdot)$ дефинирани на R, се вика *прстен*, [ознака: $(R,+,\cdot)$], ако се исполнети следниве услови:

(i) $(R;+)$ е комутативна група;

(ii) $(R;\cdot)$ е полугрупа;

(iii) за секои $a,b,c \in R$ важат левиот дистрибутивен закон $a(b+c) = ab + ac$ и десниот дистрибутивен закон $(a+b)c = ac+bc$ на множењето спрема собирањето.

$(R;+)$ се нарекува **адитивна група** (нејзиниот неутрален елемент се означува со 0 и се вика **нула**) на п., а $(R;\cdot)$ се нарекува **мултипликативна полугрупа** на п. Ако таа полугрупа е комутативна, тогаш п. $(R,+,\cdot)$ се вика **комутативен прстен**. П. чијашто мултипликативна полугрупа има единица (т. е. елемент e таков што $ex = xe = x$ за секој $x \in R$) се вика **прстен со единица**.

Еден елемент $a \neq 0$ од п. R се вика **делител на нулата**, ако постои елемент $b \in R$, $b \neq 0$, таков што $ab=0$ или $ba=0$. Комутативен п. со единица, којшто нема делители на нулата, се вика **интегрален домен**. Пример на интегрален домен е прстенот на *целите броеви* (*в.*).

П. во кој ненултите елементи образуваат група во однос на множењето се вика **прстен со делење**. Комутативен прстен со делење се вика **поле**. Прстен со делење што не е комутативен се вика **тело**.

Ако условот (ii) се замени со:

(ii') $(R;\cdot)$ е групоид (што не е полугрупа), а се задржат (i) и (iii), тогаш алгебарската структурата $(R,+,\cdot)$ се вика **неасоцијативен прстен**. Во таа смисла, за да се избегнат евентуални недоразбирања, често се вели „асоцијативен прстен“ наместо „прстен“.

Примери. 1) Множеството $\mathbb{Z}$ на целите броеви во однос на собирањето и множењето на цели броеви е асоцијативен и комутативен п. со единица и, уште повеќе, тој е интегрален домен.

2) Множеството парни цели броеви е асоцијативен и комутативен п. без единица.

3) Множеството квадратни матрици од n-ти ред во однос на собирањето и множењето на матрици е асоцијативен п. со единица што не е комутативен.

4) Множеството V (тридимензионални) вектори во однос на операциите собирање на вектори и *векторски производ* (*в.*) е *неасоцијативен* п., којшто не е комутативен и нема единица. Во него се точни следниве равенства:

$$\boldsymbol{aa}=\boldsymbol{o}, \quad (\boldsymbol{ab})\boldsymbol{c}+(\boldsymbol{bc})\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{ca})\boldsymbol{b}=\boldsymbol{o}$$

за кои било a, b, $c \in V$. Секој п. со ова својство се вика **Лиев прстен**. (За Софус Ли – *в.* ЛИЕВА АЛГЕБРА.)

ПРСТЕН НА ГЛАВНИ ИДЕАЛИ [principal ideal ring; кольцо главных идеалов] Комутативен, асоцијативен прстен со единица во кој секој идеал е главен идеал. На пр., прстенот на целите броеви и прстенот на полиноми над поле F се п.н.г.и. Познато и како *главноидеалски прстен*.

ПРСТЕНОТ НА ЦЕЛИТЕ БРОЕ-

ВИ [the ring of integers; кольцо целых чисел], *в*. ЦЕЛИ БРОЕВИ.

ПРСТЕН СО ДЕЛЕЊЕ [division ring; кольцо с делением], *в*. АЛГЕБРА СО ДЕЛЕЊЕ; ПРСТЕН.

ПТОЛОМЕЈ, Клавдиј [Claudius Ptolemaeus; Клавдий Птоломей] (ок. 100 – ок. 170 од н.е.), александриски астроном, географ, математичар и астролог. Во неговото дело „Голем зборник“ (во историјата на науката е познато под арапското име „Almagest“), се наоѓаат зачетоци на тригонометријата, сферната геометрија и нивни примени во астрономијата.

Р

РАБ [edge; ребро] Права, полуправа или отсечка, којашто е пресек на два рамнински ѕида од геометриско тело, или е дел од границата на рамнинска фигура. Примери се рабовите на: пирамида, полиедар, призма, ќоше.

1. **Основен** р. – страна на многуаголник, којшто претставува основа на геометриско тело.

2. Р. **на диедар** – заедничката права на двете полурамнини што го формираат диедарот.

3. Р. **на полиедар** – страна на многуаголник, којшто е составен дел од површината на полиедарот.

4. Р. **на полурамнина** – правата што ја ограничува полурамнината.

5. Р. **на призматична површина** – права, којашто е паралелна на генератрисата на таа површина и минува низ некое теме на n-аголникот, којшто е директриса на површината.

6. Р. **на ќоше** – полуправа, којашто е добиена како пресек на два ѕида од ќошето.

РАБЕСТО ТЕЛО, *в*. ПОЛИЕДАР.

РАБ НА МНОЖЕСТВО [boundary of a set; граница множества] Множеството рабни точки на дадено множество во тополошки простор. Познато и како *īраница на множесīво*.

РАБНА ТОЧКА, *в*. ГРАНИЧНА ТОЧКА.

РАВЕНКА [equation; уравнение] Равенство $A = B$, каде што A и B се дадени *изрази* (*в*.) и барем едниот од нив содржи барем една променлива, се вика *равенка*. На пр., р. се:

$3x+1=2x$, $x^2-3x+2=0$, $ax+b=c$, $2x-y=5$, $\ln x^2-\ln x=1$, $x+y+z=c$.

Кога равенката $A = B$ вклучува една или повеќе променливи, равенството може да биде точно само за некои или за сите вредности на променливите. Природно се поставува прашањето: за кои вредности на променливите равенството е вистинито?

Постапката за добивање одговор на тоа прашање се вика **решавање** на р. Секоја вредност на променливата (или низата вредности ако равенката има повеќе променливи) од множеството во кое се разгледува р., за која формулата $A = B$ станува точен исказ, се вика **решение** (или **корен**) на р. Променливите по кои се решава р. се викаат и **непознати**. *Да се реши дадена* р. значи да се најдат сите нејзини решенија, т. е. да се најде **множеството решенија** на таа р.

На пример, во множеството реални броеви, р. $3x+4=2x$ има само едно решение, –4; р. $x^2-3x+2=0$ има две решенија, 2 и 3; р. $x^2+1=0$ нема решенија; р. $x=x$ има безброј многу решенија (сите реални броеви).

Р. $x^2-2=0$ нема решенија (*не е решлива*) во множеството на рационалните броеви, а има две решенија, $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$, во множеството на реалните броеви. Р. $2x + y + 5 = 0$ има безброј многу решенија – тоа се сите подредени парови $(x, y) = (t, -2t-5)$, каде што t е кој било реален број, а нема решенија во множеството на природните броеви.

Општо, структурата на решенијата на една р. зависи од множеството во кое се решава, како и од бројот на непознатите. За дадена функција $f(x)$, секое решение на р. $f(x)=0$ се вика **нула на функцијата** $f(x)$.

Според бројот на непознатите, има: р. **со една**, р. **со две**, ..., р. **со** n **непознати**. Ако сите константи во р. се броеви, тогаш се вели дека е тоа р. **со посебни** (или р. **со нумерички**) **кое-**

фициенти, а ако (некои од) коефициентите се букви, тогаш станува збор за р. **со параметар**.

Уште во елементарната математика се решаваат: *линеарни*, *квадратни* и *кубни* р., некои посебни видови *експоненцијални*, *логаритамски* и *тригонометриски* р. (*в.*).

РАВЕНКА ВО КОНЕЧНИ РАЗЛИКИ, *в.* ДИФЕРЕНЦНА РАВЕНКА.

РАВЕНКА НА ЕЛИПСА [equation of an ellipse; уравнение эллипса], *в.* ЕЛИПСА.

РАВЕНКА НА КРИВА [equation of a curve; уравнение кривой], *в.* КРИВА.

РАВЕНКА НА КРУЖНИЦА [equation of a circle; уравнение окружности], *в.* КРУЖНИЦА.

РАВЕНКА НА ПАРАБОЛА [equation of a parabola; уравнение параболы], *в.* ПАРАБОЛА.

РАВЕНКА НА ПРАВА [equation of a line; уравнение прямой] Р.н.п. е врска меѓу координатите на точка којашто важи акко точката лежи на правата.

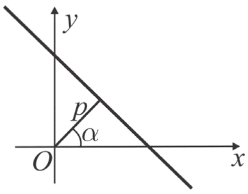
Случај во рамнина. Р.н.п. во Декартов координатен систем има една од следните форми.

1. **Општ вид** (или: **општа**) р.н.п.: $Ax+By+C=0$, каде што A, B, C се реални константи и барем едната од константите A, B не е нула.

2. **Експлицитен вид** (или: **експлицитна**) р.н.п. е равенката $y=kx+b$, каде што $k=\text{tg}\,\alpha$ е наклонот (т. е. коефициентот на правецот) на правата и b е ординатата на пресечната точка меѓу правата и оската Oy.

3. **Сегментен вид** (или: **сегментна**) р.н.п.: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$, каде што a, b се отсечоците на оските Ox, Oy, соодветно.

4. **Нормален облик** (или: **нормална**) р.н.п. е: $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$, каде што $p\geq 0$ е растојанието од координатниот почеток до правата, а α е аголот што го гради позитивниот дел на оската Ox со единичниот вектор $\boldsymbol{n}(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$ којшто е нормален на правата.



Нормален облик на равенка на права:

Општата р.н.п. $Ax+By+C=0$ се претвора во нормален облик ако таа се помножи со бројот $\pm\dfrac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ (наречен **нормирачки множител**), при што знакот на коренот се зема спротивно од знакот на C кога $C\neq 0$, а истиот знак како B кога $C=0$, па нормалниот облик на $Ax+By+C=0$ е:

$$\frac{Ax}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{By}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}=0.$$

5. Р.н.п. **низ дадена точка** (x_1,y_1) и даден наклон k е: $y-y_1=k(x-x_1)$.

6. Р.н.п. **низ две дадени точки**, (x_1,y_1) и (x_2,y_2) е:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}.$$

Случај во простор. Р.н.п. во простор може да биде од следните видови.

1) Р.н.п. **во векторска форма**. Права p што минува низ дадена точка M_0 и е паралелна со даден ненулти вектор $\boldsymbol{a}$ има равенка

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+t\cdot\boldsymbol{a}, \qquad (1)$$

каде што $\boldsymbol{r}$ е радиус-векторот на произволна точка M од правата, $\boldsymbol{r}_0$ е радиус-векторот на точката M_0, а t е скаларот за кој $\overrightarrow{M_0M} = t{\cdot}\boldsymbol{a}$.

2) Ако $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$, $\boldsymbol{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ и $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$ во однос на избран правоаголен Декартов координатен систем (чијшто координатен почеток се совпаѓа со почетокот на радиус-векторите), тогаш равенката (1) може да се замени со трите равенки

$$x = x_0 + a_1 t,\ y = y_0 + a_2 t,\ z = z_0 + a_3 t \quad (2)$$

наречени **параметарски равенки** на правата p.

3) Од (2) се добиваат равенките

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}, \qquad (3)$$

наречени **канонични равенки** на правата p. Ако некој од броевите a_1, a_2, a_3 е нула, на пр. $a_1 = 0$, тогаш од (2) се добива $x - x_0 = 0$, па и во тој случај равенките на правата p се запишуваат во обликот (3), при што

$$\frac{x - x_0}{0} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad \text{значи:}$$

$$x - x_0 = 0, \quad \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}.$$

4) Р.н.п. **определена со две точки**. Ако правата p минува низ две точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ и $M_2(x_2, y_2, z_2)$, тогаш таа е паралелна со векторот

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1,\ y_1 - y_1,\ z_2 - z_1),$$

па равенките на правата p ќе бидат

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}. \qquad (4)$$

5) Р.н.п. како **пресек на две рамнини** е:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$$

$$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

РАВЕНКА НА РАМНИНА [equation of a plane; уравнение плоскости]

1. Р.н.р. во **векторска форма**:

$$\boldsymbol{n}{\cdot}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0) = 0, \qquad (1)$$

каде што $\boldsymbol{r}_0$ е радиус-векторот на дадена точка M_0 од рамнината, $\boldsymbol{r}$ е радиус-векторот на произволна точка M од рамнината и $\boldsymbol{n}$ е ненулти нормален вектор на рамнината.

2. Ако во (1) векторот $\boldsymbol{n} = (A, B, C)$ (при што барем една од координатите A, B, C не е нула), $\boldsymbol{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ и $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$, тогаш се добива р.н.р. во **координатна форма**:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0. \quad (2)$$

3. **Општа** р.н.р.има вид:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \qquad (3)$$

каде што A, B, C, D се четири дадени реални броеви, а барем еден од броевите A, B, C не е нула.

4. **Сегментен вид** р.н.р. Ако сите четири коефициенти во (3) се различни од нула, тогаш (3) може да се запише во обликот (наречен сегментен вид на р.н.р.):

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1,$$

при што $a = D / A$, $b = D / B$, $c = D / C$.

Терминот *сегментен* доаѓа оттаму што a, b, c геометриски означуваат „сегменти“ што ги отсечува рамнината на координатните оски (овие „сегменти“ може да бидат и негативни).

РАВЕНКА НА ХИПЕРБОЛА [equation of a hyperbola; уравнение гиперболы], *в*. ХИПЕРБОЛА.

РАВЕНСТВО [equality; равенство] **1**. Два израза A и B сврзани со знакот =, $A = B$. Р. може да бидат вистинити, а и невистинити, било да се бројни р. или со променливи. На пример: $2 + 3 = 8 - 3$ и $x + y = y + x$ се точни р., а $2 + 2 = 5$ и $x + 1 = x$ се неточни р.

Вистинитите р. ги имаат својствата: i) *рефлексивност* ($A = A$); ii) *симетричност* (ако $A = B$, тогаш $B = A$); iii) *транзитивност* (ако $A = B$ и $B = C$, тогаш $A = C$). Специјални случаи на р. се *равенките* (*в*.) и *идентитетите* (*в*.). Според друга дефиниција на р., тој поим ги вклучува *само точните* р., а неточните р. не се вклучуваат. **2**. Симболот „=“, како *знак* (*в.*) за релацијата еднаквост.

РАДИЈАН [radian; радиан] Радијан (ознака: rad) е централен агол чијшто соодветен кружен лак има должина еднаква со радиусот. Рамниот агол има π радијани. Според тоа, 1 rad = $(180/\pi)^\circ$. За $\pi \approx 3{,}14159$, врската меѓу степен и радијан е: 1 rad ≈ $57{,}295828^\circ$ = $57^\circ 17' 45''$; обратно: $1^\circ = (\pi/180)$ rad ≈ 0,01745 rad.

РАДИЈАНСКА МЕРА [radian measure; радианная мера (угла)] Мерата на агол искажана во радијани. Познато и како *лачна мера*.

РАДИКАЛ [radical; корень, знак корня, радикал] **1**. Корен на некоја величина; ознаката за корен, $\sqrt[n]{\ }$; *в.* КОРЕН ОД БРОЈ. **2**. Во *прстен*, пресекот на сите максимални идеали.

РАДИКАЛЕН ЦЕНТАР [radical center; радикальный центр] **1**. За три кружници – точката во која се сечат трите *радикални оски* (*в.*) на паровите кружници. **2**. За четири сфери – точката во која се сечат шесте радикални рамнини на паровите сфери.

РАДИКАЛНА ОСКА [radical axis; радикальная ось] Геометриско место на точки коишто имаат ист степен во однос на две кружници, *в.* СТЕПЕН НА ТОЧКА. Р.о. е нормална на отсечката чиишто крајни точки се центрите на кружниците. Од секоја точка на р.о., надворешна за дадените кружници, може да се повлечат кон нив еднакви тангентни отсечки. Концентрични кружници немаат р.о.

РАДИКАЛНА РАМНИНА [radical plane; радикальная плоскость] Рамнината што ја содржи пресечната кружница на пар сфери што се сечат.

РАДИКАНД, *в.* ПОТКОРЕНОВА ВЕЛИЧИНА.

РАДИУС [radius; радиус] **1**. Отсечка, чиишто крајни точки се центарот на *кружница* (*в.*) одн. сфера и (која било) точка од кружницата одн. сферата. **2**. Должината на таква отсечка.
Познато и како *полупречник*.

РАДИУС-ВЕКТОР [radius vector, position vector; вектор положения] Вектор, што ја претставува положбата на точка во афин простор во однос на дадена референтна точка. Р.-в. на точка M во евклидски пртостор е векторот чијашто почетна точка е координатниот почеток, а крајот му е точката M. Ако M е точка од $\mathbb{R}^3$ со Декартови координати x, y и z, тогаш р.в. на M е $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$. Познато и како *вектор на положба*.

РАДИУС НА КОНВЕРГЕНЦИЈА [radius of convergence; радиус сходимости], *в.* СТЕПЕНЕН РЕД 3 и 4.

РАДИУС НА КРИВИНА [radius of curvature; радиус кривизны] Радиусот на кругот на кривината во некоја точка од дадена крива.

РАДИУС НА КРУЖНИЦА [radius of a circle; радиус окружности], *в.* РАДИУС.

РАЗБИВАЊЕ [partition; разбиение] **1**. *За природен број n*, р. е која било фамилија од природни броеви чијшто збир е еднаков на n. **2**. *За затворен интервал I*, р. е конечна фамилија од негови затворени подинтервали што се сечат само во нивните крајни точки и чија унија е I. **3**. За множество, *в.* РАЗБИВАЊЕ НА МНОЖЕСТВО.

РАЗБИВАЊЕ НА МНОЖЕСТВО [partition of a set; разбиение множества] Претставување на дадено множество во вид на унија од систем непразни и дисјунктни негови подмножества.

Попрецизно, ако A е непразно множество, тогаш р.н.м. A е фамилија $\mathcal{R}$ подмножества, $\mathcal{R}\subseteq \mathcal{P}(A)$, за која:
i) $X \in \mathcal{R} \Rightarrow X \neq \varnothing$; ii) $A = \bigcup_{X\in R} X$;
iii) $X, Y \in \mathcal{R} \Rightarrow X = Y \ \vee \ X \cap Y = \varnothing$.
На пр., едно разбивање на множеството на реалните броеви е множеството $\mathcal{R} = \{[k, k+1) \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Познато и како *партиција на множество*.

РАЗВИВКА, *в.* ЕВОЛВЕНТА.

РАЗЛИКА [difference; разность] **1**. *За броеви*, резултатот од одземањето на еден број од друг број. **2**. За множества, в. РАЗЛИКА НА МНОЖЕСТВА.
Познато и како *диференција*.

РАЗЛИКА НА МНОЖЕСТВА [difference of sets; разность множеств] Разлика на две множества A и B е множеството кое се состои од сите елементи на A коишто не му припаѓаат на B; ознака: $A \setminus B$. Значи:

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \notin B\}.$$

РАЗЛИКОВНА РАВЕНКА, *в.* ДИФЕРЕНЦНА РАВЕНКА.

РАЗЛОЖЛИВ БРОЈ [factorable integer, composite number; разложимое число, факторизуемое число] Позитивен цел број што има делители различни од 1 и од самиот тој број; на пр., 6 е р.б. Исто што и *сложен број*.

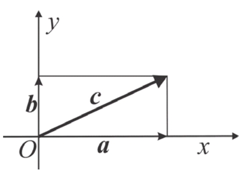
РАЗЛОЖЛИВ ПОЛИНОМ [reducible polynomial, factorable polynomial; приводимый многочлен] Полином (со коефициенти во некое поле) што може да се претстави како производ од два полинома, секој од кои има степен најмалку 1.

РАЗЛОЖУВАЊЕ [factoring, factorization; разложение] Постапка со која некој посложен израз се претставува како производ од два или повеќе попрости изрази, наречени *множители* (*в.*), т. е. наоѓање на факторите на некој број или полином. На пример, $x^2 - 5x + 6$ може да се разложи на два множитела:

$$x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3);$$

в. РАЗЛОЖУВАЊЕ НА ПОЛИНОМИ.
Р. е корисен метод за решавање полиномни равенки и за упростување комплицирани дропки. Познато и како *факторизација*.

РАЗЛОЖУВАЊЕ НА ВЕКТОР [resolving a vector into components; разложение вектора на компоненты] Секој ненулти вектор ***c*** може да се разложи на две компоненти вдолж два однапред избрани ортогонални правци, на следниот начин. Векторот ***c*** се проектира врз зададените правци, при што се добиваат два вектора, ***a*** и ***b***, наречени **компоненти на векторот *c***, така што ***c*** = ***a*** + ***b*** (по *правилото на паралелограм*). На тој начин се разлагаат векторите на сила, брзина, забрзување и др.



Разложување на вектор

РАЗЛОЖУВАЊЕ НА МНОЖИТЕЛИ [factorization; разложение на множители] Наоѓање на делителите (т. е. факторите) на даден цел број или полином и негово претставување како производ од тие множители. Познато и како *факторизација*.

РАЗЛОЖУВАЊЕ НА ПОЛИНОМИ [factorization of polynomials; разложение многочленов] Претставување на полином како производ на два или на повеќе множители (т. е. *фактори*). Во елементарна математика обично се смета дека еден полином со рационални коефициенти е **разложлив** ако и само ако тој има два или повеќе неконстантни полиномни фактори чиишто коефициенти се рационални (понекогаш се бара тие да се цели) броеви.

Р.н.п. се извршува, главно, на следниве неколку начини:

1) *извлекување заеднички множител* пред (одн. зад) загради; на пр.:

$$a^3+ba^2-ac=a(a^2+ba-c);$$

2) користење *формули за скратено множење* (*в.*); на пр.:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

3) *групирање на собироци*; на пр.

$$ax-by-ay+bx=a(x-y)+b(x-y)=$$
$$=(a+b)(x-y);$$

4) *разбивање на собироци*; на пр.:

$$a^2+10a+21=a^2+6a+9+4a+12=$$
$$=(a+3)^2+4(a+3)=(a+3)(a+7).$$

Секој полином од *n*-ти степен, од реална променлива,

$$p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$$

со реални или комплексни коефициенти, во полето на комплексните броеви може да се претстави во вид:

$$p(x)=a_n(x-x_1)(x-x_2)...(x-x_n),$$

каде што $x_1,x_2,...,x_n$ се корените на полиномот. На пр.

$$x^3-5x^2+6x=x(x-2)(x-3),$$
$$x^2+9=(x+3i)(x-3i).$$

Познато и како *факторизација на полином*.

РАЗМЕР [ratio, proportion; отношение (двух чисел)] Р. (или **однос**) на бројот *a* со бројот *b* ($b \neq 0$) е количникот од делењето на *a* со *b*, т. е. $a:b$ или a/b; притоа, *a* се вика **прв член**, а *b* – **втор член** на р. Р. не се менува ако обата негови членови се помножат или се поделат со ист ненулти број.

Бројот што се добива по извршеното делење на *a* со *b*, обично означен со *k*, се вика **вредност** на р. $a:b$; значи $a:b=k$, т. е. $a=kb$. Под *размер* се подразбира како самиот израз $a:b$, така и неговата вредност *k*.

За р. $b:a$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$) се вели дека е **обратен** (или **инверзен**) р. на р. $a:b$.

Два р. $a:b$ и $b:c$ (при кои вториот член од првиот р. е еднаков со првиот член од вториот р.), се запишуваат кратко со симболот $a:b:c$; тој симбол се вика **продолжен размер**.

Размер на две отсечки (или *однос на две отсечки*) се вика количникот на нивните должини, измерени со иста мерна единица; тој не зависи од изборот на мерната единица.

РАЗМИНУВАЧКИ ПРАВИ [skew lines; скрещивающиеся прямые] Две прави коишто не лежат во иста рамнина во евклидскиот тридимензионален простор. Еквивалентно, две прави во просторот се р.п. акко не се паралелни и не се сечат.

Агол меѓу две р.п. е кој било од аглите меѓу две прави што минуваат низ произволна точка од просторот и се паралелни на тие р.п. **Заедничка нормала** на две р.п. е права што ја сече секоја од двете р.п. и е нормална на нив. За кои било две р.п. постои единствена заедничка нормала.

РАЗНОСТРАН ТРИАГОЛНИК [scalene triangle; разносторонный треугольник] Триаголник, при кој сите три страни меѓусебно се различни; *в.* ТРИАГОЛНИК 1.

РАЈНДОВ ПАПИРУС, *в.* АХМЕСОВ ПАПИРУС.

РАМЕН АГОЛ [straight angle; развернутый угол] Агол, чиишто краци лежат на иста права, но се насочени во спротивни насоки од темето. Еквивалентно, агол што има 180^0.

РАМНА ФИГУРА, син. *рамнинска фигура* (*в.*).

РАМНИНА [plane; плоскость] Еден од основните поими во *евклидскаӣа ӷеомеӣрија*. Во систематската изградба на геометријата, р. се дефинира само индиректно, преку аксиоми.

„Рамнина" може да се замисли како апстрактна површина со бескрајна должина и ширина, без дебелина и без искривување, т. е. како површина, таква што: права што минува низ кои било две нејзини точки лежи целосно на таа површина. Кои било три неколинеарни точки определуваат една и само една р.

Во *ӣроекӣивна ӷеомеӣрија*, р. е тројка од множества (P, L, I), каде што P го означува множеството точки, L множеството прави, а I – релацијата за инцидентност на точки и прави, така што: (1) P и L се дисјунктни множества, (2) унијата од P и L е непразна и (3) I е подмножество од Декартовиот производ $P \times L$.

РАМНИНА НА СИМЕТРИЈА, *в.* СИМЕТРАЛНА РАМНИНА.

РАМНИНСКА ГЕОМЕТРИЈА, *в.* ПЛАНИМЕТРИЈА.

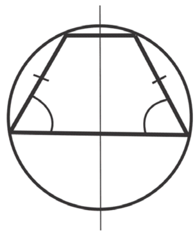
РАМНИНСКА КРИВА [plane curve; плоская кривая] Крива што лежи на една рамнина. Р.к. може да биде затворена или отворена. Некои од најпознатите затворени р.к. се кружница и елипса, а отворени р.к. се права, парабола и хипербола.

РАМНИНСКА ТРИГОНОМЕТРИЈА [plane trigonometry; тригонометрия на плоскости] Дел од тригонометријата, којшто се занимава со страните и аглите на триаголниците во рамнина, како и со нивни мерења и односи; *в.* ТРИГОНОМЕТРИЈА.

РАМНИНСКА ФИГУРА [plane figure; плоская фигура] Геометриска фигура, сите точки на која лежат во иста рамнина. Син. *рамна фиӷура*.

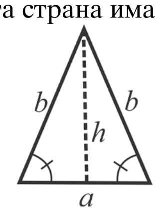
РАМНОКРАК ТРАПЕЗ [isosceles trapezoid (*Amer.*), isosceles trapezium (*Brit*); равнобедренная трапеция, равнобоковая трапеция] Трапез, при кој бочните страни се меѓусебно еднакви.

Аглите при основата на р.т. се меѓусебно еднакви. Обратно, ако аглите при основата на некој трапез се еднакви, тогаш тој е р.т. Дијагоналите на р.т. се еднакви, а спротивните агли се суплементни. Околу секој р.т. може да се опише кружница; и обратно, ако околу некој трапез може да се опише кружница, тогаш тој трапез е рамнокрак. Р.т. има една оска на симетрија, а тоа е нормалата на основите што минува низ нивните средини.



Рамнокрак трапез

РАМНОКРАК ТРИАГОЛНИК [isosceles triangle; равнобедренный треугольник] Триаголник со (најмалку) две еднакви страни. На цртежот, секоја од еднаквите страни има должина b, а третата страна има должина a.



Рамнокрак триаголник

Триаголник при кој сите три страни се еднакви се вика **рамностран триаголник**; тој е специјален случај на р.т. Друг специјален случај на р.т. е **правоаголен** р.т. Висината h на р.т. (на црт.) може да се најде по Питагоровата теорема, според формулата:

$$h = \sqrt{b^2 - \tfrac{1}{4}a^2}\ .$$

РАМНОМЕРНА КОНВЕРГЕНЦИЈА [uniform convergence; равномерная сходимость] Една низа од функции, $(f_n(x))$, рамномерно конвергира во сегментот $[a, b]$ кон функцијата $f(x)$ ако за секој $\varepsilon > 0$ постои n_0, таков што

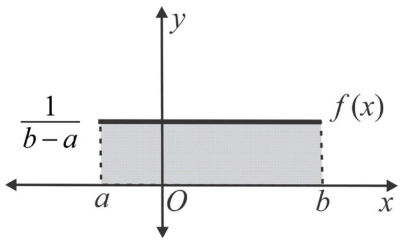
$$n \geq n_0 \ \Rightarrow \ |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$$

за секој $x \in [a,b]$. Познато и како *униформна конвер̄енција*.

РАМНОМЕРНА РАСПРЕДЕЛБА [uniform distribution, rectangular distribution; равномерное распределение] Распределба, којашто има константна веројатност.

Една случајна променлива има **дискретна** р.р., ако прима конечен број вредности, при што сите тие имаат еднаква веројатност да настапат. На пр., случајната величина, еднаква на паднатиот број при фрлање коцка за играње на рамна површина, има дискретна р.р. на $\{1,2,3,4,5,6\}$ – таа ја зема секоја вредност со веројатност $\frac{1}{6}$.

Непрекината р.р. е распределба на случајна реална променлива, којашто прима вредности од интервалот $[a, b]$ и се карактеризира со тоа што



Густина на рамномерна распределба

густината на веројатноста, $f(x)$, на тој интервал е константна, т. е.

$$f(x) = \begin{cases} c & \text{за } x \in [a,b] \\ 0 & \text{за } x \notin [a,b]. \end{cases}$$

Оттука се добива

$$\int_a^b c\,dx = 1 \ \Rightarrow \ c = \tfrac{1}{b-a},$$

па густината на распределбата е

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{за } x \in [a,b] \\ 0 & \text{за } x \notin [a,b]. \end{cases}$$

Р.р. понекогаш се нарекува **правоаголна распределба**. На црт.е прикажана густината на р.р.

РАМНОМЕРНО НЕПРЕКИНАТА ФУНКЦИЈА [uniformly continuinuous function; равномерно непрерывная функция] Функција *f*, којашто на сегмент [*a*, *b*] (или на множество *E*) го има својството: за кој било даден број $\varepsilon >$ 0, постои број $\delta > 0$ таков што за кои било x_1, x_2 од [*a*, *b*] (или од *E*), такви што $|x_1 - x_2| < \delta$ важи неравенството $|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$. Познато и како *униформно не̄рекина̄та функција*.

РАМНОСТРАНА ХИПЕРБОЛА [rectangular hyperbola, equilateral hyperbola, right hyperbola, equiangular hyperbola; равносторонная гипербола, равнобочная гипербола] Хипербола при која реалната и имагинарната оска се еднакви меѓу себе. Најпростата равенка на р.х. во правоаголни координати има облик $x^2 - y^2 = a^2$, каде што a е реалната и имагинарната полуоска. Асимптотите на р.х. се заемно нормални. Ако асимптотите на р.х. се земат за координатни оски, тогаш нејзината равенка ќе има вид $y = k / x$. Графикот на *обра̄тна ӣро̄орционалнос̄т* е график на р.х.

РАМНОСТРАН ТРИАГОЛНИК [equilateral triangle; равносторонный треугольник] Триаголник (*в.*) при кој сите три страни меѓусебно се еднакви. Р.т. е правилен многуаголник.

РАНГ [range; ранг] **1**. Во статистика, *ран̄* е разликата меѓу најголемата и најмалата вредност во дадена низа податоци. На пр., низата вредности 13, 18, 20, 13, 14, 13, 21, 16, 14, се запишува од најмалата до најголемата вредност: 13, 13, 13, 14, 14, 16, 18, 20, 21 и се пресметува разликата 21 – 13 = 8, па рангот е 8.

2. Зборот *ранг*, во општа употреба, има разни значења; а) (EN: range) опсег, област, радиус (на дејство), сфера (на делување), интервал, дијапазон; б) (EN: rank) категорија, положба, класа; степен, чин, специјално звање.

Ранг е составен дел на повеќе математички термини, како на пр.: *ранг на систем вектори* (*в.*), *ранг на матрица* (*в.*), *ранг на квадратна форма* (*в.*), ранг на група, ранг на тензор, ранг на систем хомогени линеарни диференцијални равенки.

РАНГ НА КВАДРАТНА ФОРМА [rank of a quadratic form; ранг квадратичной формы] Рангот на матрицата на таа *квадратна форма*.

РАНГ НА МАТРИЦА [rank of a matrix; ранг матрицы] Р.н.м. е рангот на системот вектори, составен од нејзините редици (**редичен ранг**) или на системот вектори, составен од нејзините колони (**колоничен ранг**). За матрици над поле или над комутативен прстен со единица, редичниот и колоничниот ранг се совпаѓаат. За матрици над поле, р.н.м. е еднаков со највисокиот ред на *минор* на таа матрица, различен од нула.

РАНГ НА СИСТЕМ ВЕКТОРИ [rank of a set of vectors; ранг системы векторов] Во векторски простор над поле, тоа е максималниот број од линеарно независни вектори во тој систем.

РАНГ НА ГРУПА ПОДАТОЦИ [range of a set of data; ранг набора данных] Разликата меѓу најголемата и најмалата вредност во низа податоци (претставени со броеви). На пр., за низата броеви 20, 13, 28, 16, 27, 18, рангот е 15 (= 28 – 13).

РАСЕЛ, **Бертран** [Bertrand Russel; Бертран Рассел] (1872 – 1970), британски филозоф, логичар, математичар, есеист и општествен критичар. Дал непроценлив придонес во математичката логика, историјата на филозофијата и теоријата на спознанието. Со делото Principia Mathematica, напишано во коавторство со ***А. Вајтхед*** (Alfred Whitehead, 1861 – 1947), прави обид математиката да ја заснова на логиката.

РАСЕЛОВ ПАРАДОКС [Russel's paradox; парадокс Рассела] Во 1903 г. Б. Расел го формулирал познатиот парадокс за „множеството од сите множества коишто не се елементи сами на себе“. Р.п. во најопшта форма изгледа вака.

Нека M е множеството од сите множества коишто не се содржат себеси како свој елемент. Дали M се содржи себеси како свој елемент? Ако е ДА, тогаш, според дефиницијата на M, тоа не е елемент на M – значи, противречност. Ако е НЕ, тогаш, според дефиницијата на M, тоа е елемент на M – повторно противречност.

Противречноста во Р.п. произлегува поради тоа што во расудувањето се користи поимот „множеството од сите множества“, којшто е сам по себе контрадикторен; *в.* и ПАРАДОКС.

РАСПРЕДЕЛБА [distribution; распределение] Во општа смисла, р. е постапка на давање, доделување или разделување нешто (на луѓе, стоки и др.); во економијата, процес на разделување на готовиот производ во општеството; во математиката, *в.* РАСПРЕДЕЛБА НА ВЕРОЈАТНОСТИ.

Познато и како *дистрибуција*.

РАСПРЕДЕЛБА НА ВЕРОЈАТНОСТИ [probability distribution, distribution, distribution function, statistical distribution; распределение вероятностей, функция распределения] Р.н.в. е еден од основните поими во теоријата на веројатност и математичката статистика. Ако на секој исход од некој експеримент *E* му е придружен реален број x_r, тогаш се вели дека е дадена *случајна променлива X*. Меѓу броевите $x_1, x_2, ..., x_s$ може да има и еднакви; комплетот од *различните* вредности x_r, при $r = 1, 2,.., s$, се вика *множество возможни вредности* на случајната променлива *X*. Комплетот од возможните вредности на случајната променлива и нивните соодветни веројатности се вика *распределба на веројатностите* на случајната променлива *X*.

На пример, во експериментот „фрлање две коцки на маса“ може да се дефинира случајната променлива *X* = „збирот од паднатите броеви на двете коцки“. Нејзините возможни вредности се: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12, а соодветните веројатности се: 1/36, 2/36, 3/36, 4/36, 5/36, 6/36, 5/36, 4/36, 3/36, 2/36 и 1/36 (нивниот збир е 1). Р.н.в. на *X* е комплетот од нејзините возможни вредности и соодветните веројатности.

За *дискретна случајна променлива* (*в.*), р.н.в. се вика уште и *закон за распределба* (*в.*); на пр., *биномна распределба*, *геометриска распределба* (*в.*). За случајна променлива од апсолутно непрекинат тип, р.н.в. се вика *густина на распределба* (*в.*); на пр., *рамномерна распределба*, *нормална распределба* (*в.*).

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЕН ЗАКОН, *в.* ДИСТРИБУТИВЕН ЗАКОН.

РАСТЕЧКА НИЗА [increasing sequence; возрастающая последовательность] Низа (a_n) од реални броеви во која секој член е помал од следниот, т. е. $a_n < a_{n+1}$ за секој *n*; *в.* МОНОТОНА НИЗА. Познато и како *строго растечка низа*.

РАСТЕЧКА ФУНКЦИЈА [increasing function, strictly increasing function; возрастающая функция, строго возрастающая функция] Р.ф. на сегмент $a \le x \le b$ (или на интервал, или на множество) е функција $f(x)$, чијашто вредност расте кога *x* расте, т. е. ако $x_1 < x_2$, тогаш $f(x_1) < f(x_2)$.

Во случај на исполнување на нестрогото неравенство $f(x_1) \le f(x_2)$, за кои било $x_1 < x_2$, функцијата се нарекува **неопаѓачка** на сегментот (интервалот, множеството).

Ако $f(x)$ е диференцијабилна на сегментот [*a*, *b*] или на интервалот (*a*, *b*), тогаш таа е неопаѓачка на него ако и само ако $f'(x) \ge 0$. Во случаи кога е неопходно да се нагласи дека се работи за исполнување на строгото неравенство $f(x_1) < f(x_2)$, р.ф. се нарекува **строго** р.ф.; *в.* и МОНОТОНА ФУНКЦИЈА.

РАСТОЈАНИЕ [distance; растояние] Ненегативен број $d(A,B)$, којшто се придружува на секој подреден пар точки *A*, *B* од некој простор, специјално на пар точки од: права, рамнина, тридимензионалниот простор. За бројот $d(A,B)$ се вели и дека е *растојание* ако ги исполнува следниве аксиоми:

i) *аксиома на идентичност*:
$$d(A,B) \ge 0;\ d(A,B) = 0 \Leftrightarrow A = B\ ;$$

ii) *аксиома на симетрија*:
$$d(A,B) = d(B,A)\ ;$$

iii) *аксиома на триаголник*:
$$d(A,C) \le d(A,B) + d(B,C)\ ,$$

за кои било точки *A*, *B*, *C* од просторот (*в.* и МЕТРИЧКИ ПРОСТОР.)

Ако $A(a_1,...,a_n)$ и $B(b_1,...,b_n)$ се две точки од евклидскиот *n*-димензионален простор, тогаш р. $\overline{AB}$ меѓу нив се пресметува со формулата

$$\overline{AB} = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + ... + (a_n - b_n)^2} .$$

РАСУДУВАЊЕ [reasoning; рассуждение] Р. е редица мисли, тврдења или заклучоци за некоја тема, изложени на логички последователен начин. Р. е една од *главните форми на мислењето*: поими, тврдења и расудувања.

Процесот на р. има сложена структура: прво, се утврдува целта на р., потоа се одделуваат суштинските од несуштинските моменти, се поставува општ план на р. и, на крајот, се остварува зацртаниот план. Р. се реализира, обично, со изведување заклучок, најчесто во форма на некакво тврдење. Меѓу р. и изведувањето заклучок нема строга граница.

За процесот на р. е битно да постои определена логичка врска меѓу тврдењата што учествуваат во тоа р. (наречени **претпоставки**), т. е. тие да се согласуваат едно со друго врз основа на соодветни логички правила, за да се добие валиден заклучок. **Заклучокот** од едно р. ќе биде **точен** (т. е. **вистинит**) ако се исполнети следниве два услова:

i) претпоставките се вистинити,

ii) законите на мислењето правилно се применуваат при логичкото оперирање со претпоставките.

Р. при кое е запазен условот ii) се вика **правилно** р. Нарушувањето макар на едниот од тие услови при р. може да доведе до лажен заклучок.

РАЦИОНАЛЕН АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗ [rational algebraic expression; рациональное алгебраическое выражение], *в.* АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗ.

РАЦИОНАЛЕН БРОЈ [racional number; рациональное число] Број којшто е количник од два цели броја.

Р.б. може да се запише во обликот a/b, каде што *a* и *b* се цели броеви ($b \neq 0$). Р.б. може да се претстави било како дропка, на пр. 2 / 5, било како децимален број, на пр. 0,4. Дропка запишана како децимален број ќе биде или конечен децимален број – на пр. $5/8$ = 0,625, или децимален број во кој се повторува одредена група цифри бесконечен број пати (– периодичен *бесконечнодецимален број*), на пр.: $5/3$ = 1,6666... = 1,(6); $10/11$= =0,909090…. = 0,(90); $35/6$ = 5,8333…= =5,8(3); $15/7$ = 2,14285711428571... = =2,(1428571).

Ако децималното претставување на еден број е бесконечнодецимално и оди без повторување на некоја одредена група цифри, тогаш тој број е *ирационален број* (*в.*).

РАЦИОНАЛИЗАЦИЈА [rationalization; рационализация, освобождение от иррациональностей] **1**. Извршување операции над алгебарска равенка за да се отстранат знаците за коренување при кои поткореновите величини содржат променлива. На пр., во равенката $x - 2 = \sqrt{x}$ знакот за коренување може да се отстрни со квадрирање на двете страни – ќе се добие $x^2 - 4x + 4 = x$, т. е. $x^2 - 5x + 4 = 0$. (Добиената равенка има две решенија, 4 и 1, при што 1 не е решение на почетната равенка.)

2. Множење на броителот и именителот од дадена дропка со соодветен израз што ќе ги отстрани знаците за коренување во именителот.

3. Извршување одредена смена во даден интеграл за да се отстранат знаците на коренување во подинтегралната функција.

РАЦИОНАЛНА ДРОПКА [rational

fraction; рациональная дробь] **1**. Дропка, при која броителот и именителот се рационални броеви. Р.д. може да биде *правилна* или *неправилна* (*в.* ДРОПКА). **2**. Дропка, при која именителот и броителот се полиноми (*в.* и РАЦИОНАЛНА ФУНКЦИЈА.)

РАЦИОНАЛНА ФУНКЦИЈА [rational function; рациональная функция] Функција $f(x)$ што е количник на два полинома, $P = P(x)$ и $Q = Q(x)$, т. е.

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}, \qquad (1)$$

при што Q е ненулти полином. Една р.ф. е дефинирана и непрекината за сите вредности на x, освен за нулите на именителот Q.

Ако $Q(x)$ во (1) е „единичниот полином", т. е. $Q(x) = 1$, тогаш $f(x) = P(x)$, па значи секоја *полиномна функција* е и р.ф. Полиномните функции се викаат и **цели** р.ф., а р.ф. што не е цела се вика **дробнорационална функција**. Меѓу наједноставните дробнорационални функции е т.н. *дробнолинеарна функција* (*в.*).

Ако полиномите P и Q имаат најголем заеднички делител R што е неконстантен полином, тогаш ставајќи $P = P_1R$ и $Q = Q_1R$, се добива р.ф.

$$f_1(x) = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)}, \qquad (2)$$

којашто се вика **нескратлива форма** на р.ф. (1). Р.ф. $f_1(x)$ може да има поширок домен од доменот на $f(x)$, но е еднаква со $f(x)$ на доменот од $f(x)$. Како аналитичен израз на една р.ф. обично се смета нејзината *нескратлива форма*.

Ако во (1) степенот m на полиномот $P(x)$ е помал од степенот n на именителот $Q(x)$, $m < n$, тогаш $f(x)$ се вика **правилна** р.ф. (или **правилна дропка**); во спротивниот случај, кога $m \geq n$ (и р.ф. не е полином), таа се вика **неправилна** р.ф. (или **неправилна дропка**). Секоја неправилна р.ф. може на единствен начин да се претстави како збир од некој полином и правилна дропка. Која било р.ф. (од полиноми со реални коефициенти) може да се претстави како збир од т.н. **прости дропки**:

$$\frac{A}{(x-a)^k} \quad \text{или} \quad \frac{Ax+B}{(x^2+px+q)^k},$$

каде што A и B се константи, a е реален корен на $Q(x)$, $x^2 + px + q$ нема реални корени, а k е природен број што не е поголем од кратноста на соодветните корени во полиномот $Q(x)$. (На ова тврдење е заснована теоремата за интеграбилност на р.ф.)

РЕАЛЕН БРОЕН СИСТЕМ [real number system; поле вещественных чисел] *Комплетно подредено поле* (*в.*); тоа е единствено (до изоморфизам). Р.б.с., всушност, е полето на реалните броеви, $(\mathbb{R}; +, \cdot)$; *в.* и БРОЈ.

РЕАЛЕН БРОЈ [real number; действительное число, вещественное число] Множеството од сите *рационални* и *ирационални броеви* (*в.*) се вика *множество на реалните броеви* (се означува со $\mathbb{R}$), а секој негов елемент се вика *реален број*; *в.* БРОЈ.

РЕАЛНА ОСКА [real axis; действительная ось] Хоризонталната оска (т. е. x-оската) при Декартов координатен систем во *комплексна рамнина*.

РЕАЛНА ПРАВА [real line; действительная прямая], *в.* БРОЈНА ПРАВА.

РЕАЛНА ПРОМЕНЛИВА [real variable; действительная переменная] Променлива што прима само реални броеви за свои ведности.

РЕАЛНА РАМНИНА [real plane; действительная плоскость] Рамнина при која на секоја точка ѝ е придружен подреден пар реални броеви како координати на точката.

РЕАЛНА ФУНКЦИЈА [real-valued function; вещественная функция] Функција f чиишто вредности се реални броеви. Ако доменот на f е подмножество од множеството на реалните броеви, тогаш f се вика р.ф. од *реална ӣроменлива*.

РЕГУЛАРЕН ПРОСТОР [regular space; регулярное пространство] Тополошки простор, таков што, ако U е која било околина на точка x од просторот, тогаш постои околина V на x, таква што затворачот на V е содржан во U.

Наместо оваа, почесто се користи следнава дефиниција. *Реīуларен ӣросѿор* е тополошки простор, во кој за секоја точка x и за секое затворено множество A што не ја содржи точката x, постои околина U на x и околина V на A такви што $U \cap V = \varnothing$. На пр., секој метрички простор е р.п.

Ако во р.п. сите едноточкени подмножества се затворени (а тоа не е секогаш исполнето), тогаш тој е T_3-*ӣросѿор*.

РЕГУЛАРНА КРИВА [regular curve; регулярная кривая] Крива што нема сингуларни точки.

РЕГУЛАРНА МАТРИЦА, *в*. НЕСИНГУЛАРНА МАТРИЦА.

РЕГУЛАРНА ТОЧКА [regular point; регулярная точка] **1**. Р.т. на аналитична функција е точка, таква што во некоја нејзина околина, функцијата може да се разложи во степенски ред. **2**. Која било точка на површина којашто не е сингуларна точка.

РЕГУЛАРНА ФУНКЦИЈА [regular function; регулярная функция] Секоја аналитична функција од една (или од повеќе) комплексни променливи.

РЕД[1] [order; порядок] Зборот „ред", во општа употреба, означува целокупност од објекти (предмети, лица), расположени во една линија, еден по друг. Во математиката, р. е бројна карактеристика на многу математички објекти.

1. Р. **на група** G е бројот на нејзините елементи; ознака: $|G|$; р. е n ако има n елементи, а е бесконечен ако множеството од нејзините елементи е бесконечно.

2. Р. **на елемент** a **во група** G е најмалиот природен број n за кој $a^n = e$ (e – неутралниот елемент на G).

3. Р. **на извод** е бројот на диференцирања, извршени на една функција.

4. Р. **на диференцијална равенка** е изводот од највисок ред на непознатата функција.

5. Р. **на квадратна матрица** (одн. на **детерминанта**) е бројот на редиците или на колоните на матрицата (одн. на детерминантата).

6. Р. **на алгебарска крива** $P(x, y) = 0$ [каде што $P(x, y)$ е полином по x, y] е степенот на полиномот $P(x, y)$. Така на пр., параболата $y = x^2 - 4x + 3$ е крива од втор ред.

7. Р. на **алгебарска површина** $P = 0$ (каде што $P = P(x, y, z)$ е полином по x, y, z) е степенот на полиномот P. На пр., параболоидот $z = x^2 + y^2$ е површина од втор ред.

РЕД[2] [series; ряд] Означен збир од бесконечна низа симболи, запишан вака: $a_1 + a_2 + ... + a_n + ...$, а почесто:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ или само } \Sigma a_n . \qquad (*)$$

Симболите $a_1, a_2, ..., a_n, ...$, наречени **членови** на редот, може да означуваат: броеви, функции, вектори, матрици итн. Во согласност со тоа, разликуваме: **бројни** р., **функционални** р. (т. е. р. **од функции**), р. **од вектори**, р. **од матрици** итн.

Низата (S_n), дефинирана со

$$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$$

се вика **низа од парцијалните суми** на р. (*), а S_n се вика n-**та парцијална сума**. Ако (S_n) е конвергентна, т. е. постои конечен лимес, $\lim_{n\to\infty} S_n = S$, тогаш (*) се вика **конвергентен** р., а S – **збир** на р. Во спротивниот случај, т. е. ако лимесот на (S_n) е бесконечен или не постои, тогаш за р. се вели дека е **дивергентен** р.

Еден броен р. Σa_n се вика **апсолутно конвергентен** р. ако р. од апсолутните вредности на неговите членови, т. е. редот $\Sigma | a_n |$ е конвергентен.

Познато и како *бесконечен ред*.

РЕДЕН БРОЈ [ordinal number; порядковое число] Во обична употреба, изразот р.б. ја опишува нумеричката позиција на некој објект во дадено множество, на пр., прв, втор, трет, десетти, дваесет и седми, осумдесетти, илјадити, ... итн.

Во формалната теорија на броеви, р.б. е кој било број во Канторовото проширување на ненегативните цели броеви 0, 1, 2, 3, 4, …. Р.б. се дефинира како тип на подредување на *добро подредено множество* (*в.*). Конечните р.б. се означуваат обично со користење на арапски цифри, додека трансфинитните (т. е. бесконечните) р.б. се означуваат со користење мали грчки букви.

Првиот трансфинитен р.б., означен со ω, е типот на подредување на множеството ненегативни цели броеви. Тој е „најмалиот“ од трансфинитните броеви, дефиниран како најмал р.б. што е поголем од р.б. на кој било цел ненегативен број.

Познато и како *ординален број*.

РЕДИЦА [row; ряд, строка] Распоред на изрази по хоризонтална линија. Се користи кај *детерминанти* и кај *матрици* за да се направи разлика меѓу хоризонталните распореди на елементите и вертикалните распореди, наречени **колони**; *в.* МАТРИЦА.

РЕДИЧЕН ВЕКТОР [row vector; вектор-строка] Матрица што се состои само од една редица. Познато и како *вектор-редица*.

РЕДИЧЕН РАНГ [row rank; строчный ранг] Бројот на линеарно независните вектори, формиран од редиците на дадена матрица.

РЕДИЧНИ ОПЕРАЦИИ [row operations; преобразования строк] Множество правила што се извршуваат над редиците од дадена матрица, така што сликата на соодветната линеарна трансформација останува непроменета; *в.* ЕЛЕМЕНТАРНИ ОПЕРАЦИИ СО РЕДИЦИ.

РЕДИЧНО СКАЛЕСТА ФОРМА [row echelon form; ступенчатый вид по строкам], *в.* СКАЛЕСТА МАТРИЦА.

РЕД НА БЕСКРАЈНО ГОЛЕМА ВЕЛИЧИНА [order of infinity; порядок бесконечно большой] Термин, воведен за споредување на две бескрајно големи величини.

Нека u и v се функции од x и нека двете се стремат кон бесконечност кога x се стреми кон x_0. За функциите u и v се вели дека се од **ист ред** ако постојат позитивни броеви A, B и δ, такви што $A < | u(x) / v(x) | < B$ кога $x \neq x_0$ и $| x - x_0 | < \delta$; u е од **понизок ред** отколку v (одн. u од **повисок ред** отколку v) ако $\lim_{x\to x_0} [u(x) / v(x)] = 0$ (одн. $=\infty$). Ако $\lim_{x\to x_0} \{u(x) / [v(x)]^n\}$ постои и не е нула, тогаш за u се вели дека е **од** n**-ти ред во однос на** v.

РЕД НА БЕСКРАЈНО МАЛА ВЕЛИЧИНА [order of infinitesimal; порядок бесконечно малой] Термин, воведен за споредување на две бескрајно мали величини (при одредена вредност на аргументот): едната е од *повисок ред* во однос на другата (т. е. другата е од *понизок ред* во однос на првата), двете се од *ист ред* и, специјално, тие се *еквивалентни*; *в.* БЕСКРАЈНО МАЛА ВЕЛИЧИНА.

РЕД НА ЕЛЕМЕНТ [period of an element; порядок элемента] Ред на елемент a од група G се вика најмалиот природен број n, таков што $a^n = e$, каде што e е неутралниот елемент на G. Ако постои таков број n, тогаш за елементот a се вели дека има **конечен ред**, а ако нема таков природен број, за a се вели дека има **бесконечен ред**.

РЕДУКЦИЈА, *в.* СВЕДУВАЊЕ.

РЕДУКЦИО АД АПСУРДУМ, *в.* СВЕДУВАЊЕ НА ПРОТИВРЕЧНОСТ.

РЕДУЦИРАНА КВАДРАТНА РАВЕНКА, *в.* КВАДРАТНА РАВЕНКА.

РЕДУЦИРАНА КУБНА РАВЕНКА, *в.* КУБНА РАВЕНКА.

РЕДУЦИРАНА СКАЛЕСТА МАТРИЦА, *в.* СКАЛЕСТА МАТРИЦА.

РЕЗУЛТАНТА НА ДВЕ СИЛИ [resultant of two forces; результант двух сил] Силата што е еднаква на збирот од двете дадени сили. За сили што дејствуваат во различни правци резултантата може да биде определена со помош на *правилото на паралелограм* (*в.*).

Ако се работи за повеќе сили (т. е. вектори), нивната резултанта е силата (т. е. векторот) што е *збир на тие вектори* (*в.*). Аналогно се определува резултанта на две или повеќе брзини.

РЕКТИФИКАЦИОНА РАМНИНА [rectifying plane; спрямляющая плоскость] Рамнината што ги содржи тангентата и бинормалата на просторна крива во дадена точка од кривата; *в.* ПРИРОДЕН ТРИЕДАР.

РЕКУРЗИВНА ДЕФИНИЦИЈА [recursive definition; рекурсивное определение] Дефиниција (на функција, множество) со која се задаваат:

i) *почетни услови* (*основа*): појдовни елементи за класата објекти што се дефинира;

ii) *рекурзија*: правилата за добивање нови објекти од веќе формираните;

iii) *ограничување* – дека со i) и ii) се добиваат сите објекти на класата што се дефинира, и само тие.

Пример 1. Функцијата *факториел*, $f(n) = n!$ се дефинира рекурзивно на следниов начин:

а) *почетен услов*: $f(0) = 1$;

б) *рекурзија*: $f(n + 1) = (n + 1) \cdot f(n)$.

(Тргнувајќи од почетниот услов а), рекурзијата б) ни кажува како да се добијат нови вредности од старите вредности. На пр.,

$1! = f(1) = 1 \cdot f(0) = 1,$

$2! = f(2) = 2 \cdot f(1) = 2,$

$3! = f(3) = 3 \cdot f(2) = 6$, итн.)

в) *Ограничување*: Со а) и б) се добиваат сите вредности на f и само тие.

Кога функцијата $f(n)$ е дефинирана рекурзивно, како во горниот пример, равенката б) што ја определува вредноста $f(n + 1)$ со помош на претходни вредности на f се вика **рекурентна релација**.

Пример 2. Множеството $\mathbb{N}$ од природните броеви, може да се дефинира рекурзивно со:

i') 1 е во $\mathbb{N}$;

ii') ако $n \in \mathbb{N}$, тогаш $n+1 \in \mathbb{N}$;

iii') $\mathbb{N}$ е најмалото множество што ги задоволува i') и ii').

Има многу множества што ги задоволуваат i') и ii') – на пр., множеството {1, 1⅛, 2, 2⅛, 3, 3⅛, 4, 4⅛, …}. Меѓутоа, со условот iii') е точно зададено множеството на природните броеви, зашто тој услов ги отстранува туѓите елементи 1⅛, 2⅛, 3⅛, итн.

РЕКУРЕНТНА ФОРМУЛА [recurrence formula; рекуррентная формула] Формула, којашто го изразува секој член на една низа (a_n) преку k претходни членови на низата.

На пр., низата броеви 1, 1, 2, 3, 5. 8, 13, 21, 34, 55, ... се определува со р.ф.:

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}, \qquad (1)$$

при дадени $a_1 = 1$, $a_2 = 1$; секој член на низата, по вториот, е збир на претходните два члена. (Оваа низа е наречена **Фибоначиева низа**, а нејзините членови – **Фибоначиеви броеви**.)

РЕКУРЗИВНИ ФУНКЦИИ [recursive functions; рекурсивные функции] Функции $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, чиишто вредности и аргументи се цели ненегативни броеви и за кои може да се наведат определени правила (конечен број операции, пресметувања, алгоритми) што ќе овозможат фактички да се пресмета y по зададени вредности на $x_1, x_2 ...., x_n$ од доменот на f.

РЕЛАКСАЦИОНЕН МЕТОД [relaxation method, relaxation; метод релаксации, метод ослабления] Метод на последователни приближувања за решавање системи линеарни равенки каде што грешките од некоја почетна апроксимација се разгледуваат како ограничувања што се минимизираат или се ослабуваат во допуштливи граници.

РЕЛАТИВНА ГРЕШКА [relative error; относительная погрешность], *в.* ГРЕШКА.

РЕЛАТИВНА ФРЕКВЕНЦИЈА [relative frequency; относительная частота], познато и како *релативна честота*; *в.* НАСТАН.

РЕЛАТИВНА ЧЕСТОТА, *в.* РЕЛАТИВНА ФРЕКВЕНЦИЈА.

РЕЛАТИВНО ПРОСТИ БРОЕВИ, *в.* ЗАЕМНО ПРОСТИ БРОЕВИ.

РЕЛАЦИЈА [relation; отношение] Поимот *релација* е еден од најважните поими во современата математика. Овој поим е основа за разни други математички поими како што се *пресликување*, *операција* и др.

1. *Релација* е некое својство, некој однос меѓу елементите на некое множество; тоа може да биде: равенство, неравенство или некакво својство за кое може да се каже дека важи (или дека не важи) за два објекта од дадено множество, според определен редослед.

2. Во математиката, најзначајни се бинарните релации. За две множества A и B, **бинарна релација од** A **во** B (или, кратко, *релација од A во B*) се вика кое било подмножество α од нивниот Декартов производ, т. е. $\alpha \subseteq A \times B$ (*в.* КОРЕСПОНДЕНЦИЈА). За еден елемент $x \in A$ се вели дека *е во релација* α со елемент $y \in B$ ако и само ако $(x, y) \in \alpha$. Множеството

$$D_\alpha = \{x \in A \mid (\exists y \in B)\, (x, y) \in \alpha\}$$

се вика **домен** на релацијата α, а

$$R_\alpha = \{y \in B \mid (\exists x \in A)\, (x, y) \in \alpha\}$$

се вика **ранг** на релацијата α.

3. Специјално, ако $B = A$, тогаш релацијата $\alpha \subseteq A \times A$ се вика **бинарна релација во** A. Бинарни р. се, на пр.: $=$, $\leq$, $\subseteq$, $\notin$ и многу други што често се среќаваат. Во случај на бинарна релација, наместо $(x, y) \in \alpha$, често се пишува $x\,\alpha\,y$; на пример: $x \leq y$, $x \mid y$, а не $(x, y) \in \leq$, $(x, y) \in \mid$.

Празното множество $\varnothing$ е р. во множеството A, наречена **празна** р. Целото множество $A \times A$ е, исто така, р. во A, наречена **полна** р. во A. За непразно A, р. $\Delta_A = \{(x,x) \mid x \in A\} \, (= \Delta)$ се вика **дијагонална** р. (*дијагонала во A*, *релација на равенство во A*).

Ако α е релација, тогаш

$$\alpha^{-1} = \{(y,x) \mid (x,y) \in \alpha\}$$

се вика **инверзна** р. (или *обратна* р, *спротивна* р. или *инверзија*) на α.

Производ (или **состав** или **композиција**) на две р. α и β во A, ознака: $\alpha \circ \beta$, се дефинира со:

$$x \, \alpha \circ \beta \, y \Leftrightarrow (\exists t \in A) \, (x \alpha t \wedge t \beta y).$$

Од посебно значење се следниве својства што може да ги имаат р.: рефлексивност, антирефлексивност, симетричност, антисиметричност, транзитивност. Една р. α во A е:

i) **рефлексивна** р. ако
$$(\forall x \in A) \, (x \, \alpha \, x), \text{ т.е. } \Delta \subseteq \alpha;$$

ii) **антирефлексивна** р. ако
$$(\forall x \in A) \, (x \neg \alpha \, x), \text{ т.е. } \Delta \cap \alpha = \varnothing;$$

iii) **симетрична** р. ако
$$(\forall x, y)(x \alpha y \Rightarrow y \alpha x), \text{ т.е. } \alpha = \alpha^{-1};$$

iv) **антисиметрична** р. ако
$$(\forall x, y \in A)(x \alpha y \wedge y \alpha x \Rightarrow x = y),$$
$$\text{т.е. } \alpha \cap \alpha^{-1} \subseteq \Delta;$$

v) **транзитивна** р. ако
$$(\forall x, y, z \in A)(x \alpha y \wedge y \alpha z \Rightarrow x \alpha z),$$
$$\text{т.е. } \alpha\alpha \subseteq \alpha.$$

Р. во множество A што ги има својствата i), iv) и v) се вика **подредување** во A, а ако ги има својствата ii) и v), тогаш таа се вика р. **за строго подредување** (*в.* СТРОГО ПОДРЕДУВАЊЕ).

Р. во А што ги има својствата i), iii) и v) се вика р. **за еквивалентност** (или, кусо, **еквивалентност**) во A. Во секое множество A, р. $\alpha = A \times A$ и Δ_A се еквивалентности.

Секое подмножество од подредени n-ки елементи од едно множество A се вика ***n*-арна релација** во множеството A. Со други зборови, n-арна р. во A е секое подмножество од Декартовиот производ $A^n = A \times \ldots \times A$.

За n = 1, 2, 3, 4, ..., n-арната р. се вика: **унарна**, **бинарна**, **тернарна**, **кватернарна**,..., р., соодветно.

РЕЛАЦИЈА ЗА ДЕЛИВОСТ [divisibility relation; отношение делимости] Нека a и b се цели броеви. За b се вели дека e **делител** на a ако постои цел број q таков што $a = bq$; се означува со $b \mid a$. Наместо „b е делител на a“ се вели и дека a **е делив** *со* b и се означува со $a \vdots b$. Со тоа е дефинирана релација во прстенот $\mathbb{Z}$, наречена р.з.д. во $\mathbb{Z}$. Аналогно се дефинира р.з.д. во кој било прстен.

РЕЛАЦИЈА ЗА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ [equivalence relation; отношение эквивалентности], *в.* ЕКВИВАЛЕНТНОСТ.

РЕЛАЦИЈА ЗА ПОДРЕДУВАЊЕ [ordering relation; отношение порядка], *в.* ПОДРЕДУВАЊЕ; РЕЛАЦИЈА.

РЕЛАЦИСКИ СИСТЕМ [relational system; реляционная система], *в.* АЛГЕБАРСКИ СИСТЕМ.

РЕПЕР НА ЕВКЛИДСКИ ПРОСТОР [triple of local vectors, trihedron; репер евклидова пространства] Р.н.е.п. е подредена четворка $(O, \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$, каде што O е фиксирана точка од евклидскиот простор $\mathbb{R}^3$ и векторите $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ формираат база на $\mathbb{R}^3$.

Ако векторите $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ се единични и заемно нормални, тие образуваат **ортонормирана база**, а соодветниот репер $(O, \boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3)$ се вика **ортонормиран репер** на просторот $\mathbb{R}^3$.

Терминот *репер* често се користи како синоним на терминот *база*, при што спомнувањето на координатниот почеток се изостава.

РЕФЛЕКСИВНА РЕЛАЦИЈА [reflexive relation; рефлексивное отношение] Релација меѓу елементите на едно множество, таква што секој елемент е во релација со себеси; *в.* РЕЛАЦИЈА.

РЕФЛЕКСИВНОСТ [reflexivity; рефлексивность, возвратность] Својството на релација да е рефлексивна.

РЕЦИПРОЧЕН БРОЈ [reciprocal of a number; обратное число] Р.б. на бројот a ($a \neq 0$) е бројот $1/a$. Производот на a и р.б. $1/a$ секогаш е 1. Ако $1/a$ е р.б. на a, тогаш и a е р.б на $1/a$. Затоа a и $1/a$ се викаат **заемно** р.б.; за нив важи: $a + 1/a \geq 2$, за секој $a > 0$.

Познато и како: *обратен број*; *реципрочна вредност на број*.

РЕЦИПРОЧНА ВРЕДНОСТ НА БРОЈ, *в.* РЕЦИПРОЧЕН БРОЈ.

РЕЦИПРОЧНА МАТРИЦА [matrix of cofactors, cofactor matrix; матрица алгебраических дополнений] Р.м. на дадена матрица A е матрицата од *алгебарските комплементи* (*в.*) на A.

РЕЦИПРОЧНА РАВЕНКА [reciprocal equation; возвратное уравнение, симметрическое уравнение] Алгебарска равенка од обликот

$$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 = 0 ,$$

при која коефициентите што се еднакво оддалечени од краевите на равенката се еднакви, т. е. $a_{n-k} = a_k$ за $k = 0,1,2,...,n$.

Корените на р.р. остануваат непроменети ако непознатата се замени со нејзината реципрочна вредност, т. е. x со $1/x$. (Терминот р.р. произлегува од ова својство.) Познато и како *симетрична равенка*.

РЕШЕНИЕ [solution; решение] Нешто што задоволува дадено множество услови (ограничувања, врски, равенки, неравенки, релации) се вика *решение* на тие услови.

На пр.: *број* може да биде р. на равенка или задача; *функција* може да биде р. на диференцијална равенка; *рамнинаска област* што задоволува некое множество неравенства е р. на тоа множество неравенства; во теоријата на игри: *исход* (или множество исходи) што го задоволува прифатениот принцип на оптималност во даден модел.

РЕШЕНИЕ НА РАВЕНКА [solution of an equation; решение уравнения] **1**. Број (или величина), кој заменет на местото од променливата, ја сведува равенката на идентично равенство. **2**. Процесот на *решавање на равенката*, т. е. постапката за наоѓање на корените на равенката; *в.* КОРЕН НА РАВЕНКА. **3**. Често под „решение на равенка" се мисли на *множеството решенија* (*в.*) на равенката.

РЕШЕНИЕ НА ТРИАГОЛНИК [solution of a triangle; решение треугольника] Р.н.т. е основна задача на тригонометријата; се состои во пресметување на непознатите елементи на триаголник по дадени вредности на другите негови елементи.

1. **Решение на рамнински триаголник**. Рамнинскиот триаголник има шест *основни елементи*: три страни и три агли. При дадени три елементи, коишто се доволни да го определат триаголникот (на пр.: две страни и аголот меѓу нив; една страна и двата агла што лежат на неа; итн.), р.н.т. се состои во одредувањето на преостанатите три елементи.

2. **Решение на сферен триаголник**. И *сферниот триаголник* (*в.*) има шест основни елементи: три агли и три страни. Неговото решавање се состои во наоѓање на останатите три елементи на триаголникот при дадени прав агол и кои било два други елементи. (Многуте можни случаи што притоа настануваат се сумирани во две формули откриени од *Џ. Непер* (*в.*), познати како Неперови правила.)

РЕШЛИВА ГРУПА [solvable group; разрешимая группа] Група G којашто има подгрупи $G_0, G_1, ..., G_n$, такви што $G_0 = G$, $G_n = \{e\}$ (= единичната подгрупа на G), секоја G_i е нормална подгрупа во G_{i-1} (i = 1,2,...,n) и фактор-групата G_{i-1} / G_i е комутативна. Значењето на дефиницијата не се менува ако „комутативна" се замени со „циклична" или „од прост ред".

РЕШЛИВОСТ НА АЛГЕБАРСКИ РАВЕНКИ СО РАДИКАЛИ [solvability of algebraic equations by radicals; разрешимость алгебраических уравнений в радикалах] Алгебарска (т. е. полиномна) равенка е решлива со радикали ако за наоѓање на нејзините корени постои формула која ги вклучува само операциите: собирање, одземање, множење, делење и земање корени (т. е. радикали) на коефициентите.

Секоја алгебарска равенка со степен не поголем од 4 се решава со радикали. Уште од времето на древниот Вавилон (2000 години пред н. е.) може да се најдат решенија на задачи коишто се сведуваат на специјални равенки од втор и трет степен.

Првото излагање на теоријата за решавање квадратни равенки е дадено во Диофантовата книга „Аритметика" (3-ти в. од н. е.). Решение со радикали на равенки од трет и четврти степен со буквени коефициенти било добиено од италијанските математичари Кардано, Тарталја и Ферари во 16-ти век (*в.* КАРДАНО; КАРДАНОВА ФОРМУЛА).

Во наредните три столетија се правеле обиди да се реши со радикали општа равенка (со буквени коефициенти) од петти и повисок степен, но обидите биле безуспешни, сè до 1826 г., кога *Абел* (*в.*) докажал дека такво решение е невозможно. Комплетно решение на прашањето за тоа при кои услови една алгебарска равенка може да се реши со радикали е добиено од *Е. Галоа* (*в.*) во 1830.

РИКАТИЕВА РАВЕНКА [Riccati equation; уравнение Риккати] Диференцијална равенка од прв ред, од обликот

$$y' = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x), \qquad (1)$$

каде што $P(x)$, $Q(x)$ и $R(x)$ се дадени функции од x, при што $P(x)$ и $R(x)$ се ненулти. Во случајот кога $P(x) \equiv 0$, диференцијалната равенка (1) е линеарна, а кога $R(x) \equiv 0$ (но $P(x)$ и $Q(x)$ се ненулти), тогаш (1) е Бернулиева.

Равенката е наречена по италијанскиот математичар ***Ј. Рикати*** (Jacopo Riccati, 1676 – 1754).

Терминот Р.р. се користи поопшто, во називот на матричната равенка од обликот

$$A^T Y + YA - YBR^{-1}B^T Y + Q = 0, \qquad (2)$$

каде што Y е непознатата симетрична $n \times n$–матрица и A,B,Q,R се дадени матрици со реални коефициенти; (2) се вика **матрична алгебарска** Р.р.

РИМАН, Георг Фридрих Бернард [Georg Friedrich Bernhard Riemann; Георг Фридрих Бернард Риман] (1826 – 1866), германски математичар и физичар. Има голем придонес во анализата, теоријата на броеви и диференцијалната геометрија. Некои од неговите трудови го овозможија развојот на општата теорија на релативноста.

РИМАНОВА ГЕОМЕТРИЈА [Riemannian geometry; геометрия Римана] Една од трите „големи геометрии" (евклидска, геометрија на Лобачевски и Риманова). Р.г. се реализира на површини со константна позитивна Гаусова кривина, т.е. на сфери (додека евклидската геометрија се реализира на површини со константна нулта Гаусова кривина, а геометријата на Лобачевски – со константна негативна Гаусова кривина).

Во Р.г. права е определена со две точки, рамнина – со три, две рамнини се сечат по права, итн., но низ дадена точка не може да се повлече ниедна права паралелна на дадената.

Син.: *елиптична геометрија.*

РИМАНОВА ЗЕТА-ФУНКЦИЈА [Riemann zeta function, zeta function; Римана дзета-функция, дзета-функция] – тоа е комплексната функција $\zeta(s)$, од комплексна променлива $s = \sigma + it$, дефинирана со редот на Дирихле

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots, \quad (1)$$

којшто е апсолутно и рамномерно конвергентен во која било конечна област (од комплексната s-рамнина), за која $\sigma \geq 1 + \delta$, $\delta > 0$. При $\sigma > 1$, $\zeta(s)$ може да се претстави со производот

$$\prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}} = \frac{1}{1 - 2^{-s}} \cdot \frac{1}{1 - 3^{-s}} \cdot \frac{1}{1 - 5^{-s}} \cdot \dots \quad (2)$$

(наречен **Ојлеров производ**), каде што p ги прима сите прости броеви. Еднаквоста меѓу редот (1) и производот (2), т. е.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_p \frac{1}{1 - p^{-s}},$$

е едно од основните својства на $\zeta(s)$. Тоа равенство ја дава врската меѓу Р.з.-ф. и простите броеви, а овозможува да се добијат многубројни релации коишто ја поврзуваат $\zeta(s)$ со најважните бројни функции.

Р.з.-ф. има нули во –2, –4, –6, … (наречени *тривијални нули*). Сите *нетривијални нули* на $\zeta(s)$ се комплексни броеви, коишто го имаат својството на симетрија во однос на реалната оска $t = 0$ и во однос на вертикалата $\sigma = 1/2$, наречена **критична права**, а лежат во лентата $0 \leq \sigma \leq 1$, наречена **критична лента**.

Познато и како *зета-функција.*

РИМАНОВА ХИПОТЕЗА [Riemann hypothesis; гипотеза Римана] Римановата зета-функција има нули во –2, –4, –6, … Познато е дека сите други нули на зета-функцијата мора да лежат во лентата од комплексни броеви $\{z \mid 0 \leq \mathrm{Re}(z) \leq 1\}$. Р.х. е сè уште недокажаната претпоставка дека: сите нули на зета-функцијата во таа лента лежат на правата $\mathrm{Re}\,(z) = 1/2$.

Англискиот математичар ***Г. Харди*** (Godfrey Harold Hardy, 1877 – 1947) докажал дека бесконечно многу нули лежат на таа права. Има бројни еквивалентни формулации на Р.х.

Риман ја искажал претпоставката дека: количеството прости броеви што не го надминуваат бројот x, т. е. *функцијата на распределба на простите броеви,* означена со $\pi(x)$, се изразува со распределбата на нетривијалните нули на зета-функцијата.

Р.х. е точна ако и само ако редот $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^z}$ конвергира кога реалниот дел од z е поголем од $1/2$, каде што μ е *Мебиусовата функција* (*в.*).

„Можеби најдлабокото и најважно нерешено прашање во математиката е Р.х." (Д. Хилберт). Разрешувањето на Р.х. би имало важни последици во теоријата на простите броеви.

РИМАНОВ ИНТЕГРАЛ [Riemann integral; интеграл Римана] Р.и. е обопштување на *Кошиевиот интеграл* (*в.* ИНТЕГРАЛ 3) на некоја класа прекинати функции (*в.* ОПРЕДЕЛЕН ИНТЕГРАЛ).

Натамошниот развиток на поимот Р.и. довел до редица обопштувања на поимот и. Меѓу најважните се *Стилтјесов интеграл* и Лебегов интеграл. (Поимот Лебегов интеграл го вклучува случајот кога интегрирањето се врши не на сегмент [a, b], туку на произволно т.н. мерливо множество.)

РИМАН–СТИЛТЈЕСОВ ИНТЕГРАЛ [Riemann-Stieltjes integral; интеграл Римана-Стилтьеса], в. СТИЛТЈЕСОВ ИНТЕГРАЛ.

РИМСКИ ЦИФРИ [Roman numerals; римские цифры] Систем за запишување природни броеви, користен од Римјаните, со помош на буквите: I, V, L, C, D, M.

Притоа: I означува 1; V – 5; X – 10; L – 50; C – 100; D – 500; M – 1000.

Сите броеви тогаш се запишуваат според следниве правила: (1) Кога некоја буква е повторена или е непосредно следена од буква со помала вредност, вредностите се собираат. (2) Кога некоја буква е непосредно следена од буква со поголема вредност, помалата вредност се одзема од поголемата.

Броевите од 1 до 10 се запишуваат: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X. Десетките се пишуваат: X, XX, XXX, XL, L, LX, LXX, LXXX, XC. Стотките се запишуваат: C, CC, CCC, CD, D, DC, DCC, DCCC, CM.

Црта над римска цифра означува дека вредноста на таа цифра се множи со 1000: $\overline{\mathrm{X}} = 10\,000$; $\overline{\mathrm{L}} = 50\,000$; $\overline{\mathrm{C}} = 100\,000$; $\overline{\mathrm{M}} = 1\,000\,000$; $\overline{\mathrm{CDLIX}} = 459\,000$.

РИНДОВ ПАПИРУС, *в.* АХМЕСОВ ПАПИРУС.

РОЛ, Мишел [Michel Rolle; Мишел Рол] (1652 – 1719), француски математичар. Најмногу е познат по *Роловата теорема* (1691). Покрај тоа, во своето дело Traité d'algèbre од 1690 год. ја вовел (сега) стандардизираната ознака $\sqrt[n]{x}$ за означување на n-ти от корен од x.

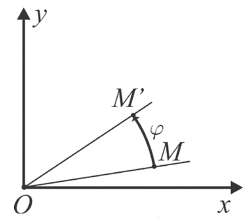
РОЛОВА ТЕОРЕМА, *в.* ТЕОРЕМА НА РОЛ.

РОМБ [rhombus, rhomb; ромб] Паралелограм при кој сите страни се еднакви. Дијагоналите на р. се заемно нормални и ги преполовуваат неговите агли. Точно е и обратното тврдење: ако дијагоналите на паралелограм се заемно нормални и ги преполовуваат неговите агли, тогаш тој паралелограм е р. Во р. може да се впише кружница. Плоштината на р. е еднаква на половината од производот на дијагоналите. Специјален случај на р. е квадратот.

РОМБОЕДАР [rhombohedron; ромбоэдр] Кос *паралелопипед* (*в.*), при кој сите ѕидови се складни ромбови. (Личи на коцка, но наместо квадрати, ѕидовите се ромбови.) Кај р., сите рабови имаат иста должина. Најмалку две темиња се такви што сите ѕидни агли со теме во тие две темиња се еднакви меѓу себе.

РОМБОИД [rhomboid; ромбоид] Паралелограм што нема прави агли и кои било две соседни страни имаат различни должини, т.е. паралелограм што не е ни правоаголник ни ромб.

РОТАЦИЈА[1] [rotation; вращение] Ротација со *центар* O и *насочен агол* φ е трансформација на рамнината, т. е. пресликување на точките од рамнината, при кое на секоја точка M ѝ се придружува точка M' од таа рамнина така што да се исполнети следниве два услова: $\overline{OM} = \overline{OM'}$ и $\angle MOM' = \varphi$. Аголот φ се вика **агол на** р., а точката O – **центар на** р. Р. е специјален случај на *движење* (*в.*) при кое една точка од рамнината – центарот O на р. – останува неподвижна. При р. сите точки од рамнината опишуваат лаци од концентрични кружници со центар во точката O – центарот на ротацијата.



Ротација

При р. права се пресликува во права, а кружница – во складна на неа кружница. Трансформацијата р. често се користи при решавање задачи за геометриски конструкции.

РОТАЦИЈА^{2} [curl; выхрь, ротор] За дадено векторско поле $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$, при определени услови, може да се формира ново некторско поле, означено со $\operatorname{rot} \boldsymbol{a}$ и наречено *ротација* од $\boldsymbol{a}$, дефинирано на следниов начин:

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{a} = \left(\frac{\partial a_3}{\partial y} - \frac{\partial a_2}{\partial z}, \frac{\partial a_1}{\partial z} - \frac{\partial a_3}{\partial x}, \frac{\partial a_2}{\partial x} - \frac{\partial a_1}{\partial y}\right).$$

Познато и како: *ротор*; *виор*.

РОТАЦИОНА ПОВРШИНА [surface of revolution; поверхность вращения] Површина формирана со вртење на рамнинска крива околу дадена права, наречена **оска** на р.п., којашто лежи во рамнината на таа крива.

На пр.: сферата е р.п. добиена со ротација на полукружница околу нејзиниот дијаметар; бочната површина на прав кружен конус е р.п., добиена со ротација на права околу друга права што ја сече првата права.

Пресечните линии на р.п. со рамнини што минуваат низ оската на р.п. (специјално: на сфера) се викаат **меридијани**, а пресечните линии на р.п. со рамнини што се нормални на оската се викаат **паралели**. Познато и како *обртна површина*.

РОТАЦИОНЕН АГОЛ [rotation angle; угол поворота] Агол, формиран со ротација на полуправа (во рамнина) околу нејзината почетна точка; *в.* АГОЛ 2. Исто со *агол на ротација*.

РОТАЦИОНО ТЕЛО [solid of revolution; тело вращения] Геометриско тело добиено со ротација на некоја рамнинска геометриска слика околу фиксирана права или околу дел од права (отсечка, полуправа). На пр., р.т. добиено со ротација на елипса околу некоја од нејзините оски е **ротационен елипсоид**.

Познато и како *обртно тело*.

РОТОР, *в.* РОТАЦИЈА^{2}.

С

САРУСОВО ПРАВИЛО [Sarrus rule; правило Саррюса] Правило за пресметување детерминанти од трет ред. Според ова правило, за да ја пресметаме вредноста на дадена *детерминанта од трет ред* (шема 1), десно од нејзината шема ќе ги допишеме првите две колони, а потоа елементите од новата шема ќе ги поврземе со две фамилии отсечки, како што е покажано на шемата 2.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; \qquad \begin{array}{ccccc} & & - & - & - \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \\ & & + & + & + \end{array}$$

Шема 1 Шема 2

Елементите што се наоѓаат на една отсечка се множат меѓусебно, а добиените шест производи се собираат, притоа земени со знак + или – како што е покажано на шемата 2. Со тоа ќе се добие збирот

$$a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3 - \\ - a_3b_2c_1 - b_3c_2a_1 - c_3a_2b_1,$$

а тоа е вредноста на детерминантата.

САРУС, **Пјер Фредерик** [Pierre-Frédéric Sarrus; Пьер Фредерик Саррюс] (1798 – 1861), француски математичар, професор на универзитетот во Стразбур. Се занимавал со нумеричко решавање на равенки со повеќе непознати, со повеќекатни интеграли и со определување на орбитите на планетите. *Сарусовото правило* за пресметување детерминанти од трет ред е наречено според неговото име.

СВЕДЕНА ДРОПКА, *в.* НЕСКРАТЛИВА ДРОПКА.

СВЕДЕНА КАРАКТЕРИСТИЧНА РАВЕНКА [reduced characteristic equation; приведённое характеристическое уравнение] Полиномна равенка од најнизок степен што е задоволена од дадена матрица. Познато и како *минимална равенка*; *в.* МИНИМАЛЕН ПОЛИНОМ.

СВЕДЕНА КВАДРАТНА РАВЕНКА [reduced quadratic equation; приведённое квадратное уравнение], *в.* КВАДРАТНА РАВЕНКА.

СВЕДЕНА КУБНА РАВЕНКА [reduced cubic equation; приведённое кубическое уравнение] *Кубна равенка* (*в.*) по променливата x, при која коефициентот пред x^2 е нула, а пред x^3 е 1. Познато и како *редуцирана кубна равенка*.

СВЕДЛИВА ДРОПКА, *в.* СКРАТЛИВА ДРОПКА.

СВЕДУВАЊЕ [reduction; приведение, сокращение, превращение, редукция] Упростување, скратување, намалување, т. е. дејство на менување, претворање во друга форма со помош на групирање членови, кратење дропки, заменување изрази, итн. Познато и како *редукција*.

СВЕДУВАЊЕ НА ПРОТИВРЕЧНОСТ [reductio ad absurdum, indirect proof, proof by contradiction; приведение к абсурду, правило введения отрицания] **1**. За с.н.п., како *метод на докажување*, прво се претпоставува дека фактот што треба да се докаже е невистинит, а потоа се покажува дека оваа претпоставка доведува до противречност со прифатените факти; *в.* ИНДИРЕКТЕН ДОКАЗ.

2. Како *правило на заклучување*, с.н.п. дозволува да се изведе заклучок дека: ако од списокот тврдења T, тврдењето A го повлекува и тврдењето B и тврдењето $\neg B$, тогаш од списокот тврдења T следува $\neg A$. Ова правило, шематски претставено, има вид: $\dfrac{T, A \Rightarrow B;\ \ T, A \Rightarrow \neg B}{T \Rightarrow \neg A}$.

Познато и како: *доведување до апсурд*; *доказ со доведување до противречност*; *доказ од спротивното*; *редукцио ад абсурдум*.

СВОЈСТВО НА ТРИХОТОМИЈА [trichotomy property, comparison property; свойство трихотомии] Својството на линеарно подредување $<$ на едно множество M дека, за кои било два елемента x и y од M, еден и само еден од следниве услови е исполнет:

$$x < y\,,\ \ x = y\,,\ \ y < x\,.$$

СВРЗАНО МНОЖЕСТВО [connected set; связное множество] Множество точки што не може да се претстави како унија на две непразни дисјунктни множества A и B, такви што ниедна точка на натрупување од A не му припаѓа на B и ниедна точка на натрупување од B не му припаѓа на A; кратко: $\overline{A} \cap B = \varnothing = A \cap \overline{B}$, каде што $\overline{A}$ одн. $\overline{B}$ е затворачот на A одн. на B. На пр., сегментот [0, 1] е с.м.

Множеството $\mathbb{Q}$ од сите рационални броеви не е с.м., зашто може да се претстави како унија на две множества што ги задоволуваат горните барања, на пр., множеството A рационални броеви помали од $\sqrt{2}$ и множеството B рационални броеви поголеми од $\sqrt{2}$. Секое *пат-сврзано множество* (*в.*) е с.м., но едно с.м. не мора да е пат-сврзано.

СЕГМЕНТ [segment; сегмент, отрезок] **1**. С. *на права*: отсечок којшто ѝ припаѓа на таа права.

2. С. (**отсечка** или **затворен интервал**) *на бројна оска*: множеството точки од бројната оска, коишто лежат меѓу две нејзини точки $A(a)$ и $B(b)$, вклучувајќи ги и тие две точки, т. е. множеството точки, чијашто координата x ги задоволува условите $a \le x \le b$ (ознака $[a, b]$); *в.* ИНТЕРВАЛ.

3. С. (или **отсечок**) *на рамнинска фигура*: дел од фигурата, ограничен со (кој било) дел од границата на таа фигура и соодветната тетива.

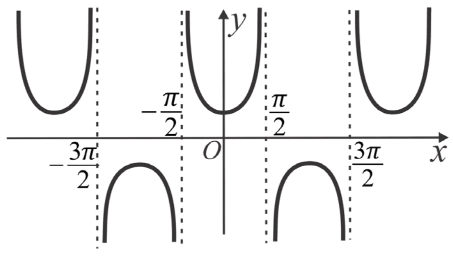
4. С. (или **отсечок**) *на просторна фигура*: дел од фигурата отсечен со рамнина; *в.* КРУЖЕН С., ТОПКИН С., ЛИНИСКИ С.

СЕГМЕНТЕН ВИД РАВЕНКА НА ПРАВА [intercept form of the equation of a straight line; уравнение прямой в отрезках], *в.* РАВЕНКА НА ПРАВА.

СЕГМЕНТЕН ВИД РАВЕНКА НА РАМНИНА [intercept form of the equation of a plane; уравнение плоскости в отрезках], *в.* РАВЕНКА НА РАМНИНА.

СЕДУМАГОЛНИК [heptagon; семиугольник]. Многуаголник со седум страни, *хептагон*. Седумаголник при кој сите страни и сите агли се еднакви се вика **правилен** с.

СЕКАНС [secant; секанс] Тригонометриска функција, ознака: $\sec x$, дефинирана како реципрочна на функцијата косинус: $\sec x = 1/\cos x$. Дефинициона област на с. е целата реална бројна права со исклучок на точките чиишто апсциси се $x = (2n \pm 1)\cdot \pi/2$, каде што $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Функцијата с. е неограничена, парна, периодична. Графикот се вика *секансоида* (*в.*).



Секансоида

СЕКАНСОИДА [secant curve; секансоида] Графикот на функцијата секанс, $y = \sec x$. С. е конкавна во интервалот $(-\pi/2,\ \pi/2)$ и ја сече y-оската во точката $(0,1)$. Правите $x=\pi/2$ и $x = \pi/2$ се нејзини асимптоти. Слични лаци се јавуваат во другите интервали со должина π радијани, при што тие наизменично се конвексни и конкавни, а правите $x = (2k \pm 1)\cdot \pi/2$, за $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, се асимптоти.

СЕКАНТА, *в.* ПРЕСЕЧКА 1.

СЕКСТИЛИОН [sextillion; секстиллион, секстильон] Број претставен со единица и 36 нули, т. е. 10^{36} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) с. се вика бројот 10^{21}.

СЕКТОР, *в.* ИСЕЧОК.

СЕКУНДА [second; секунда]. Единица за мерење рамнински агли, еднаква со еден шеесетти дел од минута (т. е. три илјади и шестоти дел од степен); се означува со $1''$; в. СТЕПЕН 1. Познато и како *аголна секунда*.

СЕПТИЛИОН [septillion; септиллион, септильон] Број претставен со единица и 42 нули, т. е. 10^{42} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) с. се вика бројот 10^{24}.

СИГМА-АЛГЕБРА, **σ-АЛГЕБРА** [σ-algebra; σ-алгебра], *в.* ПРОСТОР НА ВЕРОЈАТНОСТ.

СИГНУМ [signum; сигнум] Функција, дефинирана за сите реални вредности на x (ознака: $\operatorname{sgn} x$), каде што

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & \text{ако } x > 0 \\ 0, & \text{ако } x = 0 \\ -1, & \text{ако } x < 0 \end{cases}.$$

Функцијата sgn x значи „*знак од x*“, па се вика и **знаковна функција**. Таа има прекин во $x = 0$.

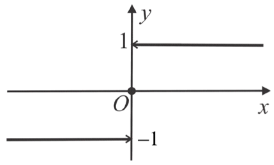


График на sgn x

СИЛОГИЗАМ [syllogism; силлогизм] Посебен вид логичко заклучување што вклучува три тврдења: *голема премиса* (или *голема претпоставка*), којашто често претставува некое општо тврдење за класа објекти; *мала премиса* (или *мала претпоставка*), којашто тврди нешто за некој специјален случај од таа класа; и *заклучок*, којшто следува од двете премиси. Заклучокот е задолжително точен ако премисите се точни.

Пример. Сите цели броеви се рационални (*голема претпоставка*); 13 е цел број (*мала претпоставка*). *Заклучок*: 13 е рационален број.

Хипотетичен с. е посебен вид с. којшто се однесува на три импликации и гласи: „Ако од p следува q и од q следува r, тогаш од p следува r“, т. е. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$.

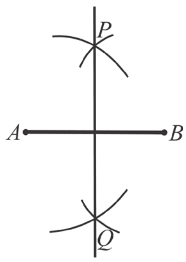
Категоричен с. е расудување што се состои од три категорични тврдења (две премиси и заклучок), во кои се јавуваат точно три категорички поими, секој од кои е користен точно двапати. На пр.: „Сите небесни тела се движат“; „Сите планети се небесни тела“; следствено: „Сите планети се движат“ (овде, поимите се: небесни тела, планети, се движат).

СИМБОЛ, *в.* ЗНАК.

СИМБОЛИЧКА ЛОГИКА [symbolic logic; символическая логика] Област на логиката, во која логичките заклучоци се проучуваат со помош на логички пресметувања врз основа на строг симболички јазик. С.л. често се нарекува *математичка логика* (*в.*).

СИМЕТРАЛА НА АГОЛ [bisector of an angle, bisectrix; биссектриса угла] Полуправа со почеток во темето на аголот, којашто го разделува аголот на два еднакви дела. С.н.а. е **оска на симетрија** на аголот; таа е геометриско место на точките од внатрешноста на аголот коишто се еднакво оддалечени од неговите краци. Син. *бисектриса на агол*.

СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА [bisector of a line segment; медиатриса, симметраль отрезка] Права, којашто минува низ средината на отсечката и е нормална на неа.



Симетрала на отсечка

С.н.о. е **оска на симетрија** на таа отсечка, т. е. секоја точка од с.н.о. се наоѓа на еднакви растојанија од краевите на отсечката. Ако тие краеви се A и B, тогаш двете кружници со центри A и B и со ист радиус, поголем од $\overline{AB}/2$, се сечат во две точки, P и Q. Правата PQ е, имено, с.н.о. Пресечната точка O на правата PQ со отсечката AB, ја преполовува таа отсечка.

Оваа конструкција ја дава **средината** O на отсечката AB, како и самата симетрала. Но, таа може да се искористи и за **подигање нормала на права** p низ дадена точка M од правата. Имено, се нанесуваат две еднакви отсечки $\overline{MA}=\overline{MB}$ врз p од двете страни на M и бараната нормала се добива како симетрала на отсечката AB. Ако пак е потребно **спуштање нормала кон правата** p од дадена точка N што не лежи на p, тогаш се опишува кружница со центар N и со доволно голем радиус, така што кружницата да ја пресече p во две точки A и B; симетралата на отсечката AB е бараната нормала.

СИМЕТРАЛНА РАМНИНА [symmetry plane, plane of symmetry, plane of mirror symmetry, reflexion plane; плоскость симметрии] Замислена рамнина којашто дели даден објект на две половинки, секоја од кои е огледална слика на другата во однос на таа рамнина. Познато и како *огледална рамнина* (*в*. ОГЛЕДАЛНА СИМЕТРИЈА).

1. С.р. **на отсечка** е рамнина, којашто е нормална на отсечката и ја преполовува. Секоја точка на с.р. е еднакво оддалечена од краевите на отсечката, па с.р. се добива како рамнина на пресечниот круг на две сфери со центри во краевите на отсечката и еднакви радиуси, коишто се поголеми од половината на отсечката.

2. С.р. **на две рамнини** што се сечат е рамнина што припаѓа на еден пар накрсни агли на двете рамнини, ја содржи нивната пресечна права и ги преполовува тие агли. Секоја точка од с.р. е еднакво оддалечена од двете рамнини.

3. С.р. **на диедар** е рамнина, чијашто една полурамнина, определена со работ на диедарот, го преполовува. Познато и како *рамнина на симетрија*.

СИМЕТРИЈА [symmetry; симметрия] **1**. Една геометриска фигура F има својство на *симетрија* во однос на некоја конфигурација P (каде што P е точка, права или рамнина) ако P определува два дела од F коишто може да се пресликаат биективно еден на друг.

Кога P е точка, права или рамнина, тогаш се работи за: с. *во однос на* *точка* (**централна симетрија**, *в.*), с. *во однос на права* (**осна симетрија**, *в.*) или с. *во однос на рамнина* (**огледална симетрија**, *в.*), соодветно.

2. *Движење* (*в.*) на геометриска фигура, коешто ја пресликува фигурата сама во себе.

СИМЕТРИЧЕН ПАР РАВЕНКИ [symmetric pair of equations; симметрическая пара уравнений] Пар равенки што остануваат непроменети како пар (иако равенките може да бидат променети), кога променливите се разменат. На пр., $x^2 - 5x + 3y - 6 = 0$ и $y^2 - 5y + 3x - 6 = 0$ е с.п.р.

СИМЕТРИЧЕН ПАР ТОЧКИ [symmetric pair of points; симметрическая пара точек], *в.* СИМЕТРИЧНИ ТОЧКИ.

СИМЕТРИЧНА ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА [symmetric geometric configuration; симметричная геометрическая фигура] **1**. За *геометриска фигура F* (крива, површина, итн.) се вели дека *е симетрична* (т. е. дека *има симетрија*) во однос на дадена точка, права или рамнина, ако за секоја точка *A* од *F* постои точка *A*' од *F* така што парот точки *A*, *A*' е симетричен во однос на дадената точка, права или рамнина. Дадената точка се вика **центар на симетријата**, правата – **оска на симетријата**, а рамнината – **рамнина на симетријата** на *F*.

2. За *рамнинска крива*, зададена со равенка во Декартови координати, важат следните *критериуми за симетрија*. (1) Ако равенката не се менува кога двете променливи x, y се заменат, соодветно, со $-x, -y$, тогаш кривата е *симетрична во однос на координатниот почеток*; на пр., $xy = 1$. (2) Ако равенката на кривата останува непроменета кога x се замени со $-x$, тогаш кривата е *симетрична во однос на y-оската*; на пр., $y = x^2 + 1$. (3) Ако равенката не се промени кога y се замени со $-y$, тогаш кривата е *симетрична во однос на x-оската*; на пр., $y^2 = x$.

3. *Две геометриски фигури се симетрични* во однос на точка, права или рамнина ако за секоја точка од едната фигура постои точка од другата фигура, така што парот формиран од тие две точки е симетричен во однос на точка, права или рамнина.

СИМЕТРИЧНА ГРУПА [symmetric group; симметрическая группа], *в.* ГРУПА ОД ПЕРМУТАЦИИ.

СИМЕТРИЧНА МАТРИЦА [symmetric matrix; симметрическая матрица] Квадратна матрица *A* којашто е еднаква на својата транспонирана матрица A^{T}, т. е. $A^{T} = A$. Тоа значи дека паровите елементи, симетрично распоредени во однос на главната дијагонала на матрицата, се еднакви меѓу себе.

СИМЕТРИЧНА РАВЕНКА, *в.* РЕЦИПРОЧНА РАВЕНКА.

СИМЕТРИЧНА РАЗЛИКА [symmetric difference; симметрическая разность] С.р. на две множества *A* и *B* се вика множеството елементи од унијата $A \cup B$ што не му припаѓаат на пресекот $A \cap B$; ознака: $A \Delta B$. Значи:

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B);$$

еквивалентно:

$$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

На пр.: ако $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{3,4,5,6\}$, тогаш $A \Delta B = \{1,2\} \cup \{5,6\} = \{1,2,5,6\}$.

СИМЕТРИЧНА РЕЛАЦИЈА [symmetric relation; симметричное отношение] *Релација* (*в.*), којашто го има својството: ако *a* е во релација со *b*, тогаш и *b* е во релација со *a*.

СИМЕТРИЧНА ФУНКЦИЈА [symmetric function; симметрическая функция] Функција $f(x_1,...,x_n)$ од повеќе променливи, којашто останува непроменета при која било пермутација $x_{i_1},...,x_{i_n}$ на променливите $x_1,...,x_n$.

Меѓу с.ф. најважни и најмногу изучени се **симетричните полиноми**. Друг пример на с.ф. се **рационалните** с.ф, т. е. рационалните функции коишто остануваат неизменети по која било пермутација на нивните променливи.

Основна теорема на с.ф.: „Секој симетричен полиноми (одн. рационална с.ф.) може да се претстави на единствен начин како полином (одн. како рационална функција) од елементарни симетрични полиноми."

Елементарни симетрични полиноми, на пр. за три променливи x_1, x_2, x_3, се:

$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3$,

$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$,

$\sigma_3 = x_1x_2x_3$.

СИМЕТРИЧНИ ПОЛИНОМИ [symmetrical polynomials; симметрические многочлены], *в.* СИМЕТРИЧНА ФУНКЦИЈА.

СИМЕТРИЧНИ ТОЧКИ [symmetric points; симметричные точки] **1**. Две точки A и A' се *симетрични во однос на дадена точка O* (наречена **центар на симетријата**) ако O е средина на отсечката AA'.

2. Две точки A и A' се *симетрични во однос на дадена права p* (наречена **оска на симетријата**) ако правата е симетрала на отсечката AA'.

3. Две точки A и A' се *симетрични во однос на дадена рамнина* Π (наречена **рамнина на симетријата**) ако Π е симетрална рамнина на отсечката AA'. С.т. (во 1, 2 и 3) е исто што и *симетричен пар точки*.

СИМПСОНОВА ФОРМУЛА, *в.* ПРАВИЛО НА ПАРАБОЛИ.

СИМУЛТАНИ РАВЕНКИ [simultaneous equations; совместные уравнения] Две или повеќе равенки за кои се бараат заеднички решенија, т. е. решенија што ќе ги задоволуваат истовремено („симултано") дадените равенки; такви решенија може, но не мора да постојат. Терминот с.р. значи исто што и *систем равенки* (*в.*).

СИНГУЛАРЕН ИНТЕГРАЛ [singular integral; сингулярный интеграл, особый интеграл], *в.* СИНГУЛАРНО РЕШЕНИЕ.

СИНГУЛАРНА МАТРИЦА [singular matrix; вырожденная матрица] Квадратна матрица, чијашто детерминанта е еднаква со нула.

СИНГУЛАРНА ТОЧКА [singular point; особая точка] **1**. С.т. *на крива*, зададена со равенка $F(x,y)=0$, е точка $M_0(x_0,y_0)$, таква што првите парцијални изводи на $F(x,y)$ во таа точка се нули.

С.т. *на крива во простор*, зададена со параметарски равенки $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$, е точка $M(t_0)$, таква што $x'(t_0)=y'(t_0)=z'(t_0)=0$.

2. С.т. *на диференцијална равенка*

$$f(x,y)\,dy = g(x,y)\,dx, \qquad (1)$$

е точка (x_0,y_0), во која

$$f(x_0,y_0)=g(x_0,y_0)=0, \qquad (2)$$

при што $f(x,y)$ и $g(x,y)$ се непрекинати функции заедно со своите први изводи во точката (x_0,y_0).

Понекогаш, точката (x_0,y_0) се нарекува с.т. на равенката (1) и кога не е исполент условот (2), но Кошиевиот проблем за равенката (1) со почетни услови (x_0,y_0) има повеќе од едно решение.

СИНГУЛАРНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [singular transformation; сингулярное преобразование] Линеарна трансформација, којашто нема инверзна трансформација.

СИНГУЛАРНО РЕШЕНИЕ [singular solution; особое решение] С.р. на диференцијална равенка е решение, коешто не може да се добие од општото решение за ниедна вредност на произволната константа *C*. На пр., општо решение на диференцијалната равенка $y = xy' + y'^2$ (*Клероова равенка*, *в.*) е функцијата $y = Cx + C^2$ (фамилија прави), но решение е и функцијата $y = -x^2 / 4$ (парабола), коешто не може да се добие од општото решение за ниедна вредност на константата *C*.

За равенка од прв ред, $y' = f(x, y)$, во секоја точка на с.р. минува уште една интегрална крива. С.р. е *обвивка* (*в.*) на фамилијата интегрални криви коишто го сочинуваат општиот интеграл на диференцијалната равенка. Познато и како *сингуларен интеграл*.

СИНГУЛАРНОСТ [singularity; особенность, сингулярность] Назив што се употребува за некој математички објект којшто е истакнат, особен или посебен, во однос на другите објекти од сличен вид. Специјално, с. се вика точка во која функција од реална или комплексна променлива не е диференцијабилна или не е аналитична; во таков случај, с. се вика и *сингуларна точка* (*в.*) на функцијата.

СИНТЕЗА [synthesis; синтез] Општо, именката *синтеза* упатува на добивање нов, сложен состав од два или повеќе објекти. *Како мисловна операција*, с. означува составување на дадени објекти или појави, со цел тој нов состав да се испита како целина и во заемна врска со неговите составни делови. Во процесот на научното сознавање, с. е во тесна врска со *анализата* (*в.*).

Во математиката, с. е *метод* (начин) *на расудување или докажување*, при кој се поаѓа „од познато кон непознато“, „од даденото кон бараното“, т. е. се тргнува од причините и се оди кон последиците што се предизвикани од тие причини (*в.* СИНТЕТИЧЕН ДОКАЗ).

СИНТЕТИЧЕН ДОКАЗ [synthetic proof; синтетическое доказательство] Доказ (или решение) што е направен со метод, наречена *синтеза* (*в.*). Попрецизно, с.д. на математичко тврдење $A \Rightarrow C$ е доказ што се реализира според следнава логичка шема:

$$(A \wedge T) \Rightarrow B_1,\ B_1 \Rightarrow B_2, \ldots$$
$$\ldots, B_{n-1} \Rightarrow B_n,\ B_n \Rightarrow C,$$

каде што *T* е одредена фамилија вистинити искази на онаа математичка теорија во чии рамки се докажува даденото тврдење и на која ѝ припаѓа конечната низа реченици $B_1, \ldots, B_n$.

Според тоа, с.д. започнува со воведување на некоја последица B_1 од условот *A* (или од некој негов дел), при што вистинитоста на B_1 е претходно докажана. Потоа, од B_1 се добива некоја последица B_2, итн. – сè додека се добие, како последица, заклучокот *C* на докажуваното тврдење.

С.д. се вика и **синтетичен метод на докажување**.

СИНТЕТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА [synthetic geometry; синтетическая геометрия] Геометрија, којашто ги изучува својствата на фигурите без користење на алгебарски методи и методи на координати. До појавата на аналитичната геометрија на Декарт и Ферма, геометријата била чисто с.г. Кон с.г. се вбројува *елементарна-*

та геометрија што се изучува во средното образование и *конструктивната геометрија* (т. е. теоријата на геометриски конструкции). С.г. се вика и **аксиоматска геометрија** или дури и **чиста геометрија**.

СИНУС [sine; синус] **1**. Во правоаголен триаголник, с. од остар агол α (ознака: $\sin\alpha$) се дефинира како количник од должината a на катетата што е спротивна на α и должината c на хипотенузата; $\sin\alpha = a/c$.

2. Поопшто, с. од произволен агол x (ознака: $\sin x$) е ординатата на пресечната точка M на тригонометриската кружница и крајниот крак OM на аголот x чијшто почетен крак е позитивниот дел од апсцисната оска Ox (*в.* ТАНГЕНС, црт.). Притоа, x се мери во радијани и се менува во интервалот $[0,+\infty)$ кога крајниот крак OM се движи од почетната положба $A(1,0)$ во насока обратна од движењето на стрелките кај часовникот, додека при обратното движење на кракот OM, x ги прима соодветните негативни вредности.

С. е една од основните *тригонометриски функции* (*в.*). Таа е: (1) дефинирана во интервалот $(-\infty, +\infty)$; (2) ограничена, $-1 \le \sin x \le 1$ за сите реални вредности на x; (3) периодична: $\sin(x + 2\pi) = \sin x$; (4) непарна е, $\sin(-x) = -\sin x$; (5) сврзана е со функцијата косинус, $\cos x$, со релацијата: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (x е произволен); (6) изводот на с. е: $(\sin x)' = \cos x$. Функцијата с. може да се развие во степенски ред:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots,$$

Којшто е конвергентен за секој реален број x. Графикот на функцијата с. се вика *синусоида* (*в.*).

СИНУСНА ТЕОРЕМА [law of sines, sine law, sine formula, sine rule; теорема синусов] Теорема што ја дава врската меѓу страните и аглите на произволен триаголник. Имено, во секој триаголник страните a, b, c се пропорционални на синусите од аглите A, B, C што лежат спроти нив, соодветно:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \qquad (1)$$

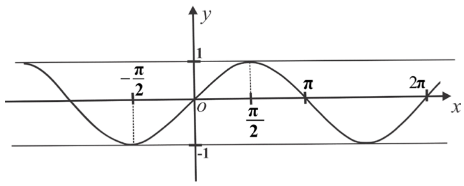
каде што R е радиусот на опишаната кружница на триаголникот. С.т. се запишува и во обликот

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} = \frac{2P}{abc}, \qquad (2)$$

каде што P е плоштината на триаголникот.

С.т. може да се искористи за пресметување на другите две страни на триаголникот кога се дадени два агла и една страна што лежи спроти некој од тие агли.

СИНУСОИДА [sine curve, sinusoid; синусоида] Графикот на функцијата $y = \sin x$, каде што x и y се Декартови координати; $\sin x = \cos(x + \frac{\pi}{2})$.



Синусоида

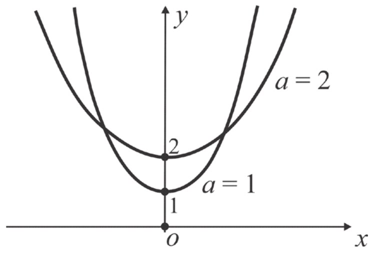
СИНЏИРЕСТА ЛИНИЈА, *в.* СИНЏИРКА.

СИНЏИРКА [catenary, alysoid, chainette; цепная линия] Рамнинска крива, определена со равенката

$$y = a \operatorname{ch}\frac{x}{a} = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a}),$$

т. е. графикот на *хиперболичен косинус* (за $a = 1$ *в.* ХИПЕРБОЛИЧНИ ФУНКции). Форма на таква крива добива синџир на кој краевите му се прицврстени во две точки, поставени на иста хоризонтала и на растојание помало од должината на синџирот. Поради тоа, с. се вика и **синџиреста** (или **верижна**) **линија**.

Во равенката на с., за $x = 0$ се добива **темето** на с., а параметарот a определува колку брзо с. „се отвора" – за поголеми вредности на a графикот се шири, а за помали – се стеснува.



Синџирка

При мало провиснување на с., за нејзино приближно претставување се користи равенката на парабола: $y = a\,(1 + x^2 / 2a^2)$.

СИСТЕМ [system; система] **1**. Множество величини што имаат некое заедничко својство, како на пр.: броен с., логаритамски с. и др. **2**. Множество принципи коишто служат како основа на некоја научна дисциплина, на пр.: с. аксиоми, с. координати, с. равенки итн. **3**. Состав или ред, направен со планско и правилно распоредување делови во одредена врска. **4**. Множество делови поврзани со заедничка функција (на пр., дигестивен систем). **5**. Начин на организација и устројство на нешто.

СИСТЕМ АКСИОМИ [axiom system; система аксиом] Фамилија аксиоми (обично конечна), коишто се користат за докажување на сите други тврдења (теореми) во определена научна област. Секоја математичка теорија, којашто се излага строго и дедуктивно, се темели на некое појдовно множество искази, наречено с.а. за таа теорија. Типични примери се: с.а. на група, с.а. на прстен, с.а. на поле, с.а. на реалните броеви, с.а. на Булова алгебра, с.а. на евклидска геометрија итн. С.а. практично ја одредува целата теорија, зашто сите теореми се негови последици.

Еден с.а. овозможува да се даде строга, чисто логичка изградба на некоја теорија, ако тој е: (1) **непротивречен** (т. е. не смеат да бидат противречни не само аксиомите од тој систем, туку и сите последици што може да се добијат од него); (2) **независен** (т. е. ни една од аксиомите да не е последица од другите); (3) **потполн** (т. е. кои било две интерпретации на тој с.а. мора да се изоморфни); *в.* и АКСИОМАТСКИ СИСТЕМ.

СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИ РАВЕНКИ [system of differential equations; система дифференциальных уравнений] Систем равенки од видот

$$\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, y_2, ..., y_n), \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, y_2, ..., y_n), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, y_2, ..., y_n), \end{aligned} \tag{1}$$

каде што $f_1, f_2, ...f_n$ се дадени функции од $x, y_1, y_2, ..., y_n$ непрекинати во некоја област D $(\subseteq \mathbb{R}^{n+1})$, $y_1, y_2, ..., y_n$ се непознати (барани) функции, а x е нивни аргумент.

За системот (1) се вели дека има *нормална форма* или, кратко, дека е **нормален** с.д.р. Бројот n (на равенките во (1) и на непознатите функции) се вика **ред на системот**. Ако $f_1, f_2, ...f_n$ се линеарни функции од $y_1, y_2, ..., y_n$, тогаш (1) се вика **линеарен** с.д.р. Еден систем од n функции

$y_1 = y_1(x), y_2 = y_2(x), ..., y_n = y_n(x)$, (2) дефинирани и непрекинато диференцијабилни во даден интервал (a,b), се вика **решение** на с.д.р. (1) во интервалот (a,b) ако функциите (2) ги претвораат равенките од (1) во идентични равенства, за сите вредности на x од интервалот (a,b).

СИСТЕМ КООРДИНАТИ [coordinate system; система координат] Севкупност услови, коишто ја определуваат положбата на една точка: на права; на рамнина; во простор.

С.к. *за права е воведен* кога: (а) на секоја точка од правата ѝ е придружен точно еден реален број, (б) на секој реален број му одговара точно една точка од правата, и (в) растојанието меѓу кои било две точки е апсолутната вредност од разликата на соодветните броеви.

С.к. *за рамнина* (одн. *за простор*) е воведен кога е воспоставена биекција меѓу множеството точки од рамнината (одн. од просторот) и множеството подредени парови (одн. подредени тројки) од реални броеви.

За разни с.к. *в.*: АФИНИ КООРДИНАТИ, ДЕКАРТОВИ КООРДИНАТИ, КООРДИНАТЕН СИСТЕМ, КРИВОЛИНИСКИ КООРДИНАТИ, СФЕРНИ КООРДИНАТИ.

СИСТЕМ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ [system of linear equations; система линейных уравнений] Систем равенки од обликот

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2, \quad (1)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m,$$

каде што a_{ij} се *коефициенти на системот*, а b_i се *слободни членови*.

Решение на системот е секоја n-ка $(x_1, ..., x_n)$ за која сите равенки на системот стануваат идентични равенства. На пр.:

$$x_1 + 2x_2 = 5, \quad 3x_1 - x_2 = 1$$

е с.л.р. со две непознати; негово решение е парот $(x_1, x_2) = (1, 2)$.

Општо, кој било с.л.р. има една од следниве три можности: а) има единствено решение, б) има безброј многу решенија, в) нема решение; *в.* ГАУСОВ МЕТОД (на елеминација).

Ако $b_1 = b_2 = ... = b_m = 0$, тогаш (1) се вика **хомоген** с.л.р. За секој хомоген с.л.р. (1), $x_1 = x_2 = ... = x_n = 0$ секогаш е решение, наречено **тривијално решение**.

Системот (1) може да се претстави во т.н. **матрична форма**, $AX = B$, ако се стави: $A = [a_{ij}]_{m\times n}$, $B = [b_i]_{m\times 1}$ и $X = [x_i]_{n\times 1}$. Притоа, A се вика **матрица на системот** (1), а матрицата P, составена од матрицата A на која ѝ е додадена вектор-колоната B, се вика **проширена матрица на системот** (1).

СИСТЕМ НА ИМЕНУВАЊЕ ГОЛЕМИ БРОЕВИ [system for naming large numbers; система наименования больших чисел] Во светот постојат два основни системи на именување големи броеви; тие се наречени **кратка скала** (или **систем** $3k+3$) со кој се определени броевите од обликот 10^{3k+3} $(k \in \mathbb{N})$ и **долга скала** (или **систем** $6k$), со кој се определени броевите од видот 10^{6k} $(k \in \mathbb{N})$.

Според обете скали, називите на големи броеви се изградени на следниов начин: на почетокот стои латинското име (за мали броеви k), а на неговиот крај му се додава наставката „*илион*". (Исклучок е називот „милион"). Така, на пр., имињата *билион* и *трилион* се скроени од латинските префикси bi- (k = 2) и tri- (k = 3), соодветно. Натаму се добиваат имињата: квадрилион, квинтилион, секстилион, септилион, октилион, нонилион, децилион (за k = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, соодветно). Количеството на нулите во бројот, запишан според *кратката скала*, се определува со формулата $3k+3$, а според *долгата скала* – со $6k$.

Посебно, во системот *долга скала*, броевите со обликот 10^{6k+3} имаат називи што завршуваат со суфиксот „*илијарда*"; така имаме: *милијарда*, *трилијарда*, *квадрилијарда*, итн., за $k = 1, 2, 3, 4, \ldots$, соодветно; *в.* СТЕПЕНИ НА 10.

Системот на именување според кратката скала се користи во САД, Канада, Русија и некои други земји, а според *долгата скала* – во: Германија, Унгарија, Полска, Чехија, Шведска, Шпанија и во многу други земји во светот (долгата скала е пораспространета од кратката).

СИСТЕМ НЕРАВЕНКИ [system of inequalities; система неравенств] Конјункција на две или повеќе неравенки со исти променливи; **решение** на с.н. е заедничката област во која сите неравенки од системот се задоволени.

СИСТЕМ РАВЕНКИ [system of equations; система уравнений] Конјункција на две или повеќе равенки. Да се реши еден с.р., којшто се состои од равенките $R_1, R_2, \ldots, R_n$, значи да се одреди вредноста на променливата (или низата вредности, ако с.р. содржи повеќе променливи) за која се точни сите равенки од системот, т. е. за која формулата $R_1 \wedge R_2 \wedge \ldots \wedge R_n$ е точна. На пр., системот кој се состои од равенките $x^2 - y = 2$ и $2x - y = 3$ е конјункцијата $x^2 - y = 2 \wedge 2x - y = 3$; неговото единствено решение е парот (1, –1), за кој двете равенства се точни. Сепак, при запишувањето на с.р., во математиката е вообичаено знакот $\wedge$ да не се пишува, но секако, тој се подразбира.

СКАЛАР [scalar; скаляр] Величина, којашто има големина, но не и насока или каква било друга оцена, како на пр. должина, плоштина, волумен, температура и др. С. е секоја од алгебарските величини што формираат поле, обично реалните или комплексните броеви, со кои се множат векторите од *векторски простор* (*в.*). Познато и како *скаларна величина*.

СКАЛАРЕН ПРОИЗВОД [scalar product, dot product, inner product, scalar multiplication of two vectors; скалярное произведение] С.п. на ненултите вектори $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ (ознака: $\boldsymbol{ab}$) е реален број, еднаков на производот од нивните должини и косинусот на аголот α меѓу нив: $\boldsymbol{ab} = |\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}| \cos\alpha$. С.п. на нултиот вектор и кој било вектор е, по дефиниција, бројот 0.

С.п. ги има следниве својства:

(а) комутативност, т. е. $\boldsymbol{ab} = \boldsymbol{ba}$;

(б) дистрибутивност спрема собирањето: $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{ab} + \boldsymbol{ac}$;

(в) с.п. на два вектора $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ е нула ако и само ако барем еден од нив е нула или тие се заемно нормални;

(г) ако $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, b_3)$, тогаш нивниот с.п. во координатна форма е: $\boldsymbol{ab} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$.

СКАЛАРНА ВЕЛИЧИНА [scalar quantity; скалярная величина], *в.* СКАЛАР.

СКАЛАРНА МАТРИЦА [scalar matrix; скалярная матрица] Дијагонална матрица, при која сите дијагонални елементи меѓусебно се еднакви.

СКАЛАРНА ФУНКЦИЈА [scalar function; скалярная функция] Пресликување од векторски простор во неговото поле на скалари.

СКАЛАРНО ПОЛЕ [scalar field;

скалярное поле] **1**. Реална функција $u = u(x, y, z)$ од три реални променливи, дефинирана во некоја област *D* од $\mathbb{R}^3$, определува едно с.п. на *D*, а и самата функција се вика с.п. Со ставање $u(x, y, z) = c$, c = константа, се добива површина, наречена **ниво-површина** на с.п. Ако постојат парцијалните изводи u_x, u_y, u_z и ако барем еден од нив не е нула во разгледуваната точка, тогаш нормалата на ниво-површината во таа точка е паралелна со векторот (u_x, u_y, u_z), којшто се вика *градиент* (*в.*) на с.п.

2. Полето што се состои од скаларите на векторски простор.

3. Функција на векторски простор во скаларите на тој простор.

СКАЛЕСТА МАТРИЦА [echelon matrix; матрица ступенчатого вида] Матрица што има облик добиен како резултат на *Гаусовиот метод* на елиминација (*в.*). С.м. ја има следнава карактеристика:

i) Сите нулти редици, ако ги има, се на дното од матрицата.

ii) Првиот (сметано одлево надесно) ненулти елемент на секоја ненулта редица, наречен **водечки елемент**, се наоѓа строго десно од водечкиот елемент на претходната редица.

За таквата матрица се вели уште дека има **редично скалеста форма**.

За една с.м. се вели дека има **редуцирана** (или **канонична**) **редично скалеста форма** ако го задоволува и условот:

iii) Водечкиот елемент во секоја ненулта редица е 1 и е единствениот ненулти елемент во својата колона.

На пр., матриците

$$A = \begin{bmatrix} 3&7&0&0&2 \\ 0&0&1&4&0 \\ 0&0&0&2&1 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{bmatrix} 1&0&3&0&4 \\ 0&1&4&0&2 \\ 0&0&0&1&5 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$$

имаат редично скалеста форма, при што, за *B* е канонична, а за *A* – не е.

Редично скалеста форма значи дека при Гаусовата елиминација се оперирало со редиците, а **колонично скалеста форма** значи дека при Гаусовата елиминација се работело со колоните. Со други зборови, една матрица има *колонично скалеста форма* ако нејзината транспонирана матрица има редично скалеста форма. Затоа се разгледува, обично, само редично скалеста форма на матрица.

СКАЛЕСТА ФОРМА НА МАТРИЦА [echelon form of a matrix; матрица ступенчатого вида], *в.* СКАЛЕСТА МАТРИЦА.

СКЛАДНИ АГЛИ [congruent angles; равные углы] Агли што може да се доведат до совпаѓање (со поместување или со завртување, т. е. со транслација или со ротација); син. *еднакви агли.*

СКЛАДНИ ТРИАГОЛНИЦИ [congruent triangles; равные треугольники] За два триаголника се вели дека се складни ако соодветните агли им се еднакви и соодветните страни им се еднакви. Поинаку кажано, два триаголника се складни ако едниот од нив може да се доведе до совпаѓање со другиот со примена на некое *движење* (*в.*). Но, постојат критериуми со кои се намалуваат барањата од дефиницијата, според кои може да се установи складноста на два триаголника; тие се викаат *признаци за складност на триаголници* (*в.*).

СКЛАДНИ ФИГУРИ [congruent figures; равные фигуры] За две геометриски фигури (во рамнина или во простор) се вели дека се с.ф. ако имаат иста форма и иста големина, т. е. ако едната од нив може да се доведе до совпаѓање со другата со некое *движење* (*в.*). Познато и како:

конгруентни фигури; *еднакви фигури*.

СКЛАДНОСТ [congruence; конгруентность, сравнимость] Својството на две геометриски фигури да може да се доведат до совпаѓање со некоја трансформација на *движење* (*в.*).

СКОК НА ФУНКЦИЈА, *в.* ТОЧКА НА ПРЕКИН СО КОНЕЧЕН СКОК.

СКРАТЕНА ДРОПКА [reduced fraction; приведённая дробь] Дропка, сведена на *нескратлива дропка* (*в.*). На пр., $3/5$ е с.д. од $6/10$, $21/35$ итн.

СКРАТЛИВА ДРОПКА [reducible fraction; сократимая дробь] Дропка a/b со $\text{НЗД}(a,b)>1$; a/b може да се запише во сведена форма. На пр., $12/18$ е с.д., зашто НЗД(12,18) = 6 и таа може да се скрати со 2, 3 или 6. Познато и како *сведлива дропка*; *несведена дропка*.

СКРАТУВАЊЕ, *в.* КРАТЕЊЕ.

СКРАТУВАЊЕ НА ДРОПКА [reducing fraction; сокращение дроби] Делење на броителот и именителот на дропка со нивни заеднички делител.

На пр.: $\frac{18}{30}=\frac{3}{5}$; $\frac{a(a-b)}{a^2-b^2}=\frac{a}{a+b}$.

Познато и како *кратење на дропка*.

СЛЕДБЕНИК [successor, consequent; последующий элемент] Ако n е природен број, тогаш следниот природен број, $n+1$, се вика *следбеник* (попрецизно: **непосреден следбеник**) на n.

СЛИКА [image; образ] Слика на еден елемент $a \in A$ при дадено пресликување $f: A \to B$ (од множеството A во множеството B) е оној елемент $b \in B$, којшто се добива кога f се примени на a, т. е. $b=f(a)$; *в.* ПРЕСЛИКУВАЊЕ.

СЛИЧНИ ДРОПКИ [similar fractions; подобные дроби] Две (или повеќе) дропки што имаат ист именител.

СЛИЧНИ ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ [similar decimals; подобные десятичные дроби] Децимални броеви што имаат ист број децимални места.

СЛИЧНИ МАТРИЦИ [similar matrices; подобные матрицы] За една квадратна матрица B се вели дека е *слична* со некоја матрица A, ако постои несингуларна матрица S таква што

$$B=S^{-1}AS.$$

Преминот од A кон $S^{-1}AS$ се вика **трансформација на сличност**, а S се вика **матрица на сличноста**. Ако B е слична со A, тогаш и A е слична на B.

СЛИЧНИ МОНОМИ [similar terms, like terms; подобные одночлены] Мономи што се составени од исти букви (т. е. непознати множители) со соодветно еднакви показатели; с.м. може да се разликуваат само во нивните коефициенти. На пр.:

$3a^2b^4$, a^2b^4 и $5a^2b^4$ се с.м.

СЛИЧНИ ТРИАГОЛНИЦИ [similar triangles; подобные треугольники] За два триаголника се вели дека се *слични*, ако постои биекција меѓу нивните темиња така што соодветните агли да им се еднакви и соодветните страни да им се пропорционални.

Признаци за с.т. Два триаголника се слични, ако:

I) два агла на едниот триаголник се соодветно еднакви со два агла од другиот триаголник;

II) две страни на едниот триаголник се соодветно пропорционални на две страни од другиот триаголник и аглите зафатени меѓу тие страни се еднакви;

III) трите страни на едниот триаголник се соодветно пропорционални со трите страни од другиот триаголник.

На пр.: 1) ако страните на еден триаголник се паралелни или нормални на страните од друг триаголник, тогаш тие два триаголника се слични; 2) права, паралелна со некоја страна на даден триаголник што ги сече другите две страни, отсекува од него триаголник сличен на дадениот.

СЛИЧНИ ФИГУРИ [similar figures; подобные фигуры] Две геометриски фигури што имаат сосема иста форма; тие може да бидат различни по големина, а може да бидат и еднакви (складни). На пр., слични се: кои било два квадрата; кои било две кружници; кои било два правилни шестаголници. Општо, за една геометриска фигура F_1 се вели дека е *слична* со некоја геометриска фигура F_2, ако постои *сличност* φ (*в.*), така што F_2 да е слика на F_1 со φ, т. е. $\varphi(F_1) = F_2$; ознака: $F_1 \sim F_2$.

Кај с.ф., соодветните линиски елементи се пропорционални, а аглите меѓу нив се еднакви (на пр., како кај *слични триаголници*, *в.*). С.ф. може да се поставaт во перспектива, така што правите коишто сврзуваат соодветни точки од двете фигури ќе минуваат низ заедничка точка, наречена **центар на сличноста**.

СЛИЧНОСТ [similarity; подобие], *в.* ТРАНСФОРМАЦИЈА НА СЛИЧНОСТ 1.

СЛОЖЕНА ДРОПКА, *в.* ДВОЈНА ДРОПКА.

СЛОЖЕНА ФУНКЦИЈА [composite function; сложная функция] Ако y е функција од u, а u е функција од x, тогаш $y = y(u(x))$ е функција од x, наречена *сложена функција* или **посредно зададена функција**, преку функцијата $u = u(x)$.

Поопшто кажано, с.ф. е функција од една или од повеќе независнопроменливи, коишто и самите се функции од една или од повеќе други независнопроменливи.

Пр.: функцијата $y = e^u$ (од u), преку $u = -x^2$, е с.ф. $y = y(u(x)) = e^{-x^2}$.

Ако $u(x)$ е диференцијабилна во точката $x = x_0$, а $y(u)$ е диференцијабилна во $u_0 = u(x_0)$, тогаш $y(u(x))$ е диференцијабилна во $x = x_0$, при што е точно равенството:

$$y'(x_0) = y'(u_0) \cdot u'(x_0) \qquad (1)$$

или, кратко запишано:

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x, \text{ т. е. } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}. \quad (2)$$

Формулата (1), т. е. (2), за извод на сложена функција, се вика **верижно правило**. Тоа правило се проширува и кога с.ф. е „посложена“. На пр., ако $y = y(u)$, $u = u(v)$, $v = v(x)$, тогаш за с.ф. $y = y(u(v(x)))$ верижното правило станува: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dv} \cdot \dfrac{dv}{dx}$.

СЛОЖЕН БРОЈ [composite number, composite quantity; составное число] Природен број што има барем еден делител, различен од 1 и од самиот број. Исто што и *разложлив број*.

СЛОЖЕН ОДНОС [cross-ratio; сложное отношение], *в.* ДВОЕН ОДНОС.

СЛОЖЕНО ТРОЈНО ПРАВИЛО [compound rule of three; сложное тройно правило] Правило, формирано од последователна примена на *просто тројно правило* (*в.*), а се користи кога се однесува на повеќе од две величини. Имено, с.т.п. се применува при решавање задачи, во кои учествуваат n ($n > 2$) величини $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n$.

Притоа, за $(n-1)$-те величини, x_1,

$x_2, ..., x_{n-1}$, познати се по две вредности a_1, a_2; b_1, b_2;...; p_1, p_2, а за x_n само една вредност q_1, додека другата вредност q_2 треба да се определи.

Пр. 1) Ако 5 камиони пренесуваат 150 тони стока за 3 дена, колку тони стока ќе пренесат 7 камиони за 4 дена? Тоа може да се прикаже шематски вака:

5 кам. $\to$ 150 тони $\to$ 3 дена

7 кам. $\to$ x тони $\to$ 4 дена

Решение. , $x = 280$ (тони).

Пр. 2) Група од 10 работници, работејќи по 8 часа на ден, завршуваат една работа за 15 дена. Колку работници се потребни за да ја извршат истата работа за 10 дена, ако работат по 4 часа на ден?

Прво се прави шемата на с.т.п. со анализа на врските меѓу величините:

9 раб. $\to$ 8 часа $\to$ 15 дена

x раб. $\to$ 4 часа $\to$ 10 дена

и се решава: $\frac{9}{x} = \frac{4}{8} \cdot \frac{10}{15}$, $x = 27$ (раб.).

СЛУЧАЕН ВЕКТОР [random vector; случайный вектор] Подредената *n*-ка $(X_1, X_2, ..., X_n)$ од случајни променливи $X_1, X_2, ..., X_n$ се вика *n*-димензионален с.в. Тој претставува мултидимензионално обопштување на поимот *случајна променлива* (*в.*).

СЛУЧАЕН ЕКСПЕРИМЕНТ [random experiment; случайный эксперимент, случайное испитание, случайный опыт] Експеримент, чијшто резултат не е можно да се претскаже, т. е. експеримент којшто не секогаш дава ист резултат, иако се повторува под исти услови; *в.* ЕКСПЕРИМЕНТ.

СЛУЧАЕН ИЗБОР [random sampling; случайный выбор] Избор (на примерок) од некоја популација, при кој секоја единка има еднаква шанса да биде извлечена.

СЛУЧАЕН ИСХОД [random outcome; случайный исход] Еден експеримент има с.и., ако резултатот од експериментот не може да се претскаже со апсолутна сигурност.

СЛУЧАЕН НАСТАН [random event; случайное событие], *в.* ЕКСПЕРИМЕНТ; НАСТАН; ПРОСТОР НА ВЕРОЈАТНОСТ.

СЛУЧАЕН ПРОЦЕС [random process, stochastic process; случайный процес, случайная функция, вероятностный процес, стохастический процесс] Нека $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ е *простор на веројатност* (*в.*), при што Ω е просторот на елементарни настани, $\mathcal{F}$ е *сигма-алгебрата* (*в.*) на настани, а P е веројатносната мера на $\mathcal{F}$ и нека S и T се множества со σ-алгебра од допуштливи подмножества.

Случаен процес (или **стохастички процес**) на $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, со простор на состојби S и индексно множество T, е фамилија $\{X_t \mid t \in T\}$ од случајни променливи X_t, така што X_t зема вредности во S за секој $t \in T$. (Притоа, T е конечно, пребројливо или непребројливо множество, а параметарот t игра, обично, улога на време или координати.)

СЛУЧАЈНА ВЕЛИЧИНА, в. СЛУЧАЈНА ПРОМЕНЛИВА.

СЛУЧАЈНА ГРЕШКА [random error; случайная ошибка, случайная погрешность] Разликата меѓу добиена вредност на случајна величина и вредноста, претскажана врз основа на некој модел. С.г. се јавуваат обично кај мерења, поради нестабилност на условите под кои се врши мерењето (притисок, температура и други физички фактори), како и поради разни случајни причини што не може да се исклучат или да се контролираат, често не може ни да се земат предвид при мерењето, а влијаат де на зголемување, де на намалување на резултатот при секое одделно мерење. Обично се претпоставува дека *распределбата* на веројатностите кај с.г. е приближно *нормална* (*в.*).

СЛУЧАЈНА ПРОМЕНЛИВА [random variable, chance variable, stochastic variable, variate; случайная величина] Еден од основните поими во теоријата на веројатност. Интуитивно, *случајна променлива* е реална променлива, којашто зависи од исходот на *случаен експеримент*, т. е. зема вредности со одредени веројатности, во зависност од случајот. Поодредено, ако на секој исход од некој *случаен експеримент E* му е доделен реален број, тогаш се вели дека е зададена *случајна променлива*. С.п. обично се означуваат со X, Y, ..., а конкретните вредности што може да ги примаат при една реализација на спомнатиот експеримент се означуваат со x, y, ..., соодветно.

Формално, поимот с.п. се воведува на следниов начин. Нека $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ е *простор на веројатност* (*в.*) и нека $X:\Omega\to\mathbb{R}$ е пресликување, т. е. реална функција која на секој елементарен настан $\omega\in\Omega$ му придружува реален број $X(\omega)\in\mathbb{R}$. За реалната функција $X:\Omega\to\mathbb{R}$ се вели дека е *случајна променлива* ако за секој $x\in\mathbb{R}$ важи: $A=\{\omega \mid X(\omega)<x\}\in\mathcal{F}$.

С.п. речиси секогаш се означуваат без запишување на аргументот ω, т.е. се пишува X, Y, ..., а не $X(\omega)$, $Y(\omega)$, ... Така, наместо: $X(\omega) < x$, $X(\omega) = x$ или $X(\omega) \in [a, b]$ се пишува: $X < x$, $X = x$ или $X \in [a, b]$ соодветно.

Дефиницијата на с.п. бара елементарните настани што се пресликуваат во интервалот $(-\infty, x)$ да формираат настан од $\mathcal{F}$. Ако множеството Ω е конечно или пребројливо, овој услов секогаш е исполнет (т. е. настанот A секогаш е во $\mathcal{F}$) кога сите подмножества од Ω се во $\mathcal{F}$. Кога множеството Ω е непребројливо, бараниот услов е мошне битен, бидејќи σ-алгебрата $\mathcal{F}$ може да не го содржи A.

Примери на с.п.

1) Ако фрламе паричка 3 пати и со X го означиме бројот на „глави“ што паднале, тогаш X е случајна променлива со можни вредности 0, 1, 2 и 3. Во овој случај, соодветните веројатности се: $p(X=0) = 1/8$, $p(X=1) = 3/8$, $p(X=2) = 3/8$, $p(X=3) = 1/8$.

2) X = „дневен број на патници кај некој таксист“ е с.п.; таа прима вредности од множеството $\{0, 1, 2, 3, 4,...\}$.

3) X = „време на чекање автобус на некој патник, на автобуска постојка“ е с.п., којашто зема вредности од некој интервал на време $[0, T]$.

За да окарактеризираме една с.п., не е доволно да узнаеме какви вредности таа може да прима. Треба да знаеме со каква веројатност може да се прифатат одделните вредности или, поопшто, за дадени броеви a и b, колку е голема веројатноста с.п. да прима вредност од интервалот $[a, b)$. Кога таа веројатност во принцип е позната за секој интервал $[a, b)$, велиме дека е позната *распределбата* или *законот за распределбата* на веројатностите на с.п. Ако X е с.п., тогаш

$$F(x) = P(X < x)$$

се вика **функција на распределба** на веројатностите на с.в. X (*в.*). Следствено, вредноста на функцијата на распределба во дадена точка x_0 е еднаква на веројатноста с.в. X да прима вредност помала од x_0.

Една с.п. се разгледува како дадена, кога е дадена нејзината функција на распределба, бидејќи со функцијата на распределба, с.п. наполно се карактеризира од веројатносна гледна точка. Со помош на функцијата на распределба можеме веднаш да ја добиеме веројатноста за вредноста на с.п. X да падне во даден полуотворен интервал $[a,b)$:

$$P(a \le X < b) = F(b) - F(a).$$

Од особено значење за практиката се два типа с.в.: **дискретна** с.п. (*в.*) – ако X прима вредности од некоја конечна или бесконечна низа броеви (како во пр. 1) и 2)) и **непрекината** с.п. (*в.*) – ако X прима вредности во интервали од реални броеви (како во пр. 3)).

Познато и како *случајна величина*; *стохастичка променлива*.

СЛУЧАЈНА ЦИФРА [random digit; случайная цифра] Цифра, земена од *таблица на случајни цифри*, по некое посебно веројатносно правило.

Таблица на случајни цифри е листа, составена од цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Таквата таблица има две основни својства: (1) секоја цифра од 0 до 9 има еднакви шанси да се појави во секое настапување во таблицата; (2) секое настапување е независно едно од друго. На пр., следнава низа од цифри може да биде примерок за дел од таблица на случајни цифри:

9 2 9 0 4 5 5 2 7 3 1 8 6 7 0 3 5 3 2 1.

Во некои случаи, за позгодно читање, овие цифри може да се распоредат во редици или блокови. Нема никаков образец за распоредот на цифрите во дадената редица.

СЛУЧАЈНИ БРОЕВИ [random numbers; случайные числа] Броеви што се генерираат со помош на случаен процес, којшто го генерира кој било број, така што секоја од десетте цифри (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) има различна можност за појавување во неговиот состав. Накусо, с.б. е листа од броеви, која е нерепрезентативна и не задоволува никаков алгоритам.

СЛУЧАЈНО ТАЛКАЊЕ [random walk; случайное блуждание] С.т. (или кратко: **талкање**) е специјален вид случаен процес, којшто се состои од последователни дискретни чекори (движења) долж линиски сегменти, при што насоката и должината на секој чекор се случајно определени и секој чекор има адена веројатност.

СМЕНА [substitution; подстановка] Постапка на заменување еден математички израз со друг, еквивалентен со него; се вика и **постапка на замена**. Се состои во тоа што, ако $a = b$, изразот a можеме да го замениме со b, ако сакаме, секаде каде што се појавува. На пр., за да го решиме системот равенки $\{2x + y = 5,\ x - 2y = 0\}$, можеме од втората равенка да ставиме $x = 2y$ и да го замениме x во првата, $2 \cdot 2y + y = 5$; од $5y = 5$ имаме $y = 1$, па $x = 2$. Значи, решение на системот равенки е парот (2, 1).

Терминот *смена*, често оди во состав со други зборови, како: смена на променливите, *метод на замена* (*в.*). Познато и како *супституција*.

СМЕТАЊЕ [calculation, calculus; исчисление] Зборот *сметање* се користи во повеќе составни термини, како: *диференцијално* с. (*в.*), *интегрално* с. (*в.*), *исказно* с. (*в.*), *варијационо сметање* (*в.*), с. со остатоци, с. со конечни разлики и др.

СМЕТАЧКИ ЛИНИЈАР, *в.* ЛОГАРИТМАР.

СНОП ПРАВИ, *в.* ПРАМЕН ПРАВИ.

СНОП РАМНИНИ, *в.* ПРАМЕН РАМНИНИ.

СОБИРАЊЕ [addition; сложение] Операција со која на секој пар елементи од дадено множество му се придружува точно определен елемент од тоа множество. Се означува со +, знак обично резервиран за операцијата во Абелова група, или за груповата операција во прстен или во векторски простор.

Во аритметиката – една од аритметичките операции. Резултатот од с. на броевите a и b е бројот $a + b$, наречен **збир** на **собироците** a и b.

За с. важат *комутативниот* и *асоцијативниот закон*: $a + b = b + a$ и $(a + b) + c = a + (b + c)$, соодветно.

Покрај собирањето на броеви, во математиката се разгледува с. и на други видови објекти: *полиноми*, *вектори*, *матрици* (*в.*) и др. Познато и како *адиција*.

СОБИРОК [addend; слагаемое] Кој било од броевите /објектите што треба да се собираат; *в.* СОБИРАЊЕ.

СОВРЕМЕНА АЛГЕБРА [modern algebra; общая алгебра, современная алгебра, абстрактная алгебра] Гранка од математиката, во која алгебарските структури како што се: групи, прстени, полиња, векторски простори, модули, мрежи, итн. се аксиоматизираат и се изучуваат нивните својства. Познато и како *апстрактна алгебра*.

СОВРШЕН БРОЈ [perfect number; совершенное число] Природен број n за кој неговите природни делители, со исклучок на самиот број n, имаат збир еднаков на n. На пр., броевите 6, 28, 496 и др. се с.б. Прашањето за тоа дали множеството с.б. е конечно или е бесконечно, досега, не е решено.

СОВРШЕНО МНОЖЕСТВО [perfect set; совершенное множество] Подмножество S од тополошки простор X, коешто е затворено и нема изолирани точки. Со други зборови, S е с.м. ако S се совпаѓа со изводното множество S', т. е. $S = S'$.

Примери за с.м. се: $\mathbb{R}^n$ и $\mathbb{C}^n$ (при стандардната топологија индуцирана со евклидското растојание) и Канторовото множество (коешто е с.м. во $\mathbb{R}$). Секое непразно с.м. во евклидски простор има моќност континуум. Мерата на с.м. може да биде и нула (*в. Канторово множество*).

СОГЛАСНИ АГЛИ [corresponding angles; соответственные углы], *в.* ТРАНСВЕРЗАЛА 1.

СОДРЖАТЕЛ [multiple; кратное] С. (или **кратник, многукратник, мултиплум**) на природен број n е природен број s, којштo е делив со бројот n, т. е. $s = k \cdot n$, за некој природен број k. На пр., 28 е с. на 7, зашто $28 = 4 \cdot 7$.

Поопшто, с. на дадена величина a е производот s на таа величина со некој цел број k, $s = k \cdot a$.

СОДРЖИНА НА ПОИМ [content of notion; содержание понятия] Севкупност од карактеристични својства на множество објекти или релации што ги имаат сите елементи на тоа множество и никои други. Од гледна точка на логиката, секој поим има *содржина* и *обем*; *в.* ПОИМ.

СОЛЕНОИДАЛНО ПОЛЕ [solenoidal field; соленоидальное поле] Векторско поле $\boldsymbol{a}(x,y,z)$ со домен G коешто го има својството: дивергенцијата на полето е еднаква со нула во секој точка од G, $\operatorname{div} \boldsymbol{a} = 0$.

СОМЕРЛИВИ ВЕЛИЧИНИ [commensurable quantities; соизмеримые величины] Величини што имаат *заедничка мера* (*в.*). Два ненулти броја a и b такви што $a = rb$, за некој рационален број r, се **сомерливи броеви**; на пример, броевите $5\sqrt{2}$ и $3\sqrt{2}$ се сомерливи, зашто $5\sqrt{2} = \frac{5}{3}(3\sqrt{2})$.

Две **отсечки се сомерливи**, ако постои трета отсечка што се содржи цел број пати во секоја од нив.

Величини што немаат заедничка мера се викаат **несомерливи величини**. На пр., дијагоналата на квадрат е несомерлива со неговата страна. Односот на несомерливи величини е ирационален број. Сите рационални броеви се с.в. Ниеден ирационален број не е сомерлив со кој било рационален број.

СОМЕРЛИВОСТ [commensurability; соизмеримость] Својството на две величини да имаат *заедничка мера* (*в.*).

СООДВЕТНИ ЕЛЕМЕНТИ [corresponding elements, homologous elements; соответственные элементы, гомологные элементы] Елементи (*членови*, *точки*, *прави*, *отсечки*, *агли*) што имаат слични улоги во различни фигури или функции. Броителите (или именителите) на две еднакви дропки се **соодветни членови**. Секој пар страни на два многуаголника, од кои едната одговара на другата при некоја геометриска трансформација се **соодветни страни**. Терминот с.е. најчесто се употребува при разгледување на два складни (или слични) триаголници, при што имаме: соодветни темиња, соодветни страни, соодветни агли.

Познато и како *хомологни елементи*.

СООДВЕТСТВО [correspondence; соответствие], *в.* КОРЕСПОНДЕНЦИЈА.

СОПСТВЕНА ВРЕДНОСТ [eigenvalue, characteristic number, characteristic root, characteristic value, latent root, proper value; собственное значение, характеристическое значение, характеристическое число] **1**. С.в. *на матрица* е секое решение на нејзината *карактеристична равенка* (*в.*). Ако матрицата е од n-ти ред, таа има n с.в. (некои од нив може да се еднакви меѓу себе, некои може да се комплексни броеви).

2. С.в. на *линеарен оператор* T на еден векторски простор е кој било од скаларите λ, такви што $T(\boldsymbol{v}) = \lambda\boldsymbol{v}$, каде што $\boldsymbol{v}$ е сопствен вектор на T.

Множеството од сите с.в. на дадена матрица (или линеарен оператор) се вика **спектар** на матрицата (или на линеарниот оператор).

Познато и како: *карактеристична вредност*; *карактеристичен корен*; *карактеристичен број*.

СОПСТВЕН ВЕКТОР [eigenvector, characteristic vector; собственный вектор, характеристический вектор] Ако λ е *сопствена вредност* (*в.*) на дадена матрица A од n-ти ред, тогаш секој ненулти вектор $\boldsymbol{x}$ од линеарниот простор $\mathbb{R}^n$ што ја задоволува равенката $A\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x}$ се вика *сопствен вектор* на матрицата A, придружен на сопствената вредност λ. Множеството од сите сопствени вектори што одговараат на сопствената вредност λ, заедно со нултиот вектор, е векторски потпростор, наречен **сопствен потпростор** на матрицата A (или на соодветната линеарна трансформација) што одговара на сопствената вредност λ. Друг назив за с.в. е *карактеристичен вектор*.

СОСЕДНИ АГЛИ [adjacent angles; прилежащие углы] Два агла што имаат заедничко теме и еден заеднички крак, а лежат на различни страни од заедничкиот крак (т.е немаат заеднички внатрешни точки).

СОСТАВ НА ПРЕСЛИКУВАЊА [composition of mappings; произведение отображений, композиция отображений] Ако $f: A \to B$ и $g: B \to C$ се две пресликувања, тогаш нивното последователното исполнување дава пресликување $g \circ f: A \to C$, определено со:

$$(\forall a \in A)\ \ (g \circ f)(a) = g(f(a));$$

пресликувањето $g \circ f$ се вика **состав** на пресликувањата f и g.

За кои било три пресликувања $f : A \to B$, $g : B \to C$ и $h : C \to D$, важи:

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

(*асоцијативност на* с.н.п.).

Познато и како: *композиција на пресликувања*; *производ* (*на пресликувања*).

СОСТАВ НА РЕЛАЦИИ [composition of relations; произведение отношений] *Состав* (или *производ*) на две релации $\alpha \subseteq A \times B$ и $\beta \subseteq C \times D$ (ознака: $\alpha \circ \beta$) е бинарна релација од множеството A во множеството D, дефинирана на следниов начин:

$$x\, \alpha \circ \beta\, y \Leftrightarrow\ (\exists t \in B \cap C)(x\, \alpha\, t \wedge t\, \beta\, y).$$

Ако $B \cap C = \varnothing$, тогаш $\alpha \circ \beta = \varnothing$.

За с.н.р. важи асоцијативниот закон: ако $\alpha \subseteq A \times B$, $\beta \subseteq C \times D$ и $\gamma \subseteq E \times F$ се три бинарни релации, тогаш $(\alpha \circ \beta) \circ \gamma = \alpha \circ (\beta \circ \gamma)$.

Познато и како: *композиција на релации*; *производ на релации*.

СОСТАВ НА ФУНКЦИИ [composition of functions; композиция функций] Состав на две функции, f и g, означен со $g \circ f$, при што доменот на g го содржи опсегот на f, е функција којашто на секој елемент x од доменот на f му го придружува елементот $g(y)$, каде што $y = f(x)$, т. е.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

Функцијата $g \circ f$, т. е. $g(f(x))$, се вика и **сложена функција** (*в.*) од функциите f и g, а самата операција $\circ$ се вика **составување на функции**. Познато и како: *композиција на функции*; *суперпозиција на функции*.

СОФИЗАМ [sophism; софизм] Намерно направен невистинит заклучок или даден невистинит доказ на некое тврдење, со неправилно расудување. Притоа, грешката во доказот често е доста вешто замаскирана во некој негов дел.

Неправилни расудувања понекогаш се применуваат и во наставата со цел да се провери правилноста и нивото на усвоените знаења. Таквите расудувања се наречени **наставни софизми**.

Пример. Да „докажеме“ дека „позитивен број е еднаков на негативен број“. За таа цел, да ги разгледаме равенствата: $9 + 4 = 4 + 9$, $9 + 4 - 12 = 4 + 9 - 12$ и $(3 - 2)^2 = (2 - 3)^2$ – сите тие се очигледно точни. Ако извлечеме квадратен корен од двете страни на последното равенство, ќе го добиеме равенството $3 - 2 = 2 - 3$, т. е. $1 = -1$ (!?). (Грешката е направена кај „извлекувањето квадратен корен“: имено, $\sqrt{a^2} = |a|$, а не a.)

СПЕКТАР [spectrum; спектр], *в.* СОПСТВЕНА ВРЕДНОСТ.

СПЕЦИЈАЛНА ЛИНЕАРНА ГРУПА [special linear group; специальная линейная группа], *в.* ОПШТА ЛИНЕАРНА ГРУПА.

СПЕЦИЈАЛНИ ФУНКЦИИ [special functions; специальные функции] Разни фамилии од класи функции, произлезени од решавањето како на теориски, така и на практични задачи. С.ф. може да бидат определени со помош на степенски редови, со решавање диференцијални, интегрални, диференцни и функционални равенки, тригонометриски редови и редови на ортогонални функции.

Има голем број важни класи с.ф., меѓу кои: гама-функција и бета-функција, хипергеометриска функција, Риманова зета-функција, разни класи ортогонални полиноми и др.

СПИРАЛА [spiral; спираль] **1**. Рамнинска крива, опишана од точка којашто многукратно обиколува фиксирана точка O и постојано се оддалечува или се приближува кон неа. Најпознати с. се *Архимедова* с., *логаритамска* с., клотоида, параболична с., *хиперболична* с. и др. Својствата на многу с. наоѓаат примена при решавање практични задачи. На пр., својството на логаритамската с. да ги сече под ист агол сите радиус-вектори се користи при проектирањето на ротациони ножеви, фрези итн., за добивање константен агол на режење.

2. С. понекогаш се викаат и просторни криви коишто многукратно обиколуваат некоја оска; на пр., *винтовата линија* (*в.*) е спирала.

СПОРЕДНА ДИЈАГОНАЛА [secondary diagonal; побочная диагональ] Елементите од квадратна матрица $[a_{ij}]$ (или од детерминанта) од n-ти ред што лежат на отсечката која поаѓа од горниот десен агол и оди до долниот лев агол на матрицата, т. е. елементите $a_{1n}, a_{2,n-1}, ..., a_{n1}$.

СПОРЕДУВАЊЕ АГЛИ [comparing angles; сравнение углов] Аглите може да се споредуваат на два начина.

Прв начин. За да се установи дали два агла, $\alpha = \angle AOB$ и $\beta = \angle A'O'B'$, се еднакви, односно кој од нив е поголем, неопходно е аглите да се постават во една рамнина така што да им се совпаднат темињата $O \equiv O'$ и по еден крак, на пр. $OA \equiv OA'$, а другите два крака, OB и OB' да се постават така што внатрешните области на двата агла да се преклопуваат. Ако кракот OB се совпадне со кракот OB', тогаш аглите α и β **се еднакви**, а ако OB лежи во внатрешноста на аголот β, тогаш α **е помал** од β, т. е. β **е поголем** од α.

Вториот начин за с.н.а. се базира на фактот дека на секој агол може да му се припише одреден број – *аголен степен* или *радијан*. На еднакви агли им одговара ист број, на поголем агол – поголем број, на помал агол – помал број.

СПРЕГНАТИ ДИЈАМЕТРИ, *в.* КОНЈУГИРАНИ ДИЈАМЕТРИ.

СПРЕГНАТИ ЛАЦИ, *в.* КОНЈУГИРАНИ ЛАЦИ.

СПРОТИВЕН АГОЛ НА СТРАНА, в. АГОЛ СПРОТИ СТРАНА.

СПРОТИВЕН БРОЈ [opposite number; противоположное число] С.б. на број a е број b, таков што $a+b=0$, каде што 0 е неутрлниот елемент за собирање. С.б. за a се запишува како $-a$. За броевите a и $-a$ се вели дека се *спротивни* еден на друг. Може да се каже и дека: *два броја се спротивни*, ако имаат иста апсолутна вредност, но имаат спротивни знаци. На пр., -3 е с.б. на 3, зашто $3+(-3)=0$.

СПРОТИВЕН НАСТАН [complement of an event; дополнение события] Настан A во просторот на веројатност Ω од еден експеримент, чијшто комплемент (означен со A') се состои од сите исходи во Ω што не се во A (т. е. $A' = \Omega \setminus A$). Значи, с.н. A' ќе настапи тогаш и само тогаш кога настанот A нема да настапи. С.н. може да се окарактеризира и со:

$$AA' = \varnothing \wedge A + A' = \Omega .$$

СПРОТИВНА РЕЛАЦИЈА, *в.* ИНВЕРЗНА РЕЛАЦИЈА.

СПРОТИВНИ АГЛИ [opposite angles; противолежащие углы] Два агла *во многуаголник* (со парен број страни), којшто има еднаков број агли меѓу нив, без оглед на насоката во која тие се бројат. На пр., четириаголник има два пара с.а., а шестаголник има три пара с.а.

СПРОТИВНИ АГЛИ при трансверзала на две прави [interior (or exterior) angles on the same side of the transversal; внутренние (или внешние) односторонние углы], *в.* ТРАНСВЕРЗАЛА 1.

СПРОТИВНИ ПОЛУПРАВИ [opposite rays; противоположные лучи] Две полуправи што лежат на иста права или на две паралелни прави, а се спротивно насочени.

СПРОТИВНИ СТРАНИ [opposite sides; противоположные сторони] Две страни на многуаголник (со парен број страни), којшто има ист број страни меѓу нив, без оглед на насоката по која се бројат. На пр., четириаголник има два пара с.с., а шестаголник има три пара с.с.

СПРОТИВНИ ТЕМИЊА [opposite vertices; противоположные вершины] Две темиња на многуаголник со парен број страни, којшто има еднаков број страни меѓу нив, без оглед на насоката по која се бројат страните. На пр., четириаголник има два пара с.т., а десетаголник има пет пара с.т.

СПРОТИВНО ТВРДЕЊЕ [opposite proposition; противоположное предложение] Тврдење што се добива од дадено, појдовно тврдење, кога претпоставката и заклучокот се заменат со нивните негации; со симболи:

за $A \Rightarrow B$, с.т. е $\neg A \Rightarrow \neg B$.

СРАЗМЕРНОСТ, *в.* ПРОПОРЦИОНАЛНОСТ.

СРЕДИНА [mean; среднее] С. *на n броеви* $a_1, a_2, ..., a_n$ е број *S*, избран на посебен начин, што искажува одделна бројна карактеристика на даденото множество броеви и го задоволува условот:

$$\min\{a_1, ..., a_n\} \le S \le \max\{a_1, ..., a_n\}.$$

Примери на с. се: *аритметичка средина* (*в.*), *геометриска средина* (*в.*), *хармониска средина* (*в.*), квадратна средина и др.; *в.* СРЕДИНИ.

СРЕДИНА, МЕДИЈАНА И МОДА [mean, median, and mode; среднее, медиана и мода] Во статистиката има многу „просеци“, но најважните се овие три вида „просеци“: *аритметичка средина* (*в.*), *медијана* (*в.*) и *мода* (*в.*). На пр., за низата податоци: 8, 5, 3, 2, 3, 4, 5, 12, 3, наредени по големина: 2, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 8, 12, аритметичка средина е 5, медијана е 4, мода е 3, а *рангот* (*в.*) е 10.

СРЕДИНА НА ОТСЕЧКА [midpoint of a line segment; середина отрезка] Точката што ја дели отсечката на два еднакви дела. С.н.о. може да се најде како пресек на отсечката со нејзината симетрала; *в.* СИМЕТРАЛА НА ОТСЕЧКА. Аналитички, координатите на с.н.о. се аритметички средини од соодветните координати на крајните точки на отсечката: ако $P_1(x_1, y_1)$ и $P_2(x_2, y_2)$ се крајните точки, тогаш координатите на с.о. се: $x = (x_1 + y_1)/2$, $y = (x_2 + y_2)/2$. Син. *средна точка на отсечка*.

СРЕДИНИ [means; средние величини, средние] „Средни вредности“ на некоја низа броеви $a_1, a_2, ..., a_n$. Се формираат така што на оваа низа броеви се применуваат разни симетрични функции. Најчести се:

– *аритметичка* с. (*в.*)

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n},$$

– *геометриска* с. (*в.*)

$$G_n = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n},$$

– *хармониска* с. (*в.*)

$$H_n = n / \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n} \right).$$

– *квадратна* с.

$$K_n = \sqrt{\frac{a_1{}^2 + a_2{}^2 + ... + a_n{}^2}{n}}$$

Ако броевите $a_1, a_2, ..., a_n$ се реални и позитивни, тогаш меѓу овие с. важат неравенствата $K_n \geq A_n \geq G_n \geq H_n$; равенство настапува акко сите броеви $a_1, a_2, ..., a_n$ се еднакви меѓу себе.

СРЕДНА ВРЕДНОСТ [mean value, expectaion value; среднее значение] **1**. С.в. на величини од ист вид е аритметичката средина на нивните вредности, т. е. збирот на сите вредности поделен со бројот на собироците:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}.$$

Познато и како *просечна вредност*.

2. *За функција* $f(x)$, дефинирана на интервалот (a, b), с.в. е

$$\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\, dx.$$

3. С.в. *на случајна величина* – *в.* МАТЕМАТИЧКО ОЧЕКУВАЊЕ.

СРЕДНА ЛИНИЈА НА ТРАПЕЗ [median of a trapezoid, midline of a trapezoid; средняя линия трапеции] Отсечка, чиишто краеви се средините на непаралелните страин на трапезот; таа е паралелна на основите и е аритметичка средина од нивните должини. Познато и како *медијана на трапез*.

СРЕДНА ЛИНИЈА НА ТРИАГОЛНИК [median of a triangle; средняя линия треугольника] Отсечка, чиишто краеви се средините на две страни на триаголникот; таа е паралелна со третата страна и е еднаква на половината од неа.

СРЕДНА ПРОПОРЦИОНАЛА [mean proportional; среднее пропорциональное] За два броја a и b, с.п. е бројот x, таков што $a : x = x : b$, т. е. $x = \sqrt{ab}$ – *геометриската средина* на a и b.

СРЕДНА ТОЧКА НА ОТСЕЧКА, *в.* СРЕДИНА НА ОТСЕЧКА.

СРЕДНИ ЗАГРАДИ [(square) brackets; квадратные скобки], *в.* ЗАГРАДИ.

СРЕДНО КВАДРАТНО ОТСТАПУВАЊЕ [mean-square deviation; квадратичное отклонение, стандартное отклонение] С.к.о. на величините x_1, $x_2, ..., x_n$ од бројот a е квадратниот корен од изразот

$$\frac{1}{n} \cdot [(x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + ... + (x_n - a)^2].$$

С.к.о. има најмала вредност кога $a = \bar{x}$, каде што $\bar{x}$ е аритметичката средина на $x_1, x_2, ..., x_n$. Во тој случај с.к.о. може да служи како мера на расејување на системот величини x_1, $x_2, ..., x_n$. Во теоријта на веројатност, с.к.о. σ_X на случајната величина X (од нејзиното математичко очекување) се вика квадратниот корен од *дисперзијата* (*в.*), $\sigma_X = \sqrt{DX}$. Познато и како *стандардно отстапување*; *в.* и СТАНДАРДНА ДЕВИЈАЦИЈА.

СТАНДАРДНА ДЕВИЈАЦИЈА [standard deviation; стандартное отклонение] Квадратниот корен $+\sqrt{DX}$, каде што DX е *дисперзијата* (*в.*) на случајната величина X. С.д. служи (како и дисперзијата) за мерење на „расејувањето“ на случајната величина околу средната вредност. Познато и како: *средно квадратно отстапување*; *стандардно отстапување*.

СТАНДАРДНА НОРМАЛНА РАСПРЕДЕЛБА [standard normal distribution; стандартное нормальное распределение], *в*. НОРМАЛНА РАСПРЕДЕЛБА.

СТАНДАРДНА ФОРМА, *в*. КАНОНИЧНА ФОРМА.

СТАНДАРДНО ОТСТАПУВАЊЕ, *в*. СРЕДНО КВАДРАТНО ОТСТАПУВАЊЕ.

СТАТИСТИКА [statistic; статистика] Термин што се употребува во математичката статистика за називи на функции од набљудувања. С. е процена или дел од податоци што се однесуваат на некој параметар, добиен со избор на некоја колекција од дадена популација.

СТАТИСТИЧКА АНАЛИЗА [statistical analysis; статистический анализ] Вкупноста од методи и техники, користени за изведување статистички заклучоци.

СТАТИСТИЧКА ВЕРОЈАТНОСТ [empirical probability; эмпирическая вероятность] Веројатноста на појавувањето на некој настан, пресметана врз основа на извршени експерименти или претходно собрани статистички податоци (в. НАСТАН).

Имено, с.в. е количникот од бројот на појавувањата на настанот и вкупниот број направени проби. Значи, ако настанот се случил m пати и не се случил k пати, тогаш *веројатноста* за неговото случување во наредната проба изнесува m/n (при што $n = m+k$). Во врска со веројатноста за појавувањето на тој настан, притоа, нема никаква друга информација освен претходните проби.

Познато и како: *емпириска веројатност; апостериорна веројатност*; *веројатност апостериори*.

СТАТИСТИЧКА ХИПОТЕЗА [statistical hypothesis; статистическая гипотеза] Одредена претпоставка за начинот на распределба на веројатностите на некоја случајна променлива, којашто се испитува преку примерок.

СТЕПЕН [degree, power; градус, степень] **1**. Во *планиметрија*, основна единица за мерење агли. Големината на агол еднаков на еден 180-ти дел од рамниот агол се вика **аголен степен** или кусо **степен** (ознака: 1°). С. се дели на 60 **аголни минути** или кусо – **минути** (1° = 60′), а минутата – на 60 **аголни секунди** или скратено – **секунди** (1′ = 60″).

2. Во *алгебрата*, с. е кратко запишан производ на еднакви множители. Ако a е елемент од мултипликативна алгебарска структура, с. се вика производот $a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (во кој a се јавува n пати, $n \geq 2$); кратко се запишува: a^n и се вика **степен** со **основа** a и со **показател** (или **експонентот**) n.

Најпрост пример е кога a е реален број. Во тој случај може да се разгледува с. *на број со* **цел негативен показател**, a^{-n}, којшто по дефиниција е еднаков на $1 : a^n$, т. е. $a^{-n} = 1/a^n$ (сметајќи дека n е природен број и дека $a \neq 0$). С. на број со показател 1 се дефинира со $a^1 = a$, а с. на број a ($a \neq 0$) со показател 0 – со $a^0 = 1$.

Основните закони за степени од реални броеви се следниве:

(1) $a^m a^n = a^{m+n}$; (2) $(a^m)^n = a^{mn}$;

(3) $a^m / a^n = a^{m-n}$ $(a \neq 0)$;

(4) $(ab)^n = a^n b^n$; (5) $(a:b)^n = a^n : b^n$, $b \neq 0$ ($m, n \geq 0$ се цели броеви).

С. *со* **рационален показател** m/n, каде што m е цел број, а n е природен број, се дефинира со $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Поимот с. се обопштува и за случаите кога показателот n е реален или произволен комплексен број. Терминот с. се употребува и во апстрактната алгебра (во теоријата на групи, прстени итн.) и општо, за произволна мултипликативна операција.

3. С. **на моном** со една променлива е степенот на променливата, а с. на моном со неколку променливи е збирот од степените на неговите променливи.

4. С. **на полином** е степенот на членот со највисок показател.

5. С. **на полиномна равенка** е степенот на полиномот во равенката.

6. С. **на алгебарска крива**, дефиниран со полиномна равенка $f(x, y) = 0$ е степенот на полиномот $f(x, y)$.

7. С. **на проширување на поле** F е димензијата на *проширувањето* K (*в.*), како векторски простор над F.

СТЕПЕНА ФУНКЦИЈА [power function; степенная функция] Функција од обликот $y = cx^r$, каде што c и r се константни реални броеви, а x е променлива. Показателот r може да биде било рационален, било ирационален број, на пр.: $r = 2;\ 3;\ -1;\ 1/3;\ \sqrt{2}$.

СТЕПЕНЕН РЕД [power series; степенной ряд] **1**. Специјален функционален ред $\sum_{k=0}^{\infty} f_k(x)$, чиишто членови се од видот $f_n(x) = a_n x^n$, каде што $a_0, a_1, a_2, \ldots$ се константи, а x е променлива. Тоа значи дека с.р. има вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = $$
$$= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n + \ldots, \quad (1)$$

а парцијалните суми се полиноми

$$S_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n .$$

С.р. се најпростиот и најважен вид функционални редови.

2. Има с.р. коишто се конвергентни за секој x, како на пр., с.р.

$$1)\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots,$$

а има с.р. коишто се дивергентни за секој $x \neq 0$, како на пр., с.р.

$$2)\ \sum_{n=1}^{\infty} n^n x^n = x + 2^2 x^2 + 3^2 x^3 + \ldots .$$

Но, има с.р. коишто се конвергентни за некои $x \neq 0$, а за некои $x \neq 0$ се дивергентни, како на пр., с.р.

$$3)\ \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots ;$$

тој е конвергентен за сите $x \neq 0$, за кои $|x| < 1$, а е дивергентен за сите x за кои $|x| > 1$.

Ако с.р. (1) е конвергентен за $x_1 \neq 0$, тој е конвергентен за секој x за кој $|x| < |x_1|$, а ако е дивергентен за x_2, тогаш тој е дивергентен за секој x за кој $|x| > |x_2|$.

3. Кога с.р. (1) не е ниту конвергентен за сите $x \neq 0$, ниту дивергентен за сите $x \neq 0$, постои точно еден позитивен број R, таков што с.р. е конвергентен за секој x со $|x| < R$ и дивергентен за секој x со $|x| > R$. (За $x = R$ или за $x = -R$ не можат да се искажат никакви општи тврдења, зашто е можно и едното и другото.) Бројот R со тоа својство се вика **радиус на конвергенција**, а интервалот $(-R, R)$ – **интервал на конвергенција** на с.р. За с.р. што е конвергентен за секој x се става, по дефиниција, $R = \infty$, додека за с.р. што не е конвергентен за ниеден $x \neq 0$ се става $R = 0$. Така, на пр., радиусот на конвергенција на с.р. 1) е $R = \infty$ и интервалот на конвергенција е $(-\infty, +\infty)$, а на с.р. 3) радиусот е $R = 1$ и интервалот е $(-1, 1)$.

4. И редовите со облик

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n =$$
$$= a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \ldots, \quad (2)$$

каде што x_0 е даден број, се викаат **степени редови со центар** x_0.

Кога редот (2) не е ниту конвергентен за сите $x \neq x_0$, ниту дивергентен за сите $x \neq x_0$, постои точно еден позитивен број R, таков што редот (2) е конвергентен за секој x со $|x - x_0| < R$ и дивергентен за секој x со својството $|x - x_0| > R$. Во тој случај бројот R се вика **радиус на конвергенција**, а интервалот $(x - x_0, x + x_0)$ – **интервал на конвергенција** на с.р. (2).

Во својот интервал на конвергенција, с.р. претставува аналитична функција. Голем број важни елементарни функции може да се развијат во с.р. (*в.* ТЕЈЛОРОВ РЕД).

СТЕПЕНИ НА 10 [degrees of 10; степени числа 10] Степените на 10, 10^n, $n \in \mathbb{N}$. Кога n е делив со 6, броевите 10^{6k} $(k \in \mathbb{N})$, имаат посебни имиња: 10^6 – *милион*, 10^{12} – *билион*, 10^{18} – *трилион*, 10^{24} – *квадрилион*, 10^{30} – *квинтилион*, 10^{36} – *секстилион*, 10^{42} – *септилион*, итн. Во случаите кога $n = 6k + 3$, често се користат називите: *милијарда* за 10^9, *билијарда* за 10^{15}, *трилијарда* за 10^{21} итн.

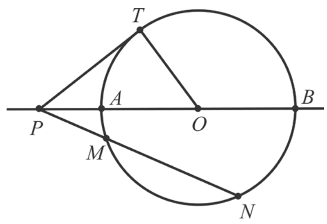
Во САД, Русија (и некои други земји) не се вообичаени имињата што завршуваат на „илијарда“, а со називите, образувани со „илион“, се означуваат броевите од видот 10^{3k+3}; на пр.: $10^9 = 10^{3\cdot 2+3}$ – билион, 10^{12} = $10^{12} = 10^{3\cdot 3+3}$ – трилион, $10^{15} = 10^{3\cdot 4+3}$ – квадрилион, итн.; *в.* СИСТЕМ НА ИМЕНУВАЊЕ ГОЛЕМИ БРОЕВИ.

СТЕПЕН НА ТОЧКА [power of a point; степень точки] С.н.т. P во однос на дадена кружница е број s_P, еднаков со производот од должините на отсечките PM, PN на која било пресечка што минува низ точката P (*в.* црт.), каде што M и N се пресечните точки на пресечката со дадената кружница; значи, $s_P = \overline{PM} \cdot \overline{PN}$. По дефиниција, бројот s_P се зема: со знак + ако P е надворешна точка за кружницата, со знак – (минус) ако P е нејзина внатрешна точка, а $s_P = 0$ ако P лежи на кружницата.

Степенот на надворешна точка P на кружницата е еднаков на квадратот од должината на тангентата, повлечена од точката P кон кружницата, т. е. $s_P = \overline{PT}^2$. За која било положба на точката P, важи формулата

$$s_P = \overline{OP}^2 - r^2,$$

каде што O е центарот, а r е радиусот на кружницата.



Степен на точка

Поимот с.н.к. има важна улога во елементарната геометрија.

СТЕПЕНОВ ПОКАЗАТЕЛ [exponent; показатель степени], *в.* ПОКАЗАТЕЛ.

СТЕПЕНУВАЊЕ [involution; возведение в степень] Операција за наоѓање производ од n еднакви множители: $a \cdot a \cdot \ldots \cdot a = a^n$. Овде, a^n е *степен* (*в.*), n е цел позитивен број, наречен *показател* на степенот и a е реален број, наречен *основа* на степенот.

СТЕРАДИЈАН [steradian; стерадиан] Единица за мерење *телесен агол* (*в.*). Еден с. е еднаков на телесниот агол од конус, со теме во центарот на сфера со радиус R, којшто на површината од сферата отсекува фигура со плоштина R^2. С. се означува: стерад.

Целата сфера образува телесен агол, наречен **стерегон**, еднаков на 4π стерад.

СТЕРЕОГРАФСКА ПРОЕКЦИЈА [stereographic projection; стереографическая проекция] Централна *проекција* (*в*.) на сфера, од една нејзина точка *C* (наречена **центар на проектирањето**), врз проекциона рамнина π, којашто е нормална на дијаметарот што минува низ центарот *C*.

Најчесто се зема проекционата рамнина да ја допира сферата во точка *P* – другата крајна точка на дијаметарот од центарот *C* на проектирањето (т. е. *C* да е „северниот пол“, а *P* „јужниот пол“ на сферата).

С.п. ги има следниве важни својства: проекцијата на која било кружница од сферата е кружница (освен ако кружницата го содржи центарот *C* – во тој случај, проекцијата на кружницата е права); проекцијата на агол меѓу две криви на сферата е нему еднаков агол. Според тоа, с.п. на сферата е *конфомно пресликување* (*в*.). С.п. се применува во географијата при цртање географски карти.

СТЕРЕОМЕТРИЈА [solid geometry; стереометрия] Дел од елементарната геометрија што ги изучува својствата на фигури (како на пр., полиедри и топка) расположени во тридимензионалниот евклидски простор.

СТИЛТЈЕСОВ ИНТЕГРАЛ [Stieltjes integral; Стилтьеса интеграл] С.и. е обопштување на поимот *Риманов интеграл*, коешто ја реализира идејата за интегрирање на функција $f(x)$ во однос на друга функција φ(*x*).

Нека функциите $f(x)$ и φ(*x*) се дефинирани и ограничени на затворениот интервал [*a*, *b*] и

$$a = x_0 < x_1 < ... < x_{n-1} < x_n = b.$$

Ако Стилтјесовата интегрална сума

$$\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)[\varphi(x_i) - \varphi(x_{i-1})],$$

каде што $\xi_i \in [x_i \text{ - } x_{i-1}],\ i = 1, 2, ..., n,$ се стреми кон фиксиран број *I* кога

$$\max(x_i - x_{i-1}) \to 0,$$

тогаш *I* се вика **Стилтјесов интеграл** или, понекогаш, **Риман–Стилтјесов интеграл** на функцијата *f* во однос на функцијата φ; се означува:

$$\int_a^b f(x)\, d\varphi(x) \text{ или пократко } \int_a^b f\, d\varphi.$$

Римановиот интеграл е специјален случај од С.и. ако за φ(*x*) сеземе $x + C$, каде што *C* = конст.

За егзистенција на С.и. доволно е функцијата *f*(*x*) да е непрекината на [*a*, *b*], а φ(*x*) да има ограничена варијација на [*a*, *b*]. Ако φ е непрекинато диференцијабилна, тогаш С.и. се совпаѓа со Римановиот интеграл, т. е.

$$\int_a^b f(x)\, d\varphi(x) = \int_a^b f(x)\, \varphi'(x)\, dx.$$

Автор на С.и. е холандскиот математичар ***Т. Стилтјес*** (Thomas Joannes Stieltjes, 1856 – 1894).

СТОХАСТИЧКА ПРОМЕНЛИВА, *в*. СЛУЧАЈНА ПРОМЕНЛИВА.

СТОХАСТИЧКИ ПРОЦЕС, *в*. СЛУЧАЕН ПРОЦЕС.

СТРАНА НА МНОГУАГОЛНИК [side of a polygon; сторона многоугольника] Една од отсечките што го ограничуваат *многуаголникот* (*в*.).

СТРАНА СПРОТИ АГОЛ [a side and the angle opposite; сторона противулежащая углу], *в*. АГОЛ СПРОТИ СТРАНА.

СТРИКТНО ПОДРЕДУВАЊЕ, *в*. СТРОГО ПОДРЕДУВАЊЕ.

СТРОГО НЕРАВЕНСТВО [strict inequality; строгое неравенство] Неравенство меѓу два броја или два израза *a* и *b*, запишано со некој од знаците $<$ и $>$ (наречени **знаци за** с.н.). Така, $a < b$ се чита: *а е помал од b*, а $a > b$ се чита: *а е поголем од b*. С.н. се вика и **стриктно неравенство**.

СТРОГО ОПАЃАЧКА НИЗА [strictly decreasing sequence; строго убывающая последовательность] Исто што и *опаѓачка низа* (*в.*).

СТРОГО ПОДРЕДУВАЊЕ [strict order; строгое упорядочение] Една релација $<$ на некое множество *M* е строго подредување на *M*, ако таа е:

i) *антирефлексивна* (т. е. $a < a$ не важи за кој било $a \in M$);

ii) *антисиметрична* (т. е. ако $a < b$, тогаш не важи $b < a$);

iii) *транзитивна* (т. е. $a < b$ и $b < c$ повлекува $a < c$).

Транзитивноста и антирефлексивноста, комбинирани, повлекуваат антисиметричност; според тоа, една релација е с.п. ако таа е антирефлексивна и транзитивна.

Едно с.п. е **потполно** с.п. ако, за кои било $a,b \in M$: или $a < b$, или $b < a$, или $a = b$. Секое делумно подредување $\leq$ индуцира с.п. $a < b$:

$$a \leq b \wedge a \neq b,$$

а секое с.п. имплицира едно делумно подредување $a \leq b$: $a < b \vee a = b$.

Син. *стриктно подредување*.

СТРОГО РАСТЕЧКА НИЗА [strictly increasing sequence; строго возрастающая последовательность], *в.* РАСТЕЧКА НИЗА.

СТРОФОИДА [strophoid; строфоида] Алгебарска крива во рамнина, чијашто равенка во правоаголни Декартови координати има вид

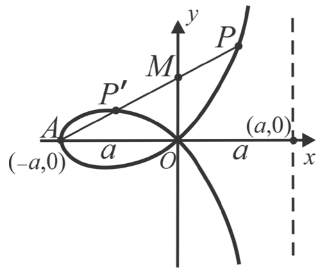
$$y^2 = x^2\,\frac{a+x}{a-x}.$$

а во поларни: $\rho = -a\cos 2\varphi \sec\varphi$. Координатниот почеток е точка на самопресек, со тангенти $y = \pm x$, а правата $x = a$ е асимптота. Плоштината на јамката е $S_1 = 2a^2 - 1/2\pi a^2$, додека плоштината меѓу кривата и асимптотата е $S_2 = 2a^2 + 1/2\pi a^2$.

С. се дефинира како геометриско место на точка врз променлива права што минува низ фиксираната точка $A(-a,\,0)$ од координатната рамнина, така што растојанието од опишувачката точка до пресекот на правата со *y*-оската е еднакво со нејзиниот сегмент на *y*-оската. На цртежот,

$$\overline{P'M} = \overline{MP} = \overline{OM},$$

а вертикалната (испрекинатата) права е асимптотата на с.



Строфоида

СТУДЕНТОВА РАСПРЕДЕЛБА [Student's t-distribution; распределение Стьюдента, t-распределение] С.р. е статистичка распределба објавена од ***В. Госет*** (William Gosset, 1876 – 1937), англиски статистичар, под псевдонимот „Студент“ во 1908 год.

Ако случајната променлива *X* има стандардна нормална распределба, а *Y* има хи-квадрат распределба со *n* степени на слобода, и ако *X* и *Y* се независни, тогаш случајната променлива *T*, дефинирана со:

$$T = \frac{X\sqrt{n}}{\sqrt{Y}},$$

има С.р. со *n* степени на слобода.

Густината на С.р. е

$$f(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}$$

(Γ е *гама-функцијата*) ; за исчитување на нејзините интеграли (веројатности) се користи посебна таблица. Општиот облик на густината на С.р. е сличен со густината на *стандардна нормална распределба* ($\mu = 0$ и $\sigma = 1$), со разлика дека таа е малку поспуштена и поширика. Со растење на бројот на степени на слобода, С.р. се приближува кон стандардната нормална распределба.

Познато и како *t-распределба*.

СУБДЕТЕРМИНАНТА, *в.* МИНОР.

СУБЈЕКТИВНА ВЕРОЈАТНОСТ [subjective probability; субъективная вероятность] Субјективна убеденост на конкретна личност дека даден настан навистина ќе се случи и таа убеденост е изразена со број. На пр., ако таа личност верува дека веројатноста за добивање „глава“ (при фрлање паричка во воздух) е 0,6, тогаш тоа е с.в. (на таа личност). С.в. не е толку карактеристика на самите настани колку што е карактеристика на човекот што ја прави класификацијата на тие настани.

СУБНОРМАЛА [subnormal; субнормаль] За дадена точка на рамнинска крива, с. е проекцијата врз *x*-оската (во правоголен координатен систем), од отсечката на нормалата меѓу дадената точка и пресекот на нормалата со *x*-оската; *в.* ДОПИРНИ КОЛИЧИНИ.

СУКЦЕСИВНИ АПРОКСИМАЦИИ, *в.* ПОСЛЕДОВАТЕЛНИ ПРИБЛИЖУВАЊА.

СУМА, *в.* ЗБИР.

СУПЕРПОЗИЦИЈА НА ФУНКЦИИ, *в.* СОСТАВ НА ФУНКЦИИ.

СУПЛЕМЕНТНИ АГЛИ [supplementary angles; дополнительные углы (до 180°)] Два агла што се дополнуваат до 180°.

СУПРЕМУМ [supremum, least upper bound; (точная) верхняя грань] С. на дадено подмножество *A* од подредено множество *M* е најмалиот елемент од *M* којшто е поголем или е еднаков на секој елемент од *A*; ознака: $\sup_M A$ или $\sup A$, ако множеството *M* се подразбира. Познато и како: *најмала горна меѓа*; *најмала горна граница*.

СУПСТИТУЦИЈА, *в.* СМЕНА.

СУПТАНГЕНТА [subtangent; подкасательная] За дадена точка на рамнинска крива, с. е проекцијата врз *x*-оската (од правоголен координатен cscтем) на отсечката од тангентата, чии крајни точки се дадената точка и пресекот на тангентата со *x*-оската; *в.* ДОПИРНИ КОЛИЧИНИ.

СУРЈЕКТИВНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ [surjective mapping; сюръективное отображение] *Пресликување* (*в.*) f од множество X во множество Y, такво што за кој било елемент $y \in Y$, постои $x \in X$ така што $f(x) = y$, т. е. пресликување *f од множеството X на множеството Y* при кое секој елемент од Y е слика барем на еден елемент од X. Познато и како *сурјекција*.

СУРЈЕКЦИЈА [surjection; сюръекция], *в.* СУРЈЕКТИВНО ПРЕСЛИКУВАЊЕ.

СФЕРА [sphere; сфера] **1**. Множеството од сите точки во просторот, чиешто растојание од дадена точка O е еднакво на должината R од дадена отсечка. Дадената точка O се вика **центар** на с., а должината R на дадената отсечка (како и самата отсечка) се вика **радиус** на с. Секоја отсечка со крајни точки на с. што минува низ центарот на с. се вика **дијаметар**; и должината на таква отсечка се вика *дијаметар*.

Равенката на с. во правоаголни Декартови координати има вид

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2,$$

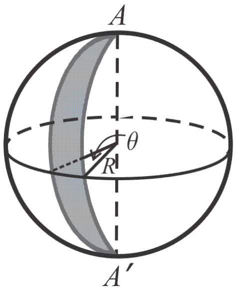
каде што a, b, c се координатите на центарот, а R е радиусот на с.

С. може да се разгледува како површина, добиена со ротација на кружница околу некој свој дијаметар. Плоштината P на с. со радиус R се пресметува со формулата $P=4\pi R^2$.

Секоја тангентна рамнина на с. е нормална на радиусот на с. во допирната точка. Секој пресек на с. со рамнина е кружница; ако рамнината минува низ центарот на с., тогаш пресекот е *голема кружница* на с. (*в.*), а секој друг пресек на с. со рамнина е *мала кружница* на с. (*в.*); *в.* и ТОПКА.

2. Множеството од сите точки во метрички простор чиешто растојание од една фиксирана точка е константно.

СФЕРЕН АГОЛ [spherical angle; сферический угол] Фигурата, образувана со пресекот на две големи кружници на една сфера; по големина, тој е еднаков со аголот формиран од тангентите на големите кружници во пресечната точка.



Сферен двоаголник

СФЕРЕН ДВОАГОЛНИК [lune, spherical lune; сферический двуугольник] Дел од сфера, ограничен со две полукружници од две големи кружници на сферата, коишто се сечат во две дијаметрално спротивни точки A, A'. Точките A, A' се викаат **темиња**, а полукружниците – **страни** на с.д.

Должината на секоја од страните е πR, каде што R е радиусот на сферата. Двете страни се сечат во точките A и A' под (сферни) агли со иста големина. Плоштината S на с.д. е $S=2R^2\theta$, каде што аголот θ е измерен во радијани.

(С.д. се вика и **сферна месечинка**.)

Просторниот дел од топка, ограничен од с.д. и рамнините на големите кругови се вика **сферен клин**. Неговиот волумен V изнесува

$$V=\tfrac{2}{3}R^3\theta,$$

каде што θ е аголот на диедарот меѓу двете рамнини од клинот.

СФЕРЕН ВИШОК [spherical excess; сферический избыток], *в.* СФЕРЕН ТРИАГОЛНИК.

СФЕРЕН КЛИН [spherical wedge, ungula; сферический клин], *в.* СФЕРЕН ДВОАГОЛНИК.

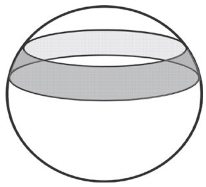
СФЕРЕН КОНУС [spherical cone; сферический конус] Тело што се состои од топкин отсечок и конусот со теме во центарот на топката и со „основа“ – пресекот на топката со рамнината што го формира топкиниот отсечок. Со други зборови, с.к. е *топкин исечок од прв вид* (*в.*).

СФЕРЕН КООРДИНАТЕН СИСТЕМ [spherical coordinate system; сферическая система координат] Систем од криволиниски координати со чија помош се определува положбата на точка во просторот (*в.* СФЕРНИ КООРДИНАТИ.).

СФЕРЕН МНОГУАГОЛНИК [spherical polygon; сферический многоугольник] Многуаголник на сфера чиишто страни се лаци на големи кружници.

СФЕРЕН ОТСЕЧОК, *в.* КАЛОТА.

СФЕРЕН ПОЈАС [spherical zone, zone; сферчческий пояс] Дел од сфера, којшто се наоѓа меѓу две паралелни рамнини што ја сечат сферата. Познато и како: *зона*; *тойкин йојас*.



Сферен појас

СФЕРЕН СЕГМЕНТ, *в.* КАЛОТА.

СФЕРЕН ТРИАГОЛНИК [spherical triangle; сферический треугольник] Дел од сфера, ограничен со три лаци коишто се делови од големи кружници на сферата. С.т. има шест основни елементи – три агли: α, β, γ и три страни: AB, AC, BC. Аголот α е определен со диедралниот агол меѓу рамнината што го содржи лакот AB и рамнината што го содржи лакот AC; слично за β и γ.

Својствата на с.т. во многу нешта се разликуваат од својствата на рамнинските триаголници. На пр., збирот на аглите кај с.т. секогаш е помал од 3π, а поголем од π. Разликата $s - \pi = \varepsilon$, каде што s е збирот од аглите на с.т. се вика **сферен вишок**. Плоштината на с.т. се пресметува со формулата $S = \varepsilon R^2$, каде што R е радиусот на сферата. Ако еден (или повеќе) од аглите е прав агол, триаголникот се вика **правоаголен** с.т. (С.т. може да има еден, два или три прави агли.)

СФЕРНА ГЕОМЕТРИЈА [spherical geometry; сферическая геометрия] Геометриска дисциплина, којашто ги изучува својствата на фигури, сместени на сфера, аналогно на планиметријата, којашто ги изучува својствата на фигурите во рамнина.

Основни фигури во с.г. се: големите и малите кружници на сфера, сферни двоаголници, сферни триаголници, сферни многуаголници. Големите кружници на сфера се *геодезиски линии* (*в.*). Тие имаат слична улога како правите во рамнина: низ две точки на сферата, коишто не се краеви на нејзин дијаметар, минува само еден голем круг, слично како што две точки во рамнината определуваат само една права. Но, на сферата нема паралелни „прави“, а на рамнината – има.

СФЕРНА КАПА, *в.* КАЛОТА.

СФЕРНА КРИВА [spherical curve; сферическая кривая] Крива, којашто целосно лежи на сфера.

СФЕРНА ПОВРШИНА [spherical surface; сферическая поверхность] Површина, чиишто точки се еднакво оддалечени од некоја точка, наречена **центар**. Растојанието од центарот до која било точка од с.п. се вика **радиус**. С.п. не мора да е сфера; на пр., сферен двоаголник е с.п.

СФЕРНА ТРИГОНОМЕТРИЈА [spherical trigonometry; сферическая тригонометьия] Тригонометрија на *сферен триаголник* (*в.*), т. е. област којашто ги изучува сферните триаголници од гледна точка на страни, агли и плоштина.

СФЕРНИ КООРДИНАТИ [spherical coordinates, spherical polar coordinates; сферические координаты] С.к. на точка M се три броја ρ, φ, θ коишто ја определуваат положбата на таа точка во просторот.

За воведување с.к., се зема правоаголен Декартов систем $Oxyz$ и, во рамнината Oxy, се воведува *поларен ко-*

ординатен систем $Or\varphi$, при што O е полот, а оската Ox е поларната оска (*в.* црт.). Нека со θ е означен аголот меѓу радиус-векторот $\overrightarrow{OM}$ и оската Oz, а со ρ растојанието од O до M. Тројката броеви ρ, φ, θ се с.к. на точката M.

За да се добие целиот простор, доволно е да се менува: ρ во интервалот $[0, +\infty)$, θ во сегментот $[0, \pi]$ и φ во сегментот $[0, 2\pi]$. Ако се има предвид дека $r = \rho \sin\theta$ и

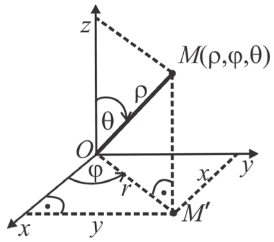
$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi,\ z = \rho\cos\theta,$$

се добиваат следниве врски меѓу Декартовите координати (x, y, z) и с.к. (ρ, φ, θ):

$$x = \rho\cos\varphi\sin\theta,$$

$$y = \rho\sin\varphi\sin\theta,$$

$$z = \rho\cos\theta.$$



Сферни координати

СФЕРНО РАСТОЈАНИЕ [spherical distance; сферическое растояние] Должината на лакот од голем круг меѓу две точки на сфера.

СФЕРОИД [spheroid; сфероид] Површина, добиена со ротација на елипса околу едната од нејзините оски.

СФЕРОИДЕН ТРИАГОЛНИК [spheroidal triangle, geodetic triangle; сфероидальный треугольник] Фигура, формирана од три геодезиски линии што сврзуваат три точки на сфероид; *в.* и ГЕОДЕЗИСКИ ТРИАГОЛНИК.

Т

ТАБЕЛА [table, chart; табель] Систематска листа на веќе добиени резултати. Најчесто се прави за да им се олесни работата на пресметувачите и истражувачите или да создаде основа за нови претскажувања и резултати. На пр., за да се нацрта графикот на некоја функција $y = f(x)$ „точка по точка", се прави т. на вредностите на функцијата за избрани вредности на аргументот.

Наместо т., често се користи терминот **таблица**, како на пр.: таблица на множење, логаритамски таблици, таблици на конечни разлики и др.

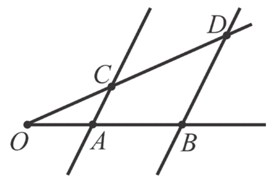
ТАБЛИЦА [table; таблица] *в.* ТАБЕЛА.

ТАВТОЛОГИЈА [tautology; тавтология] Исказна формула, којашто за произволни вистинитосни вредности на исказните букви што учествуваат во неа, има вредност Т, т. е. т. е *идентично вистинита* или *секогаш точна формула*. На пр., исказната формула $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ е тавтологија. Секоја т. претставува, всушност, некој логички закон, искажан со јазикот на математичката логика. Така, со исказната формула од горниот пример е искажан законот за *контрапозиција* (*в.*).

ТАЛЕС ОД МИЛЕТ [Thales of Miletus; Фалес Милетский] (ок. 624 пред н.е. – ок. 546 пред н.е.), според преданието, тој е првиот старогрчки филозоф и математичар. Како трговец, патувал по Вавилонија и Египет, од каде што ги донел првите математички знаења и почнал да ги систематизира. Нему му се припишуваат некои теореми во геометријата; основал и школа во Милет, една од најстарите во Мала Азија.

ТАЛЕСОВА ТЕОРЕМА [Thales' theorem; теорема Фалеса] **1**. Т.т. **за пропорционални отсечки**. Ако двата крака од еден агол SOT се пресечат со две различни паралелни прави, тогаш отсечките OA и OB што се направени на едниот крак се пропорционални со соодветните отсечки OC и OD на другиот крак, т. е.

$$\overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OC} : \overline{OD}.$$



Талесова теорема

Важи и *обратната теорема на* Т.т. Ако на краците од еден агол SOT се избрани точки A, B на кракот OS, а C, D на кракот OT, такви што $\overline{OA} : \overline{OB} = \overline{OC} : \overline{OD}$, тогаш $AC \parallel BD$.

2. Т.т. **за правиот агол**. Ако A и C се крајните точки на еден дијаметар во некоја кружница, тогаш за која било точка B од кружницата, различна од A и C, аголот ABC е прав агол. (Со други зборови: впишан агол во полукружница е прав агол.) Важи и обратното: хипотенузата на правоаголен триаголник е дијаметар на опишаната кружница на триаголникот.

Од горните две тврдења следува дека: центарот на опишаната кружница на еден триаголник лежи на некоја од неговите страни ако и само ако триаголникот е правоаголен.

ТАЛКАЊЕ, *в.* СЛУЧАЈНО ТАЛКАЊЕ.

ТАНГЕНС [tangent functuon, tangent; тангенс] **1**. Т. *од остар агол* α (ознака: tg α) во правоаголен триаголник е односот на спротивната катета a и налегнатата катета b, т. е. tg $\alpha = a / b$.

2. Т. е *тригонометриска функција* (*в.*) (ознака: tg x), којашто е еднаква на количникот од функцијата sin x и функцијата cos x:

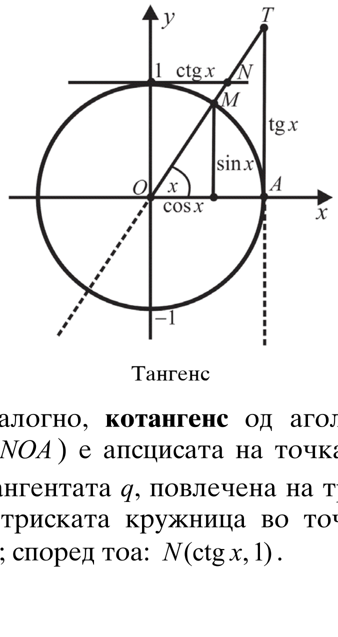
$$y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Дефиниционата област на т. е целата бројна оска со исклучок на точките со апсциси $\frac{\pi}{2} + k\pi,\ \ k = \pm 1, \pm 2, \ldots$ Т. е неограничена функција, непарна, периодична (со период π) и сврзана со функцијата котангенс со релацијата

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}.$$

Изводот е: $(\operatorname{tg} x)' = 1 / \cos^2 x$. Графикот на функцијата т. се вика *тангенсоида*.

Функцијата т. може да се дефинира независно од функциите синус и косинус. Имено, ако p е тангентата на тригонометриската кружница во точката $A(1, 0)$, а T е произволна точка од таа тангента (*в.* црт.), тогаш т. од аголот x (= $\angle$ TOA) е ординатата на точката T; според тоа, $T(1, \operatorname{tg} x)$.



Тангенс

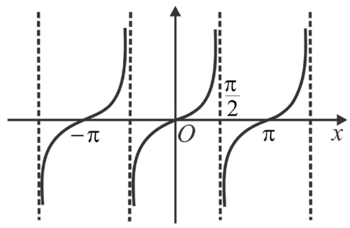
Аналогно, **котангенс** од аголот x ($= \measuredangle NOA$) е апсцисата на точката N од тангентата q, повлечена на тригонометриската кружница во точката $(0, 1)$; според тоа: $N(\operatorname{ctg} x, 1)$.

ТАНГЕНСНА ТЕОРЕМА [tangent law, law of tangents; теорема тангенсов] Разликата на две страни a и b на произволен триаголник се однесува кон нивниот збир како тангенсот од полуразликата на спротивните агли A и B кон тангенсот од полузбирот на тие агли:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}[(A-B)/2]}{\operatorname{tg}[(A+B)/2]}$$

(со помош на кружно пермутирање на буквите a, b, c и A, B, C во обата дела на формулата, се добиваат две други аналогни формули).

ТАНГЕНСОИДА [tangent curve; тангенсоида] Графикот на тригонометриската функција y = tg x во правоаголни Декартови координати.



Тангенсоида

ТАНГЕНТА [tangent, tangent line; касательная] Една права t се вика *тангента на крива* L во дадена точка $M \in L$, ако t ја претставува „граничната положба“ на правите што минуваат низ M и низ променливата точка N од L, кога точката N се приближува кон M, т. е. кога должината на отсечката MN се стреми кон 0 кога N се стреми кон M.

Ако кривата L е рамнинска, определена со равенката $y = f(x)$, каде што $f(x)$ е диференцијабилна функција во точката $(x_0, f(x_0))$, тогаш правата определена со равенката

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$

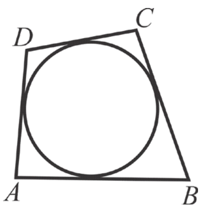
е т. на L во точката $(x_0, f(x_0))$.

Специјално, **тангента на кружница** е права којашто има само една заедничка точка со *кружницата* (*в.*).

Познато и како: *допирка*; *допирна права*.

ТАНГЕНТЕН МНОГУАГОЛНИК [circumscribed polygon; описанный многоугольник] Многуаголник, при кој сите негови страни лежат на тангенти од една кружница. Познато и како *опишан многуаголник*.

ТАНГЕНТЕН ЧЕТИРИАГОЛНИК [tangent quadrangle, circumscribed quadrilateral; описанный четырёхугольник] Четириаголник, чиишто сите четири страни се делови од тангенти на една кружница. Еквивалентно, т.ч. е четириаголник во кој може да се впише кружница.



Тангентен четириаголник

За еден четириаголник да е т.ч. потребно и доволно е тој да е конвексен и збирот на две спротивни страни да е еднаков со збирот на другите две спротивни страни:

$$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC} .$$

Познато и како *опишан четириаголник*.

ТАНГЕНТНА РАМНИНА [tangent plane; касательная плоскость] Нека (Σ) е дадена површина и нека M_0 е точка од (Σ). Ако (Σ) ја пресечеме со рамнина што минува низ M_0, тогаш се добива некоја линија (L) што минува низ M_0. Ако секоја линија (L) добиена на тој начин има тангент во M_0 и ако сите такви тангенти лежат во иста рамнина, тогаш таа се вика **тангентна рамнина на површината** (Σ) во точката M_0. Ако површината (Σ) е зададена со равенка $z = f(x, y)$, при што функцијата $f(x, y)$ е диференцијабилна во точката $M_0(x_0, y_0)$, тогаш постои т.р. на (Σ) во M_0 и нејзината равенка е

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0 (y - y_0) = z - z_0,$$

со $z_0 = f(x_0, y_0)$ и

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_0 = f_x(x_0, y_0), \quad \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_0 = f_y(x_0, y_0).$$

Познато и како *допирна рамнина*.

ТАП АГОЛ [obtuse angle; тупой угол] Агол поголем од прав агол, а помал од рамен, т. е. агол со повеќе од 90°, а помалку од 180°.

ТАПОАГОЛЕН ТРИАГОЛНИК [obtuse triangle; тупоугольный треугольник] Триаголник со тап агол; *в.* ТРИАГОЛНИК 1.

ТВРДЕЊЕ [proposition, statement, theorem; предложение, суждение, теорема] **1**. Логичка форма на мислењето, со која се потврдуваат или се одречуваат некои својства на дадени објекти, појави или на некои релации меѓу нив. Т. се искажува со зборови или со симболи и одразува врска меѓу некои поими.

Во составот на едно т. влегуваат три главни елементи:

(i) *логички подмет* (или *субјект*) S на мислата – тоа е оној поим или објект за кој се искажува нешто во т.;

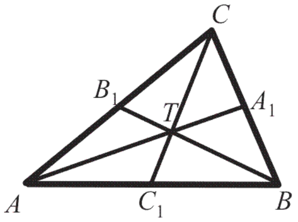
(ii) *логички прирок* (или *предикат*) P – тоа што се искажува за субјектот;

(iii) *логички сврзник* (тоа е, обично, некое зборче: *е*, *има*, *постои* и сл.).

За просто категорично т. може да се употреби следнава формула: „S е P" или „S не е P", каде што S и P се променливи, а „е“ е константа. На пр.: 1) Дијаметарот на кружница е најголемата тетива на таа кружница (вистинито т.). 2) Изразот $2n^2+29$ е прост број, за секој $n \in \mathbb{N}$ (невистинито т.). Т. е исказ којшто има точно определена вистинитосна вредност (или е вистинит или не е вистинит).

2. Терминот *шврдење* се користи и неформално, кога треба да се направи разлика меѓу: тврдења, теореми, последици и леми. *Теорема* обично е поголем резултат до кој потешко се доаѓа. *Тврдење* е мала теорема којашто веројатно следува прилично брзо од дефиниции. *Лема* е технички резултат што најчесто се користи при докажување на други резултати. *Последица* е резултат што непосредно и брзо следува од некоја теорема или од некое тврдење. Теоремите, тврдењата, лемите и последиците се искази со определена вистинитосна вредност и, всушност, сите тие се вистинити.

ТЕЖИШНА ЛИНИЈА НА ТРИАГОЛНИК [median of a triangle; медиана треугольника] Отсечка, чијшто еден крај е едно теме на триаголникот, а другиот крај е средната точка од спротивната страна на тоа теме. Т.л.н.т. (ги има три) се сечат во една точка, наречена **тежиште** на триаголникот. Тежиштето T ја дели секоја од тежишните линии AA_1, BB_1 и CC_1 на ΔABC (*в.* црт.), во однос 2:1, т.е. $\overline{AT}=\frac{2}{3}\overline{AA_1}$, итн. Познато и како *медијана на шриаголник*.



Тежиште

ТЕЖИШТЕ, *в.* **1**. ТЕЖИШТЕ НА ТРИАГОЛНИК; **2**. ЦЕНТАР НА МАСА.

ТЕЖИШТЕ НА ТРИАГОЛНИК [median point of a triangle; средняя точка треугольника] Пресечната точка на *шежишнише линии на шриаголник* (*в.*), кратко: *шежишше*.

ТЕЈЛОР, **Брук** [Brook Taylor; Брук Тейлор] (1685 – 1731), англиски математичар, секретар на Кралското друштво. Се занимавал со математичка анализа (*в.* ТЕЈЛОРОВА ФОРМУЛА).

ТЕЈЛОРОВА ФОРМУЛА [Taylor's theorem; формула Тейлора] Ако $f(x)$ е n + 1-пат диференцијабилна функција во некој сегмент [α, β], тогаш таа може да се претстави во обликот

$$f(x) = f(a)+\frac{f'(a)}{1!}(x-a)+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2+ \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n+R_n(x), \quad (1)$$

каде што x и a му припаѓаат на сегментот [α, β], а

$$R_n(x)=\frac{(x-a)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi), \quad (2)$$

при што $\xi = a+\vartheta(x-a),\ 0<\vartheta<1$.

Равенството (1) се вика Т.ф. за функцијата $f(x)$, а $R_n(x)$, определен со (2), се вика **остаточен член** даден во Лагранжова форма.

Ако во (1) и (2) се стави $a = 0$, ќе се добие еден специјален случај од Т.ф.:

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+ \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n+R_n(x), \quad (1')$$

$$R_n(x)=\frac{x^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\vartheta\cdot x), \quad (2')$$

каде што $0<\vartheta<1$; таа е наречена **Маклоренова формула** за $f(x)$.

ТЕЈЛОРОВ ПОЛИНОМ [Taylor polynomial; Тейлора многочлен] Т.п. за функција $f(x)$, диференцијабилна n пати во точка $x = a$, е полином

$$P_n(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) +$$
$$+\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n.$$

Вредностите на Т.п. и неговите изводи заклучно до n-тиот се совпаѓаат со вредностите на функцијата и нејзините соодветни изводи во таа точка:

$$f^{(k)}(a) = P_n^{(k)}(a), \; k = 0,1,\ldots,n.$$

Т.п. е полином со (во извесна смисла) најдобро приближување кон $f(x)$ кога $x \to a$.

ТЕЈЛОРОВ РЕД [Taylor series; ряд Тейлора] Т.р. на една функција $f(x)$ во дадена точка a, при претпоставка дека $f(x)$ е определена во некоја околина на точката a и има извод од кој било ред во a, се вика степениот ред

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \,, \qquad (1)$$

каде што со $f^{(n)}(x)$ е означен n-тиот извод на $f(x)$, а $f^{(0)}(x)$ означува $f(x)$. За $a = 0$, Т.р. е познат под името **Маклоренов ред**.

Формално запишан, Т.р. (1) може да е било конвергентен, било дивергентен. Во случаи кога е конвергентен, неговиот збир може да биде функцијата $f(x)$, но не мора. На пр.:

1) Т.р. за e^x во точката $a = 0$ е

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots$$

и неговиот збир е функцијата e^x на целата реална права.

2) Функцијата $f(x) = e^{-1/x^2}$ за $x \neq 0$ и $f(x) = 0$ за $x=0$, е бесконечно диференцијабилна на целата реална права, не е идентички еднаква со нула во ниедна околина на точката $x = 0$, а сите коефициенти на нејзиниот Т.р. во точката $x = 0$ се нули (т. е. збирот на нејзиниот Т.р. е нула).

Ако $S_n(x)$ е збирот на првите $n+1$ членови на Т.р. (1), тогаш разликата

$$R_n(x) = f(x) - S_n(x) \qquad (2)$$

се вика **остаточен член** на Т.р. Равенството

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \qquad (3)$$

е исполнето ако $\lim\limits_{n\to\infty} R_n(x) = 0$.

Со други зборови, една функција $f(x)$ може *да се развие во* Т.р. во околина на дадена точка a ако има изводи од кој било ред во таа точка и остаточниот член $R_n(x)$ во нејзината *Тејлорова формула* (*в.*) се стреми кон нула кога $n \to \infty$; во тој случај, ако радиусот на конвергенција на (3) е $R > 0$, $f(x)$ се нарекува **аналитична функција** во точката $x = a$.

ТЕЛЕСЕН АГОЛ [solid angle; телесный угол] Дел од просторот ограничен со едното од двете крила („инки“) на *конусна површина*, чијашто директриса е хомеоморфна со кружница. Специјален случај на т.а. се *тризидните агли* и *многузидните агли*. Единица за мерење на т.а. е *стерадијан* (*в.*).

ТЕЛЕСНА ДИЈАГОНАЛА [polyhedron diagonal; диагональ многогранника], *в.* ДИЈАГОНАЛА 2.

ТЕЛО [1] [sqew field, noncommutative field; тело] *Во алгебрата*, т. е прстен при кој сите елементи што се различни од нулата, во однос на операцијата множење, образуваат група.

Секое поле е т. Операцијата множење во т., во општ случај, не е комутативна. Пример на т. што не е поле е прстенот на *кватернионите* (*в.*). Во некои книги, терминот *тело* не го опфаќа поимот поле, т. е. множењето во т., по дефиниција, е некомутативно.

ТЕЛО [2] [solid; тело] *Во стереометријата* – кус назив за *геометриско тело* (*в.*).

ТЕМЕ [vertex; вершина] Истакната точка. Најчесто се користи во геометријата како термин за точка во која се слеваат повеќе страни на некој рамнински лик или повеќе рабови на некое тело; во теоријата на графови – теме на *граф* (*в.*); во анализата – теме на: парабола, елипса, хипербола, ...и, општо, теме на крива.

1) Т. **на агол** – заедничката (почетната) точка на краците од аголот.

2) Т. **на**: **елипса, парабола, хипербола** – пресек со некоја од нејзините оски на симетрија.

3) Т. **на искршена линија** – заедничката точка на две нејзини соседни страни.

4) Т. **на конус** – точката низ која минуваат генератрисите на конусот.

5) Т. **на крива** – точка во која кривината на кривата има локален максимум пли минимум.

6) Т. **на многуаголник** (на триаголник, четириаголник, ...) – точка во која се спојуваат две соседни страни на многуаголникот.

7) Т. **на полиедар** – спој на три или повеќе рабови на полиедарот.

8) Т. **на прамен прави** – точката низ која минуваат сите прави од праменот.

ТЕМЕ НА АГОЛ [vertex of an angle; вершина угла], *в.* АГОЛ 1; ТЕМЕ 1).

ТЕНЗОР [tensor; тензор] Пресликување $f: V_1 \times V_2 \times ... \times V_r \to \mathbb{R}$ (или во $\mathbb{C}$), кое на секоја r-ка вектори што припаѓаат на конечнодимензионалните векторски простори $V_1, V_2, ..., V_r$ (сите реални или сите комплексни), ѝ придружува соодветен реален (или комплексен) број и е линеарно во однос на секој од своите аргументи. Такво пресликување се вика т. од ***r*-ти ранг** (или од ***r*-ти ред**).

Ако на секоја точка од n-димензионален простор ѝ е придружен по еден т., тогаш се вели дека е дадено **тензорно поле**.

Специфични примери на т. се некои добро познати објекти: скалари, вектори и матрици: т. од ранг нула може да се претстави како скалар; т. од ранг еден – како вектор; т. од ранг два – како матрица.

Т. од ранг r во n-димензионален простор е математички објект којшто има r *индекси* и n^r *компоненти* и задоволува некои правила на трансформирање. На пр., во тридимензионален простор компонентите на т. од ранг r формираат повеќедимензионален распоред со 3^r броеви. Секој индекс на т. го „прошетува“ бројот од димензиите на просторот.

Ознаката за т. е слична со таа за матрица ($A = [a_{ij}]$), само што еден т.

$$a_{ij...m},\quad a^{ij...m},\quad a^{pq...t}_{ij...m},\ \ldots\ \text{итн.}$$

може да има произволен број индекси. Т. од ранг $r + s$ може да биде од мешан тип (r, s), којшто се состои од r таканаречени „контраваријантни“ (т. е. горни) индекси и s „коваријантни“ (т. е. долни) индекси. Притоа, местата на „лежиштата“ во кои се поставени контраваријантните и коваријантните индекси се значајни; на пр., a^k_{ij} е различен од a^{jk}_i. Еден вектор $\boldsymbol{v}$ со тензорна ознака би бил запишан како $\boldsymbol{v}_i$, $i = 1,2,...,n$, а матрица е тензор од тип (1,1), којашто со тензорна ознака би била запишана како a^j_i.

Т. се воведени како резултат на потребата од испитување на некои математички или физички објекти со средства на алгебрата и анализата, при кои често се користат системи координати. Т. обезбедуваат природна и концизна рамка за формулирање и решавање проблеми во некои области од физиката, како на пр.: теоријата на еластичност, механиката на флуиди, кривината на простор–време во теоријата на релативност, во диференцијалната геометрија.

ТЕНЗОРНО СМЕТАЊЕ [tensor analysis, tensor calculus; тензорное исчисление] Математичка дисциплина, којашто изучува *тензори* (*в.*) и тензорни полиња со средства на линеарната алгебра и математичката анализа. Т.с. се состои од два главни дела: тензорна алгебра и тензорна анализа.

Основната содржина на **тензорната алгебра** ја сочинуваат алгебарските операции над тензори во *n*-димензионален векторски простор: собирање, множење, контракција, симетризација, алтернирање итн., како и нивните својства. Секоја таква операција има физичка или геометриска смисла, според родот на задачата, поставена од практиката. Но, посочените операции и својства на тензорите може (и корисно е) да се изучуваат и без врска со тие задачи; тоа се реализира во тензорната алгебра.

Дисциплината, пак, што ги изучува тензорните полиња се вика **тензорна анализа**. Во нејзината основа лежи поимот гранична вредност и диференцирање. Поимот диференцијабилност на тензорни полиња е посложен отколку, на пр., диференцијабилност на обична, скларна функција од повеќе променливи. Во таа смисла, тензорната анализа е посложен дел на т.с. отколку тензорната алгебра.

Првичните идеи на т.с. се појавиле во 19-ти век во врска со задачи на диференцијалната геометрија кај К. Гаус и Б. Риман. Т.с. се оформило како наука по трудовите на италијанските математичари ***Г. Ричи-Курбастро*** (Gregorio Ricci-Curbastro, 1853 – 1925) и ***Т. Леви-Чивита*** (Tullio Levi-Civita, 1873–1941).

ТЕОРЕМА [theorem; теорема] Математичко *тврдење* (*в.*), чијашто точност е докажана.

Секоја т. во себе содржи *услов* (или *претпоставки*) и *заклучок* (или *извод*). На пр., во теоремата „Накрсните агли се еднакви“, условот е „аглите се накрсни“, а заклучокот е „аглите се еднакви“.

На формулацијата од оваа т. може да ѝ се даде друга форма, наречена **условна форма**, со помош на зборовите „Ако ... , тогаш ...“: „Ако аглите се накрсни, тогаш тие се еднакви“. Условната формулација на т. ја има предноста што во неа се јасно разграничени *условот* – што е дадено во теоремата (почнува со зборот „ако“) и *заклучокот* – што се бара да се докаже (почнува со зборот „тогаш“); *в.* ИМПЛИКАЦИЈА. Формулација на теорема во која не се користат зборовите „ако“ и „тогаш“ се вика **категорична форма**.

Строга дефиниција на терминот т. се дава во рамките на формален *аксиоматски систем* (*в.* ФОРМАЛНА ТЕОРИЈА).

ТЕОРЕМА ЗА ДИВЕРГЕНЦИЈА, *в.* ТЕОРЕМА НА ГАУС–ОСТРОГРАДСКИ.

ТЕОРЕМА ЗА СРЕДНА ВРЕДНОСТ, *в.* ТЕОРЕМА НА ЛАГРАНЖ (за средна вредност).

ТЕОРЕМА ЗА ТОТАЛНА ВЕРОЈАТНОСТ [total probability theorem; теорема полной вероятности] Ако A_1, $A_2, \ldots, A_n$ се случајни настани што заемно се исклучуваат (т.е. $A_i A_j = \varnothing$ за $i \neq j$) и $A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \Omega$, тогаш за произволен случаен настан $B \subseteq \Omega$

важи формулата

$$P(B) = P(B \mid A_1)P(A_1) + \ldots + P(B \mid A_n)P(A_n).$$

ТЕОРЕМА НА БЕЗУ [Bézout's theorem; теорема Безу] Остатокот од делењето на полиномот

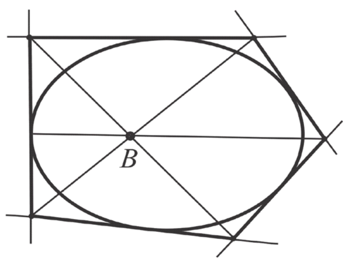
$$p(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$$

со биномот $x-a$ е еднаков на $p(a)$; притоа се претпоставува дека коефициентите на полиномот се реални или комплексни броеви (или се елементи од кој било комутативен прстен со единица).

Последица. Бројот a е корен на полиномот $p(x)$ ако и само ако полиномот $x-a$ е делител на $p(x)$.

Т.н.Б. е наречена според францускиот математичар *Е. Безу* (*в.*).

ТЕОРЕМА НА БОЛЦАНО-ВАЈЕРШТРАС [Bolzano-Weierstrass theorem; теорема Больцано-Вейерштрасса] Т.н. Б.–В. гласи: „Секоја ограничена низа од реални броеви има барем една точка на натрупување." Следствено, секоја ограничена низа од реални броеви има барем една конвергентна подниза. Со помош на т.н. Б.–В. се докажува дека: една низа е конвергентна ако и само ако таа има само една точка на натрупување. Теоремата важи и за секоја ограничена низа точки во $\mathbb{R}^n$.



Теорема на Бријаншон

ТЕОРЕМА НА БРИЈАНШОН [Brianchon's theorem; теорема Брианшона] Ако шестаголник е опишан околу конусен пресек, тогаш трите дијагонали што ги сврзуваат трите пара спротивни темиња се сечат во една точка B, наречена **Бријаншонова точка**. Оваа теорема е дуална на *теоремата на Паскал* (*в.*) и се вбројува меѓу најважните теореми на проективната геометрија.

ТЕОРЕМА НА ГАУС–ОСТРОГРАДСКИ [Gauss' theorem, divergence theorem, Green's theorem in space, Ostrogradsky's theorem; формула Остроградского, формула Гаусса-Остроградского]

Ако $P = P(x,y,z)$, $Q = Q(x,y,z)$ и $R = R(x,y,z)$ и нивните парцијални изводи P_x, Q_y, R_z се непрекинати функции во тридимензионална едноставна област G со граница Σ, тогаш е точно равенството

$$\iiint_G \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dxdydz = \\ = \iint_\Sigma P\,dydz + Q\,dzdx + R\,dxdy \qquad (1)$$

(од левата страна е троен интеграл, а од десната е површински интеграл).

На формулате (1) може да ѝ се даде и следниов вид:

$$\iiint_G (P_x + Q_y + R_z)dxdydz = \\ = \iint_\Sigma (P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma)\,d\sigma, \qquad (2)$$

каде што α, β, γ се аглите меѓу ортот на нормалниот вектор на Σ координатните оски Ox, Oy, Oz соодветно.

Равенството (1) се вика **формула на Гаус–Остроградски**. Со ознаки од векторската анализа, таа може да се запише во обликот:

$$\iiint_{\boldsymbol{G}} \operatorname{div} \boldsymbol{F}\,dv = \iint_\Sigma \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n}\,d\sigma \qquad (3)$$

каде што $\boldsymbol{F}(x, y, z) = (P, Q, R)$ е *векторско поле* (*в.*), тројниот интеграл е земен по (волуменот v на) областа G, површинскиот интеграл е земен по (плоштината σ на) површината Σ што ја обвива G, а $\boldsymbol{n}$ е ортот на нормалата на површината Σ. (Овој резултат е познат и под името **теорема за дивергенција**.) Таа го искажува фактот дека надворешниот *флукс* (т. е. *йошок*) на едно векторско поле $\boldsymbol{F}$ низ затворена површина Σ е еднаков на тројниот интеграл од дивергенцијата на $\boldsymbol{F}$ над областа што е ограничена со Σ. Познато и како: *шеорема за дивергенција*; *формула на Гаус–Осшроградски*.

ТЕОРЕМА НА ГРИН [Green's theorem; теорема Грина] Ако функциите $P(x,y)$, $Q(x,y)$, $\dfrac{\partial P}{\partial y}$ и $\dfrac{\partial Q}{\partial x}$ се непрекинати на затворената и ограничена едноставна област D со контура L, тогаш е точно следново равенство, познато под името **формула на Грин**:

$$\oint_L P dx + Q\, dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy \, .$$

Оваа формула ја дава врската меѓу двоен интеграл по дадена област D и линиски интеграл по контурата L на таа област. Наречена е по името на англискиот математичар ***Џ. Грин*** (George Green, 1793 – 1841), кој има голем придонес во математичката физика.

ТЕОРЕМА НА ЖОРДАН–ХЕЛДЕР *в.* ЖОРДАН–ХЕЛДЕРОВА ТЕОРЕМА.

ТЕОРЕМА НА КАНТОР–БЕРНШТАЈН [Cantor-Bernstein theorem, Sröder-Bernstein theorem, Cantor-Sröder-Bernstein theorem; теорема Кантора–Бернштейна] Теорема во теоријата на множествата, која гласи: „Ако за две множества A и B постојат инјективни пресликувања $f: A \to B$ и $g: B \to A$, тогаш постои биективно пресликување $h: A \to B$." Тоа значи: ако $|A| \leq |B|$ и $|B| \leq |A|$, тогаш $|A| = |B|$, т. е. множествата A и B имаат иста кардиналност.

Познато и како: *шеорема на Шредер–Бернштајн*. Теоремата е наречена по *Г. Каншор* (*в.*), ***Ф. Бернштајн*** (Felix Bernstein, 1878 – 1956), ***Е. Шредер*** (Ernst Schröder, 1841 – 1902), германски математичари.

ТЕОРЕМА НА КОШИ (за средна вредност) [Cauchy's mean-value theorem, second mean-value theorem; теорема Коши о среднем значении] Т.н.К. гласи: „Ако две функции $f(x)$ и $g(x)$, коишто се непрекинати на некој затворен интервал $[a,b]$ и диференцијабилни во интервалот (a,b), при што $g'(x) \neq 0$ во (a,b), тогаш постои број $c \in (a,b)$, таков што

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \, .\text{“}$$

Т.н.К. е обопштение на *шеоремаша на Лагранж* за средна вредност.

ТЕОРЕМА НА КРОНЕКЕР–КАПЕЛИ [Kronecker–Capelli theorem; теорема Кронекера-Капелли] *Сисшем од т линеарни равенки* (*в.*) со n непознати е решлив ако и само ако матрицата A на системот има ист ранг како и проширената матрица P на системот. Ако е тоа исполнето и ако k е рангот на матрицата A (и P), тогаш: (i) за $k = n$ системот има единствено решение; (ii) за $k < n$ постојат безброј многу решенија.

ТЕОРЕМА НА ЛАГРАНЖ (во теорија на групи) [Lagrange's theorem; Лагранжа теорема в теории групп] Редот на која било подгрупа во конечна група е делител на редот на групата.

ТЕОРЕМА НА ЛАГРАНЖ (за средна вредност) [Lagrange's formula, mean-value theorem, law of the mean; формула Лагранжа, формула конечных приращений] Т.н.л. е едно обопштување на теоремата на Рол и гласи: „Ако

$f(x)$ е непрекината функција во сегментот $[a,b]$ $(a<b)$ и диференцијабилна во интервалот (a,b), тогаш постои број $c\in(a,b)$ таков што

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)\text{ .“} \qquad (1)$$

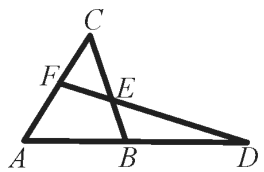
Формулата (1) ја изразува врската меѓу нараснувањето на диференцијабилна функција $f(x)$ и вредноста на нејзиниот извод во интервалот (a,b).

Геометриски, (1) значи дека тангентата на графикот од функцијата $f(x)$ во точката $C(c,f(c))$ е паралелна со правата определена со точките $A(a,f(a))$ и $B(b,f(b))$.

Познато и како: *формула за конечно нараснување*; *т̄еорема за средна вреднос̄т*.

ТЕОРЕМА НА МЕНЕЛАЈ [Menelaus' theorem; теорема Менелая] Ако пресечката *DEF* ги сече страните *BC*, *CA* и продолжението на страната *AB* на триаголникот *ABC* во точките *E*, *F* и *D*, соодветно (црт.), тогаш:

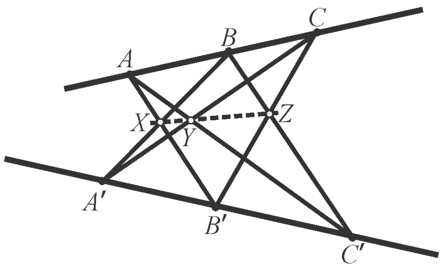
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{\overline{BD}}}\cdot\frac{\overline{BE}}{\overline{\overline{EC}}}\cdot\frac{\overline{CF}}{\overline{\overline{FA}}}=-1\ .$$



Теорема на Менелај

Т.н.М. е многу слична со *т̄еоремат̄а на Чева* (*в.*); равенствата во нив се разликуваат во знакот. Т.н.М. е докажана од старогрчкиот математичар и астроном *Менелај* (*в.*) за сферен триаголник и, изгледа, му била позната на Евклид.

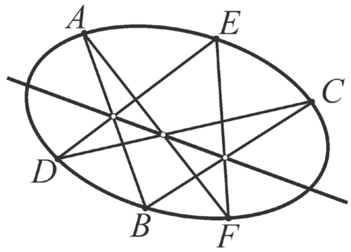
ТЕОРЕМА НА ПАП [Pappus' theorem; теорема Паппа] Класична теорема во проективната геометрија (наречена по името на старогрчкиот математичар Пап од Александрија (којшто живеел во крајот на III и почетокот на IV в. од н.е., веројатно ок. 290 – ок. 350). Таа гласи: „Ако *A*, *B*, *C* се три точки од една права, *A*', *B*', *C*' се три точки од друга права и правите *AB*', *BC*', *CA*' ги сечат правите *A*'*B*, *B*'*C*, *C*'*A* соодветно во точките *X*, *Y*, *Z*, тогаш *X*, *Y*, *Z* лежат на иста права.“



Теорема на Пап

Т.н.п. е специјален случај од *т̄еоремат̄а на Паскал* (*в.*).

ТЕОРЕМА НА ПАСКАЛ [Pascal's theorem; теорема Паскаля] Теорема во проективната геометрија; таа гласи: „Ако шестаголник е впишан во кружница или во друг конусен пресек (елипса, парабола, хипербола, дури и пар прави што се сечат), тогаш трите пара спротивни страни (или нивните продолженија) се сечат во три точки што лежат на иста права, наречна **Паскалова права** (или „**паскалка**“) на шестаголникот.“



Теорема на Паскал

Теоремата важи во евклидска рамнина, но формулацијата треба да се дотера за специјалните случаи кога спротивните страни се паралелни.

Паскал го сметал парот прави за конусен пресек, па *теоремата на Пап* (*в.*) ја сметал за специјален случај од својата теорема. Т.н.П. е дуална на *теоремата на Бријаншон*.

ТЕОРЕМА НА РОЛ [Rolle's theorem; теорема Ролля] Една од основните теореми на анализата; таа гласи: „Ако $f(x)$ е непрекината функција во сегментот $[a,b]$ $(a<b)$, диференцијабилна во отворениот интервал (a,b) и $f(a)=f(b)$, тогаш постои (барем еден) број $c\in(a,b)$, таков што $f'(c)=0$". Геометриски, тоа значи дека тангентата на графикот од $f(x)$ во точката $(c,f(c))$ е паралелна со x-оската.

ТЕОРЕМА НА СТОКС [Stokes' integral theorem; теорема Стокса] Теорема, којашто ја установува врската меѓу *потокот* на векторско поле низ ориентирана површина со *циркулацијата* (*в.*) на тоа поле по крајот на површината. Т.н.С. е обопштување на *теоремата на Грин* (*в.*) во тридимензионален евклидски простор.

Нека Σ е едноставна мазна површина, нека $\boldsymbol{n}=(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$ е ортот на нормалата во произволна точка на Σ (којшто ја определува ориентацијата на Σ) и нека крајот на Σ е мазна затворена крива, означена со Γ (чијашто ориентација е согласна со ориентацијата на Σ). Потоа, нека

$$P(x,y,z),\quad Q(x,y,z),\quad R(x,y,z)$$

се непрекинати функции што имаат непрекинати први парцијални изводи во една просторна област G во чија внатрешност се содржи Σ. Тогаш точно е следново равенство (познато како **формула на Стокс**):

$$\oint_\Gamma P\,dx+Q\,dy+R\,dz=\iint_\Sigma\left(\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial Q}{\partial z}\right)dy\,dz+\left(\frac{\partial P}{\partial z}-\frac{\partial R}{\partial x}\right)dz\,dx+\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dx\,dy\,.$$

(Притоа, интегралот од левата страна на равенството е линиски интеграл по затворената крива Γ, а од десната страна – површински интеграл по површината Σ.)

Т.н.С. е наречена според името на ирскиот математичар и физичар ***Џ. Стокс*** (Sir George Gabriel Stokes, 1819 – 1903).

ТЕОРЕМА НА ФЕРМА [Fermat's theorem; теорема Ферма] **1. Мала** т.н.Ф. (во теорија на броеви). За бројот a, којшто не е делив со простиот број p, важи конгруенцијата

$$a^{p-1}\equiv 1\ (\text{mod}\ p)\,.$$

Оваа теорема покажува дека редот на секој елемент во мултипликативната група на класите остатоци по модул p е делител на редот на групата.

2. *Во анализата* – теорема што искажува потребен услов за егзистенција на локален екстрем на диференцијабилна функција. Таа гласи:

„Ако функцијата $f(x)$ од реалната променлива x е диференцијабилна во интервалот (a, b) и ако, за некој број c од тој интервал, $f(c)$ е екстрем, тогаш нејзиниот извод во точката c е нула: $f'(c) = 0$." Геометриски, тоа значи дека тангентата на графикот од $f(x)$ во точката $(c,f(c))$ е паралелна со x-оската.

3. **Голема** т.н.Ф., *в.* ПОСЛЕДНАТА ТЕОРЕМА НА ФЕРМА.

ТЕОРЕМА НА ХАЈНЕ–БОРЕЛ [Heine–Borel theorem; Гейне–Бореля теорема] Едно подмножество на евклидски простор е компактно ако и само ако тоа е затворено и ограничено (*в.* КОМПАКТЕН ПРОСТОР). Оваа теорема е наречена по името на германскиот математичар ***Е. Хајне***

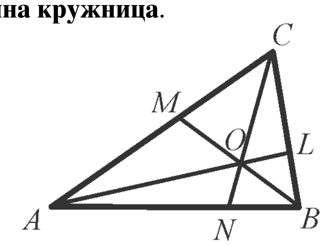
(Eduard Heine, 1821 – 1881) и францускиот математичар ***Е. Борел*** (Émile Borel, 1871 – 1956).

ТЕОРЕМА НА ХАМИЛТОН–КЕЈЛИ [Hamiltonian-Cayley theorem; Гамильтона-Кэли теорема] Секоја матрица е корен на својот *карактеристичен полином* (*в.*).

ТЕОРЕМА НА ЧЕВА [Ceva's theorem; теорема Чевы] Ако точките L, M и N се избрани на страните BC, CA и AB од триаголникот ABC, така што правите AL, BM и CN да се сечат во иста точка O (црт.), тогаш:

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{NB}}\cdot\frac{\overline{BL}}{\overline{LC}}\cdot\frac{\overline{CM}}{\overline{MA}}=1.$$

Точката O се вика **Чевина точка**, отсечките AL, BM и CN – **чевијани**, ΔLMN – **Чевин триаголник**, а опишаната кружница на ΔLMN се вика **Чевина кружница**.



Теорема на Чева

Т.н.Ч. е многу слична на *теоремата на Менелај* (*в.*); равенствата во нив се разликуваат во знакот. Т.н.Ч. го добила името по италијанскиот математичар ***Џ. Чева*** (Giovanni Ceva, 1647–1734).

ТЕОРЕМА НА ШРАЈЕР [Schreier refinement theorem; теорема Шрейера] Кои било две нормални низи во која било група може да се прошират така што добиените проширувања да бидат изоморфни.

Теоремата е наречена според името на австрискиот математичар ***О. Шрајер*** (Otto Schreier, 1901 – 1929), којшто ја докажал во 1928 год. Таа овозможува елегантен доказ на *Жордан–Хелдеровата теорема* (*в.*).

ТЕОРИЈА [theory; теория] Колекцијата од теореми и закони поврзани со некој математички објект или поим. На пр., имаме: т. на броеви, т. на множества, т. на функции, т. на групи.

ТЕОРИЈА НА АВТОМАТИ [automata theory; теория автоматов] Раздел од дискретната математика во кој се изучуваат апстрактни автомати (сметачки машини, претставени во вид на математички модели), како и проблеми што можат тие да ги решаваат. Т.н.а. е тесно сврзана со теоријата на *алгоритми*: автоматот трансформира дискретна информација по чекори во дискретни моменти на време и составува резултат по чекорите на тој алгоритам. Алгебарскиот пристап кон т.н.а. е поврзан најмногу со теоријата на *полугрупи* (гранка на алгебрата).

Централните поими во т.н.а. се: **симбол** – тоа е кој било атомарен блок од податоци, којшто може да произведува ефект на машината; најчесто, симбол е буква од обичниот јазик, но може да биде и графички елемент од дијаграм; **азбука** – тоа е конечно непразно множество Σ од разни симболи; **збор** – конечна низа, создадена со конкатенација на симболи од азбуката Σ; **јазик** – множество зборови, формирани со симболите на дадената азбука (може да биде конечен или бесконечен); **граматика** – конечен список на правила што дефинираат еден јазик; **конечен автомат** – едноставна идеализирана машина, која служи за препознавање шеми, земени од некое множество знаци (*в.* АВТОМАТ).

Основниот поим *конечен автомат* се појавил во средината на 20 век. Еден од пионерите на т.н.а. е ***Алан***

Тјуринг (Alan Turing, 1912 – 1954), англиски математичар, којшто проучувал апстрактни машини, наречени Тјурингови машини, дури и пред да постојат компјутери; тој е наречен „Татко на современата компјутерска наука“. Голем придонес за проучувањето на формалин јазици и граматики дал ***Ноам Чомски*** (Noam Chomsky, 1928–), американски лингвист, филозоф и логичар.

ТЕОРИЈА НА БРОЕВИ [number theory; теория чисел] Математичка дисциплина, којашто ги изучува целите броеви и односите меѓу нив (на повисоко ниво отколку *аритметиката*). Во поново време, т.н.б. бележи висок степен на развиток и ги опфаќа сите проблеми во врска со броевите.

Оваа дисциплина датира од античко време; ја засновале Евклид, Ератостен и Диофант, а во средниот век голем придонес дале Ферма, Ојлер и Гаус. Со развојот на алгебрата, анализата и компјутерите, т.н.б. добива нови импулси во својот развој.

ТЕОРИЈА НА ВЕРОЈАТНОСТ [probability theory; теория вероятностей] Математичка наука, која се занимава со случајни појави и која овозможува од веројатностите на едни случајни настани да се најдат веројатностите на други случајни настани, сврзани на некој начин со првите.

Историски, т.н.в. е млада наука. Првите работи во оваа област им припаѓале на Ферма и Паскал, а биле сврзани со хазардни игри. Натамошниот развој на оваа теорија и нејзините примени во врска со прашања од осигурување и приближни мерења бил поттикнат од Лаплас и Гаус. Голем придонес во т.н.в. дал Колмогоров. Многу делови на т.н.в. (математичката статистика, теоријата на случајни процеси, теоријата на информации) настанале во врска со проблеми од други науки.

ТЕОРИЈА НА ГАЛОА [Galois theory; теория Галуа] Област од алгебрата во која се изучува *полето на Галоа* и *групата на Галоа* (*в.*) што се однесуваат на некој полином. Настанала како резултат на решавањето на проблемот за наоѓање општи решенија на алгебарски равенки од петти и повисоки степени. Овој проблем бил решен од *Галоа* (*в.*) во неговото славно писмо што го напишал во предвечерието на неговото погубување (1832) и останало непрочитано повеќе од десет години.

Во поширока смисла, т.н.Г. изучува разни математички објекти врз основа на нивните групи од автоморфизми (на пр., т.н.Г. на прстени, на тополошки простори итн.). Т.н.Г. имала огромно влијание на развојот на алгебрата во текот на 19-от век.

ТЕОРИЈА НА ГРАФОВИ [graph theory; теория графов] Област од дискретната математика, во која основни објекти на изучување се *графовите* и *мрежите* (*в.*). Нејзината особеност е геометрискиот приод кон изучувањето на објектите. Првите задачи на т.н.г. биле сврзани со решавањето на забавни задачи и главоломки: *проблемот на Кенигсбергските мостови* (*в.*), задачата (на Ојлер) за 36 офицери, задачата за разместување кралици на шаховска табла и др.

ТЕОРИЈА НА ГРУПИ [group theory; теория групп] Раздел на алгебрата, којшто ги изучува *групите* (*в.*) и нивните својства. Поимот група е централен поим во апстрактната алгебра. Многу важни алгебарски структури, како на пр. прстените, полињата и векторските простори, може да се разгледуваат како групи, снабдени со дополнителни операции и аксиоми.

Групите се јавуваат во сите области на математиката.

Т.н.г. се јавила отпрво како помошна дисциплина за решавање полиномни равенки, а потоа, нејзините методи извршиле силно влијание на многу делови од алгебрата. Т.н.г. е моќен формален метод за анализирање апстрактни и физички системи во кои е присутна симетрија. Разни физички системи, како на пр. кристалите, можат да бидат моделирани со симетрични групи. Т.н.г. има многу важни примени во физиката, хемијата, науката за материјалите и криптографијата.

ТЕОРИЈА НА ИГРИ [game theory, theory of games; теория игр] Математичка теорија на оптимално постапување во конфликтни ситуации, т. е. во *математички игри* (*в.*).

Еден од основните поими на т.н.и. е **стратегијата** – можното постапување на еден играч во текот на играта. Основните задачи на т.н.и. се: утврдување на компонентите на играта и нејзините исходи, испитување на постоењето оптимални исходи (најдобри за некој од играчите) и градење стратегии што водат до оптимални исходи, а тоа често значи одредување на веројатноста со која извесна стратегија треба да се избере.

Т.н.и. се користи главно во економијата, политичките науки и психологијата, но и во логиката, компјутерските науки и биологијата.

ТЕОРИЈА НА МАТРИЦИ [matrix theory; теория матриц] Алгебарско изучување на *матриците* (*в.*) и нивната примена во теоријата на системи линеарни (обични и диференцијални) равенки, математичката економија, теоријата на веројатност и др.

ТЕОРИЈА НА МНОЖЕСТВА [set theory; теория множеств] Раздел на математиката во кој се изучуваат општи својства на *множества* (*в.*). Создадена е во втората полвина на XIX век од Г. Кантор, со значителен придонес на Р. Дедекинд. Со т.н.м. е внесено ново сфаќање на бесконечноста, констатирана е длабока врска со теоријата на формалната логика, но кон крајот на XIX и почетокот на XX век, т.н.м. се судрува со значителни потешкотии во вид на парадокси (*в.* на пр. РАСЕЛОВ ПАРАДОКС). Поради тоа, почетната форма на оваа теорија е наречена **наивна** т.н.м. Подоцна, тие тешкотии се совладувани со создавањето на неколку варијанти аксиоматски системи на т.н.м., т. е. со изградбата на **аксиоматска** т.н.м.

Т.н.м. влегува во основата на многу области од математиката (како: општа топологија, универзална алгебра, функционална анализа) и извршила влијание на современото сфаќање на математиката.

ТЕОРИЈА НА МОДЕЛИ [model theory; теория моделей] Т.н.м. е научна област на класи математички структури (на пр. групи, полиња, графови, области од теоријата на множества) од гледна точка на математичката логика. Множество искази во формален јазик се вика **теорија**, а **модел** на една теорија е структура (на пример, интерпретација) која ги задоволува исказите на таа теорија.

Предмет на изучување на т.н.м. се *модели* на теории во некој формален јазик. Кратко, т.н.м. како гранка на математичката логика, е општа теорија на интерпретации на аксиоматска теорија на множества.

ТЕОРИЈА НА ПОЛИЊА [field theory; теория полей] Во алгебра – тоа е теоријата и областа на истражување сврзани со поимот *поле* (*в.*).

ТЕОРИЈА НА РАВЕНКИ [theory of equations; теория алгебраических уравнений] Т.н.р. го опфаќа проучувањето на алгебарски равенки од гледна точка на: методите на решавање, релациите меѓу корените и врските меѓу коефициентите и корените.

ТЕРМ [term; терм] Термин, наменет за означување на некој математички објект што е член на некоја конструкција или целина. Во елелментарна алгебра, зборот т. обично се користи за: константа (број), променлива или производ на константи и променливи, т. е. наместо за *израз* (*в.*) односно за *член* (*в.*) на некој алгебраски израз. Во формализирани јазици постојат формални правила за конструкција на терми.

На пример, во предикатската логика, со помош на почетните симболи (променливите, константите, функциските и помошните знаци), по одредени правила, се формираат терми (или изрази). Поимот *терм* (или *израз*) се дефинира на следниот индуктивен начин: (1) Променливите и константите се терми. (2) Ако $t_1,...,t_n$ се терми и f е функциски знак со должина n, тогаш „зборот“ $f(t_1,...t_n)$ е терм. (3) Терми се само оние зборови што се добиваат со конечна примена на (1) и (2).

ТЕРМИН [term; терм, термин] Ознака (назив) на математички поим; се состои, обично, од еден збор (можно: симбол) или од повеќе зборови; *в.* ПОИМ; ДЕФИНИЦИЈА.

ТЕТИВА [chord; хорда] Т. на крива (одн. на површина) е отсечка од права меѓу две пресечни точки на правата и на кривата (одн. на површината); спец.: т. *на кружница* (*в.*), т. *на сфера*. Две тетиви што сврзуваат точка од дадена кружница со краевите на нејзин дијаметар се викаат **суплементни тетиви**; тие формираат прав агол.

ТЕТИВЕН МЕТОД, *в.* МЕТОД НА ТЕТИВИ.

ТЕТИВЕН МНОГУАГОЛНИК [inscribed polygon; вписанный многоугольник] Многуаголник, впишан во кружница; неговите страни се тетиви на кружницата. Т.м. се вика и **цикличен многуаголник** бидејќи темињата му лежат на кружница.

ТЕТИВЕН ЧЕТИРИАГОЛНИК [inscribed quadrangle; вписанный четырёхугольник] Четириаголник, впишан во кружница. Неговите страни се тетиви на кружницата. Спротивните агли α и γ, одн. β и δ на т.ч. се суплементни: $\alpha + \gamma = 180^o$, $\beta + \delta = 180^o$. Плоштината на т.ч. се пресметува со формулата

$$P=\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}\ ,$$

каде што a, b, c, d се должините на страните на т.ч.

ТЕТРАЕДАР [tetrahedron; четырёхгранник, тетраэдр] Полиедар со 4 ѕидови, четиири темиња и 6 рабови. Ѕидовите му се триаголници, а секое негово ќоше е триедар. Т. е *триаголна пирамида*. Ако сите триаголници на т. се рамнострани, тогаш тој се вика **правилен** т. (*в.*).

ТЕТРОМИНО [tetromino; тетрамино] *в.* ПОЛИОМИНО.

ТОПКА [sphere; шар] **1**. Геометриско тело, ограничено со *сфера* (*в.*). Центарот, радиусот и дијаметарот на сферата што ја ограничува т. се викаат **центар**, **радиус** и **дијаметар** на т. Т. со центар $O(a,b,c)$ и радиус R е геометриско место на точки (x,y,z) од просторот, чиишто координати го задоволуваат условот

$$0 \le \sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2} \le R\ .$$

Т. може да се разгледува како тело, добиено со ротација на круг околу свој дијаметар. Секој пресек на т.

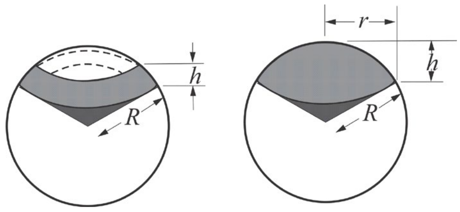
со рамнина е круг. Пресекот на т. со рамнина што минува низ центарот се вика **голем круг** на т.

Плоштината на т. со радиус R се пресметува со формулата $P = 4\pi R^2$, а волуменот – со $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

2. Множеството точки во метрички простор, чиешто растојание од една фиксирана точка C не е поголемо од дадена константа (т. е. даден број) r.

ТОПКИН ИСЕЧОК [spherical sector; шаровой сектор] Геометриско тело, добиено со ротација на *кружен исечок* околу дијаметар што не лежи во внатрешноста на кружниот исечок.

Ако граничниот радиус на кружниот исечок се наоѓа на оската на ротација (т. е. на споменатиот дијаметар), тогаш за добиениот т.и. се вели дека е од **прв вид**. Ако, пак, дијаметарот нема заедничка точка со лакот на кружниот исечок, тогаш за добиениот т.и. се вели дека е од **втор вид**.



Од втор вид Од прв вид

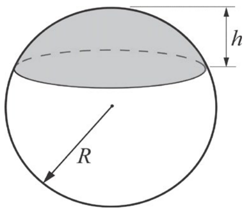
Топкин исечок

Т.и. од прв вид е конвексна фигура (а од втор вид е конкавна фигура). Во двата случаја, волуменот V се пресметува со формулата $V = 2R^2\pi h/3$, при што R е радиусот на топката, а h е висината на топкиниот отсечок, формиран од топкиниот исечок. Познато и како: *топкин сектор*; *сферен конус*.

ТОПКИН ОТСЕЧОК [spherical segment of one base; шаровой сегмент] Дел од топка, ограничен со рамнина што ја сече топката и еднiот од двата дела на нејзината сферна површина. Волуменот V на т.о. е:

$$V = \pi h^2(3R - h)/3,$$

каде што R е радиусот на топката, а h е висината на т.о. Познато и како *топкин сегмент*.



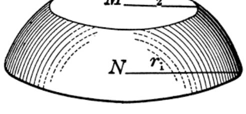
Топкин отсечок

ТОПКИН ПОЈАС [spherical zone; шаровой пояс] Делот од топкината (т. е. од сферната) површина, зафатена меѓу две паралелни рамнини што ја сечат топката. Т.п. ја претставува бочната површина на *топкин слој* (*в.*). Плоштината S на т.п. се пресметува со формулата $S = 2\pi Rh$, каде што R е радиусот на топката, а h е висината на топкиниот слој. Познато и како: *зона*; *сферен појас* (в.).

ТОПКИН СЕГМЕНТ, *в.* ТОПКИН ОТСЕЧОК.

ТОПКИН СЕКТОР, *в.* ТОПКИН ИСЕЧОК.

ТОПКИН СЛОЈ [spherical segment of two bases, spherical zone; шаровой слой] Делот од топка, ограничен од двата пресека на топката со две паралелни рамнини, наречени **основи** на т.с.



Топкин слој

Бочната површина на т.с. се вика *топкин појас*. Плоштината S на бочната површина е $S = 2\pi Rh$, каде што

R е радиусот на топката, а h е **висината** на т.с. (т. е. растојанието меѓу основите). Волуменот V на т.с. се пресметува со формулата

$$V = \frac{\pi h}{6}(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2),$$

каде што r_1 и r_2 се радиусите на основите, а h е висината на т.с.

ТОПОЛОГИЈА [topology; топология] **1**. Математичка област, којашто изучува форми и *тополошки простори* (*в.*). Попрецизно, т. ги изучува својствата на простор што остануваат непроменети по извршување на деформации, како: искривување, истегнување, стиснување, свиткување и усучување, но не кинење или лепење.

На пр., кружница и елипса се тополошки еквивалентни, како што се топка и елипсоид; тополошки не се разликуваат (т. е. се тополошки еквивалентни) „ѓеврек (торус) и шолја (со една рачка)".

Т. изучува такви својства, како сврзаност, непрекинатост и ограниченост. Т. не се занимава со големините или со проективните својства на фигурите, туку само со соодносите што остануваат инваријантни при *хомеоморфизми* (*в.*).

Меѓу основачите на т. се германските математичари *А. Ф. Мебиус* (1790 – 1868), *Б. Риман* (1826 – 1866) и германскиот астроном *Ј. Б. Листинг* (1808–1882), а голем придонес дале францускиот математичар *А. Поенкаре* (1854 – 1912) и советските математичари *П. С. Александров* (1896 – 1982), *П. С. Урисон* (1898 – 1924), *Л. С. Понтрјагин* (1908 –1988).

Во денешно време, т. бурно се развива и во себе вклучува повеќе подобласти, како: *општа* т. (*в.*), *алгебарска* т. (*в.*), диференцијална т. (којашто е тесно сврзана со диференцијалната геометрија), геометриска т.

2. Математичка структура, којашто се состои од фамилија подмножества (наречени *отворени множества*) од некое непразно множество и задоволува одредени услови; *в.* ТОПОЛОШКИ ПРОСТОР.

ТОПОЛОШКИ ИЗОМОРФИЗАМ, *в.* ХОМЕОМОРФИЗАМ.

ТОПОЛОШКИ ПРОСТОР [topological space; топологическое пространство] Множество, снабдено со топологија. Имено, ако X е непразно множество од произволни елементи, наречени *точки*, а $\mathcal{T}$ е фамилија подмножества од X, такви што ги задоволуваат следниве услови: (i) $X \in \mathcal{T}$, (ii) $\varnothing \in \mathcal{T}$, (iii) пресекот на конечно многу членови од $\mathcal{T}$ е во $\mathcal{T}$, (iv) унијата од произволно многу членови од $\mathcal{T}$ е во $\mathcal{T}$, тогаш парот $(X, \mathcal{T})$, се вика т.п. Притоа, множеството X се нарекува **носечко множество**, фамилијата $\mathcal{T}$ – **топологија**, а членовите на $\mathcal{T}$ – **отворени множества** на т.п. $(X, \mathcal{T})$.

ТОПОЛОШКО ПРЕСЛИКУВАЊЕ *в.* ХОМЕОМОРФИЗАМ.

ТОРЗИЈА [torsion; кручение] **1**. *Торзија* на крива се вика скаларната величина T во равенството

$$\frac{d\boldsymbol{\beta}}{ds} = T\boldsymbol{\nu}, \quad \text{т.е. } T = \frac{d\boldsymbol{\beta}}{ds}\cdot\boldsymbol{\nu}, \qquad (1)$$

каде што $d\boldsymbol{\beta}/ds$ е изводот на ортот $\boldsymbol{\beta}(=\boldsymbol{\tau}\times\boldsymbol{\nu})$ од бинормалата на кривата по должината s на кривата ($\boldsymbol{\nu}$ одн. $\boldsymbol{\tau}$ е ортот на нормалата одн. на тангентата). Реципрочната вредност $R = 1/T$ се вика **радиус на торзијата**. За $T = 0$ се става $R = \infty$.

Т. на една крива го карактеризира отстапувањето на кривата од *оскулаторната рамнина*. Т. може да биде и негативна, за разлика од *кривината* (*в.*), којашто секогаш е позитивна.

Регуларна (трипати непрекинато диференцијабилна) крива во секоја точка, каде што нејзината кривина е различна од нула, има т. Ако $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(s)$ е векторска равенка на кривата со природен параметар s, тогаш

$$T = -\frac{(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}'', \boldsymbol{r}''')}{(\boldsymbol{r}' \times \boldsymbol{r}'')^2} \qquad (2)$$

(притоа: $(\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r}'', \boldsymbol{r}''')$ е *мешан производ* а $(\boldsymbol{r}' \times \boldsymbol{r}'')$ е *векторски производ*).

Рамнинска крива, во секоја точка, има т. еднаква на нула. Обратно, крива со т. идентично еднаква на нула е рамнинска. Кривината и т. на просторна крива се коефициенти во системот диференцијални равенки наречени *формули на Френе* (*в.*).

2. Терминот *торзија* се однесува на елементите од група, коишто имаат конечен ред (*в.* ТОРЗИЈА НА ГРУПА).

ТОРЗИЈА НА ГРУПА [torsion of a group; кручение группы] За група G, множеството од сите торзиони елементи (т. е. елементите со конечен ред) од G, се вика **торзија** или (**периодичен дел**) на G; ознака: $\mathrm{Tor}(G)$. Ако G е комутативна група, тогаш $\mathrm{Tor}(G)$ е подгрупа од G и се вика **торзиона подгрупа** на G. Ако $\mathrm{Tor}(G)$ се состои само од неутралниот елемент, тогаш за G се вели дека е **група без торзија**.

Во општ случај, $\mathrm{Tor}(G)$ не мора да биде подгрупа на G. На пр., ако G е *диедралната група* D_n (*в.*), тогаш $\mathrm{Tor}(G) = \{a_0\} \cup \{b_0, b_1, ..., b_{n-1}\}$ не е подгрупа, зашто, на пр., $b_1 b_0 = a_1$ не му припаѓа на $\mathrm{Tor}(G)$.

ТОРЗИОНА ГРУПА, *в.* ПЕРИОДИЧНА ГРУПА.

ТОРЗИОНА ПОДГРУПА [torsion subgroup; подгруппа кручения] Т.п. е подгрупа, формирана со множеството елементи од конечен ред во Абелова група G; се означува: Tor G.

ТОРЗИОНЕН ЕЛЕМЕНТ [torsion element, element of finite period; элемент кручения] Т.е. од група G е *елемент со конечен ред* (*в.*).

ТОРОИД [toroid; тороид] Ротациона површина, добиена со вртење на затворена рамнинска крива околу права што лежи во истата рамнина како кривата, но не ја сече. Наједноставниот т. е површината на *торус*.

Може да се разгледува, воопшто, површина добиена со вртење на кружница околу оска што лежи во рамнината на кружницата, но не минува низ нејзиниот центар. Притоа, оската на ротација може: да ја сече кружницата, да ја допира или да е надвор од неа. Во првите два случаја ротационата површина се вика **затворен** т., а во последниот – **отворен** т.

ТОРУС [torus; тор] Геометриско тело, добиено со ротација на круг околу оска што лежи во рамнината на кругот и нема заеднички точки со него. При ротацијата, центарот на кругот опишува кружница, наречена **осна кружница**, а нејзиниот центар – **центар на торусот**. Рамнината на осната кружница на т. се вика **екваторијална рамнина** на т., а кружните периферии, коишто лежат на т. и се добиени од дадениот круг со неговата ротација, се викаат **меридијани** на т. (Модели на т. се: ѓеврек, автомобилска гума и др.)

Ако радиусот на ротирачкиот круг е r, а радиусот на осната кружница е R, тогаш плоштината P и волуменот V на т. се пресметуваат со формулите, соодветно: $P = 4\pi^2 Rr$, $V = 2\pi^2 Rr^2$.

ТОТАЛЕН ДИФЕРЕНЦИЈАЛ [differential, exact differential; полный дифференциал], *в.* ДИФЕРЕНЦИЈАЛ 2.

ТОТАЛНА ВАРИЈАЦИЈА [total variation of a function; вариация функции, полная вариация функции], *в*. ФУНКЦИЈА СО ОГРАНИЧЕНА ВАРИЈАЦИЈА.

ТОЧКА [point; точка] Еден од основните поими во геометријата. Интуитивно, т. е „посебна локација во просторот, објект без ширина, висина или дебелина". Индиректна дефиниција на т. се дава во аксиомите при аксиоматската изградба на геометријата.

Геометриските аксиоми го определуваат односот на „точките" кон недефинираните поими „права" и „рамнина": (1) две различни точки определуваат една и само една права; (2) три неколинеарни точки определуваат една и само една рамнина; и др.

Природата на т. може да биде најразлична. Така, во n-димензионален евклидски простор, т. е подредена n-ка реални броеви; во метрички простор, т. е секој елемент на метричкиот простор; во проективна рамнина, т. е подредена тројка пропорционални броеви (x_1, x_2, x_3), од кои барем еден не е нула; итн.

Зборот точка е составен дел на голем број сложени математички термини: пресечна т., изолирана т., рабна т., гранична т., сингуларна т., т. на натрупување, т. на прекин, т. на самопресечување, итн.

ТОЧКА ВО БЕСКРАЈНОСТ [point in infinity; точка в бесконечности], *в*. БЕСКРАЈНО ДАЛЕЧНА ТОЧКА.

ТОЧКА НА АКУМУЛАЦИЈА [accumulation point, cluster point, limit point; точка накопления, предельная точка, точка сгущения] Нека X е тополошки простор и $M \subseteq X$. Точка $a \in X$ се вика *точка на акумулација на множеството М* ако во секоја околина на точката a постои барем една точка од M, којашто е различна од a. (Тоа значи дека која било околина на a содржи безброј многу точки од M.)

Т.н.а. може да му припаѓа или да не му припаѓа на множеството M. На пр., за множеството $M = \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (во $\mathbb{R}$), точката 0 е т.н.а. што не му припаѓа на M. Множеството т.н.а. на M се вика **изводно множество** на M и се означува со M'.

Познато и како: *точка на згуснување*; *точка на натрупување на множество*.

ТОЧКА НА ЗГУСНУВАЊЕ, исто што и *точка на акумулација*. *в*.

ТОЧКА НА НАТРУПУВАЊЕ НА МНОЖЕСТВО, исто што и *точка на акумулација*, *в*.

ТОЧКА НА НАТРУПУВАЊЕ НА НИЗА [partial limit of a sequence; частичный предел последовательности] Број a се вика *точка на натрупување на низа* (a_n) од реални броеви a_n ако за секој $\varepsilon > 0$ безброј многу членови од низата се наоѓаат во интервалот $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$.

Една низа од реални броеви може да има една, две или повеќе т.н.н., а може да нема ниедна. На пример, низата со општ член $a_n = 1/n$ има само една т.н.н. – точката 0, низата $b_n =$ $(-1)^n$ има две – точките 1 и –1, а низата $c_n = (-2)^n$ нема ниедна.

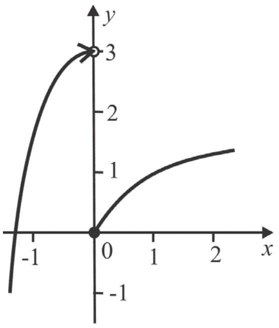
Секоја *ограничена низа* има барем една т.н.н., т. е. има барем една конвергентна подниза (*теорема на Болцано-Вајерштрас*).

ТОЧКА НА ПРЕКИН [point of discontinuity, discontinuity; точка разрыва, разрыв] Точка $x = a$ во која, за дадена функција $f(x)$, не е исполнет барем еден од условите за непрекинатост, т. е.: (i) $f(x)$ не е дефинирана за $x = a$, или (ii) не постои лимесот на f во $x = a$, или (iii) лимесот на f во $x = a$ постои и $f(a)$ постои, но не се еднаки меѓу себе. Има три вида т.н.п.: од прв вид, од втор вид и отстранлив прекин.

Точката a се вика т.н.п. **од прв вид** за функцијата $f(x)$, ако постојат левиот и десниот лимес $f(a^-)$, $f(a^+)$, но $f(a^-) \neq f(a^+)$. Точката a се вика т.н.п. **од втор вид** за функцијата $f(x)$, ако барем еден од лимесите $f(a^-)$, $f(a^+)$ не постои или е бесконечен. За *точка на отстранлив прекин в.* ОТСТРАНЛИВ ПРЕКИН.

Познато и како: *прекин*.

ТОЧКА НА ПРЕКИН СО КОНЕЧЕН СКОК [jump discontinuity; точка разрыва с конечным скачком] Точка a на прекин во која, за дадена функција $f(x)$, постојат левиот и десниот лимес $f(a^-) < \infty$, $f(a^+) < \infty$, но тие не се еднакви, $f(a^-) \neq f(a^+)$; точката a се вика и *точка на прекин* (*в.*) *од прв вид*. Бројот $|f(a^-) - f(a^+)|$ се вика **скок на функцијата** $f(x)$ во точката a.



Точка на прекин со конечен скок

На пример, функцијата $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$ (*сигнум од x*, *в.*) има прекин од прв вид во точката $x = 0$, бидејќи постојат $f(0^-) = -1$ и $f(0^+) = 1$, но $f(0^-) \neq f(0^+)$, т. е. 0 е т.н.п.с.к.с. Скокот на функцијата е $|f(0^-) - f(0^+)| = |-1 - 1| = 2$. Друг пример на функција со т.н.п. с.к.с. е прикажан на цртежот.

ТОЧНА ЦИФРА [correct digit; верная цифра] Термин, којшто се однесува на приближно задавање реален број. За цифрата ξ од приближниот број x на даден реален број X се вели дека е *точна* (или *точна во строга смисла*) ако апсолутната грешка на x, $\Delta_x = |X - x|$, не е поголема од половина единица од разредот на кој му припаѓа ξ.

Според тоа, применувајќи го правилото: „За приближниот број x да се пишуваат само неговите точни цифри", се добива информација и за неговата апсолутна грешка.

На пример, за бројот $e = 2{,}718281\ldots$ да ја земеме приближната вредност $p = 2{,}72$. Тогаш

$$\Delta_p < 0{,}0018 < 0{,}005 = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}01,$$

што значи дека сите цифри на приближниот број 2,72 се точни.

Од друга страна, ако се дадени приближните броеви: $a = 32{,}4$; $b = 5{,}300$; $c = 1{,}41421$ и се знае дека сите нивни цифри се точни, тогаш: $\Delta_a = 0{,}05$; $\Delta_b = 0{,}0005$ и $\Delta_c = 0{,}000005$.

ТОЧНИ БРОЕВИ [exact numbers; точные числа] Сите броеви што се користат во техничките примени се од следниве два вида: i) *приближни броеви* (*в.*), и ii) „*точни броеви*" – броеви за кои нема никаква несигурност во нивните вредности (наспроти случајот со приближните броеви).

Т.б. се јавуваат главно во две ситуации: (1) како резултат од броење одделни предмети (на пр., дузина јајца се точно 12 јајца, а никако 12,1 или 11,8 јајца) и (2) важни фундаментални нумерички вредности може да бидат т.б. по спогодба, меѓународен договор или по дефиниција, најчесто кога се работи за мерни единици (на пр., во 1 метар има 100 центиметри, не затоа што некој направил некое крајно прецизно мерење и нашол дека метарот е долг „точно“ 100 центиметри, туку затоа што зборот „центиметар“ е дефиниран да означува една стотинка од метарот).

***T*0-ПРОСТОР** [*T*0-space; *T*0-пространство] Тополошки простор *X*, којшто ја задоволува *аксиомата T*0 *на одделување* (т. е. *аксиома на Колмогоров*): „За кои било две точки *x*, *y* од *X*, барем едната има околина *U* што не ја содржи другата точка, т. е.

$x \in U$ и $y \notin U$ или $y \in U$ и $x \notin U$.“

Познато и како: *Колмогоров простор*; *простор на Колмогоров*.

***T*1-ПРОСТОР** [*T*1-space; *T*1-пространство] Тополошки простор *X* се вика *T*1-*простор* ако секоја од кои било две негови точки има околина што не ја содржи другата точка, т. е. ако ја задоволува *аксиомата T*1 *на одделување*: „За кои било две точки *x*, *y* од *X*, постојат две отворени множества *U* и *V* во *X* такви што

$x \in U$ и $y \notin U$, $y \in V$ и $x \notin V$.“

***T*2-ПРОСТОР** [*T*2-space; *T*2-пространство] Тополошки простор *X* се вика *T*2-*простор* ако кои било две негови точки имаат дисјунктни околини, т. е. ако ја задоволува *аксиомата T*2 *на одделување* (или *аксиома на Хаусдорф*): „За кои било две точки *x*, *y* од *X*, постојат две отворени множества *U* и *V* такви што

$x \in U$, $y \in V$ и $U \cap V = \varnothing$.“

Син. *Хаусдорфов простор*.

***T*3-ПРОСТОР** [*T*3-space; *T*3-пространство] Тополошки простор *X* се вика *T*3-*простор* ако секое негово затворено подмножество и секоја точка што не се содржи во него имаат дисјунктни околини (т. е. ако *X* ја задоволува т.н. *аксиома на регуларност*, наречена и *аксиома T*3 *на одделување*); *в.* и РЕГУЛАРЕН ПРОСТОР.

***T*4-ПРОСТОР** [*T*4-space; *T*4-пространство] Тополошки простор *X* којшто е *нормален* (*в.*) и е *T*1-*простор*.

ТРАГА НА МАТРИЦА [trace of a matrix, spur of a matrix, sum of diagonal of a square matrix; след матрицы] Трага на квадратна матрица $A = [a_{ij}]$ од *n*-ти ред (ознака: $\operatorname{tr} A$), е збирот на елементите од главната дијагонала,

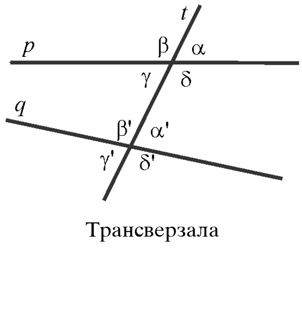
$$\operatorname{tr} A = a_{11} + a_{22} + \ldots + a_{nn};$$

$\operatorname{tr} A$ е еднаква со збирот од сопствените вредности на *A*.

ТРАЕКТОРИЈА [trajectory; траектория] Непрекината крива, опишана при движење на материјална точка. Ако движењето е определено со систем диференцијални равенки, тогаш станува збор за траекторија на систем диференцијални равенки.

ТРАНЗИТИВНА РЕЛАЦИЈА [transitive relation; транзитивное бинарное отношение] Релација α на множество *M*, таква што: ако $a \alpha b$ и $b \alpha c$, тогаш $a \alpha c$.

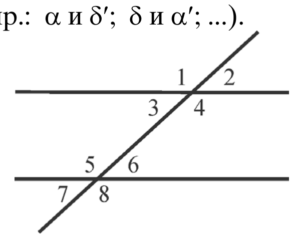
ТРАНЗИТИВНОСТ [transitivity; транзитивность] Својството на релација α: ако $a \alpha b$ и $b \alpha c$, тогаш $a \alpha c$.



Трансверзала

ТРАНСВЕРЗАЛА [transversal; трансверсаль, пересекающая линия] **1**. Права, којашто сече две други прави во една рамнина. Трите прави образуваат осум конвексни агли, чиишто темиња се пресечните точки на т., а краците им припаѓаат на тие прави.

На цртежот, т. t ги сече правите p и q. Аглите α, β, γ′, δ′ се **надворешни**, а γ, δ, α′, β′ се **внатрешни агли**. Од нив се издвојуваат три важни групи парови агли: (1) **согласни** – ако се несоседни, од иста страна на т. и едниот е надворешен а другиот е внатрешен (согласни се, на пр.: α и α′; δ и δ′; ...); (2) **наизменични –** ако се несоседни, од различни страни на т. и обата се или *внатрешни* или *надворешни* (наизменични се, на пр.: α и γ′; δ и β′; (3) **спротивни** – ако се несоседни, од иста страна на т. и обата се или надворешни или внатрешни (спротивни се на пр.: α и δ′; δ и α′; ...).



Трансверзала на паралелни прави

Ако правите што ги сече т. се *паралелни* (*в*. црт.), тогаш секој пар согласни агли се еднакви (на пр. 2 и 6), секој пар наизменични агли се еднакви (на пр. 3 и 6) и секој пар спротивни агли се суплементни на пр. 4 и 6).

2. **Трансверзала на триаголник**: права, којашто *сече* еден триаголник (т. е. со триаголникот има заеднички внатрешни точки); ако правата минува низ некое теме на триаголникот, таа се вика **темена трансверзала**. Меѓу најважните т. на триаголник се: симетралите на страните, симетралите на аглите, тежишните линии, висините; *в*. и: *теорема на Чева* (чевијани) ; *теорема на Менелај*. Од секоја своја т., триаголникот отсекува отсечка со определена должина.

Познато и како *пресечка*.

ТРАНСЛАЦИЈА [translation; параллельный перенос, сдвиг] Трансформација на просторот, при која сите точки се поместуваат за еден ист вектор. Познато и како *паралелно поместување*.

ТРАНСПОЗИЦИЈА [transposition; транспозиция] *Пермутација* (*в*.), којашто им ги разменува местата точно на два симбола, а другите симболи не се поместуваат. Која било пермутација може да се претстави како производ од конечен број транспозиции.

ТРАНСПОНИРАНА МАТРИЦА [transpose of a matrix; транспонированная матрица] Ако редиците од една $m\times n$-матрица $A=[a_{ij}]$ се разменат со соодветните колони (т. е. колоните со соодветните редици), ќе се добие нова матрица со форма $n\times m$, којашто се означува со A^{T} и се вика т.м. на A; значи: $A^{\mathrm{T}}=[a_{ji}]$. На пр.,

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & -4 & 4\end{bmatrix},\quad A^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -4\\ 3 & 4\end{bmatrix}.$$

Добивањето на матрицата A^{T} од матрицата A е унарна операција, наречена **транспонирање**. Ако A**,** B се $m\times n$ -матрици, C е $n\times p$-матрица и λ е реален број, тогаш важат равенствата:

$$(\lambda A)^{\mathrm{T}}=\lambda A^{\mathrm{T}},\ (A^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}=A,$$

$$(A+B)^{\mathrm{T}}=A^{\mathrm{T}}+B^{\mathrm{T}},\ (BC)^{\mathrm{T}}=C^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}.$$

ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА [transportation problem; транспортная задача] Еден од најважните специјални случаи на општата задача од *линеарното програмирање* (*в*.). Целта е да се минимизираат трошоците на стоката што се дистрибуира од извесен број снабдувачки центри (**извори**) $i = 1,\ldots, m$ до извесен број приемни центри (**дестинации**) $j = 1,\ldots,n$. Цената на превозот од еден извор до одредена дестинација е право пропорционална со бројот на единиците до кои се доставува стоката. Т.з. бара посебен метод на решавање.

ТРАНСФИНИТЕН БРОЈ [transfinite number; трансфинитное число] Кардинален или ординален број што не е цел број.

ТРАНСФИНИТНА ИНДУКЦИЈА [transfinite induction; трансфинитная индукция] Метод на расудување со кој се заклучува дека: ако една теорема важи за првиот елемент од едно *добро подредено множество* N и важи за некој елемент n секогаш кога важи за сите претходници на n, тогаш важи за сите членови на N.

ТРАНСФОРМАЦИЈА [transformation; преобразование] Функција или пресликување. Под терминот *трансформација* обично се подразбира дека пресликувањето е од едно множество во себе (наместо од едно во друго множество).

Во геометријата се разгледуваат т. на рамнината, наречени *геометриски* т., при кои остануваат непроменети (инваријантни) одредени својства: метрички, афини, проективни и други својства на фигурите; *в.* ГЕОМЕТРИСКИ ТРАНСФОРМАЦИИ.

ТРАНСФОРМАЦИЈА НА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ [equivalence transformation, equivalent transformation; преобразование эквивалентности] Трансформацијата, којашто на која било квадратна матрица A ѝ ја придружува матрицата $B = SAT$, каде што S и T се несингуларни матрици, се нарекува **трансформација на еквивалентност**.

Т.н.е. $B = SAT$ се вика:

– **трансформација на конгруентност**, ако $B = SAS^{\mathrm{T}}$ ($T = S^{\mathrm{T}}$) и S^{T} е транспониранaта матрица од S;

– **трансформација на сличност**, ако $B = SAS^{-1}$ ($T = S^{-1}$);

– **ортогонална трансформација** ако $B = SAS^{-1}$ ($T = S^{-1}$) и S е ортогонална;

– **унитарна трансформација**, ако $B = SAS^{-1}$ ($T = S^{-1}$) и S е унитарна.

ТРАНСФОРМАЦИЈА НА КООРДИНАТИ [transformation of coordinates; преобразование координат] Премин од еден координатен систем во друг. Задачата на т.н.к. се состои во следново: знаејќи ги координатите на тековна точка M во еден координатен систем, треба да се најдат координатите на таа точка во другиот координатен систем. Формулите што ја даваат врската меѓу „старите“ и „новите“ координати на точката M се викаат **формули за** т.н.к.

Пр. 1) Формулите за т.н.к. при премин од еден правоаголен Декартов координатен систем Oxy во друг правоаголен Декартов координатен систем $O'x'y'x'O'y'$ имаат вид:

$$x' = (x - x_0)\cos\alpha + (y - y_0)\sin\alpha,$$

$$y' = -(x - x_0)\sin\alpha + (y - y_0)\cos\alpha,$$

и формулите за обратен премин:

$$x = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha + x_0,$$

$$y = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha + y_0,$$

каде што x_0, y_0 се координатите на новиот координатен почеток O' во стариот систем, а α е аголот меѓу оските Ox и $O'x'$.

Пр. 2) Формулите за премин од Декартов во поларен систем (позитивниот дел од апсцисната оска се совпаѓа со поларната оска) се:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{y}{x},$$

а преминот од Декартови во поларни координати се остварува со формулите $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$.

ТРАНСФОРМАЦИЈА НА СЛИЧНОСТ [similarity transformation; преобразование подобия] **1**. Во *геометријата*: трансформација на рамнината (или просторот), при која секоја отсечка AB со должина $\overline{AB}$ преминува во отсечка $A'B'$ со должина $k\cdot\overline{AB}$,

$$\overline{A'B'} = k\cdot\overline{AB}, \qquad (1)$$

при што бројот $k \neq 0$ се нарекува **коефициент на сличноста**.

Секое *движење* (*в.*) е т.н.с. со коефициент 1 и секоја *хомотетија* (*в.*) со коефициент k е т.н.с. со коефициент $|\,k\,|$. Исто така, состав на движење и хомотетија, односно хомотетија и движење е т.н.с. Секоја т.н.с. е биекција. Една трансформација ψ на рамнината е т.н.с. акко ψ е состав на движење и хомотетија. Множеството S од сите т.н.с. на рамнината Π е група во однос на операцијата составување на пресликувања.

Т.н.с. (со коефициент k) кратко се вика **сличност** (со коефициент k).

2. Во *линеарната алгебра*: пресликување, коешто на секоја линеарна трансформација A на еден векторски простор ѝ ја придружува линеарната трансформација $B = C^{-1}AC$ што се добива кога координатите на просторот се подложени на некоја несингуларна трансформација C.

3. За *матрици*: пресликување, кое на секоја квадратна матрица A ѝ ја придружува матрицата $B = C^{-1}AC$, каде што C е несингуларна матрица и C^{-1} е инверзната матрица од C; ако A е матрицата на некоја линеарна трансформација, тогаш оваа дефиниција е еквивалентна со горната дефиниција 2; *в.* и ТРАНСФОРМЦИЈА НА ЕКВИВАЛЕНТНОСТ.

ТРАНСЦЕНДЕНТЕН БРОЈ [transcendental number; трансцендентное число] Број што не е корен на ниеден полином со рационални коефициенти, т. е. број што не е *алгебарски* (*в.*). Примери на т.б. се: π, e, $5^{\sqrt{2}}$ итн.

ТРАНСЦЕНДЕНТНА КРИВА [transcendental curve; трансцендентная кривая] Крива што е график на трансцендентна функција, на пр. $y = \log x$.

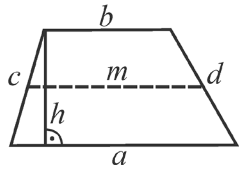
ТРАНСЦЕНДЕНТНА РАВЕНКА [transcendental equation; трансцендентное уравнение] Равенка, којашто содржи трансцендентни функции; на пример,

$$\sin x + \lg x = 2\,, \quad 2^x - x = \operatorname{arctg} x$$

се т.р. Обично се разгледуваат прости, многу специјални случаи на експоненцијални, логаритамски и тригонометриски равенки, како на пр. равенката $\lg^2 x - 9\cdot\lg x - 10 = 0$ (којашто се сведува на квадратна ако се стави $\lg x = y$). Во општ случај нема метод (освен приближни методи), за решавање на т.р.

ТРАНСЦЕНДЕНТНИ ФУНКЦИИ [transcendental functions; трансцендентные функции] Функциии што не може да се зададат со *алгебарски израз* што ги вклучува само нивните променливи и константи; *в.* АЛГЕБАРСКА ФУНКЦИЈА; ЕЛЕМЕНТАРНИ ФУНКЦИИ.

ТРАПЕЗ [trapezium (*Brit.*), trapezoid (*Amer.*); трапеция] Четириаголник при кој две страни се паралелни, а другите две не се паралелни. Паралелните страни се викаат **основи**, а непаралелните – **бочни страни**. Растојанието меѓу паралелните старни се вика **висина** на т. Отсечката чиишто краеви се средините на бочните страни се вика **средна линија** на т.; таа е паралелна со основите и е еднаква на нивниот полузбир.



Трапез

Т. при кој бочните страни се еднакви се вика **рамнокрак** т., а т. при кој едната од бочните страни е нормална на основите се вика **правоаголен** т.

Плоштината P на т. се пресметува по формулата $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$, т. е. $P = m \cdot h$, каде што a и b се основите, h е висината, а $m = (a + b) / 2$ е средната линија на т.

ТРАПЕЗОИД [trapezoid (*Brit.*); trapezium (*Amer.*); четырёхугольник, никакие две стороны которого не параллельны, *йон.* трапеция] Четириаголник, којшто нема ниеден пар паралелни страни.

***t*-РАСПРЕДЕЛБА**, *в.* СТУДЕНТОВА РАСПРЕДЕЛБА.

ТРЕТА ПРОПОРЦИОНАЛА [third proportional; третий член пропорции] Т.п. за два броја a и b е бројот x, таков што $a : b = b : x$, т. е. $x = b^2 / a$; *в.* ПРОПОРЦИОНАЛА.

ТРЕТИ КОРЕН, *в.* КУБЕН КОРЕН.

ТРЕТИ СТЕПЕН [third degree; третья степень], *в.* КУБ 2.

ТРИАГОЛНА ДЕТЕРМИНАНТА [triangular determinant; треугольный определитель, треугольный детерминант] Т.д. се вика детерминантата на која било *триаголна матрица* (*в.*).

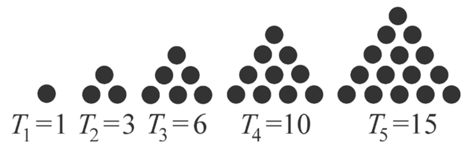
ТРИАГОЛНА МАТРИЦА [triangular matrix; треугольная матрица] Квадратна матрица, при која сите членови под или над главната дијагонала се нули. Т.м. се вика **горнотриаголна матрица** ако сите членови под главната дијагонала се нули, а **долнотриаголна матрица** ако сите членови над главната дијагонала се нули. Т.м. се вика **унитриаголна матрица** (горно- или долно-триаголна) ако сите елементи на главната дијагонала се единици.

Т.м. се користат во прв ред при решавање *системи од n линеарни равенки со n непознати* (*в.*), кога матрицата на системот се сведува на триаголна форма врз основа на теоремата: „Секоја ненулта квадратна матрица, со помош на *елементарни операции над редиците* (*в.*) и пермутации на колоните, може да се сведе на т.м.“

ТРИАГОЛНА ПИРАМИДА [triangular pyramid; треугольная пирамида] Пирамида, чијашто основа е триаголник. Т.п. се вика и *тетраедар* (*в.*).

ТРИАГОЛНА ПРИЗМА [triangular prism; треугольная призма] Призма, чиишто основи се триаголници.

ТРИАГОЛНИ БРОЕВИ [triangular numbers; треугольные числа] Броевите $T_1 = 1$, $T_2 = 3$. $T_3 = 6$, $T_4 = 10, \ldots$, коишто го претставуваат бројот на точки во последователни триаголни распореди, а се определени со изразот $n(n+1)/2$, каде што $n = 1, 2, 3, \ldots$.



Триаголни броеви

ТРИАГОЛНИК [triangle; треугольник] **1**. Множество од три неколинеарни точки и трите отсечки чиишто краеви се тие точки. Инаку речено, т. е проста затворена искршена линија со три страни (т. е. т. е *триаголна линија*). Трите дадени неколинеарни точки A, B и C се викаат **темиња**, а трите отсечки AB, BC и CA се викаат **страни** на т. Т. со темиња A, B и C се означува: ΔABC, ΔBCA итн. (има шест такви можности).

Т. ја дели рамнината на две области: едната е конвексна и е наречена **внатрешност** на т., а нејзините точки – **внатрешни точки** на т.; другата е конкавна и е наречена **надворешност** на т., а нејзините точки – **надворешни точки** на т.

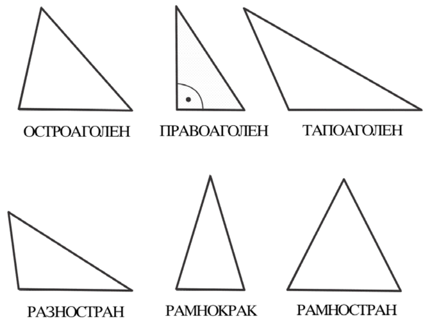
Во литературата, под „триаголник" најчесто се подразбира: триаголната линија, заедно со нејзината внатрешност; во тој случај станува збор за **дводимензионален** т. Ако т. се разгледува како триаголна линија, тогаш тој е **еднодимензионален** т.; ако, пак, се разгледува како геометриска фигура составена од три неколинеарни точки, тогаш тој е **нулдимензионален** т. Од контекстот обично е јасно за каков триаголник станува збор.

Агол на т. (попрецизно: **внатрешен агол** на т.) е агол чиешто теме е теме на т., чиишто краци ги содржат страните на т. што се среќаваат во тоа теме и чијашто внатрешност ја содржи внатрешноста на т. Секој т. има три агли. Збирот на аглите во т. е еднаков со рамен агол (т. е. изнесува $180°$). Страните и аглите се наречени **основни елементи** на т.

Меѓу страните и аглите во еден т. има разни зависности (на пр.: спроти еднакви агли лежат еднакви страни; спроти поголем агол лежи поголема страна и, обратно – спроти поголема страна лежи поголем агол; една страна на т. е помала од збирот на другите две, а е поголема од нивната разлика). Агол што е напореден со некој внатрешен агол се вика **надворешен агол** на т. Секој надворешен агол е еднаков со двата внатрешни агли што не му се соседни.

2. Во зависност од аглите, т. може да биде: **остроаголен** – ако трите агли му се остри; **правоаголен** – ако еден од аглите е прав; **тапоаголен** – ако еден од аглите е тап.

Според страните, т. може да биде: **разностран** – ако сите три страни му се различни; **рамнокрак** – ако има најмалку две меѓусебно еднакви страни; **рамностран** – ако сите три страни меѓусебно се еднакви. На цртежот се претставени сите шест вида т.



Триаголници

Отсечка, чиишто краеви се едно теме на т. и пресечната точка на нормалата низ тоа теме со правата што ја содржи спротивната страна на тоа теме, се вика **висина** на т.; и растојанието од темето до спротивната страна се вика **висина** на т. (а „спротивната страна" се вика **основа** на т.). Трите висини на т. се сечат во една точка, којашто се вика **ортоцентар**.

Збирот од должините на страните на т. се вика **периметар** на т. Ако a, b, c се должините на страните на т., тогаш периметарот е: $L = a + b + c$.

3. Ако a е должината на една страна на т. и h_a е соодветната висина, тогаш **плоштината** P на т. се пресметува со формулата $P = \frac{1}{2}ah_a$.

Ако се дадени страните на т., тогаш плоштината на т. може да се пресмета по *Хероновата формула*:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\ ,$$

каде што s е *полупериметарот* на т., $s = (a+b+c)/2$, а и со формулите

$$P = sr \quad \text{и} \quad P = \frac{abc}{4R},$$

каде што r е радиусот на впишаната, а R на опишаната кружница.

Во секој т. може да се впише кружница наречена **впишана кружница** на т. Центарот на впишаната кружница е точката во која се сечат симетралите на аглите, а радиусот е растојанието од центарот до која било страна на т. Радиусот r се пресметува со формулата $r = P/s$, т.е. со

$$r = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)/s}\ .$$

Околу секој т. може да се опише кружница наречена **опишана кружница** на т. Центарот на опишаната кружница е точката во која се сечат симетралите на страните, а радиусот е растојанието од центарот до кое било теме на т. Радиусот R се пресметува со формулата $R = abc/4P$, т.е. со

$$R = abc/4\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\ .$$

4. Множество од три неколинеарни точки A, B, C, сврзани меѓу себе со лаци на криви, или лаци на криви и отсечки на прави, што лежат во рамнината, определена со точките A, B, C, се вика **криволиниски** т. На пр., кружен сектор е криволиниски т.

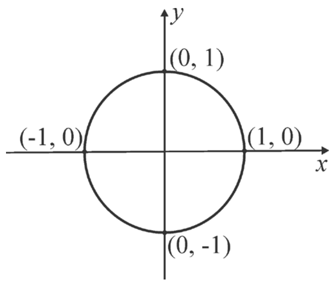
5. Во проективна геометрија под *триаголник* обично се подразбира *тритеменик* (*в.*).

ТРИАНГУЛАЦИЈА [triangulation; триангуляция] Т. е разбивање површина на триаголници (во општ случај – криволиниски) на таков начин што, ако два триаголника имаат заеднички точки, тогаш тие точки се или нивни (делови од) страни или нивни темиња, т. е. триаголниците немаат заеднички внатрешни точки.

ТРИВИЈАЛНО РЕШЕНИЕ [trivial solution; нулевое решение, тривиальное решение], *в.* НУЛТО РЕШЕНИЕ.

ТРИГОНОМЕТРИЈА [trigonometry; тригонометрия] Област од математиката, којашто ги изучува зависностите меѓу страните и аглите на триаголникот, како и својствата на *тригонометриските функции* и врските меѓу нив. Ако триаголникот е рамнински, тогаш т. се вика **рамнинска** т., а ако е сферен – **сферна** т.

ТРИГОНОМЕТРИСКА КРУЖНИЦА [trigonometric circle, unit circle; тригонометрический круг] Кружница со радиус единица (*единична кружница*) и центар во координатниот почеток на правоаголен Декартов координатен систем во рамнина. Нејзината равенка е $x^2 + y^2 = 1$. Т.к. служи за геометриско претставување на *тригонометриските функции*.



Тригонометриска кружница

ТРИГОНОМЕТРИСКИ ИДЕНТИТЕТ [trigonometric identity; тригонометрическое тождество] Равенство на изрази што содржат тригонометриски функции, коешто важи за сите вредности на променливите, освен за вредностите за кои равенството нема смисла. На пр., $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ е т.и. Неколку примери на т.и. се наведени кај *тригонометриски функции* и *адициони формули* (*в.*).

ТРИГОНОМЕТРИСКИ КОФУНКЦИИ [trigonometric cofunctions; тригонометрические кофункции] Две тригонометриски функции, коишто се еднакви кога нивните аргументи се комплементни агли, како на пример: синус и косинус, тангенс и котангенс, секанс и косеканс; *в.* и КОФУНКЦИЈА.

ТРИГОНОМЕТРИСКИ КРУГ [trigonometric circle, unit circle; тригонометрический круг]. Круг со радиус единица и центар во координатниот почеток O на правоаголен Декартов координатен систем во рамнина, одн. кружница, којашто се користи за геометриско претставување на тригонометриски функции. Називот „тригонометриски круг" не е соодветен, зашто станува збор за кружница; затоа обично се употребува терминот *тригонометриска кружница* (*в.*).

ТРИГОНОМЕТРИСКИ РАВЕНКИ [trigonometric equations; тригонометрические уравнения] Равенки, алгебарски во однос на тригонометриски функции од аргументот λx. Во поедноставни случаи, со помош на идентични трансформации, т.р. може да се сведе на алгебарски вид:

$$a_0 y_k^n + a_1 y_k^{n-1} + \ldots + a_n = 0, \qquad (1)$$

каде што y_k ($k = 1,2,\ldots,6$) е една од шесте *тригонометриски функции*: $\sin\lambda x$, $\cos\lambda x$, $\mathrm{tg}\,\lambda x$, $\mathrm{ctg}\,\lambda x$, $\sec\lambda x$ и $\csc\lambda x$.

Решавањето на т.р. обично се сведува на решавање на најпрости т.р.:

$$\sin x = a,\ \cos x = a,\ \mathrm{tg}\,x = a, \qquad (2)$$

откако ќе се реши равенката (1).

ТРИГОНОМЕТРИСКИ РЕД [trigonometric series; тригонометрический ряд] Функционален ред од видот

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \qquad (1)$$

каде што a_n и b_n се реални константи, наречени **коефициенти** на тој ред.

Бидејќи секој член на редот (1) има период 2π, збирот на редот (ако е конвергентен) ќе биде периодична функција со период 2π. Ако редот

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + |b_n|) \qquad (2)$$

е конвергентен, тогаш редот (1) е апсолутно конвергентен за секој x и рамномерно конвергентен во секој сегмент. Во тој случај, збирот на редот е непрекината функција и тој може да се интегрира член по член.

Ако $f(x)$ е збирот на редот (1), при што $f(x)$ е интеграбилна функција и редот (1) може да се интегрира член по член, тогаш коефициентите a_n, b_n и функцијата $f(x)$ се сврзани со равенствата:

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\, dx, \qquad (3.а)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\, dx. \qquad (3.б)$$

Т.р. имаат големо значење во математиката и во нејзините примени. Со нив се сврзани решенијата на некои задачи од математичката физика, како на пр., задачата за ширење на топлината и задачата за треперење на жица. Т.р. придонесле за развојот на неколку математички области, меѓу кои и теоријата на Фурјеовите интеграли; *в.* и ФУРЈЕОВ РЕД.

ТРИГОНОМЕТРИСКИ СМЕНИ [trigonometric substitutions; тригонометрические подстановки] Т.с. се смените

(а) $x = a\sin t$ ($x = a\cos t$, $x = a\,\mathrm{th}\,t$);

(б) $x = a\,\mathrm{tg}\,t$ ($x = a\,\mathrm{sh}\,t$);

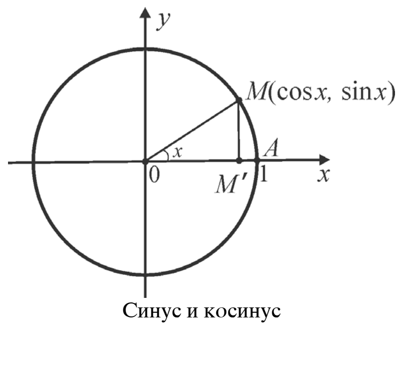
(в) $x = \dfrac{a}{\cos t}$ ($x = \dfrac{a}{\sin t}$, $x = a\,\mathrm{ch}\,t$),

што се користат за рационализирање на изрази од обликот а) $\sqrt{a^2-x^2}$; б) $\sqrt{x^2+a^2}$; в) $\sqrt{x^2-a^2}$, соодветно, коишто се јавуваат во интеграли.

ТРИГОНОМЕТРИСКИ ФУНКЦИИ [trigonometric functions; тригонометрические функции] Функциите $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, $\sec x$ и $\csc x$ (*синус*, *косинус*, *тангенс*, *котангенс*, *секанс* и *косеканс*, по ред) (*в.*) се наречени т.ф. Обично, прво се воведува поимот т.ф. од остар агол, а потоа тој се воопштува за произволни агли на следниот начин.

Нека M е точка на *тригонометриската кружница* (*в.*), нека M' е нејзината ортогонална проекција врз оската Ox и нека x е големината на аголот MOM', $x = \measuredangle MOM'$. Притоа, ако M се движи од почетната положба $A(1,0)$ во насока обратна на движењето од стрелките на часовникот, x ќе се менува во $[0,+\infty)$, додека при обратното движење на M, x ги прима соодветните негативни вредности (од 0 до $-\infty$).

По дефиниција, ординатата на точката M ќе ја претставува функцијата **синус од** x ($\sin x$), а нејзината апсциса – функцијата **косинус од** x ($\cos x$); според тоа: $M(\cos x, \sin x)$. Вака дефинираните т.ф. за произволен агол x се усогласени со дефинициите кога x е остар агол.



Синус и косинус

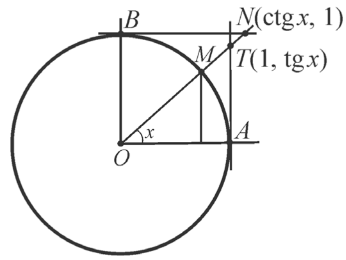
Со помош на овие две функции се дефинираат т.ф. **тангенс** и **котангенс**:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x},$$

а и функциите **секанс** и **косеканс**:

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}, \quad \csc x = \frac{1}{\sin x}.$$

Функциите тангенс и котангенс може да се дефинираат и независно од функциите синус и косинус (*в.* ТАНГЕНС; КОТАНГЕНС).



Тангенс и котангенс

ТРИЕДАР [trihedron; трёхгранник, триэдр] Систем од три заемно нормални единични вектори со заедничка почетна точка. Т. игра важна улога во диференцијалната геометрија при изучување на просторни криви. Се разгледува подвижен т., чие теме се совпаѓа со тековната точка на кривата, така што еден негов вектор, $\boldsymbol{t}$, е насочен по тангентата на кривата, другиот $\boldsymbol{n}$ по главната нормала, а третиот $\boldsymbol{b}$ по бинормалата. Т. често се нарекува *природен триедар* (*в.*) или *триедар на Френе*.

ТРИЕДАР НА ФРЕНЕ, *в.* ПРИРОДЕН ТРИЕДАР.

ТРИЕДАРСКИ АГОЛ [trihedral angle; трёхгранный угол] Делот од просторот, зафатен со ѕидовите на *трирабно ќоше* (*в.*), вклучувајќи ги и ѕидовите.

ТРИЅИДЕН АГОЛ, *в.* ТРИРАБНО ЌОШЕ.

ТРИЛИОН [trillion; триллион] Број, претставен со единица и 18 нули, т. е. 10^{18} (Германија, В. Британија). Во некои земји (САД, Франција, Руска Федерација) т. се вика бројот 10^{12}.

ТРИНОМ [trinomial; трёхчлен] Полином којшто се состои точно од три членови, како на пр., $x^4 - 5x^2 + 4$; *в.* и КВАДРАТЕН ТРИНОМ; БИКВАДРАТЕН ТРИНОМ.

ТРИНОМНА РАВЕНКА [trinomial equation; трёхчленное уравнение] Равенка од видот $ax^{2n} + bx^n + c = 0$, каде што $abc \neq 0$. Т.р. со смената $y = x^n$ се сведува на квадратната равенка

$$ay^2 + by + c = 0.$$

За да се реши т.р., треба да се најдат решенијата y_1, y_2 на квадратната равенка, а потоа да се решат двете биномни равенки $x^n = y_1$ и $x^n = y_2$.

Т.р. во специјалниот случај $n = 2$ се вика **биквадратна равенка**, а во случајот $n = 3$ се вика **бикубна равенка**.

ТРИРАБНО ЌОШЕ [trihedral angle; трёхгранный угол] Геометриска фигура, образувана од три полуправи *a*, *b* и *c*, со заедничка почетна точка *S*, коишто не лежат на иста рамнина, заедно со деловите од рамнините, ограничени од тие полуправи.

Точката *S* се вика **теме**, полуправите *a*, *b*, *c* се викаат **рабови**, а аглите (*a*,*b*), (*b*,*c*) и (*c*,*a*) – **рабни агли** или **ѕидови** на т.ќ.

Секој рабен агол на т.ќ. е помал од збирот на другите два негови рабни агли. Збирот на рабните агли на едно т.ќ. секогаш е помал од 360°.

Под **трирабно ќоше** често се подразбира делот од просторот зафатен со ѕидовите на т.ќ., вклучувајќи ги и ѕидовите.

На сличен начин може да се образува фигура во просторот со повеќе од три раба и три ѕидови; таквата фигура се вика **повеќерабно ќоше**.

Познато и како; *триедарски агол*; *триѕиден агол*; *тристрано ќоше*.

ТРИСЕКЦИЈА НА АГОЛ [trisection of an angle, angle trisection; трисекция угла] Делењето на произволен агол на три еднакви агли. Тој е еден од трите геометриски проблеми од антиката (*в.* ГЕОМЕТРИСКА КОНСТРУКЦИЈА), за кој било барано решение, користејќи само шестар и линијар. Проблемот бил решен во 1837 год. од францускиот математичар ***П. Ванцел*** (Pierre Wantzel, 1814 – 1848); тој докажал дека проблемот т.н.а. не е решлив.

ТРИСТРАННИК [trilateral; трёхсторонник] Во проективна геометрија: три прави што не минуваат низ една иста точка, заедно со трите нивни пар по пар пресечни точки. Дуален поим на т. е *тритеменик* (*в.*).

ТРИСТРАНО ЌОШЕ, *в.* ТРИРАБНО ЌОШЕ.

ТРИТЕМЕНИК [trilateral; трёхвершинник] Во проективна геометрија: три точки што не лежат на една права, заедно со трите прави што минуваат низ секои две од трите точки. Трите точки се викаат **темиња**, а трите прави – **страни** на т. Т. е дуален сам на себе, т. е., по принципот на дуалност, т. одговара на *тристранник*.

ТРИХОТОМИЈА [trichotomy; трихотомия] **1**. Делење на три: делови, елементи, групи итн. **2**. Со терминот т. се означува својството на реалните броеви дека: кој било реален број *a* е или позитивен или негативен или нула: $a > 0 \vee a < 0 \vee a = 0$. **3**. Т. е својство на линеарно подредување $<$ на множество *M* дека, за кои било два елемента *x* и *y* од *M*, еден и само еден од следниве услови е исполнет: $x<y$, $x=y$, $y<x$; *в.* СВОЈСТВО НА ТРИХОТОМИЈА. **4**. Во статистика: испитување со три можни исходи.

ТРОЕН ИНТЕГРАЛ [triple integral; тройной интеграл] Нека $f(x,y,z)$ е функција од три променливи, дефинирана во сите точки на просторната ограничена затворена област *G*; нека таа област е поделена на подобласти $G_1, G_2, ..., G_n$ и нека волумените на тие области се $V_1, V_2, ..., V_n$, соодветно. Во секоја подобласт се избира една точка (ξ_i, η_i, ζ_i) и се формира сумата

$$\sigma_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) V_i,$$

којашто се нарекува **интегрална сума** од $f(x,y,z)$ над *G*. Ако постои лимесот $\lim \sigma_n = I$ (кога $n \to \infty$ и $V_i \to 0$) и ако тој лимес не зависи од начинот на кој се врши поделбата на областа *G*, ниту пак од изборот на точките (ξ_i, η_i, ζ_i), тогаш за $f(x,y,z)$ се вели дека е **интеграбилна по Риман** (или, кратко: **интеграбилна**) на *G*, а лимесот *I* се вика **троен интеграл** од $f(x,y,z)$ над *G* и се означува:

$$I = \iiint_G f(x,y,z)\, dx dy dz. \qquad (1)$$

Ако $f(x,y,z)$ е непрекината на *G*, тогаш $f(x,y,z)$ е интеграбилна на *G*. Ако *V* е волуменот на *G*, тогаш

$$\iiint_G dx dy dz = V.$$

За пресметување на т.и. во некои случаи е згодно да се изврши смена на променливите во т.и. Најчести случаи се цилиндричните и сферните координати. За премин од Декартови во *цилиндрични координати* (*в.*) важи формулата:

$$\iiint_D f(x,y,z)\, dx dy dz =$$

$$= \iiint_{D^*} f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi, z)\, \rho\, d\varphi\, d\rho\, dz \quad (2)$$

(*в.* и ЈАКОБИЈАН; овде, јакобијанот е еднаков на ρ). За премин од Декартови во *сферни координати* (*в.*) важи формулата:

$$\iiint_D f(x,y,z)\, dx dy dz =$$

$$= \iiint_{D^*} F(\varphi, \vartheta, \rho)\, \rho^2 \sin\vartheta\, d\varphi\, d\vartheta\, d\rho\,, \quad (3)$$

каде што $F(\varphi, \vartheta, \rho)$ е скратен запис за $f(\rho\cos\varphi\sin\vartheta, \rho\sin\varphi\sin\vartheta, \rho\cos\vartheta)$ (*в.* и ЈАКОБИЈАН; овде, во (3), јакобијанот е еднаков на $\rho^2 \sin\vartheta$).

ТРОЈНО ПРАВИЛО [rule of three; тройное правило] Краток назив за *просто тројно правило* (*в.*) или за *сложено тројно правило* (*в.*).

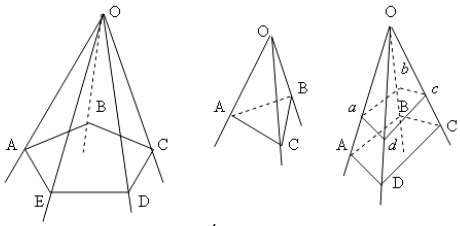
Ќ

ЌОШЕ [polyhedral angle; многогранный угол] Геометриска фигура, којашто се состои од едното од двете крила на *конусна површина* (*в.*) чијашто директриса е полигонална линија.

Врвот O на конусната површина се вика **теме** на ќ. Полуправите чијшто почеток е во темето O, а минуваат низ темињата на директрисата, се викаат **рабови** на ќ. Аголот меѓу кои било два раба се вика **рабен агол** на ќ. Аглите AOB, $BOC, \ldots$ меѓу два последователни раба (црт.), се викаат **ѕидни агли**. Деловите од рамнините AOB, $BOC, \ldots$, ограничени со соодветните ѕидни агли, се викаат **ѕидови** на ќ. Унијата на сите ѕидови на ќ. формира полиедарска *конусна површина*.

Зависно од бројот на страните на директрисата, ќ. може да биде **трирабно** (или *тристрано*), **четирирабно** (или *четиристрано*) итн.

Познато и како: *повеќерабно ќоше*; *полиедарски агол*; *многуѕиден агол*.



Ќоше

ЌОШЛЕСТО ТЕЛО, *в.* ПОЛИЕДАР.

У

УДВОЈУВАЊЕ КОЦКА [doubling the cube; удвоение куба], *в.* ДЕЛСКИ ПРОБЛЕМ.

УНАРНА ОПЕРАЦИЈА [unary operation; унарная операция] *Операција* на дадено множество *S*, којашто дејствува само на по еден елемент од *S*. Со други зборови, у.о. се вика секоја трансформација $f : S \to S$. *Примери* на у.о.: квадрирање $x \to x^2$ (на пр. во $\mathbb{N}$), квадратен корен, транспонирање и конјугирање (кај матрици), комплементирање (кај множества) и др.; *в.* ОПЕРАЦИЈА 2.

УНАРНА РЕЛАЦИЈА [unary relation; унарное отношение] Произволно подмножество ρ од дадено множество *A* ($\rho \subseteq A$). У.р. е специјален случај на *n*-арна релација, кога $n = 1$; *в.* РЕЛАЦИЈА.

УНИВЕРЗАЛЕН КВАНТОР [universal quantifier; квантор общности], *в.* КВАНТОР.

УНИВЕРЗАЛНА АЛГЕБРА [universal algebra; универсальная алгебра, общая алгебра] У.а. е пар од едно множество *A* и фамилија операции f_i^A, $i \in I$, на *A*; ознака: $\mathcal{A} = (A; (f_i^A)_{i \in I})$; притоа, I е индексно множество.

У.а. се вика **финитарна алгебра** ако секоја од нејзините операции е финитарна.

Множеството $(f_i)_{i \in I}$ од операциски симболи се нарекува **сигнатура**, т. е. **тип** на алгебрата $\mathcal{A}$. Множеството *A* се нарекува **носител** на алгебрата $\mathcal{A}$ (или **универзум**, или **базно множество**). *В.* и: АЛГЕБРА 3; АПСТРАКТНА АЛГЕБРА; СОВРЕМЕНА АЛГЕБРА.

УНИВЕРЗАЛНА РЕЛАЦИЈА [universal relation; универсальное отношение], *в.* РЕЛАЦИЈА.

УНИВЕРЗАЛНО МНОЖЕСТВО [universal set; универсальное множество] Множество, коешто се состои од сите елементи што се однесуваат на изучувањето на посебен проблем или на одредена дискусија.

На пр., кога се зборува за деливост на броевите, у.м. би можело да биде множеството $\mathbb{N}$ на природните броеви; при изучување на функции, у.м. би можело да биде множеството $\mathbb{R}$ на реалните броеви (но, би можело да биде и множеството $\mathbb{C}$ на комплексните броеви, или некое друго множество).

УНИЈА НА МНОЖЕСТВА [union of sets; объединение множеств] Унија на две множества *A* и *B* е множеството кое се состои од сите елементи што му припаѓаат на *A* или на *B*. Се означува со $A \cup B$. Запишано со симболи: $A \cup B = \{x \mid x \in A \ \vee \ x \in B\}$.

УНИЈА НА СЛУЧАЈНИ НАСТАНИ, *в.* ЗБИР НА СЛУЧАЈНИ НАСТАНИ.

УНИМОДУЛАРНА ГРУПА [unimodular group; унимодулярная группа] Групата од сите квадратни матрици од *n*-ти ред, чијашто детерминанта е еднаква на ± 1, во однос на операцијата множење на матрици.

УНИМОДУЛАРНА МАТРИЦА [unimodular matrix; унимодулярная матрица] Реална квадратна матрица *A* со детерминанта $\det A = \pm 1$. Множеството од сите у.м. образува група.

УНИМОДУЛАРНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [unimodular transformation; унимодулярное преобразование] Линеарна трансформација на конечнодимензионален векторски простор, чијашто матрица има детерминанта еднаква на ± 1. Линеарна трансформација, зададена со у.т., припишана кон која било база, го зачувува волуменот на која било фигура. Матрицата на у.т. во која било база има детерминанта еднаква на ± 1. Множеството од сите у.т. образува *унимодуларна група* (*в.*).

УНИТАРЕН ПРОСТОР [unitary space; унитарное пространство] Конечнодимензионален векторски простор над полето од комплексните броеви со *ермитски скаларен производ*.

УНИТАРНА ГРУПА [unitary group; унитарная группа] Групата од *унитарни трансформации* (*в.*) на n-димензионален комплексен векторски простор; обично се означува со $U(n)$. У.г. $U(n)$ е подгрупа од општата линеарна група $GL(n,\mathbb{C})$.

УНИТАРНА МАТРИЦА [unitary matrix; унитарная матрица] Квадратна матрица U со комплексни членови, којашто помножена со својата *ермитски конјугирана матрица* U^{H} (*в.*), ја дава единичната матрица E:

$$UU^{\mathsf{H}} = U^{\mathsf{H}}U = E ;$$

или, еквивалентно: $U^{-1} = U^{\mathsf{H}}$. У.м. чиишто членови се реални броеви е *ортогонална матрица*.

УНИТАРНА ТРАНСФОРМАЦИЈА [unitary transformation; унитарное преобразование] **1**. Линеарна трансформација A на унитарен векторски простор V, која го зачувува ермитскиот скаларен производ, т. е. таква што, за кои било вектори x, y од V, исполнето е равенството

$$\langle Ax, Ay\rangle = \langle x, y\rangle .$$

У.т. ја зачувува должината на векторите. Обратно, ако некоја линеарна трансформација на унитарен простор ги зачувува должините на сите вектори, тогаш таа е у.т.

2. *Трансформација на еквивалентност* (*в.*), којашто на која било квадратна матрица A ѝ ја придружува матрицата $B = SAS^{-1}$, при што матрицата S е унитарна.

УНИФОРМНА КОНВЕРГЕНЦИЈА, *в.* РАМНОМЕРНА КОНВЕРГЕНЦИЈА.

УНИФОРМНО НЕПРЕКИНАТА ФУНКЦИЈА, *в.* РАМНОМЕРНО НЕПРЕКИНАТА ФУНКЦИЈА.

УПАДЕН АГОЛ, *в.* АГОЛ НА ПАЃАЊЕ.

УРИСОН**, Павел Самуилович** [Pavel Samuilovich Uryson; Павел Самуилович Урысон] (1898 – 1924), руски математичар од еврејско потекло, познат по фундаментални резултати од топологијата (*в.* ЛЕМА НА УРИСОН).

УСЛОВ [condition; условие] Претпоставка, којашто влијае на вистинитоста на некое математичко тврдење; таа може да биде доволна да обезбеди вистинитост на одредено тврдење, или, пак, потребна (нужна, неопходна) за тврдењето да биде вистинито.

Поимите *доволен* у. и *потребен* у. се мошне важни во математиката поради нивната тесна врска со поимот теорема. **Доволен** у. на некое тврдење се вика таков услов, при чие исполнување даденото тврдење е задолжително вистинито. **Потребен** у. (или **неопходен** у.; **нужен** у.) на некое тврдење е таков услов без чие исполнување не може да биде точно даденото тврдење.

Доволниот услов на некое тврдење не мора да е неопходен. Ако, пак, потребниот у. е исполнет, даденото тврдење не мора да е вистинито – може да биде вистинито, но не мора.

Примери. 1) За $a+b>0$ доволно е да важи $a>0$ и $b>0$, но тоа не е неопходно; може да е $a=4$ и $b=-1$.

2) За $ab \neq 0$, неопходно е да важи $a \neq 0$ ($ab \neq 0 \;\Rightarrow\; a \neq 0$), но тоа не е доволно, зашто може да е $b = 0$.

Општо, за теорема претставена во условна форма $A \Rightarrow B$, делот A е *доволен у.* за B, а делот B е *потребен у.* за A. На пр., теоремата: „Ако еден четириаголник е правоаголник (A), тогаш тој четириаголник има еднакви дијагонали (B)“, може да се искаже на следниве два начина: а) „Доволен услов за еден четириаголник да има еднакви дијагонали е тој четириаголник да е правоаголник“; б) „Потребен услов за еден четириаголник да биде правоаголник е тој четириаголник да има еднакви дијагонали“. (Во теоремата од горниот пример, доволниот услов *не е потребен*, а потребниот услов *не е доволен* – четириаголникот може да биде и *рамнокрак трапез* наместо *правоаголник*.)

Во случаите кога делот B е и доволен услов за A велиме дека B е *потребен и доволен услов* за A (како и A е *потребен и доволен услов за* B).

Општо, **потребен и доволен** у. на некое тврдење се вика у., без чие исполнување тврдењето не е точно, а при негово исполнување тврдењето е задолжително вистинито.

Во случај кога A (во некоја теорема $A \Rightarrow B$) е доволен и потребен у. за B, теоремата може да се формулира со: „*A ако и само ако B*“ и да се запише со симболи: $A \Leftrightarrow B$ (A е *еквивалентно* со B).

УСЛОВЕН МАКСИМУМ [conditional maximum, maximum with side conditions; условный максимум], *в.* УСЛОВНИ ЕКСТРЕМИ.

УСЛОВЕН МИНИМУМ [conditional minimum, minimum with side conditions; условный минимум], *в.* УСЛОВНИ ЕКСТРЕМИ.

УСЛОВНА ВЕРОЈАТНОСТ [conditional probability; условная вероятность] Ако A и B се настани, тогаш у.в. на настанот B под услов да се случил настанот A е еднаква на количникот од веројатноста истовремено да се случиле настаните A и B и веројатноста на настанот A. Се означува со $P(B\,|\,A)$ и има смисла само ако веројатноста да се случил настанот A е различна од нула. Запишано со формула:

$$P(B\,|\,A) = \frac{P(AB)}{P(A)}.$$

УСЛОВНА КОНВЕРГЕНЦИЈА [conditional convergence; условная сходимость] За еден бесконечен ред или интеграл се вели дека е *условно конвергентен* (т. е. има *условна конвергенција*), ако тој е конвергентен, но не е *апсолутно конвергентен*.

Примери на у.к. има меѓу „**знакопроменливите редови**“, т. е. бројните редови што имаат бесконечно многу членови со позитивни знаци и бесконечно многу членови со негативни знаци. Меѓу наједноставните знакопроменливи редови *се наизменичните редови* (*в.*); *в.* и УСЛОВНО КОНВЕРГЕНТЕН РЕД.

УСЛОВ НА НЕПРОТИВРЕЧНОСТ [consistency condition; условие непротиворечивости] Барањето една математичка теорија да нема противречност. Математичка теорија што го исполнува у.н.н. се вика **непротивречна теорија**. Не секој можен исказ во една непротивречна теорија може да се докаже со средствата на самата теорија; *в.* НЕПРОТИВРЕЧНОСТ.

УСЛОВНИ ЕКСТРЕМИ [conditional extrema, extrema with side conditions, maxima and minima of functions subject to constraints; условные экстремумы] Максимална или минимална вредност што достигнува дадена функција при услов дека некои други функции примаат дадени вредности од зададеното допуштливо множество. Ако нема такви услови што ја ограничуваат областа на независнопроменливите, тогаш станува збор за *безусловен екс̄шрем*.

Задачата за у.е. се состои во одредување максимум или минимум на функција од повеќе променливи

$$f(x_1,...,x_n),$$

под услов дека некои други функции примаат дадени вредности:

$$\varphi_i(x_1,...,x_n)=c_i,\ i=1,...,m,\ m<n.$$

Специјално, за $n=2$, нека е дадена функцијата $f(x,y)$ и условот (т. е. „врската“) $\varphi(x,y)=0$. За f се вели дека има **условен** (или **врзан**) **максимум** во точката (x_0,y_0) ако се исполнети следниве услови:

(а) постои околина U на точката (x_0,y_0), таква што $f(x,y)$ и $\varphi(x,y)$ се дефинирани во секоја точка од U;

(б) $\varphi(x_0,y_0)=0$;

(в) за секоја точка (x,y) од U, таква што $\varphi(x,y)=0$, точно е неравенството:

$$f(x,y)\le f(x_0,y_0).$$

Аналогно се воведува и поимот за **условен** (или **врзан**) **минимум**. Поимите условен максимум и условен минимум, со заедничко име, се викаат *условни екс̄шреми*.

При решавање задачи од условни екстреми се користи *функцијаѿа на Лаīранж* (*в.*).

УСЛОВНИ МАКСИМУМИ И МИНИМУМИ [conditional maxima and minima, maxima and minima with side conditions, maxima and minima of functions subject to constraints; условные экстремумы], *в.* УСЛОВНИ ЕКСТРЕМИ.

УСЛОВНО КОНВЕРГЕНТЕН РЕД [conditionally convergent series; условно (*или* неабсолютно) сходящийся ряд] Броен *ред*, Σa_n, којшто е конвергентен, но не е апсолутно конвергентен, т. е. редот од апсолутните вредности, $\Sigma|a_n|$, не е конвергентен. (Можеби подобар термин за у.к.р. е терминот **неапсолутно конвергентен ред**.)

Класичен пример за у.к.р. е

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}...,$$

којшто конвергира кон $\ln 2$, но не апсолутно (т. е. редот $\Sigma\frac{1}{n}$ не е конвергентен); *в.* НАИЗМЕНИЧЕН РЕД.

Ф

ФАЗА [phase; фаза] Адитивна константа во аргументот на некоја тригонометриска функција; на пример, во $\sin(x+\frac{\pi}{3})$, фаза е $\frac{\pi}{3}$.

2. Поларниот агол (т. е. *амӣлиӣудаӣа*) на комплексен број.

ФАКТОР [factor, divisor, multiplier; фактор, делитель, множитель] *Факӣор* на некој објект е кој било објект (можеби од некој специјален вид) што е *делиӣел* дадениот објект.

Ф. **на цел број** n е цел број m, којшто помножен со некој цел број k го дава n, т. е. $n = m{\cdot}k$. На пр., 3 и 6 се ф. на 18, зашто 3·6=18; позитивните ф. на 18 се 1, 2, 3, 6, 9, 12, а негативните се –1, –2, –3, –6, –9, –18.

Ф. **на полином** е еден од два или од повеќе полиноми чијшто производ е дадениот полином. Понекогаш се допушта еден од полиномите да биде константата 1, но обично се смета дека еден полином со рационални коефициенти е *разложлив* акко тој има два или повеќе неконстантни полиномни фактори чиишто коефициенти се рационални (често се бара коефициентите да се цели броеви). На пр., $x-2$ е ф. на полиномот x^3-4x, бидејќи $(x-2)(x^2+2x)=x^3-4x$; сите неразложливи ф. на дадениот полином се: $x,\ x-2,\ x+2$.

Ф. **на израз** е кој било множител во изразот. На пр., $b+1$ е ф. на изразот $5a^{3/2}(b+1)$.

Зборот фактор е дел од повеќе термини: фактор-група, фактор-множество, фактор-прстен.

Познато и како: *делиӣел*; *множиӣел*; *чиниӣел*.

ФАКТОР-ГРУПА [quotient group, factor group; факторгруппа] Множеството G/H од сите *леви комӣлекси* на *нормалнаӣа ӣодӷруӣа* H (*в.*) во дадена група G, т. е.

$$G/H=\{xH \mid x\in G\},$$

е група во однос на оперцијата множење на подмножества од G:

$$(\forall x,y\in G)\ \ xH\cdot yH = xyH\ ;$$

единица во G/H е самата подгрупа H, а инверзен елемент на комплексот xH е $x^{-1}H$. (Според дефиницијата на нормална подгрупа, секој лев комплекс е и десен: $(\forall x\in G)\ xH = Hx$.)

Групата $(G/H;\ \cdot)$ се вика *факӣорӷруӣа на ӷруӣаӣа G ӣо нормалнаӣа ӣодӷруӣа H*.

ФАКТОРИЕЛ [faktorial; факториал] Производот од сите природни броеви помали или еднакви на n, $n\geq 2$; ознака: $n!$. Значи, $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n$; по договор, $0!=1$ и $1!=1$.

ФАКТОРИЗАЦИЈА, *в.* РАЗЛОЖУВАЊЕ (НА МНОЖИТЕЛИ).

ФАКТОРИЗАЦИЈА НА ПОЛИНОМ, *в.* РАЗЛОЖУВАЊЕ НА ПОЛИНОМ.

ФАКТОР-МНОЖЕСТВО [quotient set; фактормножество] За дадено множество M и дадена релација на еквивалентност α на M, *класаӣа на еквиваленӣносӣ* (*в.*) за еден елемент a во M е подмножеството од сите елементи $x\in M$, коишто се еквивалентни со a (ознака: a^{α}):

$$a^{\alpha}=\{x \mid x\in M,\ x\,\alpha\, a\}.$$

Множеството од сите класи на еквивалентност при дадена релација на еквивалентност α на M, се вика *факӣор-множесӣво на M со* α и се означува со M/α; $M/\alpha=\{a^{\alpha} \mid a\in M\}$.

ФАКТОР НА ПОЛИНОМ, *в.* ФАКТОР – Ф. на полином; ДЕЛИТЕЛ НА ПОЛИНОМ.

ФАКТОР-ПРСТЕН [quotient ring, factor ring, residui class ring; факторкольцо] Нека A е идеал во даден прстен R. Идеалот A е подгрупа од адитивната група на прстенот, па множеството R/A, чиишто елементи се комплексите $x + A$, е фактор-група во однос на обичното собирање подмножества од R, т. е.

$$(x + A) + (y + A) = (x + y) + A .$$

Ако во R/A се дефинира операција множење со:

$$(x + A)\cdot(y + A = xy + A,$$

тогаш се добива дека (R/A; +, ·) е прстен, којшто се вика *фактор-прстен на R по идеалот A*.

ФАМИЛИЈА КРИВИ [family of curves; семейство линий] Множество криви, чиишто равенки може да се добијат со менување на конечен број параметри во некоја посебна општа равенка. Според бројот на параметрите, ф.к. може да бидат: **еднопараметарски** (на пр. фамилијата концентрични кружници $x^2 + y^2 = C$), **двопараметарски** (на пр. фамилијата параболи $y = x^2 + C_1x + C_2$) и, општо, ***n*-параметарски**: $F(x, y, C_1, ..., C_n) = 0$. Со елиминирање на параметрите од равенката (преку диференцирање), се добива диференцијалната равенка на соодветната ф.к. На пр., диференцијалната равенка за ф.к. $x^2 + y^2 = C$ е $x + yy' = 0$, а за $y = x^2 + C_1x + C_2$ – диференцијалната равенка $y'' = 2$.

ФЕРМАОВИ БРОЕВИ [Fermat numbers; числа Ферма] Броеви од обликот $F_n = 2^{2^n} + 1$, $n = 0, 1, 2, 3, ...$, т. е. $F_0 = 3$, $F_1 = 5$, $F_2 = 17$, $F_3 = 257$, $F_4 = 65537, ...$ Ферма претпоставувал дека сите тие броеви се прости. Но, F_5 не е прост:

$$F_5 = 4\,294\,967\,297 = (641)\cdot(6\,700\,417).$$

Ф.б. имаат врска со конструкција на *правилни многуаголници* (*в.*). Гаус формулирал доволен услов за конструктибилност на правилни полигони. Гаус тврдел дека тој услов е и неопходен, но никогаш не го објавил својот доказ. Целосен доказ дека тој услов е неопходен дал *П. Ванцел* во 1837. Резултатот е познат како **теорема на Гаус–Ванцел** и гласи: „Еден правилен *n*-аголник може да се конструира со линијар и шестар ако и само ако *n* е производ од степен на 2 и различни прости Ф.б., т. е. ако *n* е од обликот $n = 2^k p_1 p_2 ... p_s$, каде што k е ненегативен цел број, а p_i се различни прости *Фермаови броеви*".

ФЕРМА, Пјер [Pierre de Fermat; Пьер Ферма] (1601 – 1665), француски математичар, по професија правник. Заедно со Декарт се смета за еден од основачите на аналитичната геометрија. Дал голем придонес во теоријата на броевите и во теоријата на веројатноста. Неговото тврдење наречено „*Последна теорема на Ферма*" (*в.*) има голема заслуга за развојот на алгебарската теорија на броевите.

ФИБОНАЧИЕВА НИЗА [Fibonacci sequence; Фибоначчи последовательность] Низата броеви

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... \quad (1)$$

Таа е зададена со почетните вредности $a_1 = a_2 = 1$ и рекурентната релација

$$a_{n+1} = a_n + a_{n-1}, \quad (2)$$

т. е. секој нареден член на низата, почнувајќи од третиот, е еднаков на збирот од претходните два члена.

Ф.н. била воведена во 1202 година од италијанскиот математичар *Л.*

Фибоначи во врска со задачата за размножувањето на питомите зајаци. Ф.н. се нарекува и која било низа добиена со некои почетни вредности $a_1 = a_2$ и релацијата (2).

Секој број од низата (1) се вика **Фибоначиев број**. Во теоријата на Фибоначиевите броеви важна улога игра бројот $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, којшто е корен на равенката $x^2 - x - 1 = 0$. Со негова помош може експлицитно да се изрази n-тиот член на Ф.н. со формулата (наречена **формула на Бине**):

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}[\alpha^n - (-\alpha)^{-n}].$$

Познато и како *низа на Фибоначи*.

ФИБОНАЧИЕВИ БРОЕВИ [Fibonacci numbers; Фибоначчи числа] Членовите на *Фибоначиевата низа* (*в.*).

ФИБОНАЧИ, Леонардо [Leonardo Bonacci, Leonardo Pisano, Leonardo Pisano Bigollo, Leonardo Fibonacci; Леонардо Пизански, Леонардо Фибоначчи] (ок. 1170 – ок. 1250), познат и како *Леонардо од Пиза*, еден од најпродуктивните математичари во Западна Европа од средниот век. Како трговец, патувал по Истокот и по враќањето го објавил делото „Книга за абакот“ (1202), коешто извршило големо влијание врз прифаќањето на арапските цифри како стандардни симболи за сметање.

ФИГУРА, *в.* ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА.

ФИГУРНИ БРОЕВИ [figurate numbers; фигурные числа] Броеви што може да се претстават со правилно геометриско распоредување на еднакво оддалечени точки. Ако распоредот формира правилен многуаголник, тогаш бројот се вика **многуаголен број** (*в.*). Ф.б. може да формираат и други форми, како на пр., тридимензионални фигури. Просторниот аналог на *триаголните броеви* (*в.*) во тридимензионалниот простор се викаат **пирамидални** (или **тетраедрални**) **броеви**. Ф.б. се среќаваат во комбинаториката и во теоријата на броеви.

ФИКСНА ТОЧКА [fixed point; неподвижная точка] Ф.т. за едно пресликување f на некое множество M во себе, $f: M \to M$, е точка $x_0 \in M$, таква што $f(x_0) = x_0$. Едно пресликување f може да има повеќе ф.т., една или ниедна ф.т. Доказите за егзистенција на ф.т. и методите за нивно наоѓање се важни задачи во математиката. Најголем интерес претставуваат случаите кога M е тополошки, а посебно метрички простор и f е контракција или непрекината функција (*в.* БАНАХОВА ТЕОРЕМА ЗА ФИКСНА ТОЧКА). Познато и како: *неподвижна точка*; *постојана точка*.

ФИЛТЕР [filter; фильтр] Непразно подмножество F од мрежа L, кое ги задоволува условите: (i) ако $x, y \in F$ и постои $\inf\{x, y\}$, тогаш $\inf\{x, y\} \in F$; (ii) ако $x \in F$ и $x \le y$, тогаш $y \in F$. Поимот ф. е *дуален* на поимот *идеал на мрежа* (*в.* ИДЕАЛ 3).

ФИНИТАРНА ОПЕРАЦИЈА [finitary operation; финитарная операция] Ф.о. на дадено множество S е пресликување $\omega: S^n \to S$ за кој било природен број n. За $n = 1,2,3,4$, ω се вика, соодветно: *унарна*, *бинарна*, *тернарна*, *кватернарна* операција; секоја од нив е ф.о. Општо, за кој било n, ω е ф.о. (со „арност“ n) или, поточно, n-*арна операција*; *в.* ОПЕРАЦИЈА 2.

ФЛУКС НА ВЕКТОРСКО ПОЛЕ [flux of a vector field; поток векторного поля] Површинскиот интеграл

$$\iint_{\Sigma} \vec{F} \cdot \vec{n}\, d\sigma$$

каде што $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z) = (P, Q, R)$ е векторско поле, а $\vec{n}$ е ортот на нормалата на површината Σ, се вика *флукс* (или *йоток*) *на векторскойо йоле* $\overrightarrow{F}$ низ затворената површина Σ; *в.* и теорема на ГАУС-ОСТРОГРАДСКИ.

ФОКУС [focus; фокус] Точка (или точки) во рамнината што одговара на даден конусен пресек и чијашто улога варира во зависност од типот на конусниот пресек; *в.* ЕЛИПСА, ПАРАБОЛА, ХИПЕРБОЛА.

ФОКУСНО РАСТОЈАНИЕ [dstance between the foci; фокусное растояние] Растојанието меѓу фокусите на *елийса* (*в.*), одн. на *хийербола* (*в.*).

ФОРМАЛЕН ЈАЗИК [formal language; формальный язык] Јазик, создаден за тесностручна намена, како на пр.: Морзеова азбука, математички јазик, програмски јазик за компјутери и др. Ф.ј. се конструираат за да се отклонат основните мани на природните јазици: нееднозначност, двосмисленост и непрецизност.

За создавање на еден ф.ј. неопходно е да се дефинираат: множество (конечно или бесконечно) од почетни симболи (наречено **азбука**) и строги правила, со кои, од почетните симболи се градат низи од **зборови** (т. е. множество, наречено **речник**), а потоа **реченици** и **формули** на тој ф.ј. Ф.ј. имаат посебно значење во математиката.

ФОРМАЛНА ТЕОРИЈА [formal theory; формальная теория] Ф.т. е математичка теорија, изградена по правилата и законите на математичката логика, со помош на свој „формален јазик“, составен од почетни симболи.

Ф.т. T е подредена четворка множества $T=(A, \mathrm{Form}, A\mathrm{x}, R)$ каде што: (1) A е конечно множество од **букви** (*йочейни симболи*; *знаци*) коешто го нарекуваме **азбука**. Сите конечни низи од букви се викаат **зборови**. Празната низа од букви се вика **празен збор**. (2) множество **формули** Form коешто ги содржи сите зборови, вклучувајќи го тука и празниот збор; (3) множество **аксиоми** Ax коешто е подмножество од множеството Form; и (4) множество R од **правила за изведување** (коишто се релации во множеството формули).

Правилата за изведување, наместо $R(W_1,...,W_{n-1},W_n)$ како што би било природно за релации, најчесто се запишуваат во обликот $R:\dfrac{W_1,...,W_{n-1}}{W_n}$

и се читаат: „формулата W_n е *директна йоследица* од формулите $W_1,...,W_{n-1}$“.

Доказ во ф.т. T е конечна низа формули $W_1,...,W_n$, таква што секоја формула W_i од низата ($1 \le i \le n$), исполнува еден од следниве услови: (а) W_i е аксиома; (б) W_i е директна последица од некои претходни формули од таа низа, добиена со некое правило на изведување од ф.т. T.

Теорема во ф.т. T е секоја формула којашто е член на некој доказ. (Според оваа дефиниција и аксиомите се теореми.)

Типичен пример на ф.т. е *исказнойо смеШање* (*в.*). Ф.т. се изучуваат во математичката логика. Сите математички теории може да се формализираат на опишаниот начин. (Делумен или потполн опис на научна теорија со формални средства се вика **формализација**.) Ф.т. често се нарекува *акиомайска йеорија* (*в.*).

ФОРМУЛА [formula; формула] **1**. Равенство, со кое се искажува некое математичко правило, тврдење или резултат, најчесто наменето за некое пресметување. На пр.: 1) $P=ah/2$ е ф. за пресметување плоштина на триаголник; 2) $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ е ф. за пресметување на корените на квадратната равенка $ax^2 + bx + c = 0$; *в.* и: *биномна* ф.; *Лајбницова* ф.; *Лагранжова интерполациона* ф.

2. Ф. во математичко-логички јазик е израз, изграден од знаци на променливи, константи, логички операции, квантори и релации, кои служат за прецизно запишување математички реченици. На пр.:

$$(\forall x \in \mathbb{Q}^+)(\exists y \in \mathbb{Q}^+)(x \cdot y = 1),$$

каде што $\mathbb{Q}^+$ е множеството позитивни рационални броеви.

Ф. во *формална теорија* (*в.*) е која било *низа почетни симболи* од таа теорија.

ФОРМУЛА ЗА КОНЕЧНО НАРАСНУВАЊЕ, *в.* ТЕОРЕМА НА ЛАГРАНЖ (за средна вредност).

ФОРМУЛА НА БЕЈЗ, *в.* БЕЈЗОВА ФОРМУЛА.

ФОРМУЛА НА ВОЛИС [Wallis formula; формула Валлиса] Формулата за пресметување на бројот π,

$$\frac{\pi}{2} = \prod_{k=1}^{\infty} \left[\frac{2k}{2k-1} \cdot \frac{2k}{2k-1} \right] = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 9} \cdots,$$

наречена и **Волисов производ**.

ФОРМУЛА НА ГАУС–ОСТРОГРАДСКИ [Gauss-Ostrogradsky formula; формула Гаусса-Остроградского] Формула што дава врска меѓу троен интеграл по дадена просторна затворена област G и површински интеграл по границата на G; *в.* ТЕОРЕМА НА ГАУС–ОСТРОГРАДСКИ.

ФОРМУЛА НА ГРИН [Green's formula; формула Грина] Формула што дава врска меѓу двоен интеграл по дадена рамнинска затворена ограничена област и линиски интеграл по границата на таа област; *в.* ТЕОРЕМА НА ГРИН.

ФОРМУЛА НА СТОКС [Stokes' formula; формула Стокса], *в.* ТЕОРЕМА НА СТОКС.

ФОРМУЛИ ЗА СКРАТЕНО МНОЖЕЊЕ [short multiplication formulas; формулы сокращенного умножения многочленов] Следните специјални случаи на множење полиноми често се среќаваат и затоа е корисно да се помнат. Особено е згодно да се применуваат долуприведените идентитети тогаш кога буквите a, b, коишто фигурираат во нив, се заменат со посложени изрази (на пр. со мономи).

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
3. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
5. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
6. $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$.
7. $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$.

Идентитетите 1 – 7 се наречени **формули за скратено множење**.

Секој од тие идентитети може да се искористи за *разложување* (т. е. *факторизација*) на полиномот што е запишан на неговата десна страна; *в.* РАЗЛОЖУВАЊЕ НА ПОЛИНОМИ 2).

ФОРМУЛИ НА ЊУТОН–КОТЕС [Newton–Cotes formulas; Ньютона–Котеса формулы] Група *квадратурни формули*, со еквидистантни јазли, за приближно пресметување интеграли на даден сегмент $[a, b]$. Наједноставните се: 1) *формулата на трапези*

$$\int_{x_0}^{x_0+h} y\,dx \approx \tfrac{h}{2}(y_0 + y_1), \quad h = b - a;$$

2) *формулата на параболи*

$$\int_{x_0}^{x_0+2h} y\,dx \approx \tfrac{h}{3}(y_0+4y_1+y_2),\ h=\frac{b-a}{2};$$

3) *правилото на „три осминки“*:

$$\int_{x_0}^{x_0+3h} y\,dx \approx \tfrac{3h}{8}(y_0+3y_1+3y_2+y_3),$$

$h=(b-a)/3$; притоа, во секоја од горните формули, y_k е вредноста на y во x_0+kh, $k=0, 1, 2, 3$.

ФОРМУЛИ НА ФРЕНЕ [Frenet formulas, Frenet–Serret formulas; Френе формулы] Формули, коишто ги изразуваат изводите на единичните вектори τ, ν и β, соодветно на: тангентата, нормалата и бинормалата на мазна крива $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(s)$, по природниот параметар s (т. е. по должината на лакот s), преку тие вектори и вредностите на кривината K и торзијата T во дадена точка на кривата:

$$\tau' = K\nu,\quad \beta' = T\nu,\quad \nu' = -K\tau - T\beta,\ (1)$$

т. е.

$$\tau' = \frac{1}{\rho}\nu,\quad \beta' = \frac{1}{R}\nu,\quad \nu' = -\frac{1}{\rho}\tau - \frac{1}{R}\beta,\ (2)$$

каде што ρ е радиусот на кривината, R е радиусот на торзијата, а τ', β', ν' се изводите на векторите τ, ν и β по параметарот c, соодветно. Формулите (1) може да се претставaт во матрична форма:

$$\begin{bmatrix}\tau'\\ \beta'\\ \nu'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & K\\ 0 & 0 & T\\ -K & -T & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\tau\\ \beta\\ \nu\end{bmatrix},$$

при што 3×3-матрицата е антисиметрична.

Овие равенства се наречени *формули на Френе* по ***Жан Френе*** (Jean Frédéric Frenet, 1816 – 1900), француски математичар и астроном.

ФРЕГЕ, Фридрих Лудвиг Готлоб [Friedrich Ludwig Gottlob Frege; Фридрих Людвиг Готлоб Фреге] (1848 – 1925), германски математичар, логичар и филозоф. Се смета за еден од основачите на современата логика. Ја формулирал идејата на *логицизмот* (т. е. тврдењето дека „математиката може да се сведе на логика“). Има голем придонес во основите на математиката.

ФРЕКВЕНЦИЈА [frequency; частота] (*Статистика*) За колекција од податоци, ф. е бројот на примероци во дадена категорија. Кога една колекција податоци е поделена на неколку категории, бројот на примероци во дадена категорија се вика **апсолутна** ф. Апсолутната ф. поделена со целокупниот број примероци се вика **релативна** ф. Збирот од сите претходни апсолутни ф., земен при некој претходно утврден редослед, се вика **кумулативна** ф.

На пр., ако бројот на оценки при некој испит (на 40 испитаници) во распоните 0–24, 25–49, 50–74 и 75–100 се 3, 12, 20 и 5, соодветно, тогаш апсолутните ф. за овие групи се 3, 12, 20 и 5; релативните ф. се 3/40, 3/10, 1/2 и 1/8, а кумулативните фреквенции се 3, 15, 35 и 40.

Познато и како *частота*.

ФУНДАМЕНТАЛНА НИЗА [fundamental sequence; фундаментальная последовательность], *в.* КОШИЕВА НИЗА.

ФУНКТОР [functor; функтор] Нека $\mathscr{C}$ и $\mathscr{D}$ се *категории* (*в.*). **Коваријантен функтор** F од $\mathscr{C}$ во $\mathscr{D}$ се вика парот пресликувања (секое од кои се означува со истата буква F): i) пресликување, *определено на објектите*, кое на секој објект A од $\mathscr{C}$ му придружува објект $F(A)$ од $\mathscr{D}$ и ii) пресликување, *определено на морфизмите*, кое на секој морфизам $\alpha: A\to B$ од $\mathscr{C}$ му придружува морфизам

$$F(\alpha): F(A)\to F(B) \text{ од } \mathscr{D}.$$

Тој пар пресликувања треба да ги исполнува следниве услови:

$$(\forall A \in \mathscr{C})\ F(1_A) = 1_{F(A)}, \qquad (1)$$

$$F(\alpha\beta) = F(\alpha)F(\beta), \qquad (2)$$

за кои било морфизми $\alpha \in \mathrm{Mor}(A, B)$ и $\beta \in \mathrm{Mor}(B, C)$.

Значи, *коваријантен* ф. од категоријата $\mathscr{C}$ во категоријата $\mathscr{D}$ е пресликување од $\mathscr{C}$ во $\mathscr{D}$, кое ги запазува дефиниционите области и областите на вредности на морфизмите, а исто така единиците и производите.

На пр., нека $\mathscr{C}_\Omega$ е категоријата универзални алгебри од тип Ω, а Set категоријата множества. Ако на секоја алгебра $\mathcal{A}$ (Ω) од тип Ω ѝ се придружи нејзиниот носител *A*, т. е. ако се стави $F(\mathcal{A}(\Omega)) = A$, и ако за секој хомоморфизам $\alpha : \mathcal{A}(\Omega) \to \mathcal{B}(\Omega)$ се стави $F(\alpha) = \alpha$, тогаш со тоа е дефиниран коваријантен ф. *F* од категоријата $\mathscr{C}_\Omega$ во категоријата Set од сите множества. (Се вели дека овој ф. ја „заборава" алгебарската структура.)

Контраваријантен функтор F од $\mathscr{C}$ во $\mathscr{D}$ се состои од пресликување *F*, *определено на објектите* од $\mathscr{C}$, кое на секој објект *A* му придружува објект *F*(*A*) од $\mathscr{D}$, и пресликување *F*, *определено на морфизмите*, кое на секој морфизам $\alpha : A \to B$ му придружува морфизам $F(\alpha) : F(B) \to F(A)$ од $\mathscr{D}$, којшто има „спротивна насока". Тој пар пресликувања треба да ги исполнува следниве два услова:

$$(\forall A \in \mathscr{C})\ F(1_A) = 1_{F(A)}, \qquad (3)$$

$$F(\alpha\beta) = F(\beta)F(\alpha), \qquad (4)$$

за кои било морфизми $\alpha \in \mathrm{Mor}(A, B)$ и $\beta \in \mathrm{Mor}(B, C)$.

ФУНКЦИЈА [function; функция] Математичко правило f меѓу две множества *X* и *Y*, коешто на секој елемент од *X* му придружува точно еден елемент од *Y*, т. е.

$$(\forall x \in X)(\exists! y \in Y)\ y = f(x).$$

Поимот ф. често се третира како специјален вид релација – **функционална релација**. Имено, ако *X* и *Y* се множества, тогаш *функција од X во Y* е *релација* $f \subseteq X \times Y$ (често се означува со $f : X \to Y$) со својството:

$$(x, y),\ (x, z) \in f \ \Rightarrow\ y = z.$$

Вообичаено е да се пишува $f(x) = y$ кога $(x, y) \in f$. (На пример, ако равенството $y = 3x - 1$ е означено со $y = f(x)$, тогаш вредноста на *y* за *x* = 2 е $f(2) = 3{\cdot}2 - 1 = 5$.) Притоа, се вели дека *x* е *независнопроменлива* или *аргумент* на ф., *y* е *зависнопроменлива*, *X* е **домен** или **дефинициона област**, а *Y* – **кодомен** на ф. f.

Во зависност од природата на множествата *X* и *Y* се добиваат разни типови ф. Ако *X* и *Y* се некои множества од реални броеви ($X, Y \subseteq \mathbb{R}$), т. е. *x* и *y* добиваат реални бројни вредности, тогаш $y = f(x)$ се вика **реална** ф. **од реална променлива** или, просто, **функција**. Ако *X* е некое множество реални броеви, а *Y* е множество од комплексни броеви, тогаш имаме **комплексна** ф. **од реална променлива**. Ако *X* и *Y* се множества комплексни броеви, тогаш $w = f(z)$ ($z \in X$, $w \in Y$) е **комплексна** ф. **од комплексна променлива**. Ако *X* е множество *n*-ки $(x_1, ..., x_n)$ од реални броеви, а *Y* е множество реални броеви, тогаш имаме реална **функција од** *n* **реални променливи**: $y = f(x_1, ..., x_n)$.

Најчесто се разгледуваат ф. при кои множеството *Y* е бројно множество. Но, *Y* може да не биде бројно множество; тој факт обично се посочува во називот на функцијата, како на пр.: *векторска* ф., матрична ф. Кога Y не е бројно множество, за ф. често се користат термините *оператор* и *пресликување* (*в.*).

ФУНКЦИЈА НА ДИРИХЛЕ [Dirichlet function; функция Дирихле] Д.н.ф. е дефинирана за секој реален број со:

$$D(x)=\begin{cases}1, \text{ ако } x\in\mathbb{Q}\\ 0, \text{ ако } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\end{cases};$$

таа е прекината насекаде, т. е. секоја точка од дефиниционата област е точка на прекин за $D(x)$. Д.н.ф. може да се запише аналитично како:

$$D(x)=\lim_{m\to\infty}\lim_{n\to\infty}\cos^{2n}(m!\,\pi x).$$

ФУНКЦИЈА НА ЛАГРАНЖ [Lagrange function; функция Лагранжа] Функција што се користи при решавање задачи за *условни екстреми* на функции од повеќе променливи

$$f(x_1,x_2,...,x_n), \qquad (1)$$

при дадени услови (врски):

$$\varphi_i(x_1,x_2,...,x_n)=0,\ \ i=1,2,...,k<n, \qquad (2)$$

а е дефинирана со:

$$F(x_1,...,x_n,\lambda_1,...,\lambda_k)=f(x_1,x_2,...,x_n)+$$
$$+\lambda_1\varphi_1(x_1,...,x_n)+...+\lambda_k\varphi_k(x_1,...,x_n); \qquad (3)$$

$F(x_1,...,x_n,\lambda_1,...,\lambda_k)$ се вика **функција на Лагранж**, а $\lambda_1,...,\lambda_k$ – **Лагранжови** (или **неопределени**) **множители**.

Специјално, за условните екстреми на функција $f(x,y)$ од две променливи, при врската $\varphi(x,y)=0$, ф.н.Л. е:

$$F(x,y,\lambda)=f(x,y)+\lambda\cdot\varphi(x,y),$$

каде што λ е Лагранжов множител.

Со помош на функцијата F, потребните услови за условен екстрем може да се запишат во обликот:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i}=0,\ \frac{\partial F}{\partial \lambda_j}=0,\ i=1,...,n;\ \ j=1,...,k,$$

аналогни на потребните услови за екстрем на функцијата f.

Постапката за добивање условни екстреми на функцијата (1) при дадените врски (2), а со помош на функцијата (3) се вика **Лагранжов метод на неопределени коефициенти**.

ФУНКЦИЈА НА МЕБИУС, *в.* МЕБИУСОВА ФУНКЦИЈА.

ФУНКЦИЈА НА РАСПРЕДЕЛБА [distribution function, distribution, probability distribution, statistical distribution; функция распределения] Ф.н.р. на веројатностите на *случајна променлива* X (*в.*) е функција $F(x)$ од реална променлива x, која за секој $x\in\mathbb{R}$ прима вредност еднаква со веројатноста на неравенството $X<x$, т. е.

$$F(x)=p(X<x).$$

Интуитивно, ф.н.р. $F(x)$ на случајната променлива X, која е во врска со *просторот на веројатност* $(\Omega,\mathcal{F},P)$, ги дава веројатностите на сите „растечки“ настани од $\mathcal{F}$ тргнувајќи од $\varnothing$ – со вредност 0, преку настаните што се состојат од оние елементарни настани кои се пресликани во реални броеви помали од x, па сè до Ω – со вредност 1. Следново својство го има секоја ф.н.р.

1°. Нека $F(x)$ е ф.н.р. на произволна случајна променлива X, нека $x_1<x_2$ се два реални броја и нека $x_1\le x<x_2$ е случајниот настан променливата X да прими вредност од интервалот $[x_1,x_2)$. Тогаш веројатноста на последниот случаен настан се пресметува по формулата

$$P(x_1\le X<x_2)=F(x_2)-F(x_1).$$

Секоја ф.н.р. $F(x)$ ги има и следниве карактеристични својства.

2°. Ф.н.р. $F(x)$ е дефинирана за секој реален број x и $0\le F(x)\le 1$.

3°. $F(x_1) \le F(x_2)$ за $x_1 < x_2$, т. е. $F(x)$ монотоно неопаѓа.

4°. $F(x)$ е *непрекината* (*в.*) *одлево* за секој x.

5°. $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$, $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$.

Својствата 1° – 5° се карактеристични за ф.н.р. $F(X)$ во таа смисла што секоја функција што ги има овие својства (поточно: 3°, 4° и 5°) е *функција на распределба* на некоја случајна променлива. За одбележување е и својството 1°, коешто овозможува праволиниска пресметка на веројатноста на настаните преку ф.н.р.

Понекогаш ф.н.р. се дефинира како веројатност на неравенството $X \le x$ и тогаш таа е *непрекината оддесно*.

Ф.н.р. има врска со густината $f(x)$ на распределба на веројатностите:

$$F(x) = p(X < x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt,$$

така што $f(x)$ (кога постои) еднос-тавно е извод од ф.н.р.: $f(x) = F'(x)$.

Секој начин на задавање на една случајна променлива X што овозможува да се определи ф.н.р. на X се вика *закон за распределба* (*в.*) на веројатностите на X.

ФУНКЦИЈА СО ОГРАНИЧЕНА ВАРИЈАЦИЈА [function of bounded variation; функция ограниченной вариации] Нека $f(x)$ е реална функција од реалната променлива x, дефинирана на сегментот $[a,b]$ и нека τ е негово разбивање,

$$\tau : a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Варијација на функцијата $f(x)$ по разбивањето τ на $[a, b]$ се вика бројот $\mathrm{V}_a^b(f,\tau)$, дефиниран со:

$$\mathrm{V}_a^b(f,\tau) = \sum_{k=0}^{n-1} |\, f(x_{k+1}) - f(x_k)\,|.$$

Тотална варијација на $f(x)$ во сегментот $[a, b]$ се вика величината

$$\mathrm{V}_a^b(f) = \sup_{\tau} \mathrm{V}_a^b(f,\tau),$$

каде што супремумот е земен по сите разбивања τ на интервалот $[a, b]$. (Тоталната варијација на $f(x)$ понекогаш се вика, скратено, *варијација на* $f(x)$.)

За $f(x)$ се вели дека е **функција со ограничена варијација** на $[a,b]$ ако нејзината тотална варијација е ограничена, т. е.

$$\mathrm{V}_a^b(f) < +\infty.$$

Класата од сите такви функции се означува обично со $\mathrm{V}[a,b]$.

Една функција $f(x)$ ѝ припаѓа на класата $\mathrm{V}[a,b]$ ако и само ако таа може да се претстави во обликот

$$f(x) = f_1(x) - f_2(x),$$

каде што $f_1(x)$ и $f_2(x)$ се растечки (опаѓачки) функции на $[a,b]$ (**Жорданово разложување** на ф.с.о.в.).

Збир, разлика и производ на две функции од класата $\mathrm{V}[a,b]$ е функција од класата $\mathrm{V}[a,b]$. Секоја функција од класата $\mathrm{V}[a,b]$ е ограничена и може да има не повеќе од пребројливо многу точки на прекин, при што сите тие се од прв вид. Секоја монотоно неопаѓачка функција е ф.с.о.в. Не секоја непрекината функција има ограничена варијација.

ФУНКЦИОНАЛ [functional; функционал] Пресликување f од произволно множество X во множеството $\mathbb{R}$ на реалните броеви (или во множеството $\mathbb{C}$ на комплексните броеви).

Ако X е снабдено со структура на: векторски простор, тополошки простор, подредено множество, тогаш се јавуваат следните важни класи ф.:

линеарни, непрекинати, монотони, соодветно.

ФУНКЦИОНАЛЕН ПРОСТОР [function space; функциональное пространство] Метрички простор чиишто елементи се функции.

Ако X и Y се тополошки простори, тогаш множеството Y^X од сите непрекинати функции од X во Y е ф.п.

Ф.п. кој заедно со секои два елемента f_1, f_2 ги содржи сите нивни линеарни комбинации $\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2$, каде што α_1, α_2 се реални или комплексни броеви, се вика **линеарен** ф.п. Пример на линеарен ф.п. е просторот $C(a,b)$ од сите непрекинати функции на некој сегмент $[a,b]$, со растојание $d(f_1, f_2)$, дефинирано со:

$$d(f_1, f_2) = \max_{a \le x \le b} |f_1(x) - f_2(x)|.$$

ФУНКЦИОНАЛЕН РЕД [series of functions; функциональный ряд] Ред, чиишто членови се функции $f_n(x)$, n=1,2, 3,..., со заедничка дефинициона област D, т. е. симболот

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \ldots \quad (1)$$

означува низа од функции

$$S_n(x) = f_1(x) + \ldots + f_n(x), \quad (2)$$

наречена *низа од парцијалните суми* на редот (1). Кога низата (2) е конвергентна, со знакот $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ се означува и лимесот на низата $(S_n(x))$ (*в.* РЕД[2]).

ФУНКЦИОНАЛНА АНАЛИЗА [functional analysis; функциональный анализ] Гранка на математичката анализа, којашто се занимава со изучување на векторски (главно функционални) простори од различни (можно и бесконечни) димензии и пресликувања меѓу нив. Тие пресликувања се нарекуваат **оператори**. Специјално, ако нивното множество вредности е на реалната права или во комплексната рамнина, тие се викаат **функционали**.

Основна цел на ф.а. е изучувањето на функции $y = f(x)$, каде што барем една од променливите x, y се менува во бесконечнодимензионален простор. Таквото изучување се дели на три дела: 1) воведување и изучување на бесконечнодимензионални простори (само како **простори**); 2) изучување на најпростите функции, наречени **функционали** (од каде што потекнал терминот ф.а.); 3) изучување на функциите од општ вид, наречени **оператори**; најкомплетно се изучени *линеарните оператори* (*в.*). Може да се рече дека ф.а. е „линеарна алгебра на повисоко ниво“.

ФУНКЦИОНАЛНА ДЕТЕРМИНАНТА [functional determinant; функциональный определитель] Детерминанта, чиишто елементи се функции. Некои посебни видови ф.д., пред сè *јакобијаните* и *врoњскијаните* (*в.*), играат многу важна улога во математичката анализа.

ФУНКЦИОНАЛНА НИЗА [sequence of functions; функциональная последовательность] Низа, чиишто членови се функции; *в.* НИЗА; ФУНКЦИОНАЛЕН РЕД.

ФУНКЦИОНАЛНА РАВЕНКА [functional equation; функциональное уравнение] Грубо кажано, ф.р. е равенка, во која некои од непознатите се функции. (Во таа смисла, ф.р. би биле диференцијалните, интегралните и диференцните равенки, но терминот ф.р. обично не се користи за равенките од тој вид.)

Попрецизно, под ф.р. се подразбира равенка од видот $f(x, y, \ldots, z) = 0$, каде што f содржи конечен број независнопроменливи, дадени функции и непозната функција (или непознати функции) за која се бара решение.

Примери. 1) $f(x+y)=f(x)f(y)$ (решение е секоја експоненцијална функција); 2) $f(xy)=f(x)+f(y)$ (решение е секоја логаритамска функција); 3) $f(x+1)=xf(x)$ (решение е гама-функц.); 4) $f(x+y)=f(x)+f(y)$ – Кошиева ф.р. (нејзините непрекинати решенија се функциите од обликот $f(x)=Cx$, каде што C е произволна константа).

ФУРЈЕ, Жан Батист Жозеф [Jean Baptiste Joseph Fourier; Жан Батист Жозеф Фурье] (1768 – 1830), француски математичар. Дал голем придонес во областа на тригонометриските редови, теоријата на решавањето алгебарски равенки и теоријата на веројатноста.

ФУРЈЕОВА АНАЛИЗА [Fourier analysis; анализ Фурье] Научна област којашто го изучува начинот како може произволна функција да се претстави или да се апроксимира со збир од попрости тригонометриски функции. Ф.а. настанала од изучувањето на Фурјеовите редови, коишто во голема мера го упростуваат изучувањето на преносот на топлина.

ФУРЈЕОВА ТРАНСФОРМАЦИЈА [Fourier transform; преобразование Фурье] Ф.т. (ознака: $\mathcal{F}$) е операција, којашто на дадена функција $f(t)$, дефинирана на целата реална оска, ѝ придружува друга функција од реална променлива, $F(\omega)$, дефинирана со:

$$F(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,e^{-i\omega t}dt\,.$$

За функцијата, пак, $f(t)$, определена со равенството

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)\,e^{i\omega t}d\omega\,,$$

се вели дека е **инверзна Фурјеова трансформација** за функцијата $F(\omega)$. Според тоа, се запишува соодветно и:

$$\mathcal{F}(f(t))=F(\omega),\quad \mathcal{F}^{-1}(F(\omega))=f(t).$$

Ф.т. е *интеграл на трансформација* (*в.*), определена со јадрото

$$K(t,\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-i\omega t}\,,$$

пропорционално со функцијата

$$e^{-i\omega t}=\cos\omega t+i\sin\omega t\,.$$

Ако функцијата $f(t)$ е апсолутно интеграбилна и е мазна по делови во секој конечен сегмент од полуоската $[0,+\infty)$, тогаш постојат функциите

$$F_{\mathrm{c}}(\omega)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{0}^{+\infty} f(t)\cos\omega t\,dt\,,$$

$$F_{\mathrm{s}}(\omega)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{0}^{\infty} f(t)\sin\omega t\,dt\,,$$

наречени, соодветно: *Фурјеова косинус-трансформација* и *Фурјеова синус-трансформација*.

ФУРЈЕОВ РЕД [Fourier series, Fourier expansion; ряд Фурье] Ф.р. на функција $f(x)$, интеграбилна на сегментот $[-\pi,\pi]$, е тригонометрискиот ред

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)\,,\quad (1)$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx\,,\quad (2)$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx\,.\quad (3)$$

Коефициентите на редот (1), a_n и b_n, добиени со помош на формулите (2) и (3) се викаат **Фурјеови коефициенти** на функцијата $f(x)$. Редот (1) се вика и **Фурјеов развој** на $f(x)$.

Ако функцијата $f(x)$ е периодична

со период 2π и $f(x)$, $f'(x)$ се непрекинати во сегментот $[-\pi,\pi]$, тогаш редот (1) е конвергентен за секој x и неговиот збир е $f(x)$.

Х

ХАМИЛТОН, Вилијам Роуен [William Rowan Hamilton; Уильям Роуэн Гамильтон] (1805 – 1865), ирски математичар и астроном. Дал голем придонес во алгебрата, посебно со откривањето на *кватернионите* (*в.*). Се занимавал со диференцијална геометрија, парцијални диференцијални равенки и механика.

ХАРМОНИК [harmonic; гармоника] Најпростата периодична функција од обликот $A\sin(\omega x+\varphi)$. Таа функција се среќава при разгледувањето на голем број осцилаторни процеси. Бројот A се вика *амплитуда*, φ – *почетна фаза*, $T=2\pi/\omega$ – *период на осцилацијата*; *в.* ХАРМОНИСКО ДВИЖЕЊЕ.

ХАРМОНИСКА АНАЛИЗА [harmonic analysis; гармонический анализ] Научна област, посветена на претставување функции како бесконечни редови или интеграли што вклучуваат функции од некоја посебна, добро позната фамилија; посебно место има претставувањето на функции со помош на *Фурјеови редови* (*в.*).

Тригонометриските редови имаат важна улога во редица области од науката и техниката, особено во математичката физика при решавањето на познатите задачи за треперење жица, мембрана, равенка на топлоспроводливост и др. Класичната х.а. – теоријата на Фурјеови редови и Фурјеови интеграли – интензивно се развивала под влијание на задачите по физика, третирани во 18 – 19 век, во работите на редица знаменити математичари.

ХАРМОНИСКА НИЗА [harmonic progression, harmonic sequence; гармоническая прогрессия] Низа, формирана со земање на реципрочните вредности на членовите од аритметичка прогресија $a, a+d, a+2d, ..., a+nd, ...$. Со други зборови, х.н. е низа од обликот

$$\frac{1}{a},\ \frac{1}{a+d},\ \frac{1}{a+2d},\ ...,\ \frac{1}{a+nd},...$$

Познато и како *хармониска прогресија*.

ХАРМОНИСКА ПОДЕЛБА [harmonic division; гармоническое разделение] Поделба на отсечка AB со точки C и D е х.п., ако точките A, B, C, D имаат *хармониски распоред*, т. е. ако формираат *хармониска четворка* (*в.*).

ХАРМОНИСКА ПРОГРЕСИЈА, *в.* ХАРМОНИСКА НИЗА.

ХАРМОНИСКА СРЕДИНА [harmonic mean, harmonic average; гармоническое среднее] За два позитивни броја a и b, х.с. е реципрочната вредност од

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right),\ \text{т. е. х.с. е}\ \frac{2ab}{a+b}.$$

За n позитивни броеви a_1, a_2, …, a_n х.с. (или *хармониски просек*) е бројот

$$H_n=\frac{n}{\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+...+\frac{1}{a_n}}.$$

Х.с. на меѓусебно различни броеви секогаш е помала од соодветната геометриска и аритметичка средина; *в.* СРЕДИНИ. Терминот х.с. е изведен од музиката.

ХАРМОНИСКА ФУНКЦИЈА [harmonic function; гармоническая функция] **1**. Функција $u = u(x, y)$, којашто е решение на *Лапласовата равенка*:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0.$$

Обично се претпоставува дека функцијата u има непрекинати парцијални изводи од прв и втор ред во некоја дадена област. Две х.ф. u и v се викаат **конјугирани** х.ф. ако ги задоволуваат *Коши–Римановите услови* (*в.*).

2. Функција $u = u(x, y, z)$, којашто е решение на *Лапласовата равенка*

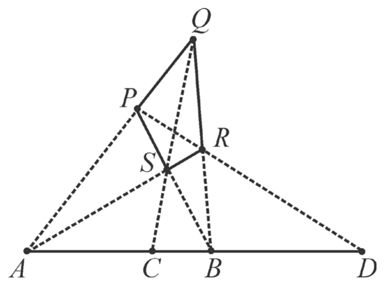
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=0 .$$

И тука, обично се претпоставува дека функцијата u има непрекинати парцијални изводи од прв и втор ред во некоја дадена област.

ХАРМОНИСКА ЧЕТВОРКА [harmonic conjugate; гармоническая четверка] Х.ч. на точки е четворка точки A, B, C, D на права, такви што нивниот *двоен однос* (*в.*) е $(ABCD) = -1$.

Ако $ABCD$ е х.ч., тогаш се вели дека парот точки *AB хармониски го дели парот точки CD* или дека точките A и B се *хармониски конјугирани* (или *хармониски спрегнати*) со точките C и D; паровите AB и CD се викаат **хармониски конјугирани точки**. Тоа значи дека, ако a, b, c, d се апсцисите на точките A, B, C, D, соодветно, тогаш

$$\frac{(c-a)(d-b)}{(c-b)(d-a)}=-1, \text{ т. е. } \frac{c-a}{c-b}=-\frac{d-a}{d-b}.$$



Хармониска четворка

Поимот х.ч. може да се дефинира без да се користат метрички поими. Нека $PQRS$ е четириаголник (црт.), A и B се пресечните точки на спротивните страни, а C и D се пресечните точки на дијагоналите QS и PR на четириаголникот $PQRS$ со правата AB. Тогаш четворката точки A, B, C, D претставува х.ч.

ХАРМОНИСКИ КОНЈУГИРАНИ ТОЧКИ [harmonic conjugate; гармонически сопряжённые точки], *в.* ХАРМОНИСКА ЧЕТВОРКА.

ХАРМОНИСКИ ОДНОС [harmonic ratio; гармоническое отношение] *Двоен однос* (*в.*) којшто е еднаков на – 1.

ХАРМОНИСКИ ПРАМЕН [harmonic pencil; гармонический пучок] Конфигурација од четири прави, коишто минуваат низ иста точка, така што која било права што не е паралелна со ниедна од четирите, ги сече четирите прави во точки коишто се *хармониски конјугирани точки* (*в.*).

ХАРМОНИСКИ РАСПОРЕД [harmonic range; гармоническое расположение] Конфигурација од четири колинеарни точки A, B, C, D, такви што точката C лежи во внатрешноста на отсечката AB, точката D е надвор од таа отсечка и важи равенството

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}.$$

Притоа, односот на две отсечки се смета за позитивен ако нивните насоки на правата се исти, а негативен – ако насоките се спротивни. Според тоа, х.р. на точките A, B, C, D може да се окарактеризира со тоа што нивниот *двоен однос* (*в.*) е еднаков на –1,

$$(ABCD)=\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}}:\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}}=-1$$

(*в.* и ХАРМОНИСКА ЧЕТВОРКА).

Х.р. на точки при проектирање врз некоја права преминува во х.р. на точки. Х.р. е еден од основните поими на проективната геометрија.

ХАРМОНИСКИ РЕД [harmonic series; гармонический ряд] Редот

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}+...$$

се вика х.р. Тој е дивергентен ред. Секој член на редот, почнувајќи од вториот, е *хармониска средина* (*в.*) на двата соседни члена.

Името х.р. е изведено од поимот *обертони* (т. е. горни тонови) или „хармоници“ во музиката: должините на брановите од обертоните на една жица што трепери се: $1/2$, $1/3$, $1/4$ итн. од основната бранова должина на жицата.

ХАРМОНИСКО ДВИЖЕЊЕ [harmonic motion; гармоническое колебание] **Просто** х.д. (т. е. *осцилирање*) на материјална точка по оската Oy е движење под дејство на некоја сила на растојание y од координатниот почеток O ; силата (па значи и забрзувањето) е насочена кон O и е пропорционална на растојанието y. Тогаш

$$y'' = -\omega^2 y \ \ (\omega = \text{конст.}), \text{ т. е.}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 . \qquad (1)$$

Равенката (1) е наречена **диференцијална равенка на просто** х.д. Таа е хомогена линеарна диференцијална равенка со константни коефициенти и нејзиното општо решение може да се запише во обликот

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0) , \qquad (2)$$

каде што A и φ_0 се произволни константи. Интегралните криви се синусоиди. Времето $T = 2\pi/\omega$ (за кое аргументот t на синусот се променува за 2π) се вика **период на осцилацијата**, бројот ω на осцилациите за време 2π се вика **фреквенција** (или *честота*), бројот A – **амплитуда** на осцилацијата, а φ_0 – **почетна фаза**.

Придушено х.д. (т. е. *осцилирање со придушување*) е движење на материјална точка коешто се опишува со помош на диференцијалната равенка

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2n\frac{dy}{dt} + \omega^2 y = 0 , \qquad (3)$$

каде што $2n\,dy/dt$ е силата на придушувањето, пропорционална на брзината, при што n е константа.

ХАУСДОРФОВ ПРОСТОР [Hausdorff space; хаусдорфово пространство] *Тополошки простор* (*в.*) што го задоволува условот: „За секои две различни точки x и y постојат отворени околини U и V на x и y, соодветно, такви што $U \cap V = \varnothing$.“ Друг назив за Х.п. е T_2*-простор*.

ХЕКСАЕДАР [hexahedron; шестигранник] Полиедар со шест ѕидови, *шестѕидник*. *Правилен* х., еден од петте правилни полиедри, се вика и *коцка* (*в.*).

ХЕКСОМИНО [hexomino; гексамино], *в.* ПОЛИОМИНО.

ХЕЛДЕР, Ото [Oto Ludwig Hölder; Отто Людвиг Гёльдер] (1859 – 1937), германски математичар, којшто дал придонес во неколку области од математиката. Најмногу е познат по *Хелдеровото неравенство* (во математичката анализа) и *Жордан–Хелдеровата теорема* (во теоријата на групи).

ХЕЛДЕРОВО НЕРАВЕНСТВО [Hölder’s inequality; неравенство Гёльдера] Х.н. **за конечни суми** има вид:

$$\left|\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right| \le \left(\sum_{i=1}^{n} |a_i|^p\right)^{1/p} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} |b_i|^q\right)^{1/q} , \ (1)$$

а **за интеграли** има вид:

$$\int_a^b |f(x)g(x)|\,dx \le \qquad (2)$$

$$\le \left(\int_a^b |f(x)|^p dx\right)^{1/p} \cdot \left(\int_a^b |g(x)|^q\, dx\right)^{1/q} ,$$

каде што $p > 1$ и $p+q=pq$ Во (1) важи равенство кога $|b_i| = c\,|a_i|^{p-1}$, а во (2) – кога $|g(x)| = c\,|f(x)|^{p-1}$.

Х.н. (1) е обопштение на *Кошиевото неравенство* (*в.*) , а Х.н. (2) – на *Шварцовото неравенство* (*в.*), во кои Х.н. се претвора при $p=q=2$.

Х.н. често се користи во математичката анализа.

ХЕЛИКОИД [helicoid; геликоид] Површина, формирана од права *p* која ротира со константна аголна брзина околу неподвижна оска *z*, ја сече оската под постојанен агол α и истовремено постапно се преместува со постојана брзина долж таа оска. Ако $\alpha = \pi/2$, х. се вика **прав** х., а ако $\alpha \neq \pi/2$ се вика **кос** х.

ХЕПТАГОН, *в.* СЕДУМАГОЛНИК.

ХЕПТАЕДАР [heptahedron; семигранник] Полиедар со седум ѕидови, седумѕидник.

ХЕПТОМИНО [heptomino; гептамино], *в.* ПОЛИОМИНО.

ХЕРОН од Александрија [Heron of Alexandria; Герон Александрийский] Живеел веројатно во I век (околу 60-та г.) од н.е. во Александрија. Бил механичар, математичар, се занимавал со геодезија и прв ги резимирал дотогашните сознанија неопходни за инженерската практика. Во неговото дело „Метрика“ е содржана т.н. *Херонова формула,* но таа датира уште од Архимед.

ХЕРОНОВА ФОРМУЛА [Heron's formula; формула Герона] Формулата, којашто ја изразува плоштината на триаголник со страни *a*, *b*, *c*:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}\,,$$

каде што $s = (a+b+c)/2$. Наречена е по името на *Херон* (*в.*).

ХЕРОНОВ ТРИАГОЛНИК [Heronian triangle; треугольник Герона] Триаголник при кој должините на сите негови страни и плоштината се изразуваат со рационални (специјално: со природни) броеви. Наречен е според *Херон* (*в.*).

ХИ-КВАДРАТ (χ^2-) **РАСПРЕДЕЛБА** [chi-square distribution; хи-квадрат распределение] Ако $X_1, X_2, ..., X_n$ се *n* независни случајни променливи, секоја од кои има *стандардна нормална распределба* (т. е. математичко очекување μ = 0 и дисперзија σ = 1), тогаш сумата од нивните квадрати,

$$X_1^2 + X_2^2 + ... + X_n^2\,,$$

дава случајна променлива, за која се вели дека има χ^2*-распределба со n степени на слобода.*

ХИ-КВАДРАТ (χ^2-) **ТЕСТ** [chi-square test; хи-квадрат критерий] χ^2-тестот е еден од најчесто употребуваните критериуми за тестирање на законот на распределба на генералното множество со помош на случаен примерок извлечен од тоа множество.

Тоа е тест за компатибилност на експерименталните и очекуваните податоци, заснован на величината

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i}\,, \qquad (1)$$

каде што *k* е бројот на податоци, n_i и e_i се *i*-тиот пар од добиени и очекувани фреквенции, а $\sum n_i = \sum e_i = N$. Ако *N* е доволно голем, тогаш величината (1) има распределба што се стреми кон χ^2-распределбата со *k*–1 степени на слобода.

ХИЛБЕРТ, Давид [David Hilbert; Давид Гильберт] (1862 – 1943), германски математичар. Дал голем придонес во теоријата на алгебарски многуобразија, теоријата на интегрални равенки, теоријата на броеви и математичката анализа. Со делото „Основи на геометријата“ ја поставува евклидската геометрија врз строго аксиоматска основа. Како прилог кон теоријата на множествата тој ја развива својата „теорија на доказот“, со што станува основач на формализмот – нов правец во математиката.

ХИЛБЕРТОВИ ПРОБЛЕМИ [Hilbert’s problems; проблемы Гильберта] Список од 23 суштински математички проблеми, изложени од *Д. Хилберт* на II Меѓународен конгрес на математичарите во Париз во 1900 година, коишто извршиле значително влијание врз развојот на математиката во дваесеттиот век.

Тие проблеми се однесуваат на голем број математички области: основи на математиката, алгебра, теорија на броеви, геометрија, топологија, алгебарска геометрија, Лиеви групи, реална и комплексна анализа, диференцијални равенки, математичка физика, теорија на веројатност и варијационо сметање. Поголемиот дел од тие проблеми се веќе решени.

ХИЛБЕРТОВ ПРОСТОР [Hilbert space; гильбертово пространство] Векторски простор H над полето F на комплексните (или реалните) броеви заедно со функција $\langle\ ,\ \rangle : H\times H\to F$, со следниве својства:

(i) $\langle x,x\rangle \ge 0$; $\langle x,x\rangle = 0 \Leftrightarrow x=0$;

(ii) $\langle x+y,z\rangle = \langle x,z\rangle + \langle y,z\rangle$;

(iii) $\langle ax,y\rangle = \overline{a}\langle x,y\rangle$;

(iv) $\langle x,y\rangle = \overline{\langle y,x\rangle}$, за кои било вектори x, y и скалар a, при што $\overline{a}$ е конјугирано комплексниот број од a; ако скаларите се реални броеви, тогаш $\langle x,y\rangle = \langle y,x\rangle$;

(v) ако $x_k \in H$, $k=1,2,...$ и ако

$$\lim_{m,n\to\infty} \langle x_n - x_m, x_n - x_m\rangle = 0,$$

тогаш постои $x\in H$ таков што

$$\lim_{n\to\infty} \langle x_n - x, x_n - x\rangle = 0;$$

x се вика **лимес на низата** (x_n);

(vi) H е бесконечнодимензионален векторски простор.

Функцијата $\langle x,y\rangle$, којашто ги задоволува аксиомите (i)–(iv), се вика **внатрешен производ** или **скаларен производ** на елементите x и y. Бројот

$$\| x\| = \sqrt{\langle x,x\rangle}$$

се вика **норма** (или **должина**) на векторот $x\in H$. Важи неравенството:

$$\|\langle x,y\rangle\| \le \|x\|\cdot\|y\|.$$

Ако во H се воведе растојание меѓу елементите $x,y\in H$ со:

$$d(x,y) = \|x-y\|,$$

тогаш H станува метрички простор.

Х.п. претставува обопштување на n-димензионалниот евклидски простор за бесконечен случај. Накусо може да се каже дека: х.п. е комплетен векторски простор со внатрешен производ и со норма индуцирана од внатрешниот производ.

ХИПАРХ од Никеја [Hipparchus of Nicaea; Гиппарх Никейский] (ок. 190 г. пред н. е. – ок. 125 г. пред н. е.), антички математичар и астроном. Се смета за основач на тригонометријата. Ги изучувал тригонометриските својства на аглите и создал тригонометриски таблици. Му се припишува првото користење на кружниците и елипсите во претставувањето на движењето на планетите. Сите негови дела се изгубени.

ХИПЕРБОЛА [hyperbola; гипербола] Крива, којашто се добива како пресек на двокрилна права кружна конусна површина со рамнина, паралелна на оската на конусот (в. КОНУСЕН ПРЕСЕК).

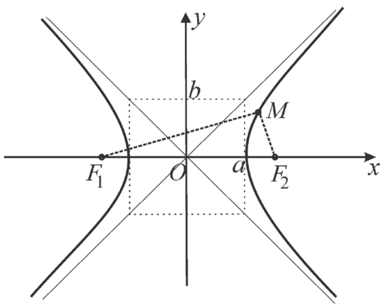
Х. се дефинира и на други начини. Х. е множеството од сите точки во рамнина, такви што разликата на растојанијата по апсолутна вредност до две фиксирани точки F_1 и F_2 (наречени **фокуси**) е константна и еднаква на 2*a*. Ако *M* е која било точка на х., тогаш тоа својство може да се запише во обликот:

$$|\overline{MF_1} - \overline{MF_2}| = 2a .$$

Ако (–*c*, 0) и (*c*, 0) се Декартовите правоаголни координати на фокусите, по ред F_1 и F_2, тогаш соодветната равенка (наречена **канонична равенка**) на х. е

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 ,$$

каде што $b^2 = c^2 - a^2$; *a* и *b* се **полуоски** на х., а *x* и *y* се тековни координати на точката *M*. Растојанието меѓу фокусите F_1 и F_2 се вика **фокусно растојание**.



Хипербола

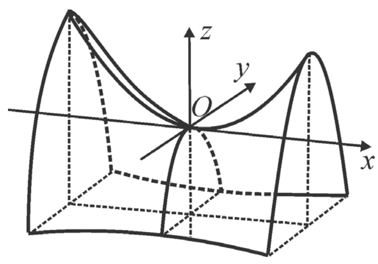
Х. е *крива од втор ред*, којашто има *центар* и две *оски на симетрија*. Оската *Ox* се вика **реална оска** на х., а оската *Oy* **имагинарна оска** на х. Отсечките 2*a* и 2*b* исто така се викаат *реална* и *имагинарна оска*, соодветно. Ако $\overline{F_1F_2} = 2c$, тогаш бројот $e = c / a$ се вика **ексцентрицитет** на х. Ексцентрицитетот за х. е $e > 1$.

Х. има две гранки, коишто се огледална слика една на друга. Правите $y = \pm\, b / a$ се *асимптоти*, а $x = \pm\, a / e$ се *директриси* на х. (*в.*).

Ако $a = b$, тогаш х. се вика **рамнострана** х.; во тој случај симетралите на координатните агли се асимптоти на х. Ако асимптотите на х. се земат за координатни оски, тогаш равенката на х. е $y = k / x$, т. е. х. е график на *обратна пропорционалност* (*в.*). Редица физички процеси се одвиваат (приближно) по законот, изразен со равенката $y = k / x$.

ХИПЕРБОЛИЧЕН ПАРАБОЛОИД [hyperbolic paraboloid; гиперболический параболоид] Површина од втор ред, чијашто канонична равенка во правоаголни Декартови координати е

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} .$$



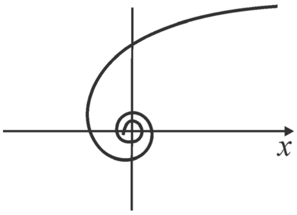
Хиперболичен параболоид

Пресеците на х.п. со рамнини, паралелни на рамнината *Oxy*, т. е. $z = c$, се хиперболи, освен за $z = 0$, кога се добиваат две прави. Пресеците на х.п. со рамнини, паралелни со рамнината $y = 0$ (или паралелни со $x = 0$) се параболи.

ХИПЕРБОЛИЧЕН ЦИЛИНДАР [hyperbolic cylinder; гиперболический цилиндр] Цилиндрична површина, чијашто директриса е хипербола. Каноничната равенка во Декартови координати има вид $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

ХИПЕРБОЛИЧНА ГЕОМЕТРИЈА [hyperbolic geometry; гиперболическая геометрия] Исто што и *геометрија на Лобачевски* (*в.*); *в.* и НЕЕВКЛИДСКИ ГЕОМЕТРИИ.

ХИПЕРБОЛИЧНА СПИРАЛА [hyperbolic spiral, reciprocal spiral; гиперболическая спираль] Рамнинска крива, чијшто радиус-вектор ρ се менува обратно пропорционално на поларниот агол φ. Нејзината равенка во поларни координати е $\rho = a/\varphi$, каде што a е константа на пропорционалноста. Х.с. има асимптота – права, паралелна на поларната оска и на растојание a над неа.



Хиперболична спирала

ХИПЕРБОЛИЧНИ СМЕНИ [hyperbolic substitutions; гиперболические подстановки] Смените

$$x = a\,\mathrm{th}\,t,\ x = a\,\mathrm{sh}\,t,\ x = a\,\mathrm{ch}\,t$$

што се користат за рационализирање на изрази од обликот

$$\sqrt{a^2 - x^2},\ \sqrt{x^2 + a^2},\ \sqrt{x^2 - a^2},$$

соодветно, коишто се јавуваат во интеграли.

ХИПЕРБОЛИЧНИ ФУНКЦИИ [hyperbolic functions; гиперболические функции] Функции, дефинирани со помош на експоненцијалната функција e^x на следниов начин:

а) **хиперболичен синус**, sh x:

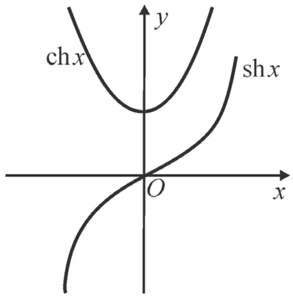
$$\mathrm{sh}\,x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

(се чита и: *синус хиперболикум од x*).

б) **хиперболичен косинус**, ch x:

$$\mathrm{ch}\,x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x});$$

се чита и: *косинус хиперболикум од x*

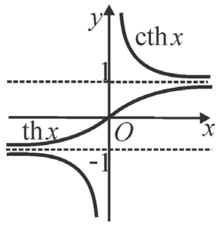


Хиперболичен: синус и косинус

в) **хиперболичен тангенс**, th x:

$$\mathrm{th}\,x = \frac{\mathrm{sh}\,x}{\mathrm{ch}\,x} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1},$$

т. е. *тангенс хиперболикум од x*;



Хиперболичен: тангенс и котангенс

в) **хиперболичен котангенс**, cth x:

$$\mathrm{cth}\,x = \frac{\mathrm{ch}\,x}{\mathrm{sh}\,x} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}.$$

Функциите sh x, ch x и th x се дефинирани за секој реален број x, а cth x е дефинирана за секој $x \neq 0$.

Со помош на методот „собирање, одземање или делење ординати" може приближно да се претстави обликот на секоја од горните х.ф.

Својствата на х.ф. во многу нешта се аналогни со својствата на *тригонометриските функции*. На пр., равенките $x = \cos t$, $y = \sin t$ ја претставуваат кружницата $x^2 + y^2 = 1$, а равенките $x = \mathrm{ch}\,x$, $y = \mathrm{sh}\,x$ ја претставуваат хиперболата $x^2 - y^2 = 1$. Како што тригонометриските функции се дефинираат на единичната кружница, така х.ф. се дефинираат на рамностраната хипербола $x^2 - y^2 = 1$.

Адиционите теореми за х.ф. се аналогни на адиционите теореми за тригонометриските функции:

$$\mathrm{sh}(x \pm y) = \mathrm{sh}x\,\mathrm{ch}y \pm \mathrm{ch}x\,\mathrm{sh}y,$$

$$\mathrm{ch}(x \pm y) = \mathrm{ch}x\,\mathrm{ch}y \pm \mathrm{sh}x\,\mathrm{sh}y.$$

Г.ф. се користат во геометријата на Лобачевски, во електротехниката, во изучувањето на отпорноста на материјали и во други области.

ХИПЕРБОЛОИДИ [hyperboloids; гиперболоиды] Централни површини од втор ред. Има два вида х.: *еднокрилни* х. (*в*) и *двокрилни* х. (*в.*), определени со равенките, соодветно:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1 \text{ и } \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1.$$

ХИПЕРКОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ, *в.* КВАТЕРНИОНИ.

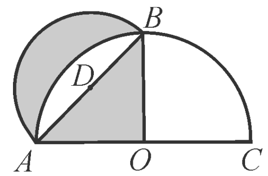
ХИПЕРРАМНИНА [hyperplane; гиперплоскость] Х. е обопштение на поимот рамнина за повеќедимензионален простор. Рамнина (во 3 димензии) може да се дефинира со равенка од обликот $ax + by + cz = d$, каде што a, b, c и d се дадени константи. Х. од n-та димензија може да се дефинира со равенка од обликот

$$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = a_0,$$

каде што $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ се константи.

ХИПОКРАТ од Хиос [Hippocrates of Chios; Гиппократ Хиосский], антички математичар од V в. пред н.е. (ок. 470 – 410 г. пред н.е.). Го напишал првото систематско дело по геометрија, коешто опфаќало материјал како во првите четири книги на Евклидовите „Елементи“ и се одликувало со строгост во изложувањето (но, тоа дело не е сочувано). Тој дал формули за пресметување плоштина на т.н. *хипократови месечинки* (*в.*) и ново толкување на задачата за удвојување на коцка.

ХИПОКРАТОВА МЕСЕЧИНКА [lune of Hippocrates; гиппократова луночка] Срповидна рамнинска фигура, ограничена со лаци од два круга, од кои помалиот има дијаметар еднаков на тетивата, којашто ги сврзува крајните точки на двата лака и одговара на централен прав агол од големиот круг. Еквивалентно, х.м. е неконвексна рамнинска област, ограничена со еден кружен лак од 180° и еден кружен лак од 90°.



Хипократова месечинка (да е осенчена)

Плоштината на х.м. е еднаква со плоштината на правоаголниот триаголник, чиишто катети се еднакви на радиусот, а хипотенузата е тетивата на големиот круг.

Хипократ се обидувал да го реши проблемот за *квадратура на кругот* (*в.*). Тој нашол три вида месечинки, за кои може (само со линијар и шестар) да се конструира еднаквоплоштен квадрат; но, задачата во општ вид не успеал да ја реши.

ХИПОТЕЗА [hypothesis, conjecture; гипотеза] **1**. Тврдење што се користи како премиса во докажувањето на нешто друго; услов од кој нешто следува; *в.* ИМПЛИКАЦИЈА. Познато и како *претпоставка*.

2. Тврдење што изгледа како да е точно, т. е. „се насетува“ неговата точност, но сè уште не е докажано, неопходен е доказ (значи, може да се каже само дека е *насетка*); *в.* на пр. ГОЛДБАХ – *Голдбахова хипотеза*.

3. (*Статистика*) Исказ што прецизира некоја популација или распределба, чијашто вистинитост може да биде проверена врз основа на примерок од таа популација.

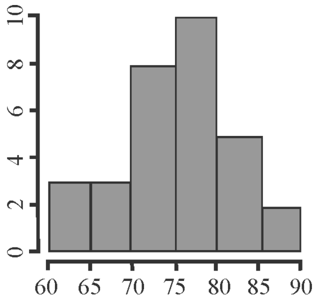
ХИПОТЕНУЗА [hypotenuse; гипотенуза] Страната на правоаголен триаголник (рамнински или сферен) што лежи спроти правиот агол. Двете други страни на правоаголниот триаголник се викаат *катети* (тоа важи и за *сферен триаголник* што има само еден прав агол).

Х. и катетите на рамнински правоаголен триаголник се сврзани, според Питагоровата теорема, со равенството $c^2 = a^2 + b^2$, каде што c е должината на х. и a, b се должините на катетите.

ХИПОЦИКЛОИДА [hypocycloid; гипоциклоида] Во геометријата, х. е посебна рамнинска крива создадена со трагата на фиксирана точка од мала кружница којашто се тркала, без лизгање, во поголема кружница. (Може да се спореди со *циклоидата*, но наместо кружницата да се тркала по права, таа се тркала во поголема кружница.) Ако малата кружница има радиус r, а големата има радиус $R = kr$, каде што k е природен број, тогаш кривата е затворена и има k повратни точки (т. е. k остри шилци). За $k = 4$ х. се вика *астроида* (*в.*), за $k = 3$ – *делтоида* (*в.*) или *Штајнерова крива*, а за $k = 2$ х. се дегенерира во отсечка.

ХИСТОГРАМ [histogram; гистограмма] Графички приказ на експериментални податоци, важен за обележја со голем број можни вредности.

За да се конструира х., податоците прво се прикажуваат таблично, така што интервалот во кој се протегаат се дели обично на еднакви подинтервали $[a_i, a_{i+1})$, а потоа податоците се класифицираат според нив. Бројот и должината на подинтервалите зависат од обележјето и од бројот на податоците.



Хистограм

Графички приказ на распределбата може да се даде преку х. на *фреквенции*: над соодветниот интервал се црта правоаголник со плоштина пропорционална на фреквенцијата во тој интервал. Тоа значи: ако фреквенцијата во интервалот $[a_i, a_{i+1})$ е n_i, над $[a_i, a_{i+1})$ се црта правоаголник со висина којашто е пропорционална со $n_i / (a_{i+1} - a_i)$. За непрекинати обележја, х. дава приближен изглед на густината на распределбата.

***x*-КОМПОНЕНТА НА ВЕКТОР** [*x* component of a vector; *x*-компонента вектора] Проекцијата на вектор врз апсцисната оска во Декартов координатен систем.

***x*-КООРДИНАТА** [*x* coordinate; *x*-координата] Една од координатите на точка $M(x, y, z)$ во тридимензионален координатен систем – првата по ред, којашто се вика и *апсциса*.

ХОДОГРАФ [hodograph; годограф] Х. *на векторска функција* $\boldsymbol{r}(t)$ е крива, којашто го претставува множеството од краевите на променливиот вектор $\boldsymbol{r}(t)$ (чијшто почеток е произволна фиксирана точка O) за сите вредности на реалната променлива t.

ХОЛОМОРФНА ФУНКЦИЈА [holomorphic function; голоморфная функция] Х.ф. е комплексно-вредносна функција од една или од повеќе променливи, којашто е комплексно диференцијабилна во околина на секоја точка од нејзиниот домен.

Термините: х.ф., *диференцијабилна функција*, *комплексно диференцијабилна функција* и *регуларна функција* често се користат како синоними на терминот *аналитична функција од комплексна променлива*. Многу математичари го претпочитаат терминот „холоморфна функција“ наместо „аналитична функција“.

Се покажува дека една х.ф. (т. е. аналитична функција од комплексна променлива) $f(z)$ има непрекинати изводи од произволен ред и таа може да се претстави како *Тејлоров ред* во околина на која било точка z_0 од доменот D на функцијата.

ХОМЕОМОРФИЗАМ [homeomorphism, topological isomorphism, topological mapping, bicontinuous function, continuous transformation; гомеоморфизм, топологический изоморфизм, топологическое преобразование] Непрекинато биективно пресликување меѓу тополошки простори, чиешто инверзно пресликување е, исто така, непрекинато. Познато и како: *тополошки изоморфизам*; *тополошко пресликување*; *непрекината трансформација*.

ХОМЕОМОРФНИ ПРОСТОРИ [homeomorphic spaces; гомеоморфные прострвнства] Два тополошки простори меѓу кои постои хомеоморфизам. Интуитивно, два **простора** (одн.: две геометриски **фигури**) се **хомеоморфни**, ако едниот простор (одн. едната фигура) може да се добие од другиот (одн. од другата) со растегнување, свиткување или собирање (но: не и кинење или лепење!). На пр.: кружница е хомеоморфна со полигонална линија; триаголник, квадрат и круг се хомеоморфни; топка, конус и цилиндар се хомеоморфни. За х.п. се вели и дека се **тополошки еквивалентни**.

ХОМОГЕН [homogeneous; однородный, гомогенный] Зборот х. е придавка, којашто значи: еднороден, од ист вид, којштo има исти својства; во математиката, „хомоген“ често се однесува на група математички објекти со рамномерна големина или степен.

ХОМОГЕНА РАВЕНКА [homogeneous equation; однородное уравнение] **1**. Равенка од видот $f(x_1, x_2, ..., x_n) = 0$ каде што f е *хомогена функција* (*в.*). Равенката $g(x_1, .., x_k, y_1, ..., y_m) = 0$ се вика х.р. по променливите $x_1, ..., x_k$, ако g е хомогена функција по тие променливи.

2. Диференцијална равенка од n-ти ред $F(x, y, y', ..., y^{(n)}) = 0$ се вика х.р., ако F е хомогена по променливите $y, y', ..., y^{(n)}$.

ХОМОГЕНА ФУНКЦИЈА [homogeneous function; однородная функция] Реална функција од една или повеќе променливи, за која е исполнет следниов идентитет:

$$f(ax_1, ax_2, ..., ax_n) = a^k f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

за секој реален број $a \neq 0$ и за некоја константа k, се вика х.ф. **од *k*-ти ред**. Константата k се вика **степен на хомогеност** на f. Примери:

1) $f(x, y) = 5x^2 - 6xy - 7y^2$, $k = 2$;

2) $f(x, y) = x^3 \sin\frac{x}{y} + xy^2$, $k = 3$;

3) $f(x, y, z) = \sqrt{x + y - 3z}$, $k = 1/2$.

ХОМОГЕНИ КООРДИНАТИ [homogeneous coordinates; однородные координати] *Во рамнина*, х.к. на точка, чиишто Декартови координати се x и y, се кои било три броја (x_1, x_2, x_3) за кои $x_1 / x_3 = x$ и $x_2 / x_3 = y$. Координатите се наречени *хомогени*, бидејќи секоја полиномна равенка во Декартови координати станува хомогена кога ќе се изврши трансформацијата во х.к. На пр., $x^3 - xy - 4 = 0$ станува $x_1^3 - x_1 x_2 x_3 - 4x_3^3 = 0$. Х.к. се дефинираат аналогно за простори од три и повеќе димензии.

ХОМОГЕН ПОЛИНОМ [homogeneous polynomial; однородный многочлен] Полином при кој сите членови имаат ист (вкупен) степен, k; еквивалентно, х.п. е *хомогена функција* од променливите што се вклучени во неа. На пр.: $P(x, y, z) = x^3 + yz^2 - 4xyz$, $k = 3$.

ХОМОЛОГНИ ЕЛЕМЕНТИ, *в.* СООДВЕТНИ ЕЛЕМЕНТИ.

ХОМОМОРФИЗАМ [homomorphism; гомоморфизм] Пресликување f од една алгебарска структура во друга, коешто е *согласно* со операциите на тие структури. Согласноста означува дека обете структури, на пр. A и B, имаат ист број и ист тип операции, при што за секои две соодветни операции, на пр., $*$ во A и $\circ$ во B, исполнето е равенството:

$$f(x * y) = f(x) \circ f(y), \text{ за сите } x, y \in A.$$

Множеството од сите елементи на B што се слики на елементите од A при х. f се вика **хомоморфна слика** на структурата A. Х. f се вика:

– **мономорфизам** ако f е инјекција,
– **епиморфизам** ако f е сурјекција, а
– **изоморфизам** ако f е биекција.

Х. на алгебарска структура A во себе се вика **ендоморфизам** на A, а х. што е изоморфизам и ендоморфизам се вика **автоморфизам** на A.

ХОМОМОРФНА СЛИКА [homomorphous (=homomorphic) image; гоморфный образ], *в.* ХОМОМОРФИЗАМ.

ХОМОТЕТИЈА [homothetic transformation, transformation of similitude; гомотетия, центрально-подобное преобразование] Трансформација на рамнината (или просторот) во однос на некоја точка O, којашто на секоја точка M ѝ придружува точка M' од правата OM, по правилото

$$\overline{OM'} = k \cdot \overline{OM},$$

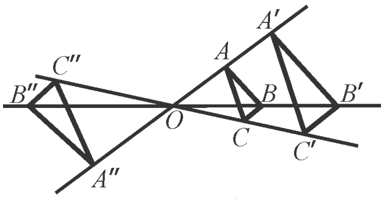
каде што k е постојан број, различен од нула, наречен **коефициент на** х. Точката O се нарекува **центар на** х.

При $k > 0$ точките M и M' лежат на полуправата OM (од иста страна на центарот O), а при $k < 0$ лежат на правата OM од различни страни на центарот O. Точката O при х. си одговара самата на себе. Х. е посебен случај на *сличност* (*в.* ТРАНСФОРМАЦИЈА НА СЛИЧНОСТ).

За $k = 2$: ___.____.________.__
O M M'

За $k = -2$: __.________.____.___
M' O M

Неколку својства на х.: (1) х. е биективно пресликување на евклидскиот простор во себе со една неподвижна точка – центарот O; (2) при $k = 1$ х. е идентичното пресликување; (3) при $k = -1$ х. е централна симетрија; (4) со х., права (рамнина) што минува низ центарот преминува во себе, а права (рамнина) што не минува низ центарот преминува во права (рамнина) паралелна на неа; (5) аглите меѓу прави (рамнини) при х. се зачувуваат; (6) кружница (сфера) при х. се пресликува во кружница (сфера), при што центарот на едната преминува во центарот на другата; (7) отсечка при х. преминува во паралелна на неа отсечка со должина смалена или зголемена $|k|$ пати, т.е. х. е стегање или растегање на просторот во однос на точката O; (8) множеството од сите х. на евклидскиот простор $\mathbb{R}^3$, коишто имат заеднички центар O, е комутативна група во однос на составување пресликувања. Познато и како: *перспективна сличност*; *хомотетична трансформација*.



Хомотетија

ХОМОТЕТИЧНА ТРАНСФОРМАЦИЈА, *в*. ХОМОТЕТИЈА.

ХОМОТЕТИЧНИ ФИГУРИ [homothetic figures; гомотетичные фигуры] Две фигури, такви што секоја од нив се добива од другата при некоја *хомотетија* (*в*.). Тоа значи дека правите што ги сврзуваат соодветните точки, минуваат низ една заедничка точка O (наречена **центар на хомотетијата**) и со точката O се поделени во константен однос.

На пр., кои било две нееднакви паралелни отсечки се хомотетични една на друга, при што има две хомотетии што ја трансформираат едната отсечка во другата; нивните коефициенти се еднакви по апсолутна вредност, а спротивни по знак.

XOR, *в*. ИСКЛУЧНА ДИСЈУНКЦИЈА.

ХОРИЗОНТАЛА [horizontal; горизонталь], *в*. ХОРИЗОНТАЛНА ПРАВА.

ХОРИЗОНТАЛНА АСИМПТОТА [horizontal asymptote; горизонтальная асимптота], *в*. АСИМПТОТА.

ХОРИЗОНТАЛНА ПРАВА [horizontal line, horizontal; горизонтальная прямая, горизонталь] Во координатна рамнина со правоаголен Декартов координатен систем Oxy, х.п. е права на која сите точки имаат иста ордината, т. е. иста y-координата. Познато и како *хоризонтала*.

ХОРИЗОНТАЛНА РАМНИНА [] Рамнина во правоаголен Декартов координатен систем $Oxyz$, којашто е нормална на оска та Oz, т. е. е паралелна со рамнината Oxy.

ХОРНЕРОВА ШЕМА [Horner's method; Горнера схема] Начин на делење полином од n-ти степен со линеарен бином, по што се овозможува брзо пресметување на вредност на полиномот за дадена вредост на променливата. За да се пресмета вредноста на даден полином

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n \quad (a_0 \neq 0)$$

за $x = c$, тој се претставува во облик

$$P(x) = (x-c)\cdot Q(x) + r,$$

каде што количникот $Q(x)$ е полином од $(n-1)$-в степен,

$$Q(x) = b_0 x^{n-1} + b_1 x^{n-2} + \ldots + b_{n-1},$$

а остатокот е број $r = P(c)$. Тогаш

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n =$$

$$= (x-c)(b_0 x^{n-1} + b_1 x^{n-2} + \ldots + b_{n-1}),$$

па споредувајќи ги коефициентите на еднаквите степени на x од левата и десната страна, се добиваат следниве услови за одредување на непознатите коефициенти $b_0, b_1, \ldots, b_{n-1}$ и r:

$b_0 = a_0$, $b_i = a_i + cb_{i-1} \quad (i = 1, 2, \ldots, n-1)$, $r = a_n + cb_{n-1}$. Овие услови може да се запишат во вид на следнава шема:

$$\begin{array}{ccccc} a_0 & a_1 & a_2 & \ldots & a_n \\ + & cb_0 & cb_1 & \ldots & cb_{n-1} \\ \hline b_0 \nearrow & b_1 \nearrow & b_2 \nearrow & \ldots \nearrow & r = P(c) \end{array}$$

Х.ш. е наречена по англискиот математичар ***В. Хорнер*** (William George Horner, 1786 – 1837).

***x*-ОСКА** [*x* axis; *x*-ось] Една од трите оски во тридимензионален Декартов координатен систем; се вика и **апсцисна оска**. Во правоаголен координатен систем таа е нормална на ординатната и на апликатната оска.

Ц

ЦЕЛ АЛГЕБАРСКИ БРОЈ [algebraic integer; целое алгебраическое число] Реален или комплексен број, којшто е корен на полином со целобројни коефициенти и со главен коефициент 1 (*в.* АЛГЕБАРСКИ БРОЈ).

На пр.: $2+3i$ (одн. $\sqrt[3]{2}$) е ц.а.б. зашто е корен на полиномот $x^2-4x+13$ (одн, на x^3+8). Множеството од сите ц.а.б. образува прстен.

ЦЕЛ АЛГЕБАРСКИ ИЗРАЗ [integral expression; целое алгебраическое выражение] Алгебарски израз во кој променливите не се јавуваат во (каков било) именител кога изразот е запишан во форма што има само позитивни показатели.

ЦЕЛА РАЦИОНАЛНА ФУНКЦИЈА [polynomial function; целая рациональная функция] Друг назив за *полиномна функција* (*в.*), т. е. за функција од обликот

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_{n-1}x+a,$$

каде што $a_0, a_1, ..., a_n$ се реални броеви (*в.* и РАЦИОНАЛНА ФУНКЦИЈА). Ако ц.р.ф. има степен *n*, тогаш таа има не повеќе од *n*–1 екстрем и не повеќе од *n*–2 точки на превој.

ЦЕЛА ФУНКЦИЈА [entire function, integral function; целая функция] Функција од комплексна променлива којашто е аналитична во целата комплексна рамнина.

ЦЕЛ БРОЈ, *в.* ЦЕЛИ БРОЕВИ.

ЦЕЛ ДЕЛ [integer part; целая часть] **1**. Ц.д. на *децимален број* е делот формиран од цифрите пред децималната запирка; *в.* ДЕКАДЕН БРОЕН СИСТЕМ.

2. Ц.д. е функција, којашто на реалниот број *x* му го придружува најголемиот цел број што не го надминува *x*. Се означува со [*x*]. Ц.д. од реален број *x*, запишан како децимален број, е делот од бројот што се јавува пред децималната запирка – ако *x* е позитивен, а е делот од бројот што се јавува пред децималната запирка, но намален за 1 – ако *x* е негативен.

На пр., $[1,7]=1$; $[-1,7]=-2$; $[5]=5$; $[\frac{5}{6}]=0$; $[\pi]=3$; $[\sqrt{2}]=1$; $[-\sqrt{2}]=-2$.

Функцијата ц.д. има прекин за секој цел број *x*. За неа важат неравенствата: $[x]\leq x<[x]+1$. Таа е сврзана со функцијата *дробен дел од x* (*в.*), со релацијата $x=[x]+\{x\}$.

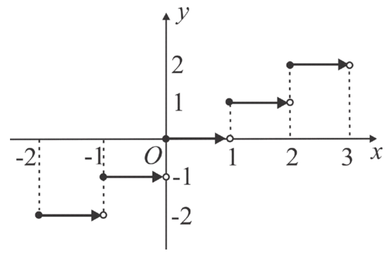


График на $[x]$ (цел дел), т. е. на $\lfloor x \rfloor$ (под)

Функцијата ц.д. од *x* се користи во многу прашања од теоријата на броевите, во математичката анализа и во други области од математиката, а и во компјутерските науки. Таа е сврзана со три други функции: „**под**“, „**плафон**“ и „**int *x***“.

Функцијата **под** [floor; пол] се дефинира исто како функцијата „цел дел“, има ист график како $[x]$, но се означува поинаку: $\lfloor x \rfloor$. (Ознаката треба да потсетува дека тоа е „долна граница, минимум“, т. е. „заокружување на *x* до најблискиот цел број од помалата страна“; *в.* црт. график на [*x*].) Во современата математика се користат двете ознаки, $[x]$ и $\lfloor x \rfloor$, со тенденција да се премине на втората.

Функцијата, пак, **плафон** [ceiling; потолок], ознака: $\lceil x \rceil$, го пресликува бројот x во најблискиот цел број што е поголем од x или е еднаков на x. На пр., $\lceil 1,7 \rceil = 2$, $\lceil -1,7 \rceil = -1$ (спореди со цел дел: $[1,7]=1$; $[-1,7] = -2$).

(Ознаката $\lceil\ \rceil$ треба да потсетува дека тоа е „горна граница, максимум", т. е. "заокружување на x до најблискиот цел број од поголемата страна"; *в*. график на $\lceil x \rceil$).

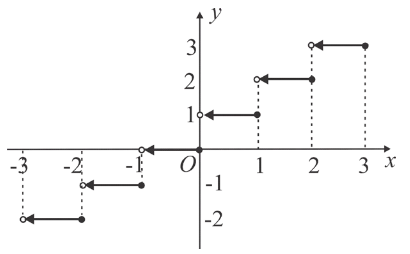


График на функцијата $\lceil x \rceil$ (плафон)

Третата функција, **int** $\boldsymbol{x}$, го дава „целиот дел" на бројот x. Во повеќе компјутерски јазици таа се означува со int (x) и е сврзана со фунциите „под" и „плафон", $\lfloor x \rfloor$ и $\lceil x \rceil$, со:

$$\mathrm{int}(x) = \lfloor x \rfloor \text{ за } x \geq 0,$$
$$\mathrm{int}(x) = \lceil x \rceil \text{ за } x < 0.$$

За целобројни вредности на x важи:

$$\mathrm{int}(-x) = -\mathrm{int}(x)$$

(в. график на функцијата int x).

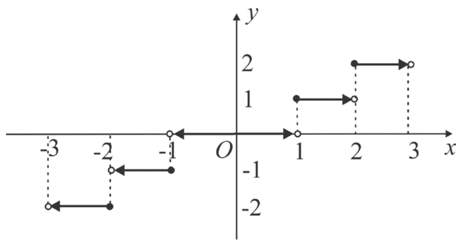


График на функцијата int x

ЦЕЛИ БРОЕВИ [integers; целые числа] *Цел број* е секој елемент од множеството $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup -\mathbb{N} \cup \{0\}$, каде што: $\mathbb{N} = \{1,2,3,...\}$ е множеството на природните броеви, $-\mathbb{N} = \{-1,-2,-3,...\}$ е множеството *негативни цели броеви*, а $\{0\}$ е множеството чијшто единствен елемент е нулата. Множеството $\mathbb{Z} = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$, заедно со обичните операции собирање $+$ и множење $\cdot$, ги задоволува следниве услови, за сите $a,b,c \in \mathbb{Z}$:

(1) $a+b \in \mathbb{Z}$; (2) $a+(b+c)=(a+b)+c$;
(3) $a+0=0+a=a$ (поради што 0 се вика **неутрален елемент** или, кратко, **нула** за операцијата собирање);

(4) за секој a, постои број $-a$ таков што $a+(-a)=-a+a=0$ (бројот $-a$ се вика **спротивен елемент** на бројот a).

Условите (1) – (4) се аксиомите за група, па значи, множеството ц.б. во однос на собирањето е група, $(\mathbb{Z},+)$.
Покрај условите (1) – (4), важи и

(5) $a+b=b+a$,

т. е. собирањето е комутативно. Според тоа, $(\mathbb{Z},+)$ е комутативна група.

За множењето важат следните услови, за сите $a,b,c \in \mathbb{Z}$:

(6) $a \cdot b \in \mathbb{Z}$; (7) $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$;

(8) $(b+c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$.

Својствата (1)–(8) се точно аксиомите (i)–(iii) за *прстен* (*в*.), па значи ц.б. во однос на операциите $+$ и $\cdot$ образуваат прстен, $(\mathbb{Z},+,\cdot)$, наречен **прстен на целите броеви**.

Прстенот на ц.б. е мотивирачки за многу поими во математиката и е еден од најдобрите примери за поимот прстен. Натаму, за множењето на ц.б. важат и следниве идентитети:

(9) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$; (10) $a \cdot b = b \cdot a$;

(11) $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$.

Поради равенството (11), бројот 1 се вика **неутрален елемент** или **единичен елемент**, т. е. кратко, **единица** за операцијата множење. Својствата (1)–(11) се аксиомите за комутативен и асоцијативен прстен со единица, па значи $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ е *комутативен и асоцијативен прстен со единица*.

Прстенот на ц.б. има многу побогата структура: $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ е *интегрален домен* (*в.*), заштo важи:

(12) $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$.

Важи и *законот за кратење*:

(13) $(a \cdot b = a \cdot c \wedge a \neq 0) \Rightarrow b = c$.

Исто така, $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ е *евклидски прстен* и *главноидеалски прстен* (*в.*).

Многу од најдлабоките отворени (нерешени) прашања во математиката се вртат околу целите броеви. На пример, за *простите броеви* (*в.*) уште Евклид докажал дека ги има бесконечно многу, но, сè уште на се знае дали има бесконечно многу парови прости броеви p_n и p_{n+1} што се разликуваат за 2, т. е. $p_{n+1} - p_n = 2$. Хипотезата дека такви парови има бесконечно многу е наречена **хипотеза за простите близнаци**. Во врска со простите броеви има и други нерешени прашања, како на пр. *Голбаховата хипотеза* (*в.* ГОЛДБАХ), но, веројатно најдлабокото и најважно нерешено прашање е *Римановата хипотеза* (*в.*).

ЦЕЛ КОМПЛЕКСЕН БРОЈ, *в.* ГАУСОВ БРОЈ.

ЦЕЛОБРОЈНА ФУНКЦИЈА [integral function; целочисленная функция] Функција, чијшто домен е множеството природни броеви. Вредностите на ц.ф. формираат низа. На пр.:

1) $f(n) = \frac{1}{2^n}$, $n \in \mathbb{N}$, е ц.ф.; нејзините вредности $f(1) = \frac{1}{2}$, $f(2) = \frac{1}{4}, \ldots$ формираат низа – геометриска прогресија со количник $1/2$;

2) $f(n) = n!$, $n \in \mathbb{N}$, е ц.ф. со вредности: $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 6$,...

ЦЕНЗУС [census; ценз, полный набор характеристик, перепись] **1**. Во статистиката, *цензус* е постапка на систематско прибавување и регистрирање информации, целосна колекција карактеристики, во врска со членовите на дадена популација, користејќи ја целата популација во истражувањето.

2. *Цензус* или **попис** означува официјално, обично периодично попишување на целокупното население (во држава, област,...), најчесто со вклучување на демографски информации, сврзани со тоа население.

3. Терминот *цензус* се користел во стариот Рим со значење: пребројување на жителите и проценување на нивните имоти заради оданочување.

ЦЕНТАР [center; центр] Средина, средиште на некој математички објект, најчесто на некоја геометриска фигура, во рамнина или во простор. Често се употребува со значење: важна точка (центар на симетрија на одредена фигура, центар на хомотетија, центар на кривина).

1. Ц. **на круг** – точката што лежи во рамнината на кругот и е еднакво оддалечена од сите точки на неговата периферија.

2. Ц. **на кружница** е точката што лежи во рамнината на кружницата и е на исто растојание од сите точки на кружницата.

3. Ц. **на правилен многуаголник** е центарот на опишаната кружница.

4. Ц. **на сфера** е точката што е еднакво оддалечена од сите точки на сферата.

5. Ц. **на топка** е точката што се наоѓа на исто растојание од сите точки од површината на топката.

ЦЕНТАР НА ГЕОДЕЗИСКА КРИВИНА [center of a geodesic curvature; центр геодезической кривизны] За крива од некоја површина во дадена точка од кривата – тоа е центарот на кривината од ортогоналната проекција на кривата врз тангентната рамнина на површината во дадената точка.

ЦЕНТАР НА ГРУПА [center of a group; центр группы] Множеството C од сите елементи на дадена група G што комутираат со сите елементи од G, т. е. $C = \{c \in G \mid (\forall x \in G)\, cx = xc\}$; C е комутативна подгрупа од G.

ЦЕНТАР НА ИНВЕРЗИЈА [center of inversion; центр инверсии, полюс инверсии] Центарот O на кружницата $k(O, r)$, во однос на која е дефинирана *инверзија* (*в.* ИНВЕРЗИЈА[1]).

ЦЕНТАР НА КРИВА [center of a curve; центр кривой] Точката (ако постои) во однос на која кривата е симетрична; на пр., секоја од кривите од втор ред: кружница, елипса и хипербола има центар.

ЦЕНТАР НА КРИВИНА [center of curvature; центр кривизны] Центарот на *оскулаторната кружница* (т. е. центарот на кругот на *кривината*, *в.*) во дадена точка на кривата.

ЦЕНТАР НА МАСА [center of mass, center of attraction, center of gravity, centroid; центр масс, центр тяжести, центр инерции, центроид] Ц.н.м. (т. е. **тежиште**) на некој објект е точката во која објектот би балансирал (т. е. би бил во рамнотежна положба) ако е потпрен во таа точка со единствен потпирач. На пр., за хомогена триаголна плоча, тоа е тежиштето на триаголникот, а за правоаголна плоча тоа е пресекот на дијагоналите.

Ако (x_i, y_i, z_i), $i = 1, 2, \dots, n$, е систем од n материјални точки со маси m_i соодветно, тогаш ц.н.м. $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ се определува со формулите:

$$\overline{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i x_i \ ,$$

$$\overline{y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i y_i \ ,$$

$$\overline{z} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i z_i \ ,$$

каде што $m = m_1 + \dots + m_n$ е масата на целиот систем.

За еднодимензионални, дводимензионални и тридимензионални објекти, ц.н.м. може да се определи со помош на еднократни, двојни и тројни интеграли, соодветно.

Ако се работи за тело со густина на масата $\gamma = \gamma(x, y, z)$, расположено во затворена ограничена област G, тогаш тежиштето $T(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$ на телото се дефинира со:

$$\overline{x} = \frac{1}{m} \iiint_G x\gamma \, dx\, dy\, dz \ ,$$

$$\overline{y} = \frac{1}{m} \iiint_G y\gamma \, dx\, dy\, dz \ ,$$

$$\overline{z} = \frac{1}{m} \iiint_G z\gamma \, dx\, dy\, dz \ ,$$

каде што m е масата на телото:

$$m = \iiint_G \gamma(x, y, z)\, dx\, dy\, dz \ .$$

Познато и како: *барицентар*; *тежиште*; *центроид*.

ЦЕНТАР НА ПОВРШИНА [center of a surface; центр поверхности] Точката (ако постои) во однос на која површината е централносиметрична фигура (на пр., површините од втор ред: сфера, елипсоид, хиперболоид).

ЦЕНТАР НА ПРСТЕН [center of a ring; центр кольца] Множеството C од сите елементи на даден (асоцијативен) прстен R што комутираат со сите елементи од R, т. е.

$$C = \{c \in R \mid (\forall x \in R)\, cx = xc\}.$$

C е комутативен потпрстен од R.

ЦЕНТАР НА СИМЕТРИЈА [center of symmetry; центр симметрии] Ц.н.с. на геометриска фигура Φ е точка O, со својството: за секоја точка M од Φ постои точка M' од Φ, така што O е средната точка на отсечката MM'.

На пр., ц.н.с. на кружница, елипса, правилен многуаголник, сфера, итн. е центарот на таа фигура. Кривите и површините и, општо, геометриските фигури што имаат ц.н.с. се викаат **централносиметрични фигури**; такви се, на пр., паралелограм, хипербола, елипсоид, еднокрилен хиперболоид, двокрилен хиперболоид и др.; *в.* СИМЕТРИЧНА ГЕОМЕТРИСКА ФИГУРА.

ЦЕНТАР НА СЛИЧНОСТ [center of similitude; центр подобия], *в.* СЛИЧНИ ФИГУРИ.

ЦЕНТАР НА ФИГУРА [center of a figure, center of area, center of volume; центр фигуры] Ц.н.ф., во зависност од контекстот, може да означува: центар на симетрија или центар на маса на фигурата.

За рамнинска фигура (одн. за просторна фигура), ц.н.ф. е центарот на маса на тенка хомогена плоча (одн. на хомогено тело) што ги има истите граници како фигурата. Познато и како *центроид*.

ЦЕНТАР НА ХОМОТЕТИЈА [homothetic center; центр гомотетии] Фиксната точка низ која минуваат правите што ги сврзуваат соодветните точки на *хомотетични фигури* (*в.*).

ЦЕНТРАЛЕН АГОЛ [central angle; центральный угол] Агол чиешто теме се наоѓа во центарот на дадена кружница.

ЦЕНТРАЛНА КОНИКА [central conic; центральная коника] *Коника* (*в.*) што има центар, а имено: кружница, елипса или хипербола.

ЦЕНТРАЛИЗАТОР [centralizer; централизатор] Ц. на елемент a од дадена група G е подмножеството C_a кое се состои од сите елементи x од G што комутираат со елементот a, т. е.

$$C_a = \{x \in G \mid xa = ax\};$$

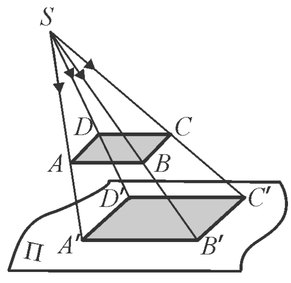
C_a е подгрупа на G.

ЦЕНТРАЛНА ГРАНИЧНА ТЕОРЕМА [central-limit theorem; центральная предельная теорема] Општ назив за група теореми во теоријата на веројатност, коишто се занимаваат со условите, при чие исполнување суми или функции од голем број независни случајни величини имаат распределби на веројатностите блиски на *нормална распределба*.

Постојат многу варијанти на ц.г.т. познати по имињата на авторите, на пример, теорема на: Моавр–Лаплас (која најчесто се среќава во литературата), Чебишов, Љапунов и др.

Ц.г.т. тврди дека, ако $X_1, X_2, \ldots, X_n$ се независни, идентично распределени случајни променливи, секоја со средна вредност μ и дисперзија σ^2, тогаш лимесот на $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$, кога n се стреми кон бесконечност, ќе има нормална распределба со средна вредност $n\mu$ и дисперзија $n\sigma^2$.

Проблематиката на ц.г.т., покрај *законот на големите броеви* (*в.*), е основна во теоријата на веројатност.



Централна проекција

ЦЕНТРАЛНА ПРОЕКЦИЈА [central projection; центральная проекция, перспективная проекция] Проекција, добиена со проектирање на просторна фигура F врз рамнина Π од центарот S на проектирањето (при што S е фиксирана „конечна“ точка); *в.* ПРОЕКЦИЈА). Познато и како *перспективна проекција*.

ЦЕНТРАЛНА СИМЕТРИЈА [central symmetry; центральная симметрия] За дадена точка O во рамнината П и за произволна точка A од П, постои единствена точка A' на правата OA со својството $\overline{OA} = \overline{OA'}$. За точката A' се вели дека е **симетрична точка** *на A во однос на O*. Притоа, симетричната точка на O е самата точка O.

Со правилото: на секоја точка A од рамнината П ѝ се придружува нејзината симетрична точка A' во однос на точката O, дефинирана е трансформација σ_O на рамнината П, наречена **централна симетрија** во однос на точката O. Точката O се вика **центар** на ц.с. σ_O. Секоја ц.с. е биекција, инверзна сама на себе. На ист начин се дефинира ц.с. во просторот.

ЦЕНТРАЛНОСИМЕТРИЧНА ФИГУРА [figure symmetric with respect a point; центрально-симметричная фигура] Една геометриска фигура F е ц.ф. ако постои точка O таква што: за секоја точка $A \in F$ $(A \neq O)$ постои точка $A' \in F$, којашто лежи на правата AO и е оддалечена од O исто колку што е A од O, т. е. $\overline{OA'} = \overline{OA}$. За точката A' се вели дека е **слика** на точката A, а точката O се вика **центар** на фигурата F. Ако $O \in F$, тогаш O е слика сама на себе.

Примери: правоаголник (центарот е во пресекот на дијагоналите); елипса (центарот е во пресекот на нејзините оски); ромб; двокрилен хиперболоид; правилен многуаголник.

ЦЕНТРОИД [centroid; ценроид] Ц. е центарот на масата на некој објект, т. е. точката во која објектот би балансирал ако е потпрен со единечен потпирач. Ц. за хомогена триаголна плоча е *тежиштето на триаголникот* (*в.*); *в.* И ЦЕНТАР НА МАСА.

ЦЕРМЕЛО, Ернст Фридрих Фердинанд [Ernst Friedrich Ferdinand Zermello; Эрнст Фридрих Фердинанд Цермело] (1871 – 1953), германски математичар, еден од основачите на аксиоматската теорија на множествата. Формулирал една од аксиомите, која денес е позната како **аксиома на Цермело** (којашто гласи: „Ако M е непразно множество, тогаш постои подредување на M, такво што во однос на тоа подредување M е *добро подредено множество*“). Објавил и трудови од теоријата на веројатност и варијационото сметање.

ЦИКЛИЧЕН МНОГУАГОЛНИК [cyclic polygon; многоугольник вписанный в окружность] Многуаголник чиишто темиња лежат на една кружница. Секој тиаголник е ц.м. Познато и како *тетивен многуаголник*.

ЦИКЛИЧНА ГРУПА [cyclic group; циклическая группа] Група G во која постои елемент a што ја генерира групата, т. е.

$$G = \langle a \rangle = \{a^n \mid n \in \mathbb{Z}\};$$

$a^0 = e$ е неутралниот елемент на групата. Ако постои природен број n таков што $a^n = e$, тогаш најмалиот природен број p за кој $a^p = e$ се вика **ред** на ц.г. Редот p на ц. г. се вика и **ред на елементот** a.

ЦИКЛИЧНА ПЕРМУТАЦИЈА [cyclic substitution, cyclic permutation; циклическая подстановка] Пермутација на конечно множество, којашто го праќа првиот елемент во вториот, вториот во третиот,..., последниот во првиот. На пр., пермутацијата на множеството $\{1, 2, 3, 4\}$, којашто го праќа 1 во 3, 3 во 2, 2 во 4 и 4 во 1 (т. е. пермутацијата (1,3,2,4)) е ц.п., додека пермутацијата (1,3)(2,4), којашто го праќа 1 во 3, 3 во 1, 2 во 4 и 4 во 2, не е ц.п.

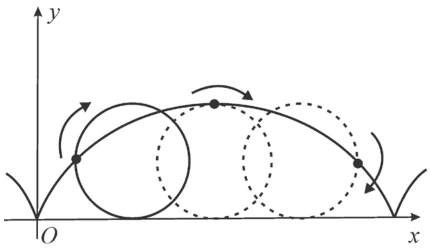
Поопшто, пермутација на подредено множество X којашто ги пресликува елементите од некое подмножество S од X еден во друг на „цикличен начин", а ги фиксира, т. е. ги пресликува сами во себе, сите други елементи од X, се вика ц.п.

На пр., пермутацијата α на множеството $X = \{1,2,3,4,5\}$, определена со

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

е ц.п. којашто фактички го преместува секој симбол од множеството $S = \{1,3,5\}$ (а 2 и 4 ги фиксира, т. е. ги остава неподвижни). Со пермутациите $\alpha, \alpha^2, \alpha^3$ кој било од симболите 1,3,5 може да биде преведен во кој било друг од нив.

За ц.п. се користи запис при кој во мали загради се испишуваат подвижните симболи во таков редослед во каков се преведуваат еден во друг. Пермутацијата α од примерот се запишува: $\alpha = (1,3,5)$, а α^2 – со $(1,5,3)$. Познато и како *циклус*.



Циклоида

ЦИКЛОИДА [cycloid; циклоида] Рамнинска крива, којашто ја опишува точка, фиксирана на дадена кружница, а кружницата се тркала, без лизгање, по права.

Ц. била проучувана во 1599 г. од ***Г. Галилеј*** (Galileo Galilei, 1564 – 1642), италијански научник – астроном, физичар, инженер, филозоф и математичар. ***К. Хајгенс*** (Christiaan Huygens, 1629 – 1695), холандски научник, покажал дека ц. (превртена) го има **изохроното својство**, т. е. времето на спуштање на една материјална точка по таа крива од определена висина под дејство на Земјината тежа не зависи од почетната положба на точката врз кривата; *в.* и ИЗОХРОНА.

ЦИКЛОМЕТРИСКИ ФУНКЦИИ, *в.* ИНВЕРЗНИ ТРИГОНОМЕТРИСКИ ФУНКЦИИ.

ЦИКЛОТОМИЈА [cyclotomy; деление круга], *в.* ДЕЛЕЊЕ НА КРУГ.

ЦИКЛОТОМЕН ПОЛИНОМ [cyclotomic polynomial; круговой многочлен, многочлен деления круга] Ц.п. (или попрецизно: ***n*-ти циклотомен полином**, за кој било природен број n) е единствен неразложлив полином со коефициенти цели броеви, којшто е делител на $x^n - 1$ и не е делител на $x^k - 1$ за секој $k < n$; ознака: $\Phi_n(x)$.

Ако n е прост број, тогаш ц.п. е

$$\Phi_n(x) = x^{n-1} + x^{n-2} + ... + x^2 + x + 1.$$

Првите неколку ц.п. се:

$\Phi_1(x) = x - 1$; $\Phi_2(x) = x + 1$; $\Phi_3(x) = x^2 + x + 1$;

$\Phi_4 = x^2 + 1$; $\Phi_5 = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$;

$\Phi_6 = x^2 - x + 1$; $\Phi_7 = x^6 + x^5 + ... + x + 1$.

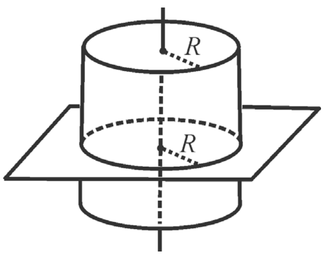
ЦИКЛУС [cycle; цикл] Циклус во една *пермутација* на дадено множество X е подмножество S од X на елементи што се пермутираат така што: првиот елемент од S оди во вториот, вториот во третиот, ..., последниот во првиот. Множеството S се вика **орбита** на ц. На пр., во пермутацијата α, определена на $X = \{1,2,3,4,5\}$ со:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

елементите 1,3,5 формираат ц.; тој се запишува како: $(1,3,5)$. Подмножеството $S=\{1,3,5\}$ е орбита на тој ц. Пермутацијата α, покрај ц. $(1,3,5)$, го има и ц. (2,4). Секоја пермутација (на конечно многу елементи) може да се разложи во колекција циклуси на дисјунктни орбити; на пр., за пермутацијата α имаме: $\alpha = (1,3,5)(2,4)$.

Во некои контексти, *циклична пермутација* (*в.*) се вика *циклус*.

ЦИЛИНДАР [cylinder; цилиндр] Во елементарната геометрија, ц. е тело, ограничено со цилиндрична површина, чијашто директриса е некоја проста затворена крива (обично кружница или елипса) и две паралелни рамнини што ја сечат цилиндричната површина. Деловите на рамнините што лежат во внатрешноста на цилиндричната површина се викаат **основи** на ц. Делот на цилиндричната површина, зафатен меѓу основите, се вика **бочна површина** на ц. Ако основите се кругови, тогаш ц. се вика **кружен** ц. Отсечката чиишто крајни точки се центрите на основите се вика **оска** на ц. Ако оската е нормална на основите, тогаш ц. се вика **прав кружен** ц.; ако не е, тогаш тоа е **кос кружен** ц.



Прав кружен цилиндар

Растојанието меѓу двете рамнини се вика **висина** на ц. Прав кружен ц. се нарекува и **ваљак**. (Обично, прав кружен ц. се вика, само, **цилиндар**.)

Волуменот на ц. е еднаков со про изводот од плоштината на основата и висината H; за кружен ц.: $V = R^2\pi H$ (R е радиусот на кругот), а за елиптичен ц.: $V = ab\pi H$ (a и b се должините на полуоските на елипсата).

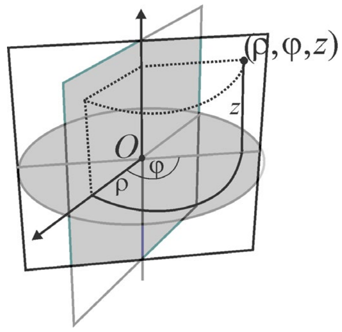
ЦИЛИНДРИЧЕН КООРДИНАТЕН СИСТЕМ [cylindrical coordinate system; цилиндрическая система координат] Обопштение на дводимензионалниот поларен координатен систем за три димензии. Ц.к.с. се добива кога во еден просторен Декартов правоаголен систем *Oxyz*, координатната оска *Oz* остане иста, а во рамнината *Oxy* Декартовиот систем се замени со соодветниот *поларен координатен систем* (*в.* ЦИЛИНДРИЧНИ КООРДИНАТИ).

ЦИЛИНДРИЧНА ПОВРШИНА [cylindrical surface; цилиндрическая поверхность] Површина, формирана со движење на права l, којашто се преместува паралелно сама на себе по некоја зададена рамнинска крива C (правата l не е паралелна со рамнината во која лежи кривата). Правата l се вика **генератриса**, а кривата C – **директриса** на ц.п. Ако директрисата е: кружница, елипса, парабола или хипербола, тогаш ц.п. се вика, соодветно: **кружна**, **елиптична**, **параболична** или **хиперболична** ц.п. Во аналитичната геометрија, ц.п. се вика и **цилиндар**. Каноничните равенки на кружен, елиптичен, хиперболичен и параболичен цилиндар, по ред, се:

$$x^2+y^2=a^2\,,\quad \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,,$$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{и} \quad y^2=2px\,.$$

ЦИЛИНДРИЧНИ КООРДИНАТИ [cylindrical coordinates; цилиндрические координаты] Која било точка M од просторот е одредена со една подредена тројка броеви ρ, φ, z, такви што $0 \le \rho < +\infty$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $-\infty < z < +\infty$. Броевите ρ, φ и z се викаат **цилиндрични координати** на точката M.



Цилиндрични координати

Врската на овие координати и Декартовите координати x, y, z е дадена со равенствата:

$$x = \rho\cos\varphi,\ \ y = \rho\sin\varphi,\ \ z = z$$

(и, обратно:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}\,,\ \ \varphi = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}\,,\ \ z = z).$$

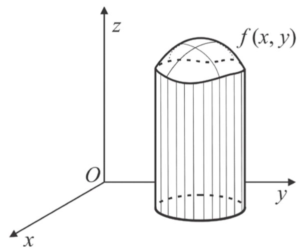
Ц.к. (и сферните координати), при пресметувањето на тројни интеграли, имаат аналогна улога како поларните координати во рамнина при пресметување на двојни интеграли. Јакобијанот за премин од Декартови во цилиндрични координати е:

$$J = \frac{D(x,y,z)}{D(\rho,\varphi,z)} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\rho\sin\varphi & \rho\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \rho.$$

ЦИЛИНДРОИД [cylindroid; цилиндроид] Тело, ограничено со цилиндрична површина, со нормална на неа рамнина (наречена **основа** на ц.) и со површина, којашто секоја нормала кон основата на ц. ја сече само во една точка (в. црт.). Во Декартов координатен систем со оска Oz, паралелна на генератрисата на ц., волуменот на ц. се изразува со двојниот интеграл

$$\iint\limits_P f(x,y)\,dxdy,$$

каде што P е областа на рамнинската основа на ц., а $z = f(x,y)$ е равенката на површината што го ограничува ц. одозгора (*в.* ДВОЕН ИНТЕГРАЛ).



Цилиндроид

Ц. се вика и *праволинискаша површина* $(x^2 + y^2)z = kxy$, која се применува при проучувањето на винтови движења на тврдо тело.

ЦИРКУЛАНТНА ДЕТЕРМИНАНТА [circulant determinant; циркулянтный определитель] Детерминанта во која елементите од секоја редица се истите како тие од претходната редица, но поместени за едно место надесно, при што последниот елемент е ставен како прв. Сите елементи на главната дијагонала се еднакви меѓу себе. На пр., ц.д. е детерминантата

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 7 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 2 \end{vmatrix}.$$

ЦИРКУЛАНТНА МАТРИЦА [circulant matrix; циркулянтная матрица] Квадратна матрица во која елементите од секоја редица се истите како тие од претходната редица, но поместени за едно место надесно, при што последниот елемент е ставен како прв.

ЦИРКУЛАЦИЈА [circulation; циркуляция] Ц. на векторско поле $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ долж затворена крива L е линискиот интеграл $\oint_L \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}$. Во координатна форма, ц. се запишува во обликот

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz\ ,$$

каде што $\boldsymbol{F} = P\,\boldsymbol{i} + Q\,\boldsymbol{j} + R\,\boldsymbol{k}$, а P, Q, R се функции од променливите x, y, z и $d\boldsymbol{r} = dx\,\boldsymbol{i} + dy\,\boldsymbol{j} + dz\,\boldsymbol{k}$.

Ц. на полето вдолж кривата L е еднаква на работата што ја извршуваат силите на векторското поле $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ при преместување на тело со единична маса, полнеж итн.

Во теоријата на векторските полиња широко се применува *теоремата на Стокс* (*в.*), според која ц. на диференцијабилно поле е еднаква со потокот на ротацијата низ некоја површина Σ, ограничена со крива L:

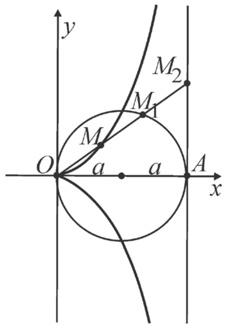
$$\oint_{\mathrm{L}} \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_{\Sigma} (\mathrm{rot}\boldsymbol{F})\cdot \boldsymbol{n}\ \mathrm{ds}\ .$$

Во потенцијално поле, ц. на полето по која било затворена контура е еднаква на нула: $\oint_L \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r} = 0$.

ЦИСОИДА [cissoid; циссоида] Ц. на две рамнински криви е рамнинска крива, којашто се состои од сите точки M што лежат на променлива права, којашто минува низ една фиксирана точка O, а растојанието од M до O е еднакво на растојанието меѓу пресеците M_1 и M_2 на правата со двете дадени криви. Специјален случај на ц. е *цисоидата на Диоклес* (*в.*).

ЦИСОИДА НА ДИОКЛЕС [cissoid of Diocles; циссоида Диоклеса] Ц.н.Д. се вика *цисоидата* (*в.*) на кружница и нејзина тангента, во однос на една фиксирана точка O од периферијата на кружницата (со дијаметар $2a$), дијаметрално спротивна од допирната точка A на тангентата (*в.* црт.). Равенката на ц.н.Д. во правоаголни Декартови координати, одн. во поларни координати е:

$$y^2 = \frac{x^3}{2a-x},\ \text{одн,}\ \rho = \frac{2a\sin^2\varphi}{\cos\varphi}\,.$$



Цисоида на Диоклес

ЦИФРИ [numerals; цифры] Знаци за означување броеви (*в.* БРОЈ; БРОЈКА).

Кај разни народи се употребувале различни ц. Со текот на времето, со развојот на материјалниот и општествениот живот на тие народи, ц. се менувале и се усовршувале. Најпримитивниот запис на ц. бил зборовниот, којшто се зачувал кај математичарите на Средна Азија и Блискиот Исток сè до X век, па и подоцна. Меѓу најстарите ц. се вавилонските и египетските ц. Во денешно време се користат *арапските ц.* (*в.*), а ретко, за посебни потреби, се користат и *римските ц.* (*в.*).

ЦОРН, Макс Август (Max August Zorn; Макс Август Цорн) (1906 – 1993), американски математичар од германско потекло. Дал придонес во теоријата на множествата во врска со независноста на некои аксиоми и еквиваленцијата на разни системи аксиоми; *в.* ЛЕМА НА ЦОРН; АКСИОМА НА ИЗБОР.

ЦОРНОВА ЛЕМА, *в.* ЛЕМА НА ЦОРН.

Ч

ЧЕБИШОВ, Пафнутиј Љвович [Pafnuti Lvovich Chebyshev; Пафнутий Львович Чебышёв] (1821 – 1894), еден од најголемите руски математичари. Ја развил теоријата на веројатноста како строга математичка дисциплина (*в.* НЕРАВЕНСТВО НА ЧЕБИШОВ), а дал голем придонес и во теоријата на броевите, математичката анализа – теоријата на интегрирањето и апроксимирањето. Познат е и како педагог – многу од истакнатите руски математичари биле негови ученици.

ЧЕВА, Џовани [Giovanni Ceva; Джованни Чева] (1647 – 1734), италијански математичар, дал елегантен доказ на *теоремата на Менелај* (*в.*) за трансверзала на триаголник и ја докажал дуалната теорема, којашто го носи неговото име; *в.* ТЕОРЕМА НА ЧЕВА.

ЧЕВИЈАНА [cevian; чевиана], *в.* ТЕОРЕМА НА ЧЕВА.

ЧЕСТОТА, *в.* ФРЕКВЕНЦИЈА.

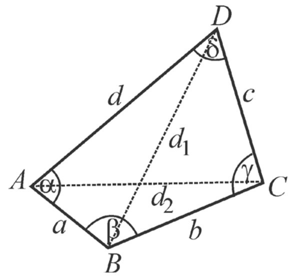
ЧЕТВОРКИ-БЛИЗНАЦИ [prime quadruplets; четверки-близнецы], *в.* БЛИЗНАЦИ.

ЧЕТВОРНА ГРУПА [four-group; четверная группа], в. КЛАЈНОВА ЧЕТВОРНА ГРУПА.

ЧЕТВРТА ГЕОМЕТРИСКА ПРОПОРЦИОНАЛА [fourth proportional; крайный член пропорции], *в.* ПРОПОРЦИОНАЛА.

ЧЕТИРИАГОЛНИК [quadrangle, quadrilateral; четырёхугольник, четырёхсторонник] Рамнинска, проста, затворена искршена линија *ABCD* со четири страни: *AB*, *BC*, *CD*, *DA*. Таа ја дели рамнината на две области: *внатрешна* и *надворешна*. Унијата од искршената линија и нејзината внатрешна област се вика **површина** на ч. Под ч. обично се подразбира *неговата површина*.

Темињата и страните на искршената линија се викаат **темиња** на ч. одн. **страни** на ч. Должината на искршената линија се вика **должина** (или **периметар)** на ч. Две страни со заедничко теме се **соседни страни**, а две темиња коишто припаѓаат на иста страна се **соседни темиња** на ч. Отсечките *AC* и *BD* се викаат **дијагонали** на ч. Две темиња односно две страни што не се соседни се викаат **спротивни темиња** односно **спротивни страни**.



Четириаголник

Едно теме на ч. е почетна точка на две полуправи што содржат две соседни страни на ч. за кои тоа теме е заедничко. Аголот што е образуван од тие полуправи и ја содржи внатрешноста на ч. се вика **внатрешен агол** или само **агол** на ч. Секој агол што е напореден со некој внатрешен агол на ч. се вика **надворешен агол** на ч. Големините на внатрешните агли на ч. се означуваат обично со грчките букви α, β, γ, δ; нивниот збир изнесува 360°.

Ч. се вика: **паралелограм** – ако има два пара паралелни страни; **трапез** – ако има само еден пар паралелни страни; **трапезоид** – ако нема ниеден пар паралелни страни.

Ч. во кој може да се впише кружница се вика **тангентен** ч., а ч. околу кој може да се опише кружница – **тетивен** ч. (*в.* ОПИШАН Ч.; ВПИШАН Ч.). Специјални тетивни ч. се правоаголникот и рамнокракиот трапез, а специјални тангентни ч. се ромбот и делтоидот; квадратот е и тетивен и тангентен ч. **Правилен** ч. е исто што и **квадрат**. Ч. во кој секој од аглите е помал од 180° се вика **конвексен** ч., а ако има еден агол поголем од 180° се вика **конкавен** ч.

ЧИНИТЕЛ, *в.* ФАКТОР.

ЧИСТА ДРОПКА, *в.* ПРАВИЛНА ДРОПКА.

ЧИСТА КВАДРАТНА РАВЕНКА [pure quadratic; неполное квадратное уравнение] *Квадратна равенка* (*в.*) од видот $ax^2+c=0$ ($a\neq 0$ и $c\neq 0$).

ЧИСТО ИМАГИНАРЕН БРОЈ [pure imaginary number; чисто мнимое число], *в.* ИМАГИНАРЕН БРОЈ.

ЧИСТО ПЕРИОДИЧЕН БРОЈ [pure repeating decimal; чисто периодическая дробь] Бесконечнодецимален периодичен број во кој периодот почнува веднаш по целиот дел на бројот, т. е. по децималната запирка; *в.* БЕСКОНЕЧНОДЕЦИМАЛЕН БРОЈ.

ЧИСТО ПЕРИОДИЧНА ДРОПКА [pure repeating decimal; чисто периодическая дробь] Исто што и *чисто периодичен број* (*в.*).

ЧЛЕН [term, member; член, терм] Поединечен објект (што припаѓа на некое множество), низа или израз. Познато и како: *елемент*; *терм*.

Има голем број сложени термини што го содржат зборот *член*.

1. Ч. **на израз** – секој од собироците на тој израз. На пр., во изразот

$$x^2+5-x/y-\sqrt{1+x}\,-\,y\log x+3\sin x,$$

ч. е секој од шесте собироци: x^2, 5, $-x/y$, $-\sqrt{1-x}$, $-y\log x$ и $3\sin x$; притоа, првите четири се **алгебарски** ч. (т. е. ч. што содржат само броеви и алгебарски симболи), а последните два, $3\sin x$ и $-y\log x$, се **трансцендентни** ч. (т. е. ч. што не се алгебарски).

Алгебарските ч. x^2, 5 и $-x/y$ се **рационални** ч. (т. е. ч. што не содржат корени или дробни степени), а $-\sqrt{1-x}$ е **ирационален** ч. Рационалните ч. x^2 и 5 се **цели рационални** ч. (т. е. ч. при кои нема променлива во именителот), а ч. $-x/y$ е **дробен рационален** ч. Трансцендентниот ч. $-y\log x$ се вика **логаритамски** ч., а $3\sin x$ се вика **тригонометриски** ч.

2. Ч. **на полином** – секој од собироците што го сочинуваат полиномот; притоа, ч. што не содржи ниедна од променливите на полиномот, се вика **слободен** ч. или **константен** ч. На пр., во полиномот $5x^2-6x+1$ членови се $5x^2$, $-6x$ и 1, при што 1 е слободен ч.

3. **Општ** ч. (на низа, ред и др.) – ч. што содржи параметри, такви што, ако им се даваат посебни вредности, тој може да се сведе на кој било посебен ч. од разгледуваното множество.

4. Ч. **на дропка** – броителот одн. именителот на дропката.

5. Ч. **на детерминанта** (*в.* ДЕТЕРМИНАНТА).

6. Ч. **на пропорција** – која било од величините *a*, *b*, *c*, *d* во пропорцијата $a:b=c:d$.

Ш

ШВАРЦ, Лоран [Laurent Schwartz; Лоран Шварц] (1915 – 2002), француски математичар, член на „групата Никола *Бурбаки*“. Основните трудови му се во областа на функционалната анализа, особено во теоријата на дистрибуции (обопштени функции), парцијалните диференцијални равенки и нивната примена во физиката. Основач е на теоријата на дистрибуции.

ШВАРЦОВО НЕРАВЕНСТВО [Schwartz inequality; неравенство Буняковского] *Ш.н.* (познато и како: *Кошиево неравенс͞тво*; *неравенс͞тво на Коши–Шварц*; *неравенс͞тво на Буњаковски*; *неравенс͞тво на Коши–Буњаковски–Шварц*) е многу корисно неравенство, вклучено во разни области, како: математичка анализа, линеарна алгебра, теорија на веројатност.

Ш.н. има: елементарна форма, интегрална форма и општа форма.

Елемен͞тарна форма. За кои било реални броеви $a_1,...,a_n$ и $b_1,...,b_n$,

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2 \le \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right)\cdot\left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right);$$

притоа, важи равенство акко $b_i = \lambda a_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$), за некој реален број λ.

Ин͞теѓрална форма. Ако $f(x)$ и $g(x)$ се кои било две реални интеграбилни функции на сегментот $[a, b]$, тогаш Ш.н. е дадено со

$$\left|\int_a^b f(x)\,g(x)\,dx\right|^2 \le \int_a^b [f(x)]^2\,dx \cdot \int_a^b [g(x)]^2\,dx\,;$$

равенство важи акко $f(x) = \lambda g(x)$ за некоја константа λ.

Оӣш͞та форма. Нека V е векторски простор и $\langle\cdot,\cdot\rangle : V\times V \to \mathbb{R}$ е *внаӣрешен ӣроизвод*. Тогаш, за кои било $\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\in V$, важи неравенството

$$\langle \boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\rangle^2 \le \langle \boldsymbol{u},\boldsymbol{u}\rangle\cdot\langle \boldsymbol{v},\boldsymbol{v}\rangle$$

или, еквивалентно, земајќи квадратен корен од двете страни и користејќи ги нормите од векторите, неравенството ја добива формата

$$\left|\langle \boldsymbol{u},\boldsymbol{v}\rangle\right| \le \|\boldsymbol{u}\|\cdot\|\boldsymbol{v}\|.$$

Притоа, равенство важи акко $\boldsymbol{u}$ и $\boldsymbol{v}$ се линеарно зависни, $\boldsymbol{u} = \lambda\boldsymbol{v}$.

Неравенството за суми било објавено од *Коши* (1821), неравенството за интеграли прв го докажал *Буњаковски* (1859), а потоа, независно, било докажано од Шварц (1888).

ШВАРЦ, Херман [Carl Hermann Amandus Schwartz; Карл Херман Амандус Шварц] (1843 – 1921), германски математичар, познат по своите дела во областа на комплексната анализа, диференцијалната геометрија и варијационото сметање. По неговото име се наречени некои методи, резултати и поими, меѓу кои и *Шварцовоӣо неравенсӣво* (*в.*).

ШЕМА НА БЕРНУЛИ [Bernoulli scheme; Бернулли схема, Бернулли испытания] Ако некој експеримент се повторува n пати при исти услови и секоја следна реализација не зависи од претходната, тогаш се работи за серија од n независни експерименти. Ш.н.б. се однесува на серија независни експерименти со два исхода („успех“ и „неуспех“), и такви што веројатностите на исходите не се менуваат од експеримент до експеримент. Таа е една од основните шеми во теоријата на веројатност. Се состои во следното.

Нека, за некој настан A, p е веројатноста на успех и $q = 1 - p$ е веројатноста на неуспех; нека 1 означува настапување на успех и 0 настапување на неуспех. Тогаш веројатноста на определено редење успеси и неуспеси, на пример,

$$1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0 \ldots 1,$$

е еднаква на

$$p\ q\ q\ p\ q\ p\ p\ q \dots p\ = p^m q^{n-m},$$

каде што m е бројот на успеси во разгледуваната серија од n експерименти. Ш.н.Б. може да се опише со следната теорема.

Нека $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ е простор на веројатност и нека се реализира серија од n независни експерименти во кои еден настан A се случува со веројатност p. Тогаш веројатноста настанот A да се случи k пати во n последователни експерименти е

$$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}.$$

Познато и како *Бернулиева шема*.

ШЕСТАГОЛНИК [hexagon; шестиугольник] Многуаголник со шест страни. Тој е **правилен** ако неговите страни се еднакви и неговите внатрешни агли се еднакви. Ако a е должината на страната во правилен ш., тогаш радиусот на опишаната кружница околу ш. е $R = a$, радиусот на вписаната кружница е $r = \frac{\sqrt{3}}{2} a$, а плоштината $P = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$.

ШЕСТАР [compass; циркуль] Инструмент за цртање кружници и кружни лаци, но и за мерење растојание меѓу две точки. Се состои од два метални дела меѓусебно поврзани со шарка. Едниот дел обично е зашилен, а другиот е мина или молив; но, може и двата дела да се шилци.

ШЕСТЅИДНИК [six-sided polyhedron, hexahedron; шестигранник] Исто што и *хексаедар* (*в.*).

ШЕСТСТРАННИК [six-sided polygon, hexagon; шестисторонник] Затворена проста искршена линија (т. е. полигонална линија) составена од шест страни.

ШЕФЕРОВА ЦРТА [Sheffer stroke, NAND, NOT-AND; Шеффера штрих, И-НЕ] Логичка операција (обично означувана со |), којашто се задава со следнава вистинитосна таблица:

p	q	$p \mid q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

(1 означува „точно“, а 0 – „неточно“).

Значи, исказот $p \mid q$ е невистинит кога p и q се вистинити, а во сите други случаи е вистинит.

Со помош на Ш.с. може да се изразат сите други логички операции. На пр.: исказот $\neg p$ (*негација* на p) е еквивалентен со исказот $p \mid p$; *дисјункцијата* $p \vee q$ се изразува на следниов начин: $(p \mid p) \mid (q \mid q)$, а *конјункцијата* $p \wedge q$: $(p \mid q) \mid (p \mid q)$; *импликацијата* $p \Rightarrow q$ со: $p \mid (q \mid q)$.

Познато и како НИ; НЕ-И.

ШРАЈЕР, Ото [Otto Schreier; Отто Шрейер] (1901 – 1929), австриски математичар, којшто дал значајни прилози во комбинаторната теорија на групите и во топологијата на Лиевите групи (*в.* ТЕОРЕМА НА ШРАЈЕР).

ШТАЈНЕР, **ЈАКОБ** [Jakob Steiner; Якоб Штейнер] (1796 – 1863), швајцарски математичар, член на Берлинската академија на науките, основач на синтетичната геометрија на кривите линии и површини од втор и повисок ред.

ШТАЈНЕРОВА КРИВА [Steiner curve; кривая Штейнера], *в.* ДЕЛТОИДНА КРИВА.

ШТАЈНЕРОВИ КОНСТРУКЦИИ [Steiner constructions; построения Штейнера] Геометриски конструкции во рамнина кои се изведуваат само со еден линијар (едностран, математички). Штајнер покажал дека секоја конструктивна планиметриска задача што може да се реши со шестар и линијар може да се реши само со еден линијар, ако во рамнината е даден круг и ако е познат неговиот центар. Наспроти Ш.к. се Мор-Маскерониевите конструкции, кои се прават само со шестар; нивната теориска основа ја поставил австрискиот математичар ***А. Адлер*** (August Adler, 1863 – 1923) во 1890 год.; *в*. ГЕОМЕТРИСКА КОНСТРУКЦИЈА.

ШТУРМ, Жак [Jacques Charles François Sturm; Жак Шарль Франсуа Штурм] (1803 – 1855), француски математичар, роден во Женева. Дал придонес во проективната геометрија, диференцијалната геометрија, механиката и во алгебрата (теоријата на полиноми). Со теоремата што го носи неговото име (в. ШТУРМОВА ТЕОРЕМА), може да се пресмета бројот на корените на полином во даден интервал.

ШТУРМОВА ТЕОРЕМА [Sturm theorem; теорема Штурма] Бројот на реалните корени на една алгебарска равенка со реални коефициенти, чиишто реални корени се еднократни во некој интервал, и краевите на интервалот не се корени, еднаков е на разликата меѓу бројот на знаковните промени на низата *Шт̄урмови функции* (*в*.), формирани од краевите на интервалот.

ШТУРМОВИ ФУНКЦИИ [Sturm functions; функции Штурма] Низа од фукции, изведени од даден реален полином $f(x)$:

$$f(x),\ f_1(x),\ f_2(x), ..., f_m(x), \qquad (*)$$

каде што $f_1(x) = f'(x)$, $f_2(x)$ е остатокот од делењето на $f(x)$ со $f_1(x)$ со променет знак, $f_3(x)$ е остатокот од делењето на $f_1(x)$ со $f_2(x)$ со променет знак итн. (Низата (*) се вика **низа Штурмови функции**.)

Ако $f(x)$ нема повеќекратни нули, тогаш $f_m(x) = \text{const.} \neq 0$. Да го означиме со $w(c)$ бројот на промените на знакот во Штурмовата низа (*) при $x = c$, $f(c), f_1(c), ..., f_m(c)$. Според *т̄еоремат̄а на Шт̄урм* (*в*.), важи:

„Ако $f(x)$ нема повеќекратни нули, и ако $f(a) \neq 0$ и $f(b) \neq 0$, тогаш бројот на неговите нули во интервалот $[a,b]$ е еднаков со $w(a) - w(b)$."

П Р И Л О Г 1

МАТЕМАТИЧКИ ОЗНАКИ
MATHEMATICAL SYMBOLS
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Аритметика. Алгебра. Теорија на броеви

$+$	Плус; позитивен. Plus; positive. Плюс; положительный.
$-$	Минус; негативен. Minus; negative. Минус; отрицательный.
$\pm$	Плус или минус; позитивен или негативен. Plus or minus; positive or negative. Плюс или минус; положительный или отрицательный.
$\mp$	Минус или плус; негативен или позитивен. Minus or plus; negative or positive. Минус или плюс; отрицательный или положительный.
ab; $a \cdot b$; $a \times b$	*a* по *b*; *a* помножено со *b*. *a* times *b*; *a* multiplied by *b*. *a* умноженное на *b*.
$a : b$; $\frac{a}{b}$; a / b	*a* поделено со *b*; *a* врз *b*; *a* спрема *b*; количник од *a* и *b*. *a* divided by *b*; the ratio of *a* to *b*. *a* разделённое на *b*; *a* к *b* (*отношение*).
$a = b$	*a* е еднакво со *b*. *a* is equal to *b*. *a* равно *b*.
$a \neq b$	*a* не е еднакво со *b*; *a* е различно од *b*. *a* is not equal to *b*; *a* does not equal to *b*. *a* не равно *b*.
$a \equiv b$	*a* е идентички еднакво со *b*; *a* е идентично со *b*. *a* is identically equal to *b*; *a* is identical with *b*. *a* тождественно *b*; *a* идентично *b*.

$a < b$	a е помало од b. a is less than b. a меньше b.
$a \leq b$	a е помало или е еднакво на b. a is less than or equal to b. a меньше или равно b.
$a > b$	a е поголемо од b. a is greater than b. a больше b.
$a \geq b$	a е поголемо или е еднакво на b. a is greater than or equal to b. a больше или равно b.
a^n	n множители a; a на n-ти; n-ти степен од a. *aaa*... to n factors; nth power of a. n множителей a; n-тая степень числа a.
a^3	a на трети; a на куб; трет степен од a. a cubed; third power of a. a возведенный в куб; третья степень числа a.
a^2	a на квадрат; квадрат од a; втор степен од a. a squared; the square of a; the second degree of a. Квадрат числа a; вторая степень числа a.
a^1	a на први; прв степен од бројот a; $a^1 = a$. The first degree of the number a; $a^1 = a$. Первая степень числа a; $a^1 = a$.
a^0	a на нулти; нулти степен од a – бројот 1 (ако $a \neq 0$). The zero power of a – the number 1 (if $a \neq 0$). Нулевая степень числа a; число 1 (когда $a \neq 0$).
a^{-1}	а на минус еден; реципрочен број од a; еден врз а $1/a$ $(a \neq 0)$. The reciprocal of a; $1/a$ $(a \neq 0)$. Обратное число числа a; $1/a$ $(a \neq 0)$.
a^{-n}	a на минус n; реципрочен број од a^n ; $1/a^n$ $(a \neq 0)$. The reciprocal of a^n ; $1/a^n$ $(a \neq 0)$. Обратное число числа a^n ; $1/a^n$ $(a \neq 0)$.
$\sqrt{a}$, $a^{1/2}$	Квадратниот корен (*аритметичкиот корен*) од a, *за* $a > 0$). The square root of a (*the positive square root of a*, *for positive a*). Корень (*арифметический*) второй степени числа a, для $a > 0$.

$\sqrt[n]{a}$, $a^{1/n}$	n-тиот корен од a. The nth root of a. Корень n-й степени числа a.
$a^{m/n}$	n-тиот корен од a^m. The nth root of a^m. Корень n-й степени числа a^m.
$\|a\|$	Апсолутна вредност од a; модул од a. Absolute value of a; modulus of a. Абсолютное значение числа a; абсолютная величина числа a.
a'	a прим. a prime. a прим; a штрих.
a''	a секундум. a double prime; a second. a двойной штрих.
a_n	a ен, a долен индекс ен. a sub n, a subscript n. a нижний индекс *ен*.
$\log_b a$	Логаритам од a со основа b. Logarithm (base b) of a. Логарифм числа a при основании b.
$\log a$, $\lg a$	Декаден (Бригзов) логаритам од a ($\lg a$ *се користи за* $\log_{10}$ *кога контекстот укажува дека основа* е 10). Common (Brigg's) logarithm of a ($\log a$ *is used for* $\log_{10}$ *when the context shows that the base is* 10). Десятичный логарифм числа a.
$\ln a$, $\log_e a$	Природен (Неперов) логаритам од a. Natural (Napierian) logarithm of a. Натуральный логарифм числа a.
( )	Мали загради. Parentheses. Круглые скобки.
[ ]	Средни загради. Brackets. Квадратные скобки.
{ }	Големи загради. Braces. Фигурные скобки.

———	Поврзувачка црта (*се користи над израз*). Vinculum (*used as a symbol of aggregation*). Объединительная скобка (*над выражением*).
$p\%$	p проценти. p percent; p per cent. p процентов.
$n!$	n факториел. n factorial. n факториал.
P_n; $P_n = n!$	Бројот на пермутации од n елементи. The number of permutations of n things. Число всех подстановок из n элементов.
V_n^k	Бројот на варијации без повторување од класа k од n елементи [$V_n^k = n!/(n-k)! = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$]. The number of permutations of n things taken k at a time (the notation: $P(n,k)$ or ${}_nP_k$). Число размещений из n элементов по k.
$\binom{n}{k}$, C_k^n	n над k; комбинации од n елементи земени по k. n over k; combinations of n things k at a time. Сочетания из n элементов по k.
$a \mid b$	a е делител на b; a се содржи во b. a divides b; a is contained in b. a делить b; a содержиться в b.
$a \vdots b$	a е делив со b; b се содржи во a. a is divisible by b; b is contained in a. a делится на b; b содержится в a.
$x \equiv a \pmod{m}$	x е конгруентно со a по модул m (*или*: модуло m); $x-a$ е деливо со m. x is congruent to a modulus m (*or*: modulo m); $x-a$ is divisible by m. x сравнимо с a по модулю m; $x-a$ делится на m.
НЗД *или* н.з.д.	Најголем заеднички делител. Greatest common divisor (notation: G.C.D. *or* g.c.d.). Общий наибольший делитель (обозначение: о.н.д.).
НЗИ *или* н.з.и.	Најмал заеднички именител. Least common denominator (notation: L.C.D. *or* l.c.d.). Общий наименьший знаменатель (обозначение: о.н.з.).

НЗС *или* н.з.с.	Најмал заднички содржател. Least common multiple (notation: L.C.M. *or* l.c.m.). Общее наименьшее кратное (обозначение: о.н.к.).
(a, b)	1) НЗД на a и b. 2) Отворен интервал од a до b. 3) Подреден пар a, b. 1) The G.C.D. of a and b. 2) The open interval from a to b. 3) Ordered pair of a and b. 1) о.н.д. чисел a и b. 2) Промежуток чисел заключенных между a и b. 3) Упорядоченный пар a и b.
$[a, b]$	1) НЗС на a и b; 2) затворен интервал од a до b. 1) The L.C.M. of a and b; 2) the closed interval from a to b. 1) о.н.к. чисел a и b; 2) отрезок чисел между a и b.
$[x]$	Цел дел од x (= најголемиот цел број, не поголем од x). Integer part of x (= the greatest integer not greater than x). Целая часть числа x.
$\varphi(n)$	Ојлеровата φ-функција од n (= бројот на природни броеви, заемно прости со n и не поголеми од n). Eulers' φ-function of n (= the number of positive integers prime to n and not greater than n). Эйлера функция (= количеству положительных целых чисел, не превосходящих n и взаимно простых с n).
$d(n)$	Бројот на делители на n. The number of divisors of n. Количество делителей числа n.
$\pi(n)$	Бројот на прости броеви што не се поголеми од n. The number of primes that are not greater than n. Количество простых чисел, не превосходящих n.
$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$	Единични вектори на координатните оски. Unit vectors along the coordinate axes. Единичные векторы вдоль координатных осей.
$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$	Скаларен производ на векторите $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Scalar product (= dot product) of the vectors $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$. Скалярное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.
$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$, $[\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b}]$	Векторски производ на векторите $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$. Vector product (= cross product) of the vectors $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$. Векторное произведение векторов $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$.
$[\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b}\,\boldsymbol{c}]$, $(\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b}\,\boldsymbol{c})$	Мешан производ на векторите $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$; $[\boldsymbol{a}\,\boldsymbol{b}\,\boldsymbol{c}] = (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}$. The scalar triple product of the vectors $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ and $\boldsymbol{c}$. Смешанное произведение трёх векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$.

arg z	Аргумент (амплитуда, фаза) на комплексниот број z. Argument (amplitude, phase) of the complex number z. Аргумент (амплитуда, фаза) комплексного числа z.
Re(z)	Реален дел од z; Re(z) = x ако $z = x + iy$ и x и y се реални. Real part of z; Re(z) = x if $z = x + iy$ and x and y are real. Действительная часть комплексного числа z.
Im(z)	Имагинарен дел од z. Imaginary part of z. Мнимая часть комплексного числа z.
$\|a_{ij}\|$	Детерминанта чијшто елемент во i-тата редица и j -тата колона е a_{ij} . The determinant whose element in the ith row and jth column is a_{ij} . Определитель, которого элемент i-той строки и j-того столбца a_{ij} .
$\\|a_{ij}\\|$ *или* $[a_{ij}]$	Матрица чијшто елемент во i-тата редица и j-тата колона е a_{ij} . The matrix whose element in the ith row and jth column is a_{ij} . Матрица, которой элемент i-той строки и j-того столбца a_{ij} .
adj A *или* $[A_{ij}]$	Адјунгираната матрица на матрицата A, $A = [a_{ij}]$. Adjoint of the matrix A, $A = [a_{ij}]$. Присоединённая матрица матрицы A, $A = [a_{ij}]$.
A_{ij}	Алгебарскиот комплемент на a_{ij} во матрицата $[a_{ij}]$. Cofactor of the element a_{ij} in the matrix $[a_{ij}]$. Алгебраическое дополнение элемента a_{ij} матрицы $[a_{ij}]$.
$\overline{A}$	Конјугираната матрица од матрицата A; затворач на множеството A. Complex conjugate of the matrix A. Сопряжённая матрица матрицы A.
A^{-1}	Инверзната матрица на матрицата A. Inverse of the matrix A. Обратная матрица матрицы A.
A^T *or* A'	Транспонираната матрица на матрицата A. Transpose of the matrix A. Транспонированная матрица матрицы A.

$A^*,\ A^H\ (=\overline{A}^T)$	Ермитски транспонираната матрица на матрицата A. Hermitian conjugate of the matrix A. Эрмитово сопряжённая матрица матрицы A.
$\lVert A \rVert$	Нормата на матрицата A. The norm of the matrix A. Норма матрици A.

Геометрија – елементарна и аналитична. Тригонометрија

AB; $\overline{AB}$	AB е отсечката (од права) меѓу точките A и B; $\overline{AB}$ е должината на отсечката AB . AB *or* $\overline{AB}$ is the line segment between the points A and B. Отрезок прямой ограниченный точками A и B.
$\overrightarrow{AB}$	Насочената отсечка од A до B; векторот AB (со почеток A и крај B). The directed line segment from A to B; the ray from A to B. Направленный отрезок AB.
$a \parallel b$	a е паралелно со b. a is parallel to b. a параллельно b.
$a \perp b$	a е нормално на b. a is perpendicular to b. a перпендикулярно b.
$\angle ABC$	Аголот ABC (со теме B). The angle ABC (vertex B). Угол ABC (B – вершина угла).
α°	α степени (аголни). α degrees (angle). α градусов (угла).
α'	α минути (аголни). α minutes (angle). α минут (угла).
α''	α секунди (аголни). α seconds (angle). α секунд (угла).
α^{rad} (ознака: $\alpha^{(r)}$)	α радијани. α radians. α радианов.

Δ	Триаголник. Triangle. Треугольник.
$\cong$; $\equiv$	Складен; е складен со. Congruent; is congruent to. Конгруентно; равно.
САС	Страна, агол, страна. Side, angle, side (s.a.s.). Сторона, угол, сторона.
АСА	Агол, страна, агол. Angle, side, angle (notation: a.s.a.). Угол, сторона, угол.
ССС	Страна, страна, страна. Side, side, side (s.s.s.). Сторона, сторона, сторона.
$\sim$	Е сличен со. Is similar to. Подобный.
π	Грчката буква пи – односот на периметарот на круг и дијаметарот, еднаков на 3,141592.... The Greek letter pi – the ratio of the circumference of a circle to the diameter equal to 3.141592…. Греческая буква пи – отношение периметра окружности и её диаметра равное 3,141592....
O	Координатен почеток на координатен систем. Origin of a coordinate system. Начало координат.
(x, y)	Правоаголни координати на точка во рамнина. Rectangular coordinates of a point in a plane. Прямоугольные координаты точки на плоскости.
(x, y, z)	Правоаголни координати на точка во простор. Rectangular coordinates of a point in space. Прямоугольные координаты точки в пространстве.
(r, θ)	Поларни координати. Polar coordinates. Полярные координаты.
(r, θ, z)	Цилиндрични координати. Cylindrical coordinates. Цилиндрические координаты.

(ρ, θ, φ)	Сферни координати на точка во простор. Spherical coordinates of a point in space. Сферические координаты точки в пространстве.
sin	Синус. Sine. Синус.
cos	Косинус. Cosine. Косинус.
tg	Тангенс. Tangent (notation:. tan). Тангенс.
ctg	Котангенс. Cotangent (notation: ctn *or* cot). Котангенс.
sec	Секанс. Secant. Секанс.
csc	Косеканс. Cosecant. Косеканс.
$\arcsin x$	Инверзен синус од x ; аркус синус од x; главната вредност од аголот чијшто синус е x (кога x е реален). Inverse sine x; the principal value of the angle whose sine is x (when x is real); antisine x. Главное значение угла синус которого x; арксинус.
sh	Хиперболичен синус. Hyperbolic sine (notation: sinh). Гиперболический синус.
ch	Хиперболичен косинус. Hyperbolic cosine (notation: cosh). Гиперболический косинус.
th	Хиперболичен тангенс. Hyperbolic tangent (notation: tanh). Гиперболический тангенс.
cth	Хиперболичен котангенс. Hyperbolic cotangent (notation: coth). Гиперболический котангенс.

arsh$x$	Инверзен хиперболичен синус од x – бројот чијшто хиперболичен синус е x; ареа синус хиперболичен од x. Inverse hyperbolic sine of x – the number whose hyperbolic sine is x; antihyperbolic sine of x (notation: arcsinh x). Обратный гиперболический синус от x.

Логика. Теорија на множества

$\therefore$	Според тоа; следствено. Therefore; hence. Поэтому; следовательно.
$\top$	Точно (Т). True (T). Истинно (И).
$\bot$	Неточно (Н). False (F). Ложно (Л).
$\wedge$	Конјункција. Meet. Конюнкция.
$\vee$	Дисјункција. Join. Дизюнкция.
$\Rightarrow$	Импликација. Implication. Импликация.
$\Leftrightarrow$ *или* $\leftrightarrow$	Еквиваленција; акко. If and only if; iff. Эквивалентность.
$p \Rightarrow q$	Ако p, тогаш q; p го повлекува q; од p следува q. If p, then q; p implies q. Если p, то q; когда p, то q; из p следует q.
$p \Leftrightarrow q$	p ако и само ако q; p акко q; p е еквивалентно со q. p if and only if q; p iff q. p тогда и только тогда когда q.
$\forall$; $\forall x$	За секој; за секој x. For all; for all x. Для всякого; для всякого x.

$\exists$; $\exists x$	Постои; постои x, таков што. There exists; there is an x such that. Существует; существует x такое, что.
$x \in M$	x му припаѓа на множеството M; x е во M. x belongs to the set M. x принадлежит множеству M.
$x \notin M$	x не му припаѓа на множеството M; x не е во M. x does not belong to the set M. x не принадлежит множеству M.
$\varnothing$	Празно множество. Empty set. Пустое множество.
$M = N$	Множеството M е еднакво на множеството N. The sets M and N coincide. Множество M и множество N равни.
$M \subseteq N$	M е подмножество од N. M is a subset of N (each point of M belongs to N). M подмножество множества N.
$M \subset N$	M е вистинско подмножество од N; M е подмножество од N. M is a subset of N. (*Sometimes*:) M is a proper subset of N. M подмножество множества N.
$M \supseteq N$	M е надмножество на N; N е подмножество од M. M contains as a subset; each point of N belongs to M. N подмножество множества M.
$M \supset N$	M е вистинско надмножество на N; N е подмножество од M; (*обично*:) N е вистинско подмножество од M. M contains N as a subset; each point of N belongs to M; (*Sometimes*:) N is a proper subset of M. N подмножество множества M.
$\subseteq$	Инклузија. Inclusion. Отношение включения.
$M \cap N$, $M \cdot N$	M пресек N; пресек на множествата M и N. The intersection of M and N. Пересечение множеств M и N.
$M \cup N$, $M + N$	M унија N; унија на множествата M и N. The join (or sum) of M and N. Объединение множеств M и N.

$M \setminus A, \quad M - A$	Разлика на M и A; M минус A; комплементот на A во M. The complement of A in M; all points of M not in A. Дополнение подмножества A в множестве M.
$A^c, \overline{A}, A'$	Комплементот на A. The complement of A. Дополнение множества A.
$\bigcup_{\alpha\in A} M_\alpha$	Множеството од сите елементи што му припаѓаат на M_α за некој $\alpha\in A$. The set of all elements which belong to M_α for some $\alpha\in A$. Множество всех элементов которые принадлежат M_α для некоторого $\alpha\in A$.
$\bigcap_{\alpha\in A} M_\alpha$	Множеството од сите елементи што му припаѓаат на M_α за секој $\alpha\in A$. The set of all elements which belong to M_α for al $\alpha\in A$. Множество всех элементов которые принадлежат M_α для всех $\alpha\in A$.
$f : A \to B$	Пресликување f од множеството A во множеството B. The mapping f from the set A into the set B. Отображение f множества A в множество B.
$M \sim N$	Множествата M и N се еквивалентни, т.е. постои биекција меѓу нив. The sets M and N are equivalent, i.e. they can be put into one-to-one correspondence. Множества M и N равномощни.
$\mathbb{N}$	Множеството природни броеви. The set of positive integers. Множество натуральных чисел.
$\mathbb{Z}$	Множеството цели броеви. The set of integers. Множество целых чисел.
$\mathbb{Q}$	Множеството рационални броеви. The set of rational numbers. Множество рациональных чисел.
$\mathbb{R}$	Множеството реални броеви. The set of real numbers. Множество вещественных (действительных) чисел.
$\mathbb{C}$	Множеството комплексни броеви. The set of complex numbers. Множество комплексных чисел.

$\aleph$	Алеф, првата буква од староеврејската азбука. Aleph, the first letter of the Hebrew alphabet. Алеф, первая буква древнееврейского языка.
$\aleph_0$	Алеф-нула. Кардиналниот број на множеството природни броеви. Aleph-null; aleph-zero. The cardinal number of the set of positive integers. Алеф нуль. Кардинальное число множества положительных целых чисел.
c	Континуум. Кардиналниот број на множеството реални броеви. Continuum. The cardinal number of the set of all real numbers. Континуум. Кардинальное число множества всех действительных чисел.
ω	Омега. Ординалниот број на природните броеви во нивниот природен редослед. Omega. The ordinal number of the positive integers in their natural order. Омега. Ординальное число положительных целых чисел в их натуральном порядке.
π	Пи. Ординалниот број на целите броеви во нивниот природен редослед. Pi. The ordinal number of all integers in their natural order. Пи. Ординальное число всех целых чисел в их натуральном порядке.
Q.E.D.	Што требаше да се докаже. (*Се користи за крајот од доказот на тврдење.*) Quod erat demonstrandum (Lat., which was to be proved). Что требовалос доказать.

Математичка анализа

(a_n), $[a_n]$, $\{a_n\}$	Низа чиишто членови се $a_1, a_2, ..., a_n, ...$. The sequence whose terms are $a_1, a_2, ..., a_n, ...$. Последовательность с элементами $a_1, a_2, ..., a_n, ...$.
Σ	Збир на членови, при што членовите се одредени од контекстот или со додатна нотација.

	Sum of certain terms, the terms being indicated by the context or by added notation. Сумма элементов, где элементы определённы контекстом или дополнительным обозначением.
$\sum_1^n x_i$, $\sum_{i=1}^n x_i$	Збирот на n членови x_i, каде што i ја зема секоја вредност од 1 до n, т.е. збирот $x_1 + x_2 + \ldots + x_n$. The sum of n terms x_i , where i runs all positive integers from 1 to n, i.e. the sum $x_1 + x_2 + \ldots + x_n$. Сумма n элементов x_i , где i пробегает все целочисленные значения от 1 до n; это значит: сумма $x_1 + x_2 + \ldots + x_n$.
$\sum_{i=1}^{\infty} x_i$	Бесконечниот ред $x_1 + x_2 + \ldots + x_n + \ldots$; збирот на тој ред. The infinite series $x_1 + x_2 + \ldots + x_n + \ldots$; the sum of this series. Бесконечный ряд $x_1 + x_2 + \ldots + x_n + \ldots$; сумма этого ряда.
$\prod_{i=1}^n x_i$	Производот на n членови x_i, каде што i ги прима сите природни броеви од 1 до n, т.е. производот $x_1 x_2 \ldots x_n$. The product of n terms x_i, where i runs all positive integers from 1 to n, i.e. $x_1 x_2 \ldots x_n$. Произведение n членов x_i, где i пробегает все целочисленные значения от 1 до n; это значит произведение $x_1 x_2 \ldots x_n$.
s (или σ)	Должина на лак. Length of arc. Длина кривой.
ρ	Радиус на кривина. Radius of curvature. Радиус кривизны.
κ	Кривина на крива. Curvature of a curve. Кривизна кривой.
τ	Торзија на крива. Torsion of a curve. Кручение кривой.
sup	Најмала горна меѓа; супремум. Least upper bound (l.u.b.); supremum. (Точная) верхняя грань.
inf	Најголема долна меѓа; инфимум. Greatest lower bound (g.l.b.); infimum.

	(Точная) нижняя грань.
$\lim\limits_{x\to a} y = b$	Лимесот на y кога x се стреми кон a е b. The limit of y as x approaches a is b. Предел функции y равный b, когда x стремится к a.
$\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}\, t_n$	Најголемиот елемент во множеството од сите парцијални лимеси на низата (t_n); лимес супериор од (t_n). The greatest of the accumulation points of the sequence (t_n); limit superior of (t_n). Верхний предел последовательности (t_n).
$\underline{\lim\limits_{n\to\infty}}\, t_n$	Најмалиот елемент во множеството од сите парцијални лимеси на низата (t_n); лимес инфериор од (t_n). The least of the accumulation points of the sequence (t_n); limit inferior of (t_n). Нижний предел последовательности (t_n).
$\to$	Стрелка. (Се стреми кон; повлекува.) Arrow. (Approaches; implies.) Стрелка. (Стремится к; иметь следствием.)
$\overline{\lim}$, $\limsup$	Лимес супериор. Limit superior. Верхний предел.
$\underline{\lim}$, $\liminf$	Лимес инфериор. Limit inferior. Нижний предел.
$f(a^+)$, $f(a+0)$, $\lim\limits_{x\to a+} f(x)$	Десен лимес на f во a; лимес на f во a оддесно. The limit on the right of f at a. Предел функции f в точке a справа.
$f(a^-)$, $f(a-0)$, $\lim\limits_{x\to a-} f(x)$	Лев лимес на f во точката a; лимес на f во точката a одлево. The limit on the left of f at a. Предел функции f в точке a слева.
$f'(a)$	Изводот на f во a. The derivative of f at a. Производная функции f в точке a.
$f'(a^+)$	Десен извод на f во точката a; извод на f во a оддесно. The derivative on the right of f at the number a. Производная справа функции f в точке a; обозачается $f'_+(a)$.
$f'(a^-)$	Лев извод на f во точката a; извод на f во a одлево. The derivative on the left of f at the number a.

	Производная слева функции f в точке a; обозачается $f'_-(a)$.
(f, g)	Внатрешен производ на функциите f и g. Inner product of the functions f and g. Внутреннее произведение функций f и g.
$\lVert f \rVert$	Норма на функцијата f, т.е. $(f, f)^{1/2}$. Norm of the function f, i.e. $(f, f)^{1/2}$. Норма функции f; это значит: $(f, f)^{1/2}$.
Δy	Нараснување на y. An increment of y. Приращение функции y.
dy	Диференцијал на y. Differential of y. Дифференциал функции y.
$\frac{dy}{dx}$, y', $\frac{df(x)}{dx}$, $f'(x)$, $D_x y$	Изводот на y во однос на x, каде што $y = f(x)$. The derivative of y with respect to x, where $y = f(x)$. Производная функции y по x, где $y = f(x)$.
$\frac{d^n y}{dx^n}$, $y^{(n)}$ $f^{(n)}(x)$, $D_x^n y$	n-тиот извод од y во однос на x, каде што $y = f(x)$. The nth derivative of y with respect to x, where $y = f(x)$. n-тая производная функции y по x, где $y = f(x)$.
$\frac{\partial u}{\partial x}$, u_x, $f_x(x, y)$, $D_x u$	Парцијалниот извод на $u = f(x, y)$ во однос на x. The partial derivative of $u = f(x, y)$ with respect to x. Частная производная функции $u = f(x, y)$ по x.
$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$, u_{xy}, $f_{xy}(x, y)$, $f_{12}(x, y)$, $D_y(D_x u)$	Вториот парцијален извод од $u = f(x, y)$, земен прво во однос на x, а потоа во однос на y. The second partial derivative of $u = f(x, y)$, taken first with respect to x, and then with respect to y. Вторая частная производная функции $u = f(x, y)$, сначала по x, а потом по y.
Δ	Операторот Δ, дефиниран со $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$, за зададена константа h. The operator Δ, defined by $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$, for a specified constant h. Оператор Δ, определённый как $\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$, для заданную постоянную h.

∇	Набла; операторот набла. Del; the operator del. Набла; оператор набла.
∇u *или* grad u	Градиент на функцијата u, $u = u(x, y, z)$. Gradient of the function u, $u = u(x, y, z)$. Градиент функции u, $u = u(x, y, z)$.
$\nabla \cdot \boldsymbol{a}$ *или* div $\boldsymbol{a}$	Дивергенција на векторското поле $\boldsymbol{a}$. Divergence of the vector field $\boldsymbol{a}$. Дивергенция векторного поля $\boldsymbol{a}$.
$\nabla \times \boldsymbol{a}$ *или* rot $\boldsymbol{a}$	Ротација (или виор) на векторското поле $\boldsymbol{a}$. Curl of the vector field $\boldsymbol{a}$. Выхрь (или ротор) векторного поля $\boldsymbol{a}$.
∇^2 *или* Δ	Лапласовиот оператор. The Laplacian operator. Оператор Лапласа.
δ_{ij}	Кронекеров делта-симбол. Kronecker delta. Дельта-символ Кронекера.
$F(x)\|_a^b$	$F(b) - F(a)$.
$\int f(x)\, dx$	Неопределен интеграл (*или* „антиизвод“) од $f(x)$. The indefinite integral (*or* antiderivative) of $f(x)$. Неопределённый интеграл от функции $f(x)$.
$\int_a^b f(x)\, dx$	Определен интеграл од f во границите од a до b. The definite integral of f between the limits a and b. Определённый интеграл от функции f, с нижним пределом a и верхним пределом b.
$\iint_D f\ dx\,dy$	Двоен интеграл од $f(x, y)$ по областа D. The double integral of $f(x, y)$ over the region D. Двойный интеграл от функции $f(x, y)$ по области D.
$\iiint_G f(x, y, z)\, dx dy dz.$	Троен интеграл од $f(x, y, z)$ по просторната област G. The triple integral of $f(x, y, z)$ over the solid region G. Тройной интеграл от функции $f(x, y, z)$ по области G.

Оваа страница е намерно оставена празна

П Р И Л О Г 2

АНГЛИСКО-МАКЕДОНСКИ ПОКАЗАТЕЛ

A

abacus абак
Abelian group Абелова група
– field Абелово поле
– operation Абелова операција
abscissa апсциса
absolute constant апсолутна константа
– error апсолутна грешка
– frequency апсолутна фреквенција
– geometruy апсолутна геометрија
– number апсолутен број
– value апсолутна вредност
absolutely convergent series апсолутно конвергентен ред
abstract algebra апстрактна алгебра
– number неименуван број
accumulation point точка на натрупување
acute angle остар агол
– triangle остроаголен триаголник
addend собирок
addition собирање, адиција
– formulas of trigonometry адициони формули
additive constant адитивна константа
– function адитивна функција
– group адитивна група
– quantity адитивна величина
– theory of numbers адитивна теорија на броевите
adherence затворање на множество
adherent point атхерентна точка
adjacent angles соседни агли
– supplementary angles напоредни агли
adjoint of a matrix адјунгирана матрица
adjugate адјунгирана матрица
affine geometry афина геометрија
– map афино пресликување
– plane афина рамнина
– space афин простор
– transformation афина трансформација
affinity афиност
Ahmes papyrus Ахмесов папирус
aleph алеф
aleph-naught алеф-нула
aleph-null алеф-нула
aleph-zero алеф-нула
algebra алгебра
– addition алгебарско собирање
– of logic алгебра на логика
– of subsets алгебра на множества
– over a field алгебра над поле
algebraically closed field алгебарски затворено поле
– complete field алгебарски затворено поле
algebraic closure of a field алгебарско затворање на поле
– complement алгебарски комплемент
– curve алгебарска крива
– equation алгебарска равенка
– equations soluble by radicals решливост на алгебарски равенки со радикали
– expression алгебарски израз
– extension of a field алгебарско проширување на поле
– fraction алгебарска дропка
– function алгебарска функција
– geometry алгебарска геометрија
– identity алгебарски идентитет
– integer цел алгебарски број
– laws алгебарски закони
– number алгебарски број
– number field алгебарско бројно поле
– object алгебарски објект
– operation алгебарска операција
– proof алгебарски доказ
– solution алгебарско решение
– structure алгебарска структура
– subtraction алгебарско одземање

– **sum** алгебарски збир
– **surface** алгебарска површина
– **symbol** алгебарски симбол
– **system** алгебарски систем
– **theory of numbers** алгебарска теорија на броевите
– **topology** алгебарска топологија
– **variety** алгебарско многуобразие
algorithm алгоритам
aliquant аликвантен дел
aliquot аликвотен дел
aliquot part аликвотен дел
alphabet азбука
alternate-exterior angles наизменични надворешни агли
alternate-interior angles наизменични внатрешни агли
alternating group алтернативна група
– **series** наизменичен ред
altitude висина
alysoid синџирка
amicable numbers пријателски броеви
amortization амортизација
amount обем
amplitude амплитуда
analytic function аналитична функција
– **geometry** аналитична геометрија
– **proof** аналитичен доказ
– **solution** аналитично решение
analogy аналогија
analysis анализа
angle агол
– **between a line and a plane** агол меѓу права и рамнина
– **between two lines** агол меѓу две прави
– **between two planes** агол меѓу две рамнини
– **of depression** агол на депресија
– **of deviation** агол на девијација
– **of elevation** агол на елевација
– **of incidence** агол на паѓање
– **of inclination** агол на наклонот
– **opposite a side** агол спроти страна
– **of reflection** агол на одбивање
– **of refraction** агол на прекршување
– **trisection** трисекција на агол
angles made by a transversal агли при трансверзала
angular measaure мера на агол
anharmonic ratio / – section анхармониски однос
annihilator анулатор
annuity ануитет
annulus кружен прстен
anomaly аномалија
antecedent антецедент; претходник; претпоставка
anticosecant аркус косеканс
anticosine аркус косинус
anticotangent аркус котангенс
antiderivative примитивна функција
antihyperbolic functions инверзни хиперболични функции
antilogarithm антилогаритам
antinomy антиномија
antisecant аркус секанс
antisine аркус синус
antisymmetric matrix антисиметрична матрица
antisymmetric relation антисиметрична релација
antitangent аркус тангенс
antitrigonometric functions инверзни тригонометриски функции
aperiodic group апериодична група
Apollonius' problem Аполониев проблем
a posteriori probability апостериорна веројатност
apothem апотема
applicate апликата
applied mathematics применета математика
apparent fraction привидна дропка
approximate numbers приближни броеви
– **value of a number** приближна вредност на број
approximation апроксимација

a priori probability априорна веројатност
Arabic numerals арапски цифри
arbitrary constant произволна константа
arc кружен лак; лак; аркус
– **cosecant** аркус косеканс
– **cosine** аркус косинус
– **cotangent** аркус котангенс
– **measure** лачна мера
– **secant** аркус секанс
– **sine** аркус синус
– **tangent** аркус тангенс
arc-hyperbolic functions инверзни хиперболични функции
Archimedean field Архимедово поле
– **property** Архимедово својство
– **solid** Архимедово тело
arcwise-connected set пат-сврзано множество
area плоштина
– **of a polygon** плоштина на многуаголник
argument of a complex number аргумент на комплексен број
– **of a function** аргумент на функција
arithmetic аритметика
arithmetical value of a root аритметичка вредност на корен
arithmetic average аритметичка средина
– **complement** аритметичко дополнение
– **mean** аритметичка средина
– **number** аритметички број
– **operations** аритметички операции
– **progression** аритметичка прогресија
– **series** аритметички ред
arrangement варијација; пермутација
a side and the angle opposite страна спроти агол
associative law асоцијативен закон
– **operation** асоцијативна операција
associativity асоцијативност
astroid астроида
asymptote асимптота
automata theory теорија на автомати
automaton автомат
automorphism автоморфизам
axial symmetry осна симетрија
axiom аксиома
– **of Archimedes** Архимедова аксиома
– **of choice** аксиома на избор
– **system** систем аксиоми
axiomatic definition аксиоматска дефиниција
– **system** аксиоматски систем
– **theory** аксиоматска теорија
axiomatics аксиоматика
axis оска
– **of abscissas** апсцисна оска
– **of ordinates** ординатна оска
– **of symmetry** оска на симетрија
axonometry аксонометрија
azimuth азимут

B

Banach algebra Банахова алгебра
–**'s fixed-point theorem** Банахова теорема за фиксна точка
– **space** Банахов простор
barycenter центар на маса, барицентар
base основа
– **edge** основен раб
basic elementary functions основни елементарни функции
basis основа
– **of a vector space** база на векторски простор
Bayes rul Бејзова формула
Bernoulli scheme шема на Бернули
Bernoulli's equation Бернулиева диференцијална равенка
–**'s inequality** Бернулиево неравенство
–**'s lemniscate** Бернулиева лемниската
Bessel differential equation Беселова диференцијална равенка

Bézout's theorem теорема на Безу
bicontinuous function хомеоморфизам
bijection биекција
bijective mapping биективно пресликување
– **sets** еквивалентни множества
biquadratic trinomial биквадратен трином
– **equation** биквадратна равенка
bilinear form билинеарна форма
– **mapping** билинеарно пресликување
billion билион
binary number system бинарен броен систем
– **operation** бинарна операција
– **relation** бинарна релација
– **system** бинарен систем
– **tree** бинарно дрво
binomial бином
– **coefficients** биномни коефициенти
– **distribution** биномна распределба
– **equation** биномна равенка
– **formula** биномна формула
– **series** биномен ред
– **theorem** биномна теорема
binormal бинормала
bisection method метод на преполовување
bisector бисектриса на агол
– **of a line segment** симетрала на отсечка
– **of an angle** симетрала на агол
bisectrix симетрала на агол
Bolzano-Weierstrass theorem теорема на Болцано–Вајерштрас
Boolean партитивно множество
– **algebra** Булова алгебра
– **function** Булова функција
– **matrix** Булова матрица
– **operator** Булов оператор
– **ring** Булов прстен
boundary граница
– **condition** граничен услов
– **of a set** граница на множество; раб на множество
– **point** гранична точка
– **value problem** гранична задача
bounded function ограничена функција
– **sequence** ограничена низа
– **set** ограничено множество
braces големи загради
brachistochrone брахистохрона
brackets загради
branch гранка
Brianchon's theorem теорема на Бријаншон
Brigg's logarithm декаден логаритам
broken line искршена линија

C

calculation сметање
calculus сметање; диференцијално и интегрално сметање
– **of variations** варијационо сметање
cancellation кратење
canonical form канонична форма
– **of a matrix** канонична форма на матрица
– **transformation** канонична трансформација
Cantor-Bernstein-Sröder theorem теорема на Кантор–Бернштајн
Cantor discontinuum Канторов дисконтинуум
– **set** Канторово множество
– **ternary set** Канторово множество
Cantor's axiom аксиома на Кантор
– **theorem** Канторова теорема
Cardano's formula Карданова формула
cardinality кардиналност
cardinal number кардинален број
cardioid кардиоида
Cartesian coordinates Декартови координати
– **coordinate system** Декартов координатен систем
– **geometry** аналитична геометрија
– **power** Декартов степен
– **product** Декартов производ

casting out nines проверка со отфрлање на 9
category категорија
catenary синџирка
catenoid катеноид
cathetus катета
Cauchy problem Кошиев проблем
– **sequence** Кошиева низа
Cauchy-Riemann equations Коши–Риманови услови
Cauchy's inequality Кошиево неравенство
– **integral formula** Кошиева интегрална формула
– **integral test** Кошиев интегрален критериум
– **mean-value theorem** теорема на Коши (за средна вредност)
– **radical test** Кошиев критериум
– **root test** Кошиев критериум
– **test for convergence** Кошиев интегрален критериум
Cavalieri's principle Кавалиериев принцип
Cayley algebra Кејлиева алгебра
Cayley number Кејлиев број
ceiling плафон
center центар
– **of a curve** центар на крива
– **of area** центар на фигура
– **of a figure** центар на фигура
– **of a geodesic curvature** центар на геодезиска кривина
– **of a group** центар на група
– **of a ring** центар на прстен
– **of a surface** центар на површина
– **of attraction** центар на маса
– **of curvature** центар на кривина
– **of gravity** центар на маса
– **of inversion** центар на инверзија
– **of mass** центар на маса
– **of similitude** центар на сличност
– **of symmetry** центар на симетрија
– **of volume** центар на фигура
central angle централен агол
– **conic** централна коника
– **projection** перспектива; централна проекција
– **symmetry** централна симетрија
centralizer централизатор
central-limit theorem централна гранична теорема
centroid центар на маса; центроид
Ceva's theorem теорема на Чева
chain верига; линеарно подредено множество
– **rule** верижно правило
chainette синџирка
chance variable случајна променлива
characteristic equation карактеристична равенка
– **function** карактеристична функција
– **matrix** карактеристична матрица
– **number** сопствена вредност
– **of a logarithm** карактеристика на логаритам
– **of a ring** *or* **field** карактеристика на прстен *или* поле
– **polynomial** карактеристичен полином
– **root** сопствена вредност
– **value** сопствена вредност
– **vector** сопствен вектор
chart табела
Chebyshev's inequality неравенство на Чебишов
chi-square distribution хи-квадрат распределба
chi-square test хи-квадрат тест
chord тетива
circle круг; кружница
– **of convergence** круг на конвергенција
– **of curvature** круг на кривина; кружница на кривина
circulant determinant циркулантна детерминанта
– **matrix** циркулантна матрица
circular arc кружен лак
– **cone** кружен конус
– **cylinder** кружен цилиндар
– **measure** лачна мера

– **sector** кружен исечок
– **segment** кружен отсечок
circulation циркулација
circumcircle опишана кружница; опишан круг
circumference обем; обиколка на круг; периметар на кружница
circumscribed circle опишана кружница; опишан круг
– **figure** опишана фигура
– **polygon** опишан многуаголник; тангентен многуаголник
– **quadrilateral** тангентен четириаголник
cissoid цисоида
– **of Diocles** цисоида на Диоклес
Clairaut's equation Клероова равенка
class класа
classical definition of probability класична дефиниција на веројатност
closed curve затворена крива
– **interval** затворен интервал
– **region** затворена област
– **set** затворено множество
cluster point точка на згуснување
coefficient коефициент
– **of a polynomial term** коефициент на полиномен член
cofactor алгебарски комплемент; минор
– **matrix** реципрочна матрица
cofunction кофункција
collinear points колинеарни точки
– **vectors** колинеарни вектори
collineation колинеација
collineatory transformation колинеација
cologarithm кологаритам
column колона
– **echelon form** колонично скалеста форма
– **operations** колонични операции
– **rank** колоничен ранг
– **vector** колоничен вектор
combination комбинација
combinatorial theory комбинаторика
combinatorics комбинаторика
commensurability сомерливост
commensurable quantities сомерливи величини
common denominator заеднички именител
– **divisor** заеднички делител
– **factor** заеднички множител
– **fraction** обична дропка
– **logarithm** декаден логаритам
– **measure** заедничка мера
– **multiple** заеднички содржател
commutative group комутативна група
– **law** комутативен закон
– **operation** комутативна операција
– **ring** комутативен прстен
commutator комутатор
compact set компактно множество
– **space** компактен простор
compactness компактност
compactum компакт
comparing angles споредување агли
comparison property својство на трихотомија
compass шестар
complement дополнение; комплемент
– **of an angle** комплемент на агол
– **of an event** спротивен настан
– **of a number** комплемент на број
– **of a set** комплемент на подмножество
complementary angles комплементни агли
– **minor** минор
complete induction потполна индукција
– **inverse image** инверзна слика
– **metric space** комплетен метрички простор
– **order** линеарно подредување
– **ordered field** комплетно подредено поле
complex conjugate of a matrix конјугирана матрица

– **conjugates** конјугирано комплексни броеви
– **fraction** двојна дропка
– **numbers** комплексни броеви
– **plane** комплексна рамнина
component of a vector компонента на вектор
composite function сложена функција
– **number** разложлив број; сложен број
– **quantity** сложен број
composition of functions состав на функции
– **of mappings** состав на пресликувања
– **series** композициона низа
compound number повеќеимен број
– **rule of three** сложено тројно правило
concave конкавен
concavity конкавност
concentric circles концентрични кружници
concept поим
conclusion заклучок; изведување заклучок
– **of a theorem** заклучок на теорема
concurrent lines прави што се сечат во единствена точка
condition услов
conditional convergence условна конвергенција
– **extrema** условни екстреми
– **maxima and minima** условни максимуми и минимум
– **probability** условна веројатност
conditionally convergent series условно конвергентен ред
cone конус
confocal conics конфокални криви
conformal mapping конформно пресликување
congruence конгруенција; складност
– **equation** конгруенциска равенка
congruent angles складни агли
– **figures** конгруентни фигури, складни фигури, еднакви фигури
– **matrices** конгруентни матрици
– **triangles** складни триаголници
conic коника; конусен пресек
– **section** конусен пресек
conical surface конусна површина
conjecture хипотеза
conjugate angles експлементни агли
– **arcs** конјугирани лаци
– **binomial surds** конјугирани радикали
– **complex** конјугирано комплексни броеви
– **diameters** конјугирани дијаметри
– **hyperbolas** конјугирани хиперболи
– **quaternions** конјугирани кватерниони
– **radicals** конјугирани радикали
– **roots** конјугирани корени
conjunction конјункција
connected set сврзано множество
consecutive последователен
consequence последица
consequent консеквента; следбеник
consistency непротивречност
– **condition** услов на непротивречност
consistent equations непротивречен систем равенки
constant константа
– **function** константна функција
– **of integration** интеграциона константа
– **term** константен член
construction конструкција
content of notion содржина на поим
continued fraction верижна дропка
– **proportion** непрекината пропорција
– **ratio** продолжен размер
continuity непрекинатост
continuous function непрекината функција
– **random variable** непрекината случајна променлива
– **transformation** хомеоморфизам
continuum континуум
– **hypothesis** континуум-хипотеза

contraction контракција
contradiction контрадикција
counterproposition спротивно тврдење
contrapositive контрапозиција; правило на контрапозиција
convergence конвергенција
convergent sequence конвергентна низа
– **series** конвергентен ред
converse of a conditional sentence обратно тврдење
– **of a theorem** обратна теорема; обратно тврдење
– **relation** инверзна релација
convex конвексен
convexity конвексност
coordinate координата
– **axes** координатни оски
– **geometry** аналитична геометрија; координатна геометрија
– **method** метод на координати
– **plane** координатна рамнина
– **system** координатен систем; систем координати
coordinates of a point координати на точка
coplanar points компланарни точки
– **vectors** компланарни вектори
coprime numbers заемно прости броеви
– **polynomials** заемно прости полиноми
correct digit точна цифра
correlation корелација
correspondence кореспонденција; соодветство
corresponding angles согласни агли
– **elements** соодветни елементи
cosecant косеканс
– **curve** косекансоида
coset комплекс
cosine косинус
– **curve** косинусоида
– **function** косинус
cosinusoid косинусоида
cotangent котангенс
– **curve** котангенсоида
– **function** котангенс
coterminal angles котерминални агли
countable set пребројливо множество
counterexample контрапример
covering of a set покривка на множество
cover of a set покривка на множество
Cramer’s rule Крамерово правило
criterion критериум; признак
cross product векторски производ
cross-ratio двоен однос; сложен однос
cubature кубатура
cube коцка; куб
– **root** кубен корен
cubic equation кубна равенка
– **metre** кубик
– **parabola** кубна парабола
cuboid квадар
curl ротација^2
curvature кривина
curve крива; линија
curvilinear angle криволиниски агол
– **coordinates** криволиниски координати
curly brackets големи загради
cusp повратна точка
cycle циклус
cyclic group циклична група
– **permutation** циклична пермутација
– **polygon** цикличен многуаголник
– **substitution** циклична пермутација
cycloid циклоида
cyclotomic polynomial циклотомен полином
cyclotomy циклотомија; делење на круг
cylinder цилиндар
cylindrical coordinates цилиндрични координати
– **coordinate system** цилиндричен координатен систем
– **surface** цилиндрична површина

D

D'Alembert's test for convergence Даламберов критериум за конвергенција
decade декада; десетка
decillion децилион
decimal number децимален број
– system декаден броен систем
– fraction децимална дропка
– place децимално место
– point децимална запирка
– system децимален систем
– unit декадна единица
decomino декомино
Dedekind cut Дедекиндов пресек
deduction дедукција; изведување заклучок
deductive proof дедуктивен доказ
– system дедуктивен систем
definition дефиниција
degree степен, аголен степен
degrees of 10 степени на 10
Delian problem делоски проблем
del operator операторот набла
delta function делта-функција
deltoid делтоид, делтоидна крива
– curve делтоидна крива
De Moivre's formula Моаврова формула
De Morgan laws Де Морганови закони
denial негација
denominate number именуван број
denominator именител
density function густина на распределба на веројатностите
dependent variable зависнопроменлива
derivative извод
derived set извод на множество
Desargues theorem Дезаргова теорема
decreasing function опаѓачка функција
descriptive geometry нацртна геометрија
determinant детерминанта
deviation девијација
diagonal дијагонла; дијагонална релација
– matrix дијагонална матрица
– of a polyhedron просторна дијагонала
– set дијагонала во множество
diagram дијаграм
diameter дијаметар
difference разлика
– equation диференцна равенка
– of sets разлика на множества
differentiable function диференцијабилна функција
differential диференцијал; тотален диференцијал
– calculus диференцијално сметање
– coefficient извод
– geometry диференцијална геометрија
– equation диференцијална равенка
– operator диференцијален оператор
differentiation диференцирање
dihedral диедар
– angle диедарски агол
– group диедрална група
dihedron диедар
dimension димензија
– of a vector space димензија на векторски простор
dimensionality of a geometric figure димензионалност на геометриска фигура
dinamic programming динамичко програмирање
diophantine analysis Диофантова анализа
– equations Диофантови равенки
Dirac's delta function Диракова делта-функција
directed angle насочен агол
– line насочена права
– line segment насочена отсечка
directional derivative извод во насока
direction angles агли на правец
– cosines косинуси на правец
– of a vector насока на вектор

directly proportional quantities правопропорционални величини
direct proof директен доказ
– product директен производ
– proportionality права пропорционалност
– sum директна сума
directrix директриса
Dirichlet drawer principle принцип на Дирихле
– theorem Дирихлеова теорема
discontinous function прекината функција
discontinuity точка на прекин
discrete mathematics дискретна математика
– random variable дискретна случајна променлива
– set дискретно множество
discriminant дискриминанта
disjoint sets дисјунктни множества
disjunction дисјункција
distance растојание
– between the foci фокусно растојание
distribution дистрибуција; распределба; обопштена функција; функција на распределба; распределба на веројатности
– curve крива на распределба
– function функција на распределба; распределба на веројатности
distributive law дистрибутивен закон
distributivity дистрибутивност
divergence дивергенција
– theorem теорема на Гаус–Остроградски
divergent sequence дивергентна низа
– series дивергентен ред
dividend делена
divine proportion златен пресек; делење на отсечка во краен и среден однос
divisibility деливост
– relation релација за деливост
– rule признак за деливост
– test признак за деливост
divisible group делива група
division делење
– algebra алгебра со делење
– algorithm алгоритам за делење
– ring прстен со делење
– with remainder делење со остаток
divisor делител; множител
dodecahedron додекаедар
domain домен; област; отворена област
– of a function домен на функција
– of a map домен на пресликување
– of convergence област на конвергенција
dot product скаларен производ
double integral двоен интеграл
– negation двојна негација
– point двојна точка
– root двоен корен
doubling the cube удвојување на коцка
duality principle принцип на дуалност
dual operation дуална операција
– relation инверзна релација
– space дуален простор
– theorem дуална теорема
duodecimal number system дуодецимален броен систем

E

eccentricity ексцентрицитет
echelon form of a matrix скалеста форма на матрица
echelon matrix скалеста матрица
edge раб
eigenvalue сопствена вредност
eigenvector сопствен вектор
Eisenstien's irreducibility criterion критериум на Ајзенштајн
element елемент
– with finite period елемент со конечен ред; торзионен елемент
elementary algebra елементарна алгебра
– event елементарен настан

– **functions** елементарни функции
– **geometry** елементарна геометрија
– **mathematics** елементарна математика
– **matrix** елементарна матрица
– **row operations** елементарни операции со редици
"**Elements**" **„Елементи"**
elements at infinity бескрајно далечни елементи
elimination елиминација
– **method** метод на елиминација
ellipse елипса
ellipsoid еллипсоид
elliptic curve елиптична крива
– **cylinder** елиптичен цилиндар
– **geometry** елиптична геометрија
– **paraboloid** елиптичен параболоид
empirical curve емпириска крива
– **probability** емпириска веројатност; статистичка веројатност
empty relation празна релација
– **set** празно множество
endomorphism ендоморфизам
end point крајна точка
entire function цела функција
– **ring** интегрален домен
entropy ентропија
envelope обвивка
epicycloid епициклоида
epimorphism епиморфизам
equal еднаков
equal angles еднакви агли
– **fractions** еднакви дропки
– **maps** еднакви пресликувања
– **matrices** еднакви матрици
– **sets** еднакви множества
– **vectors** еднакви вектори
equality еднаквост; равенство
equation равенка
– **of a circle** равенка на кружница
– **of a curve** равенка на крива
– **of a hyperbola** равенка на хипербола
– **of a line** равенка на права
– **of an ellipse** равенка на елипса
– **of a parabola** равенка на парабола
– **of a plane** равенка на рамнина
equiangular hyperbola рамнострана хипербола
– **spiral** логаритамска спирала
equilateral hyperbola рамнострана хипербола
– **triangle** рамностран триаголник
equipolent sets еквивалентни множества
equipotent sets еквипотентни множества
equivalence еквивалетност; еквиваленција
– **class** класа на еквивалентност
– **relation** релација за еквивалентност
– **transformation** трансформација на еквивалентност
equivalent area geometric figures еднаквоплошни фигури
– **equations** еквивалентни равенки
– **inequalities** еквивалентни неравенки
– **infinitesimals** еквивалентни бескрајно мали величини
– **matrices** еквивалентни матрици
– **propositions** еквивалентни искази
– **sets** еквивалентни множества
– **transformation** трансформација на еквивалентност
Eratosthenes' sieve Ератостеново сито
error грешка
escribed circle однадвор припишана кружница
Euclidean algorithm Евклидов алгоритам
– **geometry** евклидска геометрија
– **plane** евклидска рамнина
– **ring** евклидски прстен
– **space** евклидски простор
Euclid's algorithm Евклидов алгоритам
– **axioms** Евклидови аксиоми
– **fifth postulate** Евклидов петти постулат
– **theorems** Евклидови теореми

Euler differential equation Ојлерова дифернцијална равенка
Euler's circle Ојлерова кружница
– constant Ојлерова константа
– formula Ојлерова формула
– line Ојлерова права
– method метод на Ојлер
– phi function Ојлерова φ-функција
– theorem for polyhedrons Ојлерова теорема за полиедрите
even function парна функција
– number парен број
– permutation парна пермутација
event настан
evolute еволута
evolution коренување
exact differential тотален диференцијал
– numbers точни броеви
excess of nine проверка со отфрлање на 9
exclusive disjunction исклучна дисјункција
existential quantifier егзистенцијален квантор
expectation математичко очекување;
– value средна вредност
experiment експеримент
explementary angles експлементни агли
explicite function експлицитна функција
exponent показател, степенов показател
exponential equation експоненцијална равенка
– function експоненцијална функција
expression израз
extension field проширување на поле
exterior надворешност
– angle надворешен агол
– point надворешна точка
external binary operation надворешна бинарна операција
extraction of a root коренување
extrapolation екстраполација
extreme of a function екстрем на функција
– term of a proportion надворешен член на пропорција
– value of a function екстремна вредност на функција
extremum екстрем

F

face ѕид
– angle ѕиден агол
– of a dihedral angle ѕид на диедар
– of a half space ѕид на полупростор
– of a polyhedral angle ѕид на ќоше
– of a polyhedron ѕид на полиедар
– of a prism ѕид на призма
– of a pyramid ѕид на пирамида
factor множител
– group фактор-група
– of a polynomial делител на полином
– ring фактор-прстен
factorable integer разложлив број
– polynomial разложлив полином
factorial факториел
factoring разложување
factorization разложување; разложување на множители
– of polynomials разложување на полиноми
family of curves фамилија криви
Fermat numbers Фермаови броеви
Fermat's last theorem последната теорема на Ферма
– theorem теорема на Ферма
Feuerbach circle Фојербахова кружница
Fibonacci numbers Фибоначиеви броеви
– sequence Фибоначиева низа
field поле
– of complex numbers полето на комплексните броеви
– of events поле на настани
– of rational numbers полето на

рационалните броеви
– of real numbers полето на реалните броеви
– theory теорија на полиња
figurate numbers фигурни броеви
figure symmetrical with respect a point централносиметрична фигура
filter филтер
finite decimal конечнодецимален број
– differences конечни разлики
– field конечно поле
– group конечна група
– mathematics конечна математика
– sequence конечна низа
fixed point фиксна точка
floor под
flux of a vector field флукс на векторско поле
focus фокус
folium of Descartes Декартов лист
formal language формален јазик
– theory формална теорија
formula формула; исказна формула
foundations of geometry основи на геометријата
four-group четворна група
Fourier analysis Фурјеова анализа
– expansion Фурјеов ред
– series Фурјеов ред
fourth proportional четврта геометриска пропорционала
fraction дропка
– bar дробна црта
– in lowest terms нескратлива дропка
fractional equation дробна равенка
– part дробен дел
– rational equation дробнорационална равенка
Frenet formulas формули на Френе
Frenet-Serret formulas формули на Френе
– trihedron природен триедар
frequency фреквенција
– function густина на распределба
frontier граница
– of a set граница на множество
frustum of a cone потсечен конус
– of a pyramid потсечена пирамида
full angle полн агол
– linear group општа линеарна група
function функција
– space функционален простор
functional функционал
– analysis функционална анализа
– determinant функционална детерминанта
– equation функционална равенка
functor функтор
fundametal laws of logic основни закони на логиката
– sequence фундаментална низа
– theorem of algebra основна теорема на алгебрата
– theotem of arithmetic основна теорема на аритметиката
– theotem of calculus основна теорема на интегралното сметање

G

Galois extension проширување на Галоа
– field конечно поле; поле на Галоа
– group група на Галоа
– theory теорија на Галоа
gamma-function гама-функција
game игра
– theory теорија на игри
Gauss curve Гаусова крива
Gaussian curvature Гаусова кривина
– curve Гаусова крива
– distribution Гаусова распределба
– elimination Гаусов метод на елиминација
– integer Гаусов број
– reduction Гаусов метод
Gauss-Ostrogradsky formula формула на Гаус–Остроградски
Gauss' theorem Гаусова теорема; теорема на Гаус-Остроградски
generalization обопштување
generalized function обопштена функција

general integral општ интеграл
– **linear group** општа линеарна група
– **quadratic equation** потполна квадратна равенка
– **solution** општо решение
– **term** општ член
– **topology** општа топологија
generating set генераторно множество
generators of a group генератори на група
– **of an ideal** генератори на идеал
generatrix генератриса
geodesic геодезиска линија
– **curvature** геодезиска кривина
– **line** геодезиска линија
– **triangle** геодезиски триаголник
geometric average геометриска средина
– **construction** геометриска конструкција
– **distribution** геометриска распределба
– **figure** геометриска фигура
– **locus** геометриско место на точки
– **mean** геометриска средина
– **probability** геометриска веројатност
– **progression** геометриска прогресија
– **proof** геометриски доказ
– **sequence** геометриска низа
– **series** геометриски ред
– **solid** геометриско тело
– **solution** геометриско решение
– **transformations** геометриски трансформации
geometry геометрија
glide reflection лизгачка симетрија
golden mean златен пресек
– **ratio** златна поделба
– **section** златен пресек
goniometry гониометрија
googol гугол
grad градус
grade градус
gradient градиент
graph граф
– **of a function** график на функција
– **theory** теорија на графови
great circle голема кружница
greatest common divisor најголем заеднички делител
greatest common factor најголем заеднички делител
greatest common measure најголема заедничка мера
– **lower bound** инфимум
Green's formula формула на Грин
– **theorem** теорема на Грин
– **theorem in space** теорема на Гаус–Остроградски
group група
– **of motions** група движења
– **of symmetries** група од симетрии
– **theory** теорија на групи
groupoid групоид

H

half-line полуправа
half-plane полурамнина
half-space полупростор
halving преполовување
Hamiltonian-Cayley theorem теорема на Хамилтон–Кејли
harmonic хармоник
– **analysis** хармониска анализа
– **average** хармониска средина
– **conjugate** хармониска четворка; хармониски конјугирани точки
– **division** хармониска поделба
– **function** хармониска функција
– **mean** хармониска средина
– **motion** хармониско движење
– **pencil** хармониски прамен
– **progression** хармониска низа
– **ratio** хармониски однос
– **range** хармониски распоред
– **sequence** хармониска низа
– **series** хармониски ред
Hausdorff space Хаусдорфов простор
3-hedron репер на евклидски

простор
Heine–Borel theorem теорема на Хајне–Борел
helicoid хеликоид
helix винтова линија
– **surface** винтова површина
hemisphere полусфера; полутопка
heptagon седумаголник
heptahedron хептаедар
heptomino хептомино
Hermitian conjugate ермитски транспонирана матрица
– **inner product** ермитски внатрешен производ
– **matrix** ермитска матрица
– **scalar product** ермитски скаларен производ
Heron's formula Херонова формула
Heronian triangle Херонов триаголник
hexagon шестаголник
hexahedron хексаедар; шестѕидник
hexomino хексомино
higher mathematics виша математика
Hilbert space Хилбертов простор
Hilbert's problems Хилбертови проблеми
histogram хистограм
hodograph ходограф
Hölder's inequality Хелдерово неравенство
holomorphic function холоморфна функција
homeomorphic spaces хомеоморфни простори
homeomorphism хомеоморфизам
homogeneous хомоген
– **coordinates** хомогени координати
– **equation** хомогена равенка
– **function** хомогена функција
– **polynomial** хомоген полином
homologous elements хомологни елементи; соодветни елементи
homomorphic image хомоморфна слика
homomorphism хомоморфизам
homomorphous image хомоморфна слика
homothetic center центар на хомотетија
– **figures** хомотетични фигури
– **transformation** хомотетија
horizontal хоризонтала; хоризонтална права; хоризонтална рамнина
– **asymptote** хоризонтална асимптота
– **line** хоризонтална права
– **plane** хоризонтална рамнина
Horner's method Хорнерова шема
hyperbola хипербола
hyperbolic cylinder хиперболичен цилиндар
– **functions** хиперболични функции
– **geometry** хиперболична геометрија
– **paraboloid** хиперболичен параболоид
– **spiral** хиперболична спирала
– **substitutions** хиперболични смени
hyperboloid of one sheet еднокрилен хиперболоид
– **of two sheets** двокрилен хиперболоид
hyperboloids хиперболоиди
hypercomplex numbers кватерниони; хиперкомплексни броеви
hyperplane хиперрамнина
hypocycloid хипоциклоида
hypotenuse хипотенуза
hypothesis хипотеза; антецедент; претпоставка

I

icosahedron икосаедар
ideal идеал
– **elements** идеални елементи
– **line** идеална права
– **point** идеална точка
idempotency идемпотентност
idempotent идемпотент
– **element** идемпотентен елемент
– **law** закон за идемпотентност
– **matrix** идемпотентна матрица
identical figures конгруентни фигури
identity единица; идентитет
– **element** единица; неутрален

елемент
– **function** идентична функција
– **map** идентично пресликување
– **transformation** идентична трансформација
image слика
imaginary axis имагинарна оска
– **number** имагинарен број
– **part** имагинарен дел
implication импликација
implicit function имплицитна функција
improper fraction неправилна дропка
impulse symbol делта-функција
incommensurable line segments несомерливи отсечки
– **numbers** несомерливи броеви
inclusion relation инклузија
incompatible equations противречни равенки
– **inequalities** противречни неравенки
incomplete induction непотполна индукција
– **quadratic equation** непотполна квадратна равенка
inconsistent equations противречни равенки
– **inequalities** противречни неравенки
– **system of equations** противречен систем равенки
increasing function растечка функција
– **sequence** растечка низа
increment нараснување
indefinite integral неопределен интеграл; примитивна функција
independence of an axiom system независност на систем аксиоми
independent axiom независна аксиома
– **equation** независна равенка
– **events** независни настани
– **variable** независнопроменлива
indeterminate equation неопределена равенка
– **limits** неопределени лимеси
index индекс; показател
indicator of an integer Ојлерова φ-функција
indirect proof индиректен доказ; сведување на противречност
induction индукција
– **axiom** аксиома на индукцијата
inductive method индуктивен метод
inequality неравенка; неравенство
inference изведување заклучок
– **rule** правило на заклучување
infimum инфимум
infinite бесконечен
– **decimal** бесконечнодецимален број
– **derivative** бескраен извод
– **limit** бескрајна граница
– **quantity** бескрајно голема величина
– **root** бесконечен корен
– **sequence** бесконечна низа
– **series** бесконечен ред
– **set** бесконечно множество
infinitesimal бескрајно мала величина; инфинитезимала
infinity бесконечност
initial conditions почетни услови
– **side of an angle** почетен крак на агол
injection инјекција
injective mapping инјективно пресликување
inner automorphism внатрешен автоморфизам
– **geometry** внатрешна геометрија
– **product** внатрешен производ; скаларен производ
inscribed angle впишан агол; периферен агол
– **and circumscribed geometric figures** впишани и опишани фигури
– **circle** впишана: кружница / круг
– **polygon** впишан многуаголник; тетивен многуаголник
– **quadrangle** тетивен четириаголник
– **sphere** впишана: сфера / топка

integer part цел дел
integers цели броеви
integrable function интеграбилна функција
integral интеграл
– **calculus** интегрално сметање
– **curve** интегрална крива
– **domain** интегрален домен
– **equation** интегрална равенка
– **function** цела функција; целобројна функција
– **transformation** интегрална трансформација
integrand подинтегрална функција
integrating factor интегрален множител
integration интегрирање
– **by parts** интегрирање по делови
– **constant** интеграциона константа
intercept form of сегментен вид на
– **the equation of a plane** сегментен вид на равенка на рамнина
– **of the equation of a straight line** сегментен вид на равенка на права
interior внатрешност
– **angle** внатрешен агол
– **of a set** внатрешност на множество
– **point** внатрешна точка
– **(or exterior) angles on the same side of the transversal** спротивни агли при трансверзала на две прави
interpolation интерполација
intersection пресек
– **of events** производ на настани
– **of sets** пресек на множества
– **point** пресечна точка
interval интервал
– **halving method** метод на преполовување
– **of convergence** интервал на конвергенција
invariant property инваријантно својство
– **subgroup** нормална подгрупа
inverse bijection инверзна биекција
– **cosecant** аркус косеканс
– **cosine** аркус косинус
– **cotangent** аркус котангенс
– **element** инверзен елемент
– **function** инверзна функција
– **hyperbolic functions** инверзни хиперболични функции
– **image** инверзна слика
– **logarithm** антилогаритам
– **mapping** инверзно пресликување
– **matrix** инверзна матрица
– **proportionality** обратна пропорционалност
– **ratio** обратен размер
– **relation** инверзна релација
– **secant** аркус секанс
– **sine** аркус синус
– **tangent** аркус тангенс
– **trigonometric functions** инверзни тригонометриски функции; обратни тригонометриски функции
inversely proportional quantities обратно пропорционални величини
invertible element инверзибилен елемент
inversion инверзија[1]; инверзија[2]
involute еволвента
involution инволуција; степенување
involutive algebra инволутивна алгебра
involutory matrix инволуторна матрица
irrational equation ирационална равенка
– **expression** ирационален израз
– **number** ирационален број
– **radical** ирационален корен
irreducible polynomial неразложлив полином; прост полином
isochrone curve изохрона крива
isolated point изолирана точка
isometric map изометрична трансформација
– **spaces** изометрични простори
isometry изометрија
isomorphism изоморфизам
isoperimetric problem изопериметриски проблем

isosceles trapezium (*Brit.*) рамнокрак трапез
– trapezoid (*Amer.*) рамнокрак трапез
– triangle рамнокрак триаголник
iteration итерација; метод на итерации
iterative method метод на итерации
– process итеративен процес

J

Jacobian јакобијан
– determinant Јакобиева функционална детерминанта
– matrix Јакобиева матрица
Jacobi identity Јакобиев идентитет
Jensen's inequality Јенсеново неравенство
Jordan algebra Јорданова алгебра
Jordan Жордан
– block Жорданова клетка; Жорданов блок
– canonical form Жорданова канонична форма
– curve Жорданова крива
– matrix Жорданова матрица
– normal form Жорданова нормална форма
Jordan-Hölder theorem Жордан–Хелдерова теорема
jump discontinuity точка на прекин со конечен скок

K

kernel јадро
kite делтоид
Klein bottle Клајново шише
Klein's four-group Клајнова четворна група
Kolmogorov space простор на Колмогоров; Колмогоров простор
Königsberg bridge problem проблемот на Кенигсбергските мостови
k*-permutation of *n варијација
Kronecker delta Кронекеров делта-симбол
Kronecker-Capelli theorem теорема на Кронекер–Капели
Kuratowski-Zorn lemma лема на Куратовски–Цорн
Kureppa hypothesis Курепина хипотеза
Kurepa number Курепин број

L

Lagrange equation Лагранжова равенка
Lagrange's interpolation formula Лагранжова интерполациона формула
– formula теорема на Лагранж (за средна вредност)
– theorem теорема на Лагранж (во теорија на групи)
Lagrangian multipliers Лагранжови множители
Laplace operator Лапласов оператор
– transform Лапласова трансформација
Laplace's equation Лапласова равенка
Laplacian лапласијан
latent root сопствена вредност
lateral area бочна плоштина
– edge бочен раб
– face бочен ѕид
– surface бочна површина
latin square латински квадрат
lattice мрежа
law of contradiction закон за контрадикција
– of cosines косинусна теорема
– of distribution закон за распределба
– of double negation закон за двојна негација
– of excluded middle закон за исклучено трето
– of identity закон за идентичност
– of large numbers закон на големите броеви
– of logic логички закон
– of sines синусна теорема

– of tangents тангенсна теорема
– of the mean теорема на Лагранж (за средна вредност)
leading coefficient of a polynomial главен коефициент на полином
leaf крајно теме на дрво; лист
least common denominator најмал заеднички именител
– common multiple најмал заеднички содржател
– upper bound супремум
least-squares method метод на најмали квадрати
Lebesgue integral Лебегов интеграл
left coset лев комплекс
– **factorial** лев факториел
left-hand limit лев лимес
leg катета
Legendre equation Лежандрова равенка
– polynomials Лежандрови полиноми
Leibniz's rule Лајбницова формула
lemma лема
lemniscate лемниската
length должина
– of a broken line должина на искршена линија
– of a circle должина на кружница
– of a curve должина на крива
– of a segment должина на отсечка
– of tangent, length of subtangent, length of normal, length of subnormal допирни количини
– of a vector должина на вектор
L'Hôpital's rule Лопиталово правило
Lie algebra Лиева алгебра
like terms слични мономи
limit лимес
– inferior лимес инфериор
– of a function лимес на функција
– of a sequence лимес на низа
– on the left лев лимес
– on the left or right едностран лимес
– on the right десен лимес
– point точка на згуснување
– superior лимес супериор
limits of a definite integral граници на определен интеграл
limits of integrations граници на интегрирање
line линија; права
– at infinity бескрајно далечна права
– integral линиски интеграл
– segment отсечка
– symmetry осна симетрија
linear algebra линеарна алгебра
– combination линеарна комбинација
– congruence equation линеарна конгруенциска равенка
– dependence линеарна зависност
– differential equation линеарна диференцијална равенка
– equation линеарна равенка
– form линеарна форма
– fractional function дробнолинеарна функција
– function линеарна функција
– functional линеарен функционал
– group линеарна група
– hull линеарна обвивка
– independence линеарна независност
– inequality линеарна неравенка
– interpolation линеарна интерполација
– map линеарно пресликување
– mapping линеарно пресликување
– operator линеарен оператор
– order линеарно подредување
– ordering линеарно подредување
– programming линеарно програмирање
– space линеарен простор
– span линеарна обвивка
– system линеарен систем
– transformation линеарна трансформација
– vector function линеарна векторска функција
linearity линеарност
linearly dependent set of vectors

линеарно зависен систем вектори
– **independent set of vectors** линеарно независен систем вектори
– **ordered set** линеарно подредено множество
Liouville's theorem Лиувилова теорема
Lipschitz condition Липшицов услов
Lobachevskian geometry геометрија на Лобачевски
local extremum локален екстрем
– **maximum** локален максимум
– **minimum** локален минимум
– **property** локално својство
localized vector врзан вектор
locus локус
logarithm логаритам
logarithmic curve логаритамска крива
– **derivative** логаритамски извод
– **equation** логаритамска равенка
– **function** логаритамска функција
– **scale** логаритамска скала
– **series** логаритамски ред
– **spiral** логаритамска спирала
logic логика
logical addition логичко собирање
– **complement** негација
– **consequence** логичко следство
– **formula** исказна формула
– **function** исказна функција
– **implication** логичко следство
– **multiplication** логичко множење
– **operation** логичка операција
logicism логицизам
loop лупа
lower bound долна меѓа
– **limit** лимес инфериор
– **limit of integration** долна граница на интегрирање
loxodrome локсодрома
Ludolphine number Лудолфов број
Ludolph's number Лудолфов број
lune месечинка
– **of Hippocrates** Хипократова месечинка

M

Maclaurin-Cauchy test Кошиев интегрален критериум
Maclaurin series Маклоренов ред
Maclaurin's theorem Маклоренова формула
magic square магичен квадрат
magma магма; групоид
main diagonal главна дијагонала
major arc голем лак
– **axis of an ellipse** голема оска на елипса
mantissa мантиса
map пресликување
mapping пресликување
mark знак
Markov process Марков процес
mathematical analysis математичка анализа
– **expectation** математичко очекување
– **game** математичка игра
– **induction** математичка индукција
– **logic** математичка логика
– **model** математички модел
– **probability** математичка веројатност
– **programming** математичко програмирање
– **statistics** математичка статистика
– **structure** математичка структура
mathematics математика
matrix матрица
– **calculus** матрично сметање
– **game** матрична игра
– **inversion** инвертирање на матрица
– **of a linear transformation**
– **of cofactors** реципрочна матрица
– **theory** теорија на матрици
maxima and minima of functions subject to constraints условни екстреми
– **and minima with side conditions** условни максимуми и минимуми
maximum максимум

– with side conditions условен максимум
mean средина
–, median, and mode средина, медијана и мода
– proportional средна пропорционала
– value математичко очекување; средна вредност
means средини
mean-square deviation средно квадратно отстапување
mean-value theorem теорема на Лагранж (за средна вредност)
measure мера
measurement мерење
measuring unit мерна единица
median of a group of mesurements медијана на група податоци
– of a trapezoid средна линија на трапез
– of a triangle тежишна линија на триаголник
– point of a triangle тежиште на триаголник
meet of sets пресек на множества
member член
Menelaus' theorem теорема на Менелај
method of exhaustion метод на исцрпување
– of successive approximations метод на последователни приближувања
metric метрика
– space метрички простор
midline of a trapezoid средна линија на трапез
midpoint of a line segment средина на отсечка
milliard милијарда
million милион
minimal polynomial минимален полином
minimum минимум
– with side conditions условен минимум
minor минор
– axis of an ellipse мала оска на елипса
minuend намаленик
minus sign минус
minute минута
mirror symmetrical figure осносиметрична фигура
– symmetry огледална симетрија
mixed fraction мешана дропка
– number мешан број
– product мешан производ
– repeating decimal мешано периодичен децимален број
Möbius function Мебиусова функција
– strip Мебиусова лента
mode мода
modern algebra современа алгебра
module модул
modulus of a complex number модул на комплексен број
– of a congruence модул на конгруенција
– of a logarithm модул на логаритам
modus ponens модус поненс
– **tolens** модус толенс
monomial моном
monotone decreasing function монотоно опаѓачка функција
– decreasing sequence монотоно опаѓачка низа
– function монотона функција
– increasing function монотоно растечка функција
– increasing sequence монотоно растечка низа
– nondecreasing function монотоно неопаѓачка функција
– nondecreasing sequence монотоно неопаѓачка низа
– nonincreasing function монотоно нерастечка функција
– nonincreasing sequence монотоно нерастечка низа
– sequence монотона низа
monotonically decreasing function монотоно опаѓачка функција

– **decreasing sequence** монотоно опаѓачка низа
– **increasing function** монотоно растечка функција
– **increasing sequence** монотоно растечка низа
– **nondecreasing function** монотоно неопаѓачка функција
– **nondecreasing sequence** монотоно неопаѓачка низа
– **nonincreasing function** монотоно нерастечка функција
– **nonincreasing sequence** монотоно нерастечка низа
monotonic function монотона функција
monotony монотоност
– **sequence** монотона низа
Monte Carlo method метод Монте Карло
moving trihedral (of a space curve) природен триедар
multilinear function полилинеарна функција
multiple содржател
– **root** многукратен корен
multiple-valued function многузначна функција
multiplicand множеник
multiplication множење
– **of matrices** множење на матрици
– **of a matrix by a scalar** множење на матрица со скалар
– **of vectors** множење на вектори
multiplicative constant мултипликативна константа
– **function** мултипликативна функција
– **group** мултипликативна група
multiplier множител
mutually-prime numbers заемно прости броеви

N

nabla набла
Napier number Неперов број
Napierian logarithm Неперов логаритам
NAND НИ
***n*-ary operation** n-арна операција
***n*-ary relation** n-арна релација
***n*-ary tree** n-арно дрво
natural logarithm природен логаритам
***n*-dimensional space** n-димензионален простор
necessary condition потребен услов
– **and sufficient condition** потребен и доволен услов
negation негација
negative angle негативен агол
– **integer** негативен цел број
– **number** негативен број
– **sign** негативен знак
neighbourhood (*or* **neighborhood**) **of a point** околина на точка
Neil's parabola Нејлова парабола
Newton-Cotes integration formulas Њутон–Котесови формули
Newton-Leibniz theorem Њутон–Лајбницова формула
Newton-Raphson method Њутон–Рафсонов метод
Newton's binomial theorem Њутонова биномна формула
– **interpolation formula** Њутонова интерполациона формула
– **laws of motion** Њутонови закони на механиката
– **method** Њутон–Рафсонов метод
neutral element неутрален елемент
nine-point circle Ојлерова кружница
noncommutative field тело[1]
non-Euclidean geometries неевклидски геометрии
nonillion нонилион
nonlinear equation нелинеарна равенка
– **system** нелинеарен систем
nonomino нономино
nonperiodic decimal непериодичен децимален број

nonrecurring decimal непериодичен децимален број
nonremovable discontinuity неотстранлив прекин
nonrepeating decimal непериодичен децимален број
nonsingular matrix несингуларна матрица
– transformation несингуларна линеарна трансформација
nontrivial solution нетривијално решение
NOR НИЛИ
norm норма
normal нормала; нормален
– distribution нормална распределба
– divisor нормална подгрупа
– form of the equation of a straight line нормална равенка на права
– matrix нормална матрица
– plane нормална рамнина
– section нормален пресек
– series нормална низа на група
– subgroup нормална подгрупа
– topological space нормален тополошки простор
normalizer нормализатор
NOT-AND НИ
not denominated number неименуван број
notion поим
NOT-OR НИЛИ
***n*th root of unity** *n*-ти корен од единицата
number број
– *e* бројот *e*
– field бројно поле
– line бројна права
– system броен систем
– **theory** теорија на броеви
numeral бројка
– system броен систем
numerals цифри
numeration system броен систем
numerator броител
numerical броен, нумерички
– characteristic бројна карактеристика
– equation бројна равенка
– expression броен израз
– function бројна функција
– value бројна вредност
numerical analysis нумеричка математика
– integration нумеричко интегрирање; приближно интегрирање

O

oblique-angled косоаголен
obtuse angle тап агол
– triangle тапоаголен триаголник
octagon осумаголник
octahedron октаедар
octant октант
octillion октилион
octomino октомино
octonion октонион
odd function непарна функција
– number непарен број
– **permutation** непарна пермутација
oddness or evenness парност
one единица
one-sided surface еднострана површина
one-valued function еднозначна функција
open ball отворена топка
open disc отворен круг
– interval отворен интервал
– region отворена област
– sentence исказна функција
– set отворено множество
– statement исказна функција
operation операција
operations with matrices операции со матрици
operator оператор
opposite angles спротивни агли
– number спротивен број
– rays спротивни полуправи
– relation инверзна релација

– sides спротивни страни
– vertices спротивни темиња
order подредување; ред[1]
– of infinitesimal ред на бескрајно мала величина
– of infinities ред на бескрајно голема величина
– relation подредување
ordered field подредено поле
– **integral domain** подреден интегрален домен
– pair подреден пар
– ring подреден прстен
– set подредено множество
ordering подредување
– relation релација за подредување
ordinal number ординален број; реден број
ordinary point обична точка
ordinate ордината
orientable surface двострана површина
oriented angle насочен агол
origin of coordinates координатен почеток
orthocenter ортоцентар
orthogonal ортогонален
– basis ортогонална база
– functions ортогонални функции
– group ортогонална група
– matrix ортогонална матрица
– projection ортогонална проекција
– trajectory ортогонална траекторија
– transformation ортогонална трансформација
– vectors ортогонални вектори
orthogonalization ортогонализација
orthogonality ортогоналност
osculating circle оскулаторна кружница
– plane оскулаторна рамнина
Ostrogradsky's theorem теорема на Гаус–Остроградски
oval of Cassini овал на Касини

P

pairwise coprime numbers пар по пар заемно прости броеви
– disjoint sets пар по пар дисјунктни множества
– relatively prime numbers пар по пар заемно прости броеви
Pappus' theorem теорема на Пап
parabola парабола
parabolic cylinder параболичен цилиндар
– geometry параболична геометрија
– rule правило на параболи
paraboloids параболоиди
paradox парадокс
parallel паралелен; паралела; паралелна права
– axiom аксиома за паралелност
– circles паралелни кружници
– curves паралелни криви
– lines паралелни прави
– planes паралелни рамнини
– projection паралелна проекција
– rays паралелни полуправи
parallelepiped паралелопипед
parallelogram паралелограм
– law правило на паралелограм
– of vectors паралелограм од вектори
parameter параметар
parametric equations параметарски равенки
parentheses мали загради
parity парност
partial derivative парцијален извод
– limit парцијален лимес
– limit of a sequence точка на натрупување на низа
– order подредување
– ordered set делумно подредено множество
– ordering делумно подредување
partially ordered set делумно подредено множество

partition разбивање
– of a set разбивање на множество
Pascal's theorem теорема на Паскал
– triangle Паскалов триаголник
path-connected set пат-сврзано множество
pathwise-connected set пат-сврзано множество
Peano curve Пеанова крива
Peano's axioms Пеанови аксиоми
pencil прамен
– of circles прамен кружници
– of lines прамен прави
– of planes прамен рамнини
– of spheres прамен сфери
pentagon петаголник
pentagonal numbers петаголни броеви
– prism петаголна призма
– pyramid петаголна пирамида
pentahedron пентаедар
pentomino пентомино
per cent процент
percent процент
perfect number совршен број
– set совршено множество
perigon полн агол
perimeter периметар
– of a circle периметар на кружница
period период
– of an element ред на елемент
periodic decimal периодичен број
– function периодична функција
– matrix периодична матрица
periodicity of a function периодичност на функција
periphery периферија
– of a polygon обиколка на многуаголник
per mil промил
permille промил
permutation пермутација
– group група од пермутации
– matrix пермутациона матрица
– of *n* things taken *k* at a time варијација
perpendicular перпендикуларен; нормален
– foot подножје на нормала
– lines заемно нормални прави; перпендикуларни прави
– planes заемно нормални рамнини
perpendicularity перпендикуларност
phase фаза
pi пи (бројот π)
Pierce arrow Пирсова стрелка
pigeonhole principle принцип на Дирихле „за кутии“
place value позициона вредност
place-value notation позициона нотација
plane рамнина
– angle of a dihedral angle агол на диедар
– curve рамнинска крива
– figure рамнинска фигура
– geometry планиметрија
– of mirror symmetry симетрална рамнина
– of projection проекциона рамнина
– of symmetry симетрална рамнина
– trigonometry рамнинска тригонометрија
Platonic solid Платоново тело
plumb line вертикална права; вертикала
plus плус
point точка
– at infinity бескрајно далечна точка
– in infinity точка во бескрајност
– of discontinuity точка на прекин
– of inflexion превојна точка
point-set topology општа топологија
Poincaré conjecture Поанкареова хипотеза
Poisson distribution Поасонова распределба
polar полара
– angle поларен агол
– axis поларна оска
– coordinates поларни координати
pole пол

polygon многуаголник
polygonal line полигонална линија
– numbers многуаголни броеви
polyhedral angle ќоше; повеќерабно ќоше; полиедарски агол
– region полиедарска област
– surface полиедарска површина
polyhedron полиедар
polynomial полином
– equation полиномна равенка
– function полиномна функција
polyomino полиомино
population популација
poset делумно подредено множество
positional notation позициона нотација; позиционен броен систем
position vector радиус-вектор
positive angle позитивен агол
– definite matrix позитивно определена матрица
– integer природен број; позитивен цел број
– number позитивен број
– sign позитивен знак
postulate постулат
postulates of Euclid Евклидови постулати
potential field потенцијално поле
power степен
– function степена функција
– of a point степен на точка
– series степенен ред
– set партитивно множество
predicate предикат; исказна функција
preimage инверзна слика
premise премиса
prime прост број
– factor прост множител
– field просто поле
– number прост број
– polynomial прост полином
– quadruplets четворки-близнаци
primitive function примитивна функција
primitive polynomial примитивен полином
– root of unity примитивен корен од единица
principal diagonal главна дијагонала
– ideal главен идеал
– ideal ring прстен на главни идеали
– normal главна нормала
– value главна вредност
principle of duality принцип на дуалност
– of excluded middle закон на исклучено трето
prism призма
prismatic surface призматична површина
prismatoid призматоид
prismoid призмоид
probability веројатност
– density function густина на распределба
– distribution распределба на веројатности; функција на распределба
– space простор на веројатност
– theory теорија на веројатност
product производ
– of matrices производ на матрици
progression прогресија
projecting plane проектирачка рамнина
projection проектирање
– plane проекциона рамнина
– ray проектирачки зрак
projective geometry проективна геометрија
– plane проективна рамнина
– space проективен простор
– transformation проективна трансформација
proof доказ
– by contradiction доказ од спротивното; сведување на противречност
– by induction индуктивен доказ
proper fraction правилна дропка

– **subset** вистинско подмножество
– **value** сопствена вредност
proportion размер; пропорција
proportional пропорционала
– **division** пропорционална поделба
– **quantities** пропорционални величини
proportionality пропорционалност
proposition тврдење; исказ
– **variable** исказна променлива
propositional algebra исказна алгебра
– **calculus** исказно сметање
– **connectives** логички сврзници
– **function** исказна функција
protractor агломер
pure imaginary number чисто имагинарен број
– **quadratic** чиста квадратна равенка
– **repeating decimal** чисто периодичен број; чисто периодична дропка
pyramid пирамида
pyramidal frustum потсечена пирамида
– **number** пирамидален број
Pytagorean theorem Питагорова теорема
– **triple** Питагорова тројка

Q

quadrangle четириаголник
quadrant квадрант
quadratic equation квадратна равенка
– **form** квадратна форма
– **function** квадратна функција
– **inequality** квадратна неравенка
– **programming** квадратно програмирање
– **trinomial** квадратен трином
quadrature квадратура
– **formulas** квадратурни формули
– **of a circle** квадратура на круг
quadrics квадрика
quadric surface површина од втор ред
quadrilateral четириаголник
quadrillion квадрилион
quantifier квантор
quantity величина
quasi-group квазигрупа
quaternions кватерниони
quintillion квинтилион
quotient количник
– **field** поле на количници
– **group** фактор-група
– **ring** фактор-прстен
– **set** фактор-множество

R

rational fraction рационална дропка
– **function** рационална функција
rationalization рационализација
radian радијан
– **measure** радијанска мера
radical радикал
– **axis** радикална оска
– **center** радикален центар
– **equation** ирационална равенка
– **plane** радикална рамнина
radicand поткоренова величина; поткоренов број
radius радиус
– **of a circle** радиус на кружница
– **of convergence** радиус на конвергенција
– **of curvature** радиус на кривина
– **vector** поларен радиус; радиус-вектор
random digit случајна цифра
– **error** случајна грешка
– **event** случаен настан
– **experiment** случаен експеримент
– **numbers** случајни броеви
– **outcome** случаен исход
– **process** случаен процес
– **sampling** случаен избор
– **variable** случајна променлива
– **vector** случаен вектор

– **walk** случајно талкање
range of a function опсег на функција
rank ранг
– **of a matrix** ранг на матрица
– **of a quadratic form** ранг на квадратна форма
– **of a set of observations** ранг на група податоци
– **of a set of vectors** ранг на систем вектори
rate of change извод
ratio размер
rational algebraic expression рационален алгебарски израз
– **fractional function** дробнорационална функција
– **number** рационален број
ray полуправа
– **of an angle** крак на агол
real axis реална оска
– **line** реална права
– **number** реален број
– **number system** реален броен систем
– **plane** реална рамнина
– **variable** реална променлива
real-valued function реална функција
reasoning расудување
reciprocal of a number реципрочен број
– **equation** реципрочна равенка
– **ratio** обратен размер
– **spiral** хиперболична спирала
rectangle правоаголник
rectangular Cartesian coordinates правоаголни Декартови координати
– **Cartesian coordinate system** правоаголен Декартов координатен систем
– **hyperbola** рамнострана хипербола
– **parallelepiped** квадар
– **solid** квадар
– **trapezium** (*Brit.*) правоаголен трапез
– **trapezoid** (*Amer.*) правоаголен трапез
rectifiable curve исправлива крива
rectifying plane ректификациона рамнина
recurrence formula рекурентна формула
recurring decimal периодичен број
recursive definition рекурзивна дефиниција
– **functions** рекурзивни функции
reduced characteristic equation сведена карактеристична равенка
– **cubic equation** сведена кубна равенка
– **fraction** скратена дропка
– **quadratic equation** сведена квадратна равенка
reducible fraction скратлива дропка
– **polynomial** разложлив полином
reducing fractions скратување дропки
reductio ad absurdum сведување на противречност
reductio ad absurdum proof доказ со доведување до противречност
reduction сведување
reflexion plane симетрална рамнина
– **symmetry** огледална симетрија
reflexive relation рефлексивна релација
reflexivity рефлексивност
region област; отворена област
regula falsi метод на тетиви
regular curve регуларна крива
– **dodecahedron** правилен додекаедар
– **function** регуларна функција
– **hexahedron** коцка
– **icosahedron** правилен икосаедар
– **octahedron** правилен октаедар
– **point** регуларна точка
– **polygon** правилен многуаголник
– **polyhedron** правилен полиедар
– **prism** правилна призма
– **pyramid** правилна пирамида
– **quadrangle** правилен четириаголник
– **space** регуларен простор

– **tetrahedron** правилен тетраедар
relation релација
– **system** релациски систем
– **of equality** дијагонална релација
relative error релативна грешка
– **frequency** релативна фреквенција
relatively prime numbers заемно прости броеви
– **prime polynomials** заемно прости полиноми
relaxation релаксационен метод
relaxation method релаксационен метод
remarkable limits значајни лимеси
– **points in a triangle** значајни точки на триаголник
reverse relation инверзна релација
repeating decimal периодичен децимален број
residui class ring фактор-прстен
resolving a vector into components разложување на вектор
resultant збир на вектори
– **of two forces** резултанта на две сили
Rhind papyrus Рајндов папирус
rhomb ромб
rhomboid ромбоид
rhombus ромб
rhumb line локсодрома
Riemannian geometry Риманова геометрија
Riemann hypothesis Риманова хипотеза
– **integral** Риманов интеграл
– **zeta function** Риманова зета-функција
Riemann-Stieltjes integral Риман–Стилтјесов интеграл
right angle прав агол
– **circular cone** прав кружен конус
– **circular cylinder** прав кружен цилиндар
– **coset** десен комплекс
– **hyperbola** рамнострана хипербола
– **parallelepiped** прав паралелопипед
– **prism** права призма
– **cylinder** прав цилиндар
right-hand limit десен лимес
rigid motion движење
ring прстен
Rolle's theorem теорема на Рол
Roman numerals римски цифри
root корен
– **field** поле на Галоа
– **of an equation** корен на равенка
– **of a number** корен од број
– **of a polynomial** корен на полином
– **of unity** корен од единица
– **test** Кошиев критериум
rooted tree коренско дрво
rotation ротација[1]
– **angle** агол на ротација; ротационен агол
round angle полн агол
– **brackets** мали загради
rounding заокружување
– **error** грешка на заокружување
round-off error грешка на заокружување
row редица
– **echelon form** редично скалеста форма
– **operations** редични операции
– **rank** редичен ранг
– **vector** редичен вектор
rule правило
– **of detachment** модус поненс
– **of false position** метод на тетиви
– **of inference** правило на заклучување
– **of three** просто тројно правило; тројно правило
ruled surface праволиниска површина
ruler линијар
Runge-Kutta method метод на Рунге-Кута
Russel's paradox Раселов парадокс

S

sample примерок
– **space** простор на веројатност

Sarrus rule Сарусово правило
scalar скалар
– **field** скаларно поле
– **matrix** скаларна матрица
– **multiplication of two vectors** скаларен производ
– **product** скаларен производ
– **quantity** скаларна величина
– **triple product** мешан производ
scalene triangle разностран триаголник
Schreier refinement theorem теорема на Шрајер
Schwarz inequality Шварцово неравенство
scientific method научен метод
scope of notion обем (опфат) на поим
secant пресечка; секанс
– **curve** секансоида
– **line** пресечка
– **method** метод на тетиви
second секунда; аголна секунда
– **mean-value theorem** теорема на Коши (за средна вредност)
secondary diagonal споредна дијагонала
second-order curve крива од втор ред
sector исечок
– **of a circle** кружен исечок
segment отсечок; сегмент
segment of a circle кружен отсечок
– **of a line** линиски сегмент
semi-axis полуоска
semicircle полукруг; полукружница
semicubical parabola полукубна парабола
semigroup полугрупа
semiregular solid полуправилен полиедар
sentence исказ
sentential calculus исказно сметање
– **connectives** логички сврзници
– **formula** исказна формула
– **function** исказна функција
septillion септилион
sequence низа
– **of functions** функционална низа
series ред[2]
– **of functions** функционален ред
set множество
– **operations** операции со множества
– **theory** теорија на множества
sextillion секстилион
short multiplication formulas формули за скратено множење
side of an angle крак на агол
– **of a polygon** страна на многуаголник
sign знак
significant digits значајни цифри
– **figures** значајни цифри
signum сигнум
symbolic logic симболичка логика
similar decimals слични децимални броеви
– **figures** слични фигури
– **fractions** слични дропки
– **matrices** слични матрици
– **terms** слични мономи
– **triangles** слични триаголници
similarity сличност
– **transformation** трансформација на сличност
simple arc прост лак
– **closed curve** проста затворена крива
– **fraction** обична дропка
– **order** линеарно подредување
– **root** еднократен корен; прост корен
Simpson's rule правило на параболи
simultaneous equations симултани равенки
sine синус
– **curve** синусоида
– **formula** синусна теорема
– **law** синусна теорема
– **rule** синусна теорема
single-valued function еднозначна функција
singular integral сингуларен интеграл
– **matrix** сингуларна матрица

– **point** сингуларна точка
– **solution** сингуларно решение
– **transformation** сингуларна трансформација
singularity сингуларност
sinusoid синусоида
six-sided polygon шестстранник
six-sided polyhedron шестѕидник
skew lines разминувачки прави
slide rule логаритмар
sliding vector лизгачки вектор
slope аголен коефициент; коефициент на правец
– **angle** (**of a straight line**) агол на наклонот
slope-intercept form of the equation of a straight line експлицитен вид равенка на права
slope of a curve наклон на крива
– **of a straight line** наклон на права
small circle of a sphere мала кружница на сфера; мал круг на топка
smooth curve мазна крива
– **function** мазна функција
– **surface** мазна површина
solenoidal field соленоидално поле
solid тело[2]
solid angle телесен агол
– **geometry** стереометрија
– **of revolution** ротационо тело
solution решение
– **of an equation** решение на равенка
– **of a triangle** решение на триаголник
– **set** множество решенија
solvable group решлива група
sophism софизам
space простор
– **curve** просторна крива
– **figure** просторна фигура
span линеарна обвивка
special functions специјални функции
– **linear group** специјална линеарна група
– **types of matrices** матрици од специјален вид
sphere сфера; топка
spherical angle сферен агол
– **cap** калота
– **cone** сферен конус
– **coordinates** сферни координати
– **coordinate system** сферен координатен систем
– **curve** сферна крива
– **distance** сферно растојание
– **excess** сферен вишок
– **geometry** сферна геометрија
– **polar coordinates**
– **polygon** сферен многуаголник
– **sector** топкин исечок
– **segment** топкин отсечок
– **surface** сферна површина
– **triangle** сферен триаголник
– **trigonometry** сферна тригонометрија
– **wedge** сферен двоаголник
– **zone** сферен појас; топкин слој
spheroid сфероид
spheroidal triangle сфероиден триаголник
spectrum спектар
spinode повратна точка
spiral спирала
– **of Archimedes** Архимедова спирала
splitting field поле на разложување; поле на Галоа
spur of a matrix трага на матрица
sqew field тело[1]
square аголник; квадрат
– **brackets** средни загради
– **matrix** квадратна матрица
– **numbers** квадратни броеви
– **root** квадратен корен
standard deviation стандардна девијација
star ѕвезда
star algebra инволутивна алгебра
– **polygon** ѕвездест многуаголник
– **polyhedron** ѕвездест полиедар
starlike region ѕвездовидна област
statement исказ; теорема

– function исказна функција
statistic статистика
statistical analysis статистичка анализа
– distribution распределба на веројатности; функција на распределба
– hypothesis статистичка хипотеза
Steiner constructions Штајнерови конструкции
– curve Штајнерова крива
steradian стерадијан
stereographic projection стереографска проекција
Stieltjes integral Стилтјесов интеграл
stochastic process случаен процес
– variable случајна променлива
Stokes' formula формула на Стокс
Stokes' integral theorem теорема на Стокс
straight angle рамен агол
– line права
strict inequality строго неравенство
– order строго подредување
strictly decreasing sequence строго опаѓачка низа
– increasing function растечка функција
– increasing sequence строго растечка низа
strophoid строфоида
Student's t-distribution Студентова распределба
Sturm functions Штурмови функции
– theorem Штурмова теорема
subfield потполе
subgroup подгрупа
subjective probability субјективна веројатност
subnormal субнормала
subsequence подниза
subset подмножество
subspace потпростор
substitution смена
– group група од пермутации
– method метод на замена
subtangent суптангента
subtraction одземање
– sign минус
subtrahend намалител
successive approximations последователни приближувања
successor следбеник
sufficient condition доволен услов
sum збир
– of a geometric progression збир на геометриска прогресија
– of an arithmetic progression збир на аритметичка прогресија
– of a series збир на ред
– of diagonal of a square matrix трага на матрица
supplementary angles суплементни агли
supremum супремум
surface површина
– area плоштина на површина
– integral површински интеграл
– of revolution ротациона површина
surjection сурјекција
surjective mapping сурјективно пресликување
syllogism силогизам
symbol знак
symbolic logic симболичка логика
symmetric difference симетрична разлика
– function симетрична функција
– geometric configuration симетрична геометриска фигура
– group симетрична група
– matrix симетрична матрица
– pair of equations симетричен пар равенки
– pair of points симетричен пар точки
– points симетрични точки
– polynomials симетрични полиноми
– relation симетрична релација
symmetry симетрија
– plane симетрална рамнина
synthesis синтеза
synthetic geometry синтетична геометрија

synthetic proof синтетичен доказ
system систем
– **for naming large numbers** систем на именување големи броеви
– **of differential equations** систем диференцијални равенки
– **of equations** систем равенки
– **of inequalities** систем неравенки
– **of linear equations** систем линеарни равенки

T

table табела; таблица
taking the logarithm логаритмирање
tangent тангенс; тангента
– **curve** тангенсоида
– **line** тангента
– **plane** тангентна рамнина
– **quadrangle** тангентен четириаголник
tangential curvature геодезиска кривина
tautology тавтологија
Taylor polynomial Тејлоров полином
– **series** Тејлоров ред
Taylor's theorem Тејлорова формула
tensor тензор
term терм; член
terminal line краен крак на агол
– **vertex** крајно теме на дрво; лист
terminate decimal конечнодецимален број
tetrahedron тетраедар
tetromino тетромино
Thales' theorem Талесова теорема
the field of complex numbers полето на комплексните броеви
– **of rational numbers** полето на рационалните броеви
– **of real numbers** полето на реалните броеви
theorem теорема; тврдење
theory теорија
– **of equations** теорија на равенки
– **of games** теорија на игри
the ring of integers прстенот на целите броеви
third degree трет степен
– **proportional** трета пропорционала
topological isomorphism хомеоморфизам
– **mapping** хомеоморфизам
– **space** тополошки простор
topology топологија
toroid тороид
torsion торзија
– **element** торзионен елемент
– **of a group** периодична група; торзија на група
– **subgroup** торзиона подгрупа
torsion-free group група без торзија
torus торус
total curvature Гаусова кривина
– **order** линеарно подредување
– **probability theorem** теорема за тотална веројатност
totally ordered set линеарно подредено множество
totient of an integer Ојлерова φ-функција
touch допир
trace of a matrix трага на матрица
trajectory траекторија
transcendental curve трансцендентна крива
– **equation** трансцендентна равенка
– **functions** трансцендентни функции
– **number** трансцендентен број
transfinite induction трансфинитна индукција
– **number** трансфинитен број
transformation трансформација
– **of coordinates** трансформација на координати
– **of similitude** трансформација на сличност; хомотетија
– **rule** правило на заклучување
transitive relation транзитивна релација
transitivity транзитивност
translation транслација

transportation problem транспортна задача
transpose of a matrix транспонирана матрица
transposition транспозиција
transversal трансверзала
trapezium трапез (*Brit.*), трапезоид (*Amer.*)
trapezoid трапезоид (*Brit.*), трапез (*Amer.*)
trapezoidal rule правило на трапези
tree дрво
triangle триаголник
– congruence postulates признаци за складност на триаголници
– law of vectors правило на триаголник
– rule правило на триаголник
triangular determinant триаголна детерминанта
– matrix триаголна матрица
– numbers триаголни броеви
– pyramid триаголна пирамида
– prism триаголна призма
triangulation триангулација
trichotomy трихотомија
trichotomy property својство на трихотомија
trigonometric circle тригонометриски круг; тригонометриска кружница
– cofunctions тригонометриски кофункции
– equations тригонометриски равенки
– functions тригонометриски функции
– identity тригонометриски идентитет
– series тригонометриски редови
– substitutions тригонометриски смени
trigonometry тригонометрија
trilateral тристранник; тритеменик
– angle триедарски агол; трирабно ќоше
trihedron триедар; репер на евклидски простор
trillion трилион
trinomial трином
– equation триномна равенка
triple integral троен интеграл
triple of local vectors репер на евклидски простор
trisection of an angle трисекција на агол
trivial solution тривијално решение
truncation error грешка на заокружување
truth value вистинитосна вредност
– table вистинитосна таблица
T_0-**space** T_0-простор
T_1-**space** T_1-простор
T_2-**space** T_2-простор
T_3-**space** T_3-простор
T_4-**space** T_4-простор
twin primes близнаци

U

unary operation унарна операција
– relation унарна релација
unbounded set неограничено множество
uncountable set непребројливо множество
undefined term недефиниран термин
undeterminate multipliers Лагранжови множители
ungula сферен клин
uniform convergence рамномерна конвергенција
– distribution рамномерна распределба
uniformly continuinuous function рамномерно непрекината функција
unimodular group унимодуларна група
– matrix унимодуларна матрица
– transformation унимодуларна трансформација
union of random events збир на

случајни настани
– union of equations вкупност од равенки
– of inequalities вкупност неравенки
– of sets унија на множества
unique-factorization domain интегрален домен со еднозначно разложување
unit единица
– bal единична топка
– circle единична кружница; тригонометриска кружница; тригонометриски круг
– complex number имагинарна единица
– element единичен елемент
– fraction единична дропка
– matrix единична матрица
– normal единична нормала
– operator единичен оператор
– sphere единична сфера
– tangent vector единичен тангентен вектор
– vector единичен вектор; орт
unitary group унитарна група
– matrix унитарна матрица
– space унитарен простор
– transformation унитарна трансформација
unity единица
universal algebra универзална алгебра
– quantifier универзален квантор
– relation универзална релација
– set универзално множество
unknown непозната
– quantity непозната величина
upper bound горна меѓа
– – function мајориарачка функција
– limit лимес супериор
– limit of integration горна граница на интегрирање
Urysohn's lemma лема на Урисон

V

value вредност
– of a function вредност на функција
– of an expression вредност на израз
Vandermonde determinant Вадермондова детерминанта
variable променлива
– **quantity** променлива величина
variance варијанса; дисперзија
variate случајна променлива
variety of algebras многуобразие алгебри
vector вектор
– algebra векторска алгебра
– analysis векторска анализа
– calculus векторско сметање
– field векторско поле
– function векторска функција
– product векторски производ
– **projection** проекција на вектор
– space векторски простор
– sum збир на вектори
– triple product двоен векторски производ
Venn diagram Венов дијаграм
versiera версиера; локна на Ањези
vertex врв; теме
– of an angle теме на агол
vertical angles накрсни агли
– asymptote вертикална асимптота
– line вертикална права
Viviani's curve Вивијаниева крива
Vieta's formulas Виетови формули
volume волумен; обем
vulgar fraction обична дропка

W

Wallis formula формула на Волис
Waring's problem Ворингов проблем
Weierstrass' M-test for uniform convergence критериум на Вајерштрас за рамномерна конвергенција
well-ordered set добро подредено множество

witch of Agnesi локна на Ањези
Wilson's theorem Вилсонова теорема
word збор
Wronskian врoњскијан
Wronski determinant Вроњскиева детерминанта

X

***x*-axis** апсцисна оска; *x*-оска
***x*-component of a vector** *x*-компонента на вектор
***x*-coordinate** *x*-координата

Y

***y*-axis** ординатна оска

Z

***z*-axis** *z*-оска
***z*-component of a vector** *z*-компонента на вектор
***z*-coordinate** *z*-координата
zero нула
– divisor делител на нулата
– matrix нулта матрица
– of a function нула на функција
– solution нулто решение
– vector нулти вектор
zeta function Риманова зета-функција
Zorn's lemma лема на Цорн, Цорнова лема

П Р И Л О Г 3

РУСКО-МАКЕДОНСКИ ПОКАЗАТЕЛ

А

абак абак
абелева
– **группа** Абелова група
– **операция** Абелова операција
абелево поле Абелово поле
абсолютная
– **величина** апсолутна вредност
– **геометрия** апсолутна геометрија
– **константа** апсолутна константа
– **погрешность** апсолутна грешка
– **частота** апсолутна фреквенција
абсолютно сходящийся ряд апсолутно конвергентен ред
абстрактная алгебра апстрактна алгебра; современа алгебра
абсцисса апсциса
автомат автомат
автоморфизм автоморфизам
аддитивная
– **величина** адитивна величина
– **группа** адитивна група
– **константа** адитивна константа
– **теория чисел** адитивна теорија на броевите
– **функция** адитивна функција
азимут азимут
аксиома аксиома
– **выбора** аксиома на избор
– **паралелности** аксиома за паралелност
аксиоматика аксиоматика
аксиоматическая дефиниция аксиоматска дефиниција
– **система** аксиоматски систем
– **теория** аксиоматска теорија
аксиомы
– **Евклида** Евклидови аксиоми
– **Пеано** Пеанови аксиоми
аксонометрия аксонометрија
алгебра алгебра
– **высказываний** исказна алгебра
– **Кэли** Кејлиева алгебра
– **логики** алгебра на логика
– **множеств** алгебра на множества
– **над полем** алгебра над поле
– **с делением** алгебра со делење
алгебраическая геометрия алгебарска геометрија
– **дробь** алгебарска дропка
– **кривая** алгебарска крива
– **операция** алгебарска операција
– **поверхность** алгебарска површина
– **система** алгебарски систем
– **структура** алгебарска структура
– **сумма** алгебарски збир
– **теория чисел** алгебарска теорија на броевите
– **топология** алгебарска топологија
– **функция** алгебарска функција
алгебраические законы алгебарски закони
алгебраически замкнутое поле алгебарски затворено поле
алгебраический объект алгебарски објект
– **символ** алгебарски симбол
алгебраическое выражение алгебарски израз
– **вычитание** алгебарско одземање
– **доказаткльство** алгебарски доказ
– **дополнение** алгебарски комплемент
– **замыкание поля** алгебарско затворање на поле
– **многообразие** алгебарско многуобразие
– **расширение поля** алгебарско проширување на поле
– **решение** алгебарско решение
– **сложение** алгебарско собирање
– **тождество** алгебарски идентитет
– **уравнение** алгебарска равенка; полиномна равенка
– **число** алгебарски број
– **числовое поле** алгебарско бројно поле

алгоритм алгоритам
алгорифм алгоритам
– деления алгоритам за делење
– Евклида Евклидов алгоритам
алеф алеф
алеф-нуль алеф-нула
аликвантная часть аликвантен дел
аликвотная часть аликвотен дел
алфавит азбука
амортизация амортизација
амплитуда амплитуда
анализ анализа
– Фурье Фурјеова анализа
аналитическая геометрия аналитична геометрија
– функция аналитична функција
аналитическое доказательство аналитичен доказ
– решение аналитично решение
аналогия аналогија
ангармоническое отношение анхармониски однос
аннулятор анулатор
аномалия аномалија
антецедент антецедент
антилогарифм антилогаритам
антиномия антиномија
антисимметрическая матрица антисиметрична матрица
антисимметрическое отношение антисиметрична релација
Аполлония задача Аполониев проблем
апостериорная вероятность апостериорна веројатност
апофема апотема
аппликата апликата; z-координата
аппроксимация апроксимација
априорная вероятность априорна веројатност
арабские цифры арапски цифри
аргумент комплексного числа аргумент на комплексен број
аргумент функции аргумент на функција
арифметика аритметика
арифметическая прогрессия аритметичка прогресија
арифметические операции аритметички операции
арифметический ряд аритметички ред
арифметическое дополнение аритметичко дополнение
– значение корня аритметичка вредност на корен
– среднее аритметичка средина
– число аритметички број
арка аркус; лак
арккосеканс аркус косеканс
арккотангенс аркус котангенс
арксинус аркус синус
Архимеда аксиома Архимедова аксиома
– тело Архимедово тело
архимедова спираль Архимедова спирала
архимедово поле Архимедово поле
асимптота асимптота
ассоциативная оперрация асоцијативна операција
ассоциативность асоцијативност
ассоциативный закон асоцијативен закон
астроида астроида
аффинная геометрия афина геометрија
– плоскость афина рамнина
аффинное отображение афино пресликување
– преобразование афина трансформација
– пространство афин простор
аффинность афиност

Б

база основа
базис основа
– векторного пространства база на векторски простор
банахова алгебра Банахова алгебра
банахово пространство Банахов простор
Бейеса формула Бејзова формула
Бернулли испытания шема на

Бернули
– схема шема на Бернули
бесконечная десетичная дробь бесконечнодецимален број
– последовательность бесконечна низа
– производная бескраен извод
бесконечно большая величина бескрајно голема величина
– малая бескрајно мала величина; инфинитезимала
– удалённая прямая бескрајно далечна права
– удалённая точка бескрајно далечна точка
– удалённые элементы бескрајно далечни елементи
бесконечное множество бесконечно множество
бесконечность бесконечност
бесконечный бесконечен
– корень бесконечен корен
– предел бескрајна граница
– ряд бесконечен ред
беспорядок инверзија[2]
биективное отображение биективно пресликување
биекция биекција
биквадратное уравнение биквадратна равенка
биквадратный трёхчлен биквадратен трином
билинейная форма билинеарна форма
билинейное отображение билинеарно пресликување
биллион билион
бинарная операция бинарна операција
бинарное отношение бинарна релација
– дерево бинарно дрво
бином бином
– Ньютона биномна теорема, Њутонова биномна формула
биномиальное распределение биномна распределба
биномиальные коэффициенты биномни коефициенти
биномиальный ряд биномен ред
бинормаль бинормала
бисектриса угла бисектриса на агол; симетрала на агол
близнецы близнаци
боковая грань бочен ѕид
– площадь бочна плоштина
боковое ребро бочен раб
большая дуга голем лак
– окружность голема кружница
– ось эллипса голема оска на елипса
брахистохрона брахистохрона
булеан партитивно множество
булева алгебра Булова алгебра
– матрица Булова матрица
– функция Булова функција
булево кольцо Булов прстен
булев оператор Булов оператор
бутылка Клейна Клајново шише

В

вариационное исчисление варијационо сметање
Варинга проблема Ворингов проблем
Вейерштрасса признак равномерной сходимости критериум на Вајерштрас за рамномерна конвергенција
вековое уравнение карактеристична равенка
векторная алгебра векторска алгебра
– анализа векторска анализа
– функция векторска функција
векторное исчисление векторско сметање
– произведение векторски производ
– пространство векторски простор
– поле векторско поле
вектор положения радиус-вектор
вектор-столбец колоничен вектор
вектор-строка редичен вектор

вектор-функция векторска функција
великая теорема Ферма последната теорема на Ферма
величина величина
верная цифра точна цифра
вероятностное пространство простор на веројатност
вероятностный процес случаен процес
вероятность веројатност
версиера версиера; локна на Ањези
вертикальная асимптота вертикална асимптота
– прямая вертикална права
вертикальные углы накрсни агли
верхний предел лимес супериор
– – интегрирования горна граница на интегрирање
верхняя грань горна меѓа; мајорант
вершина врв; теме
– угла теме на агол
ветвь гранка
вещественная функция реална функција
вещественное число реален број
взаимно простые числа заемно прости броеви
– – полиномы заемно прости полиноми
Вивиани кривая Вивијаниева крива
винтовая диния винтова линија
– поверхность винтова површина
внеписанная окружность однадвор припишана кружница
внешние накрест лежащие углы наизменични надворешни агли
внешний угол надворешен агол
внешность надворешност
внешняя бинарная операция надворешна бинарна операција
– точка надворешна точка
внутренняя геометрия внатрешна геометрија
– точка внатрешна точка
внутреннее произведение внатрешен производ
внутренние (или внешние) односторонние углы спротивни агли при трансверзала на две прави
– накрест лежащие углы наизменични внатрешни агли
внутренний автоморфизм внатрешен автоморфизам
– угол внатрешен агол
внутренность внатрешност
– множества внатрешност на множество
вогнутость конкавност
вогнутый конкавен
возведение в степень степенување
возвратное уравнение реципрочна равенка
возвратность рефлексивност
возрастающая последовательность растечка низа
– функция растечка функција
восьмиугольник осумаголник
вписанная окружность впишана кружница
– сфера впишана сфера
вписанные и описанные фигуры впишани и опишани фигури
вписанный круг впишан круг
– многоугольник впишан многуаголник; тетивен многуаголник
– угол впишан агол; периферен агол
– четырёхугольник тетивен четириаголник
– шар впишана топка
вполне упорядоченное множество добро подредено множество
вращение ротација[1]
вронскиан врoњскијан
вторая кривизна торзија
выборка примерок
вывод заклучок; изведување заклучок
выпуклость конвексност
выпуклый конвексен
выражение израз

вырожденная матрица сингуларна матрица
высказывание исказ
высота висина
высшая математика виша математика
выхрь ротација
вычислительная математика нумеричка математика
вычитаемое намалител
вычитание одземање

Г

Галуа расширение проширување на Галоа
Гамильтона-Кэли теорема теорема на Хамилтон–Кејли
гамма-функция гама-функција
гармоника хармоник
гармоническая прогрессия хармониска низа
– функция хармониска функција
– четверка хармониска четворка
гармонический анализ хармониска анализа
– пучок хармониски прамен
– ряд хармониски ред
гармонически сопряжённые точки хармониски конјугирани точки
гармоническое колебание хармониско движење
– отношение хармониски однос
– разделение хармониска поделба
– расположение хармониски распоред
– среднее хармониска средина
гауссова кривизна Гаусова кривина
гауссово число Гаусов број
гауссовское распределение Гаусова распределба
Гейне–Бореля теорема теорема на Хајне–Борел
гексамино хексомино
геликоид хеликоид
геодезическая кривизна геодезиска кривина
– линия геодезиска линија
геодезический треугольник геодезиски триаголник
геометрическая вероятность геометриска веројатност
– прогрессия геометриска низа
– фигура геометриска фигура
геометрические преобразования геометриски трансформации
геометрический ряд геометриски ред
геометрическое доказательство геометриски доказ
– место точек геометриско место на точки; локус
– построение геометриска конструкција
– распределение геометриска распределба
– решение геометриско решение
– среднее геометриска средина
– тело геометриско тело
геометрия геометрија
– Лобачевского геометрија на Лобачевски
– плоскости планиметрија
– Римана Риманова геометрија
гептамино хептомино
Герона треугольник Херонов триаголник
гильбертово пространство Хилбертов простор
гипербола хипербола
гиперболическая геометрия хиперболична геометрија
– спираль хиперболична спирала
гиперболические подстановки хиперболични смени
– функции хиперболични функции
гиперболический параболоид хиперболичен параболоид
– цилиндр хиперболичен цилиндар
гиперболоиды хиперболоиди
гиперкомплексные числа кватерниони
гиперплоскость хиперрамнина
гипотеза хипотеза; претпоставка
– Римана Риманова хипотеза

гипотенуза хипотенуза
гипоциклоида хипоциклоида
гиппократова луночка Хипократова месечинка
гистограмма хистограм
главная диагональ главна дијагонала
– нормаль главна нормала
главное значение главна вредност
главный идеал главен идеал
гладкая кривая мазна крива
– поверхность мазна површина
– функция мазна функција
годограф ходограф
голоморфная функция холоморфна функција
гомеоморфизм хомеоморфизам
гомеоморфные прострвнства хомеоморфни простори
гомогенный хомоген
гомологные элементы соодветни елементи
гомоморфизм хомоморфизам
гомоморфный образ хомоморфна слика
гомотетия хомотетија
гомотетичные фигуры хомотетични фигури
гониометрия гониометрија
горизонталь хоризонтала
горизонтальная асимптота хоризонтална асимптота
– плоскость хоризонтална рамнина
– прямая хоризонтална права
Горнера схема Хорнерова шема
град градус
градиент градиент
градус степен; аголен степен
граница граница
– множества граница на множество; раб на множество
граничная точка гранична точка
грань ѕид
– двугранного угла ѕид на диедар
– многогранника ѕид на полиедар
– многогранного угла ѕид на ќоше
– пирамиды ѕид на пирамида
– полупространства ѕид на полупростор
– призмы ѕид на призма
граф граф
график секанса секансоида
– функции график на функција
группа група
– без кручения група без торзија
– Галуа група на Галоа
– движений група движења
– диэдра диедрална група
– подстановок група од пермутации
– симметрий група од симетрии
– кручения периодична група
группоид групоид
гугол гугол

Д

Д'Аламбера признак сходимости Даламберов критериум за конвергенција
двенадцатеричная система счисления дуодецимален броен систем
двенадцатигранник додекаедар
движение движење
двоичная система бинарен систем
– числовая система бинарен броен систем
двоичное дерево бинарно дрво
двойная точка двојна точка
двойное векторное произведение двоен векторски производ
– отношение двоен однос
– отрицание двојна негација
двойной интеграл двоен интеграл
двойственная операция дуална операција
– теорема дуална теорема
двойственное пространство дуален простор
двугранный угол диедар
двукратный корень двоен корен
двуполостный гиперболоид двокрилен хиперболоид
двусторонная поверхность двострана површина

двуугольник месечинка
двучлен бином
двучленное уравнение биномен ред
дедекиндово сечение Дедекиндов пресек
дедуктивная система дедуктивен систем
дедуктивное доказательство дедуктивен доказ
дедукция дедукција; изведување заклучок
действие операција
действительная ось реална оска
– переменная реална променлива
– плоскость реална рамнина
– прямая реална права
действительное число реален број
декамино декомино
декартова прямоугольная система координат правоаголен Декартов координатен систем
– система координат Декартов координатен систем
– степень множества Декартов степен
декартов лист Декартов лист
декартово произведение Декартов производ
декартовы координаты Декартови координати
декомино декомино
деление делење
– круга делење на круг; циклотомија
– отрезка в крайнем и среднем отношении делење на отсечка во краен и среден однос
– пополам преполовување
– с остатком делење со остаток
делимая группа делива група
делимое деленик
делимость деливост
делитель делител; множител
– многочлена делител на полином
– нуля делител на нулата
делоская задача делоски проблем
дельта-символ Кронекера Кронекеров делта-симбол
дельта-функция делта-функција
дельтоид делтоид
дельтоида делтоидна крива
де Моргана законы Де Морганови закони
дерево дрво
– с корнем коренско дрво
десятичная дробь децимална дропка
– единица декадна единица
– запятая децимална запирка
– система децимален систем
– система счисления декаден броен систем
десятичное число децимален број
десятичный логарифм декаден логаритам
– разряд децимално место
десяток десетка
детерминант детерминанта
дефиниция дефиниција
дециллион децилион
дзета функция Римана Риманова зета-функција
диагональ дијагонла
– в множестве дијагонала во множество
– многогранника дијагонала на полиедар, просторна дијагонала
диагональная матрица дијагонална матрица
диаграмма дијаграм
– Венна Венов дијаграм
диаметр дијаметар
дивергенция дивергенција
дизюнкция дисјункција
динамическое программирование динамичко програмирање
диофантов анализ Диофантова анализа
диофантовы уравнения Диофантови равенки
директриса директриса
Дирихле принцип «ящиков» принцип на Дирихле

– теорема Дирихлеова теорема
дискретная математика дискретна математика
– случайная величина дискретна случајна променлива
дискретное множество дискретно множество
дискриминант дискриминанта
дисперсия дисперзија; варијанса
дистрибутивность дистрибутивност
дифференциал диференцијал
дифференциальная геометрия диференцијална геометрија
дифференциальное и интегральное исчисление диференцијално и интегрално сметање
– исчисление диференцијално сметање
– уравнение диференцијална равенка
– уравнение Бесселя Беселова диференцијална равенка
дифференциальный оператор диференцијален оператор
дифференцируемая функция диференцијабилна функција
дифференцирование диференцирање
диэдр диедар
диэдральная группа диедрална група
длина должина
– вектора должина на вектор
– кривой должина на крива
– ломанной должина на искршена линија
– окружности должина на кружница
– отрезка должина на отсечка
– отрезка касательной, длина подкасательной, длина отрезка нормали, длина поднормали допирни количини
додекаэдр правилен додекаедар
доказательство доказ
– от противного доказ од спротивното; доказ со доведување до противречност
доль единицы единична дропка
дополнение дополнение; комплемент
– подмножества комплемент на подмножество
– события спротивен настан
– угла комплемент на агол
– числа комплемент на број
дополнительное подмножество комплемент на подмножество
дополнительные углы комплементни агли
– углы (до 180°) суплементни агли
достаточное условие доволен услов
дробная доля числа дробен дел
дробная часть дробен дел
дробная черта дробна црта
дробное уравнение дробна равенка
дробно-линейная функция дробнолинеарна функција
дробно-рациональная функция дробнорационална функција
дробно-рациональное уравнение дробнорационална равенка
дробь дропка
дружественные числа пријателски броеви
дуга окружности кружен лак; лак
дуговая мера (угла) лачна мера

Е

евклидова геометрия евклидска геометрија
– плоскость евклидска рамнина
евклидово кольцо евклидски прстен
– пространство евклидски простор
единица единица; неутрален елемент
– измерения мерна единица
единичная доль единична дропка
– матрица единична матрица
– нормаль единична нормала
– окружность единична кружница
– сфера единична сфера
единичное бинарное отношение дијагонална релација

единичный вектор единичен вектор
– **касательный вектор** единичен тангентен вектор
– **оператор** единичен оператор
– **шар** единична топка
– **элемент** единичен елемент
ежегодная рента ануитет
естественный трёхгранник природен триедар

Ж

Жордана-Гёдьдера теорема Жордан–Хелдерова теорема
жордана алгебра Жорданова алгебра
– **матрица** Жорданова матрица
жорданова клетка Жорданова клетка
жорданов блок Жорданов блок

З

зависимая переменная зависнопроменлива
задача Коши Кошиев проблем
заключение заклучок
– **теоремы** заклучок на теорема
закон больших чисел закон на големите броеви
– **двойного отрицания** закон за двојна негација
– **дистрибутивности** дистрибутивен закон
– **идемпотентности** закон на идемпотентност
– **исключенного третьего** закон на исклучено трето
– **контрапозиции** правило на контрапозиција
– **противоречия** закон на контрадикција
– **распределения** закон на распределба
– **тождества** закон на идентичност
замечательные пределы значајни лимеси
– **точки треугольника** значајни точки на триаголник
замкнутая кривая затворена крива
– **область** затворена област
замкнутое множество затворено множество
замкнутый интервал затворен интервал
– **промежуток** затворен интервал
замыкание множества затворање на множество
звезда ѕвезда; ѕвездест многуаголник
звёздный многогранник ѕвездест полиедар
– **многоугольник** ѕвездест многуаголник
звездообразная область ѕвездовидна област
звёздчатый многогранник ѕвездест полиедар
– **многоугольник** ѕвездест многуаголник
зеркальная симметрия огледална симетрија
зеркальное отражение огледална симетрија
***z*-компонента вектора** *z*-компонента на вектор
***z*-координата** *z*-координата
знак знак
– **корня** радикал
знакопеременная группа алтернативна група
знакочередующийся ряд наизменичен ред
знаменатель именител
значащие цифры значајни цифри
значение вредност
– **выражения** вредност на израз
– **истинности** вистинитосна вредност
– **функции** вредност на функција
золотое деление златна поделба
– **сечение** златен пресек
***z*-ось** *z*-оска

И

игра игра
идеал идеал
идемпотент идемпотент
идемпотентная матрица идемпотентна матрица
идемпотентность идемпотентност
идемпотентный элемент идемпотентен елемент
извлечение корня коренување
измерение мерење
изолированная точка изолирана точка
изометрические пространства изометрични простори
изометрическое отображение изометрична трансформација
изометрия изометрија
изоморфизм изоморфизам
изопериметрическая задача изопериметриски проблем
изохронная кривая изохрона крива
икосаэдр икосаедар; правилен икосаедар
ИЛИ-НЕ НЕ-ИЛИ, НИЛИ
именованное число именуван број
импликация импликација
инвариантная подгруппа нормална подгрупа
инвариантное свойство инваријантно својство
инверсия инверзија[1]; инверзија[2]
инвертирование матрицы инвертирање на матрица
инволюта еволвента
инволютивная алгебра инволутивна алгебра
инволюторная матрица инволуторна матрица
инволюция инволуција
индекс индекс
индуктивное доказательство индуктивен доказ
индуктивный метод индуктивен метод
индукция индукција
И-НЕ НЕ-И
интеграл интеграл
– Лебега Лебегов интеграл
– Римана Риманов интеграл
– Римана-Стилтьеса Риман–Стилтјесов интеграл
интегральная кривая интегрална крива
– формула Коши Кошиева интегрална формула
интегральное исчисление интегрално сметање
– преобразование интегрална трансформација
– уравнение интегрална равенка
интегральный признак Коши Кошиев интегрален критериум
интегральный признак Коши-Маклорена Кошиев интегрален критериум
интегрирование интегрирање
– по частям интегрирање по делови
интегрируемая функция интеграбилна функција
интегрирующий множитель интегрален множител
интервал интервал; отворен интервал
– сходимости интервал на конвергенција
интерполяционная формула Ньютона Њутонова интерполациона формула
интерполяция интерполација
инъективное отображение инјективно пресликување
инъекция инјекција
иррациональное выражение ирационален израз
– уравнение ирационална равенка
– число ирационален број
иррациональный корень ирационален корен
– радикал ирационален корен
исключающая дизъюнкция исклучна дисјункција
исключение елиминација
истинное подмножество вистинско подмножество

исчисление сметање
– высказываний исказно сметање
итерационный метод метод на итерации
– процесс итеративен процесс
итерация итерација

Й

Йенсена неравенство Јенсеново неравенство
йорданова алгебра Јорданова алгебра

К

Кавальери принцип Кавалиериев принцип
каноническая форма канонична форма
– – Жордана Жорданова канонична форма
– – матрицы канонична форма на матрица
каноническое преобразование канонична трансформација
Кантора аксиома аксиома на Кантор
канторов дисконтинуум Канторов дисконтинуум
канторово множество Канторово множество
Кардано формула Карданова формула
кардинальное число кардинален број
кардиоида кардиоида
картинная плоскость проекциона рамнина
касание допир
касательная тангента
– плоскость тангентна рамнина
категория категорија
катеноид катеноид
катет катета
квадрант квадрант
квадрат квадрат
квадратичная форма квадратна форма
– функция квадратна функција
квадратичное отклонение средно квадратно отстапување
квадратичное программирование квадратно програмирање
квадратичные числа квадратни броеви
квадратная матрица квадратна матрица
– функция квадратна функција
квадратное уравнение квадратна равенка
квадратные скобки средни загради
квадратный корень квадратен корен
– трёхчлен квадратен трином
квадратура квадратура
– круга квадратура на круг
квадратурные формулы квадратурни формули
квадрика квадрика
квадриллион квадрилион
квадрильон квадрилион
квазигруппа квазигрупа
квантор квантор
– общности универзален квантор
– существования егзистенцијален квантор
кватернионы кватерниони
квинтиллион квинтилион
квинтильон квинтилион
класс класа
классическое определение вероятности класична дефиниција на веројатност
класса эквивалентности класа на еквивалентност
Клейна поверхность Клајново шише
Клеро уравнение Клероова равенка
количество обем
коллинеарные векторы колинеарни вектори
– точки колинеарни точки
коллинеация колинеација
Колмогорова пространство простор на Колмогоров; Колмогоров простор

кологарифм кологаритам
колонка колона
кольцо прстен
– главных идеалов прстен на главни идеали
– с делением прстен со делење
– целых чисел прстенот на целите броеви
комбинаторика комбинаторика
комбинаторный анализ комбинаторика
компакт компакт
компактное множество компактно множество
– пространство компактен простор
компактность компактност
компланарные векторы компланарни вектори
– точки компланарни точки
комплексная плоскость комплексна рамнина
комплексные числа комплексни броеви
композиция отображений состав на пресликувања
– функций состав на функции
компонент вектора компонента на вектор
коммутативная группа комутативна група
– операция комутативна операција
коммутативное кольцо комутативен прстен
коммутативный закон комутативен закон
коммутатор комутатор
композиционный ряд композициона низа
конгруентность складност
конгруентные матрицы конгруентни матрици
конгруенция конгруенција
конечная группа конечна група
– математика конечна математика
– последовательность конечна низа
– систематическая дробь конечнодецимален број
– сторона угла краен крак на агол
конечное поле конечно поле; поле на Галоа
конечные разности конечни разлики
коника коника
коническая поверхность конусна површина
коническое сечение конусен пресек
конкретное число апсолутен број
консеквент консеквента
континуум континуум
– гипотеза континуум-хипотеза
контрапозиция контрапозиција
контрпример контрапример
конус конус
конфокальные кривые конфокални криви
конформное отображение конформно пресликување
концевая вершина дерева крајно теме на дрво
– точка крајна точка
концентрические окружности концентрични кружници
конъюнкция конјункција
координата координата
координатная геометрия координатна геометрија
– плоскость координатна рамнина
координатные оси координатни оски
координаты точки координати на точка
корень корен; радикал
– из единицы корен од единица
– многочлена корен на полином
– уравнения корен на равенка
– числа корен од број
корреляция корелација
косвенное доказательство индиректен доказ
косеканс косеканс
косекансоида косекансоида
косинус косинус
косинусоида косинусоида
кососимметрическая матрица антисиметрична матрица

косоугольный косоаголен
котангенс котангенс
котангенсоида котангенсоида
кофункция кофункција
коэффициент коефициент
– **полиномиального члена** коефициент на полиномен член
– **при старшем члене многочлена** главен коефициент на полином
Коши-Римана условия Коши–Риманови услови
краевая задача гранична задача
краевое условие граничен услов
край граница
крайный член пропорции надворешен член на пропорција; четврта геометриска пропорционала
кратное содржател
кратный корень многукратен корен
кривая крива
– **второго порядка** крива од втор ред
– **Гаусса** Гаусова крива
– **Жордана** Жорданова крива
– **распределения** крива на распределба
– **Штейнера** Штајнерова крива
кривизна кривина
криволинейный интеграл линиски интеграл
– **угол** криволиниски агол
– **координаты** криволиниски координати
критерий критериум
– **Эйзенштейна** критериум на Ајзенштајн
круг круг
– **кривизны** круг на кривина; кружница на кривина
– **сходимости** круг на конвергенција
круглые скобки мали загради
круглый конус кружен конус
– **цилиндр** кружен цилиндар
круговое кольцо кружен прстен
круговой конус кружен конус
– **многочлен** циклотомен полином
– **сегмент** кружен отсечок
– **сектор** кружен исечок
– **цилиндр** кружен цилиндар
кручение торзија
– **группы** торзија на група
куб коцка; куб
кубатура кубатура
кубическая парабола кубна парабола
кубическое уравнение кубна равенка
кубический корень кубен корен
кубометр кубик
Курепа гипотеза Курепина хипотеза
– **число** Курепин број
Кэли число Кејлиев број; октонион

Л

Лагранжа интерполяционная формула Лагранжова интерполациона формула
– **множители** Лагранжови множители
– **теорема в теории групп** теорема на Лагранж (во теорија на групи)
– **уравнение** Лагранжова равенка
лапласиян лапласијан
латинский квадрат латински квадрат
левосторонный смежный класс лев комплекс
левый факториал лев факториел
Лежандра многочлены Лежандрови полиноми
– **уравнение** Лежандрова равенка
лемма лема
– **Куратовского-Цорна** лема на Куратовски–Цорн
– **Урысона** лема на Урисон
– **Цорна** лема на Цорн, Цорнова лема
лемниската лемниската
– **Бернулли** Бернулиева лемниската
Ли алгебра Лиева алгебра
лиева алгебра Лиева алгебра
линейка линијар

линейная алгебра линеарна алгебра
– **вектор-функция** линеарна векторска функција
– **группа** линеарна група
– **зависимость** линеарна зависност
– **интерполяция** линеарна интерполација
– **комбинация** линеарна комбинација
– **независимость** линеарна независност
– **оболочка** линеарна обвивка
– **система** линеарен систем
– **форма** линеарна форма
– **функция** линеарна функција
линейное дифференциальное уравнение линеарна диференцијална равенка
– **неравенство** линеарна неравенка
– **отображение** линеарно пресликување
– **преобразование** линеарна трансформација
– **программирование** линеарно програмирање
– **пространство** линеарен простор
– **упорядочение** линеарно подредување
– **уравнение** линеарна равенка
линейно зависимая система векторов линеарно зависен систем вектори
– **независимая система векторов** линеарно независен систем вектори
– **связное множество** пат-сврзано множество
– **упорядоченное множество** линеарно подредено множество
линейность линеарност
линейный оператор линеарен оператор
– **угол двугранного угла** агол на диедар
– **функционал** линеарен функционал
линейчатая поверхность праволиниска површина
линия линија
Липшица условие Липшицов услов
лист крајно теме на дрво; лист
логарифм логаритам
логарифмика логаритамска крива
логарифмирование логаритмирање
логарифмическая кривая логаритамска крива
– **линейка** логаритмар
– **производная** логаритамски извод
– **спираль** логаритамска спирала
– **функция** логаритамска функција
– **шкала** логаритамска скала
логарифмический масштаб логаритамска скала
– **ряд** логаритамски ред
логарифмическое уравнение логаритамска равенка
логика логика
логицизм логицизам
логическая операция логичка операција
– **формула** исказна формула
– **функция** исказна функција
логический закон логички закон
логическое следование логичко следство
– **сложение** логичко собирање
– **умножение** логичко множење
локальное свойство локално својство
локальный екстремум локален екстрем
– **максимум** локален максимум
– **минимум** локален минимум
локон Аньези локна на Ањези
локсодрома локсодрома
ломанная искршена линија
Лудольфово число Лудолфов број
луночка месечинка
лупа лупа
луч полуправа

M

магический квадрат магичен квадрат
магма магма; групоид

мажоранта мајорант
мажорантная функция мајорантна функција
Маклорена ряд Маклоренов ред
максимум максимум
малая ось эллипса мала оска на елипса
малая окружность сферы мала кружница на сфера
малый круг шара мал круг на топка
мантисса мантиса
марковский процесс Марков процес
математика математика
математическая вероятность математичка веројатност
– игра математичка игра
– логика математичка логика
– модель математички модел
– (полная) индукция математичка индукција
– статистика математичка статистика
– структура математичка структура
математическое ожидание математичко очекување
– программирование математичко програмирање
математический анализ математичка анализа
матрица матрица
– алгебраических дополнений реципрочна матрица
– линейного преобразования матрица на линеарно пре-сликување
– перестановки пермутациона матрица
– подстановки пермутациона матрица
– ступенчатого вида скалеста мат-рица; скалеста форма на матрица
– Якоби Јакобиева матрица
матрицы специального вида матрици од специјален вид
матричная игра матрична игра
матричное исчисление матрично сметање
Mёбиуса лист Мебиусова лента
– функция Мебиусова функција
медиана медијана на група податоци
– треугольника тежишна линија на триаголник
медиатриса симетрала на отсечка
мера мера
– угла мера на агол
метод бисекции метод на преполовување
– Гаусса Гаусов метод на елиминација
– деления интервала пополам метод на преполовување
– исключения (неизвестных) метод на елиминација
– исчерпыывания метод на исцрпување
– касательных Њутон–Рафсонов метод
– координат метод на координати
– наименьших квадратов метод на најмали квадрати
– Ньютона Њутон–Рафсонов метод
– Ньютона-Рафсона Њутон–Рафсонов метод
– ослабления релаксационен метод
– подстановки метод на замена
– последовательных приближений метод на последователни приближувања
– релаксации релаксационен метод
– секущих метод на тетиви
метрика метрика
метрическое пространство метрички простор
миллиард милијарда
миллион миллион
минимальный многочлен минимален полином
минимум минимум
– функции минимум
минор минор
минус минус
минута минута
мнимая единица имагинарна единица

– ось имагинарна оска
– часть имагинарен дел
мнимое число имагинарен број
многогранная область полиедарска област
– поверхность полиедарска површина
многогранник полиедар
многогранный угол ќоше; повеќерабно ќоше; полиедарски агол
многозначная функция многузначна функција
многообразие алгебр многуобразие алгебри
многоугольник многуаголник
многоугольник вписанный в окружность цикличен многуаголник
многоугольные числа многуаголни броеви
многочлен полином
– деления круга циклотомен полином
множество множество
– значений функции опсег на функција
– изолированных точек дискретно множество
– решений множество решенија
– частей партитивно множество
множимое множеник
множитель множител
мода мода
модуль модул
– комплексного числа модул на комплексен број
– перехода для логарифмов модул на логаритам
– сравнения модул на конгруенција
монотонная последовательность монотона низа
– функция монотона функција
монотонно возрастающая последовательность монотоно растечка низа
– возрастающая функция монотоно растечка функција
– не возрастающая последовательность монотоно нерастечка низа
– не возрастающая функция монотоно нерастечка функција
– не убывающая последовательность монотоно неопаѓачка низа
– не убывающая функция монотоно неопаѓачка функција
– убывающая последовательность монотоно опаѓачка низа
– убывающая функция монотоно опаѓачка функција
монотонность монотоност
Монте-Карло метод метод Монте Карло
мощность кардиналност
мултипликативная группа мултипликативна група
– постоянная мултипликативна константа
– функция мултипликативна функција

Н

набла набла
наибольший общий делитель најголема заедничка мера; најголем заеднички делител
наименьшее общее кратное најмал заеднички содржател
наименший общий знаменатель најмал заеднички именител
наклон коефициент на правец
наклон кривой наклон на крива
– прямой наклон на права
направление вектора насока на вектор
направленная прямая насочена права
направленный отрезок насочена отсечка
– угол насочен агол
направляющие углы агли на правец
– косинусы косинуси на правец

***n*-арная операция** n-арна операција
***n*-арное дерево** n-арно дрво
***n*-арное отношение** n-арна релација
натуральное число природен број
натуральный логарифм природен логаритам; Неперов логаритам
на тысячу промил
научный метод научен метод
начальная сторона (отсчёта) угла почетен крак на агол
начальные условия почетни услови
начертательная геометрия нацртна геометрија
начало координат координатен почеток
неабсолютно сходящийся ряд условно конвергентен ред
невырожденная матрица несингуларна матрица
невырожденное линейное преобразование несингуларна линеарна трансформација
неевклидовы геометрии неевклидски геометрии
независимая аксиома независна аксиома
– переменная независнопроменлива
независимое уравнение независна равенка
независимость системы аксиом независност на систем аксиоми
независимые события независни настани
неизвестная величина непозната величина
неизвестное непозната
неименованное число неименуван број
нейтральный элемент неутрален елемент
нелинейная система нелинеарен систем
нелинейное уравнение нелинеарна равенка
неограниченное множество неограничено множество
неопределённое уравнение неопределена равенка
неопределённости пределов неопределени лимеси
неопределённые выражения неопределени лимеси
неопределённый интеграл неопределен интеграл
– термин недефиниран термин
необходимое и достаточное условие потребен и доволен услов
– условие потребен услов
неособенная матрица несингуларна матрица
непересекаемые множества пар по пар дисјунктни множества
непересекающиеся множества дисјунктни множества
непериодическая группа апериодична група
– дробь непериодичен децимален број
неперово число Неперов број
неподвижная точка фиксна точка
неполная индукция непотполна индукција
неполное квадратное уравнение непотполна квадратна равенка; чиста квадратна равенка
неправильная дробь неправилна дропка; привидна дропка
непрерывная дробь верижна дропка
– пропорция непрекината пропорција
– случайная величина непрекината случајна променлива
– функция непрекината функција
непрерывность непрекинатост
неприводимый многочлен прост полином; неразложлив полином
непротиворечивая система уравнений непротивречен систем равенки
непротиворечивость непротивречност
неравенство неравенка; неравенство
– Бернулли Бернулиево неравенство

– Буняковского Шварцово неравенство
– второй степени квадратна неравенка
– Гёлдера Хелдерово неравенство
– Коши Кошиево неравенство
– Чебышёва неравенство на Чебишов
несобственная прямая идеална права
– точка идеална точка
несобственные элементы бескрајно далечни елементи; идеални елементи
несовместная система уравнений противречен систем равенки
несовместные неравенства противречни неравенки
– уравнения противречни равенки
несоизмеримые отрезки несомерливи отсечки
– числа несомерливи броеви
несократимая дробь нескратлива дропка
несчётное множество непребројливо множество
нечётная подстановка непарна пермутација
– функция непарна функција
нечётное число непарен број
нетривиальное решение нетривијално решение
неустранимый разрыв неотстранлив прекин
неявная функция имплицитна функција
нижний предел лимес инфериор
– – интегрирования долна граница на интегрирање
нижняя грань долна меѓа; минорант
***n*-мерное пространство** *n*-димензионален простор
нонамино griffonomino
нониллион нонилион
норма норма
нормализатор нормализатор
нормаль нормала
нормальная
– матрица нормална матрица
– плоскость нормална рамнина
– подгруппа нормална подгрупа
– форма Жордана Жорднова нормална форма
нормальное распределение нормална распределба
– сечение нормален пресек
– топологическое пространство нормален тополошки простор
– уравнение прямой нормална равенка на права
нормальный нормален
– делитель нормална подгрупа
– ряд группы нормална низа на група
***n*-тый корень из единицы** *n*-ти корен од единицата
нулевая матрица нулта матрица
нулевое решение нулто решение
нуль нула
нуль-вектор нулти вектор
нуль функции нула на функција
Ньютона законы механики Њутонови закони на механиката
Ньютона-Котеса квадратурные формулы Њутон–Котесови формули
Ньютона-Лейбница формула Њутон–Лајбницова формула

О

область домен; област
– определения отображения домен на пресликување
– определения функции домен на функција
– сходимости област на конвергенција
– целостности интегрален домен
– целостности с однозначным разложением интегрален домен со еднозначно разложување
оболочка обвивка
обопщение обопштување
обопщенная функция обопштена функција

образ слика
образующая линия генератриса
обратимый элемент инверзибилен елемент
обратная матрица инверзна матрица
– **пропорциональность** обратна пропорционалност
– **теорема** обратна теорема; обратно тврдење
– **функция** инверзна функција
обратное биективное отображение инверзна биекција
– **отношение** инверзна релација; обратен размер
– **отображение** инверзно пресликување
– **утверждение** обратно тврдење
– **число** реципрочен број
обратно пропорциональные величины обратно пропорционални величини
обратные гиперболические функции инверзни хиперболични функции
– **тригонометрические функции** инверзни тригонометриски функции; обратни тригонометриски функции
обратный элемент инверзен елемент
обращение матрицы инвертирање на матрица
общая алгебра современа алгебра; универзална алгебра
общая топология општа топологија
общее кратное заеднички содржател
– **решение** општо решение
общий делитель заеднички делител, заедничка мера
– **знаменатель** заеднички именител
– **интеграл** општ интеграл
– **множитель** заеднички множител
– **член** општ член
объединение множеств унија на множества
объем волумен; обем
– **понятия** обем (опфат) на поим
обыкновенная точка обична точка
овал Кассини овал на Касини
огибающая обвивка
ограниченная последовательность ограничена низа
– **функция** ограничена функција
ограниченное множество ограничено множество
однозначная функция еднозначна функција
однократный корень еднократен корен; прост корен
однополосатый гиперболоид еднокрилен хиперболоид
однородная функция хомогена функција
однородное уравнение хомогена равенка
однородный хомоген
– **многочлен** хомоген полином
однородные координати хомогени координати
односторонная поверхность еднострана површина
односторонный предел едностран лимес
одночлен моном
окрестность точки околина на точка
округление заокружување
окружность кружница
– **девяти точек** Ојлерова кружница
– **круга** обем; обиколка на круг
– **Фейербаха** Ојлерова кружница
– **шести точек** Ојлерова кружница
– **Эйлера** Ојлерова кружница
октамино октомино
октант октант
октаэдр октаедар; правилен октаедар
октиллион октилион
оператор оператор
– **Лапласа** Лапласов оператор
– **набла** операторот набла
операции над матрицами операции со матрици
– **над множествами** операции со множества

операция операција
описанная окружность опишана кружница
– фигура опишана фигура
описанный круг опишан круг
– многоугольник опишан многуаголник; тангентен многуаголник
– четырёхугольник тангентен четириаголник
определение дефиниција
определитель детерминанта
– Вандермонда Вандермондова детерминанта
– Вронского Врoњскиева детерминанта
ордината ордината
орт орт; единичен вектор
ортогонализация ортогонализација
ортогональная группа ортогонална група
– матрица ортогонална матрица
– проекция ортогонална проекција
– траектория ортогонална траекторија
ортогональное преобразование ортогонална трансформација
ортогональность ортогоналност
ортогональные векторы ортогонални вектори
– функции ортогонални функции
ортогональный ортогонален
– базис ортогонална база
ортоцентр ортоцентар
освобождение от иррациональностей рационализација
осевая симметрия осна симетрија
основание основа
– перпендикуляра подножје на нормала
основания геометрии основи на геометријата
основная теорема алгебры основна теорема на алгебрата
– – арифметики основна теорема на аритметиката
– – интегрального исчисления основна теорема на интегралното сметање
основные элементарные функции основни елементарни функции
особая точка сингуларна точка
особенность сингуларност
особое решение сингуларно решение
особый интеграл сингуларен интеграл
остаток от деления на 9 проверка со отфрлање на 9
остроугольный треугольник остроаголен триаголник
острый угол остар агол
ось оска
– абсцисс апсцисна оска
– аппликат апликатна оска
– ординат ординатна оска
– симетрии оска на симетрија
отклонение девијација
открытая область отворена област
открытое множество отворено множество
открытый круг отворен круг
– шар отворена топка
относительная погрешность релативна грешка
– частота релативна фреквенција
отношение (двух чисел) количник; размер; релација
– включения инклузија
– делимости релација за деливост
– порядка релација за подредување
– равенства дијагонална релација
– эквивалентности релација за еквивалентност
отображение пресликување
отрезок отсечок; сегмент
– прямой отсечка
отрицание негација
отрицательное число негативен број
– целое число негативен цел број
отрицательный знак негативен знак
– угол негативен агол

отыскание производной диференцирање
ошибка округления грешка на заокружување

П

папирус Ахмеса Ахмесов папирус
папирус Ринда Ахмесов папирус
парабола парабола
– Нейла Нејлова парабола
параболическая геометрия параболична геометрија
параболический цилиндр параболичен цилиндар
параболоиды параболоиди
парадокс антиномија; парадокс
парадокс Рассела Раселов парадокс
параллелепипед паралелопипед
параллелограмм паралелограм
– векторов паралелограм од вектори
параллель паралела
параллельная проекция паралелна проекција
параллельные кривые паралелни криви
– лучи паралелни полуправи
– окружности паралелни кружници
– плоскости паралелни рамнини
– прямые паралелни прави
параллельный паралелен
– перенос транслација
параметр параметар
параметрические уравнения параметарски равенки
Паскаля треугольник Паскалов триаголник
Пеано кривая Пеанова крива
пентамино пентомино
пентаэдр пентаедар
первообразная функция примитивна функција
первообразный корень из единицы примитивен корен од единица
переменная променлива
переменная величина променлива величина
пересекающая линия трансверзала
пересечение пресек
– множеств пресек на множества
– событий производ на настани
перестановка пермутација
периметр периметар
– окружности периметар на кружница
период период
периодическая дробь периодичен децимален број
– группа периодична група
– матрица периодична матрица
– функция периодична функција
периодичность функции периодичност на функција
периферия периферија
периферия многоугольника обиколка на многуаголник
перпендикулярные плоскости заемно нормални рамнини; перпендикуларни рамнини
перпендикулярные прямые заемно нормални прави; перпендикуларни прави
перпендикулярный перпендикуларен, нормален
перспектива перспектива
перспективная проекция перспектива; централна проекција
пи пи (бројот π)
пирамида пирамида
пирамидальное число пирамидален број
Пирса стрелка Пирсова стрелка
Пифагорова теорема Питагорова теорема
пифагорова тройка Питагорова тројка
планиметрия планиметрија
плоская кривая рамнинска крива
– фигура рамнинска фигура
плоский угол при верщине многогранника ѕиден агол
плоскость рамнина
– проекции проекциона рамнина

– симметрии симетрална рамнина
плотность распределения вероятностей густина на распределба на веројатностите
площадь плоштина
– многоугольника плоштина на многуаголник
– поверхности плоштина на површина
плюс плус
побочная диагональ споредна дијагонала
поверхностный интеграл површински интеграл
поверхность површина
– вращения ротациона површина
– второго порядка површина од втор ред
погашение долга амортизација
погрешность грешка
подгруппа подгрупа
– кручения торзиона подгрупа
подинтегральная функция подинтегрална функција
подкасательная суптангента
подкоренное выражение поткоренова величина
– число поткоренов број
подмножество подмножество
подобие сличност
подобные дроби слични дропки; слични децимални броеви
– матрицы слични матрици
– одночлены слични мономи
– треугольники слични триаголници
– фигуры слични фигури
подполе потполе
подпоследовательность подниза
подпространство потпростор
подстановка пермутација; смена
позиционная система счисления позиционен броен систем; позициона нотација
показатель показател
– степени показател на степен
показательная функция експоненцијална функција
показательное множество партитивно множество
– уравнение експоненцијални равенки
покрытие множества покривка на множество
пол под
поле поле
– вероятностей простор на веројатност
– вещественных чисел реален броен систем
– Галуа конечно поле; поле на Галоа
– действительных чисел полето на реалните броеви
– комплексных чисел полето на комплексните броеви
– отношений поле на количници
– разложения поле на разложување
– рациональных чисел полето на рационалните броеви
– событий поле на настани
– частных поле на количници
полигон многуаголник
полигональная линия полигонална линија
полилинейная функция полилинеарна функција
полимино полиомино
полиномиальная функция полиномна функција
полиомино полиомино
полная индукция потполна индукција
– кривизна Гаусова кривина
– линейная группа општа линеарна група
полное квадратное уравнение потполна квадратна равенка
– метрическое пространство комплетен метрички простор
– упорядочение линеарно подредување
– упорядоченное поле комплетно подредено поле
полный дифференциал тотален

диференцијал
– **прообраз** инверзна слика
– **угол** полн агол
положительно определённая матрица позитивно определена матрица
положительное целое число позитивен цел број; природен број
– **число** позитивен број
положительный знак позитивен знак
– **угол** позитивен агол
полугруппа полугрупа
полукруг полукруг
полукубическая парабола полукубна парабола
полуокружность полукружница
полуось полуоска
полуплоскость полурамнина
полуправильный многогранник полуправилен полиедар
полупространство полупростор
полупрямая полуправа
полусфера полусфера
полушар полутопка
полюс пол
– **инверсии** центар на инверзија
полярная ось поларна оска
поляра полара
полярные координаты поларни координати
полярный радиус поларен радиус
– **угол** поларен агол
поместная система счисления позициона нотација
понятие поим
попарно дизъюнктные множества пар по пар дисјунктни множества
попарно простые числа пар по пар заемно прости броеви
популяция популација
порождающее множество генераторно множество
порождающие элементы группы генератори на група
– **элементы идеала** генератори на идеал
порядковое число ординален број; реден број
порядок ред[1]
– **бесконечно большой** ред на бескрајно голема величина
– **бесконечно малой** ред на бескрајно мала величина
– **элемента** ред на елемент
последняя теорема Ферма последната теорема на Ферма
последовательность низа
– **Коши** Кошиева низа
последовательные приближения последователни приближувања
последовательный последователен
последующий член консеквента
– **элемент** следбеник
постоянная константа
– **интегрирования** интеграциона константа
– **функция** константна функција
постоянный член константен член
построение конструкција
построения Штейнера Штајнерови конструкции
постулат постулат
постулаты Евклида Евклидови постулати
посылка антецедент, претпоставка
потенциальное поле потенцијално поле
поток векторного поля флукс на векторско поле
потолок плафон
правило правило
– **введения отрицания** сведување на противречност
– **вывода** правило на заклучување
– **Крамера** Крамерово правило
– **(метод) ложного положения** метод на тетиви
– **Лопиталя** Лопиталово правило
– **отделения** модус поненс
– **отрицания** модус толенс
– **параллелограмма** правило на паралелограм

– **проведения умозаключений** правило на заклучување
– **Саррюса** Сарусово правило
– **треугольника** правило на триаголник
правильная дробь правилна дропка
– **пирамида** правилна пирамида
– **призма** правилна призма
правильный гексаэдр коцка
– **многогранник** правилен полиедар
– **многоугольник** правилен многуаголник
– **четырёхугольник** правилен четириаголник
правый смежный класс десен комплекс
превращение сведување
предели интегрирования граници на интегрирање
– **определенного интеграла** граници на определен интеграл
предел лимес
– **последовательности** лимес на низа
– **слева** лев лимес
– **справа** десен лимес
– **функции** лимес на функција
предельная точка точка на згуснување
предложение исказ; претпоставка; тврдење
(пред)посылка премиса
предыдущее число претходник
преобразование трансформација
– **координат** трансформација на координати
– **Лапласа** Лапласова трансформација
– **подобия** трансформација на сличност
– **эквивалентности** трансформација на еквивалентност
преобразования столбцов колонични операции
– **строк** редични операции
приближное значение числа приближна вредност на број
– **интегрирование** приближно интегрирање
приближные числа приближни броеви
приведение сведување
– **к абсурду** сведување на противречност
приведённая дробь скратена дропка
приведённое квадратное уравнение сведена квадратна равенка
– **кубическое уравнение** сведена кубна равенка
– **характеристическое уравнение** сведена карактеристична равенка
приводимый многочлен разложлив полином
призма призма
призматическая поверхность призматична површина
призматоид призматоид
призмоид призмоид
признак признак
– **делимости** признак за деливост
– **сходимости Коши** Кошиев критериум
признаки равенства треугольников признаци за складност на триаголници
прикладная математика применета математика
прилежащие углы соседни агли
примитивный корень из единицы примитивен корен од единица
примитивный многочлен примитивен полином
принцип двойстености принцип на дуалност
приращение нараснување
присоединённая матрица адјунгирана матрица
проблема семи мостов Кёнигсберга проблемот на Кенигсбергските мостови
проблемы Гильберта Хилбертови проблеми
прогрессия прогресија

проективная геометрия проективна геометрија
проективная плоскость
проективное преобразование проективна трансформација
– пространство проективен простор
проектирование проектирање
проектирующая плоскость проектирачка рамнина
проектирующий луч проектирачки зрак
проекционная плоскость проекциона рамнина
проекция вектора проекција на вектор
произведение производ
– матриц производ на матрици
– отображений состав на пресликувања
– событий производ на настани
производная извод
– по направлению извод во насока
производное множество изводно множество
– число извод
произвольная постоянная произволна константа
промежуток интервал; отворен интервал
промилле промил
промиль промил
прообраз инверзна слика
пропозициональная переменная исказна променлива
– формула исказна формула
– функция исказна функција; предикат
пропозициональные связки логички сврзници
пропорциональное деление пропорционална поделба
– среднее средна пропорционала
пропорциональность пропорционалност
пропорциональные величини пропорционални величини
пропорция пропорција
простая дробь обична дропка
– дуга прост лак
– замкнутая кривая проста затворена крива
простое поле просто поле
– тройное правило просто тројно правило
– число прост број
простой фактор прост множител
пространственная кривая просторна крива
– фигура просторна фигура
пространство простор
противолежащие углы спротивни агли
противоположное предложение спротивно тврдење
– число спротивен број
противоположные вершины спротивни темиња
– лучи спротивни полуправи
– стороны спротивни страни
– углы накрсни агли
противоречащий пример контрапример
противоречивая система уравнений противречен систем равенки
противоречие контрадикција
процент процент
прямая права
– линия права
– в бесконечности бескрајно далечна права
– призма права призма
– пропорциональность права пропорционалност
– сумма директна сума
прямое доказательство директен доказ
– произведение директен производ
прямой круговой конус прав кружен конус
– круговой цилиндр прав кружен цилиндар
– параллелепипед прав паралелопипед
– цилиндр прав цилиндар
– угол прав агол

прямо пропорциональные величини правопропорционални величини
прямоугольная трапеция правоаголен трапез
прямоугольник правоаголник
прямоугольные декартовые координаты правоаголни Декартови координати
прямоугольный параллелепипед квадар
Пуанкаре гипотеза Поанкареова хипотеза
пустое множество празно множество
– отношение празна релација
пучок прамен
– окружностей прамен кружници
– плоскостей прамен рамнини
– прямых прамен прави
– сфер прамен сфери
пятигранник пентаедар
пятиугольная пирамида петаголна пирамида
– призма петаголна призма
пятиугольник петаголник
пятиугольные числа петаголни броеви
пятый постулат Евклида Евклидов петти постулат

Р

равенство еднаквост; равенство
равнобедренная трапеция рамнокрак трапез
равнобедренный треугольник рамнокрак триаголник
равнобоковая трапеция рамнокрак трапез
равнобочная гипербола рамнострана хипербола
равновеликие фигуры еднаквоплошни фигури
равномерная сходимость рамномерна конвергенција
равномерное распределение рамномерна распределба
равномерно непрерывная функция рамномерно непрекината функција
равномощные множества еквивалентни множества; еквипотентни множества
равносторонная гипербола рамнострана хипербола
равносторонный треугольник рамностран триаголник
равные дроби еднакви дропки
– матрицы еднакви матрици
– множества еднакви множества
– отображения еднакви пресликувања
– треугольники складни триаголници
– углы еднакви агли; складни агли
– фигуры складни фигури; конгруентни фигури; еднакви фигури
равный еднаков
радиан радијан
радианная мера (угла) радијанска мера
радикал радикал
радикальная ось радикална оска
– плоскость радикална рамнина
радикальный центр радикален центар
радиус радиус
– кривизны радиус на кривина
– окружности радиус на кружница
– сходимости радиус на конвергенција
разбиение разбивање
– множества разбивање на множество
развернутый угол рамен агол
развёртка еволвента
разделительная дизъюнкция исклучна дисјункција
разложение разложување
– вектора на компоненты разложување на вектор
– многочленов разложување на полиноми

– на множители разложување на множители
разложимое число разложлив број
размерность димензија
– векторного пространства димензија на векторски простор
– геометрической фигуры димензионалност на геометриска фигура
размещение варијација
разностное уравнение диференцна равенка
разносторонный треугольник разностран триаголник
разность разлика
– множеств разлика на множества
разрешимая группа решлива група
разрешимость алгебраических уравнений в радикалах решливост на алгебарски равенки со радикали
разрыв точка на прекин
разрывная функция прекината функција
разрядное значение позициона вредност
ранг ранг
– квадратичной формы ранг на квадратна форма
– матрицы ранг на матрица
– набора данных ранг на група податоци
– системы векторов ранг на систем вектори
распределение распределба; дистрибуција
– вероятностей распределба на веројатности
– Гаусса Гаусова распределба
– Гаусса-Лапласа Гаусова распределба
– Пуасона Поасонова распределба
распределительность дистрибутивност
рассуждение расудување
растояние растојание
расходящаяся последовательность дивергентна низа
расходящийся ряд дивергентен ред
расширение поля проширување на поле
рационализация рационализација
рациональная дробь рационална дропка
– функция рационална функција
рациональное алгебраическое выражение рационален алгебарски израз
– число рационален број
ребро раб
ребро основания основен раб
регулярная кривая регуларна крива
– точка регуларна точка
– функция регуларна функција
регулярное пространство регуларен простор
редукция сведување
результант двух сил резултанта на две сили
рекуррентная формула рекурентна формула
рекурсивное определение рекурзивна дефиниција
рекурсивные функции рекурзивни функции
реляционная система релациски систем
репер евклидова пространства репер на евклидски простор
рефлексивное отношение рефлексивна релација
рефлексивность рефлексивност
решение решение
– треугольника решение на триаголник
– уравнения решение на равенка
решетка мрежа
решето Эратосфена Ератостеново сито
римские цифры римски цифри
ромб ромб
ромбоид рхомбоид; делтоид

ротор ротација²
Рунге-Кутта метод метод на Рунге–Кута
ряд ред²; редица
– Тейлора Тејлоров ред
– Фурье Фурјеов ред

С

свойство трихотомии својство на трихотомија
связанный вектор врзан вектор
связки исчисления высказываний логички сврзници
связное множество сврзано множество
сдвиг транслација
сегмент отсечок; сегмент
секанс секанс
секстиллион секстилион
секстильон секстилион
сектор исечок; сектор
секунда секунда; аголна секунда
секущая пресечка
семейство линий фамилија криви
семигранник хептаедар
семиугольник седумаголник
септиллион септилион
септильон септилион
середина отрезка средина на отсечка
сжатые контракција
сигнум сигнум
силлогизм силогизам
символ знак
символическая логика симболичка логика
симметраль отрезка симетрала на отсечка
симметрическая группа симетрична група
– матрица симетрична матрица
– пара точек симетричен пар точки
– пара уравнений симетричен пар равенки
– разность симетрична разлика
– функция симетрична функција
симметрические многочлены симетрични полиноми
симметрическое уравнение реципрочна равенка
симметричная геометрическая фигура симетрична геометриска фигура
симметричное отношение симетрична релација
симметричные точки симетрични точки
симметрия симетрија
– относительно оси осна симетрија
– относительно плоскости огледална симетрија
сингулярное преобразование сингуларна трансформација
сингулярность сингуларност
сингулярный интеграл сингуларен интеграл
синтез синтеза
синтетическая геометрия синтетична геометрија
синтетическое доказательство синтетичен доказ
синус синус
синусоида синусоида
система систем
– аксиом систем аксиоми
– дифференциальных уравнений систем диференцијални равенки
– координат координатен систем; систем координати
– линейных уравнений систем линеарни равенки
– наименования больших чисел систем на именување големи броеви
– неравенств систем неравенки
– счисления броен систем
– уравнений систем равенки
скаляр скалар
скалярная величина скаларна величина
– матрица скаларна матрица
скалярное поле скаларно поле
– произведение скаларен производ

след матрицы трага на матрица
следствие последица
собственное подмножество вистинско подмножество
скобки загради
скользящая симметрия лизгачка симетрија
скользящий вектор лизгачки вектор
скрещивающиеся прямые разминувачки прави
слагаемое собирок
слово збор
сложение собирање
сложение векторов збир на вектори
сложная дробь двојна дропка
– функция сложена функција
сложное отношение сложен однос
– тройно правило сложено тројно правило
случайная величина случајна променлива
– ошибка случајна грешка
– погрешность случајна грешка
– функция случаен процес
– цифра случајна цифра
случайное блуждание случајно талкање
– испитание случаен експеримент
– событие случаен настан
случайные числа случајни броеви
случайный вектор случаен вектор
– выбор случаен избор
– исход случаен исход
– опыт случаен експеримент
– процес случаен процес
– эксперимент случаен експеримент
смежные углы напоредни агли
смежный класс комплекс
смешанная периодическая дробь мешано периодичен децимален број
смешанное число мешан број
– произведение трёх векторов мешан производ
собственное значение сопствена вредност
собственный вектор сопствен вектор
событие настан
совершенное множество совршено множество
– число совршен број
совместная система уравнений непротивречен систем равенки
совместные уравнения симултани равенки
совокупность популација
– неравенств вкупност неравенки
– уравнений вкупност равенки
современная алгебра современа алгебра
содержание понятия содржина на поим
содружественные числа пријателски броеви
соизмеримость сомерливост
соизмеримые величины сомерливи величини
сократимая дробь скратлива дропка
сокращение кратење; сведување
– дроби скратување на дропка
соленоидальное поле соленоидално поле
соответственные углы согласни агли
– элементы соодветни елементи
соответствие кореспонденција; соодветство
соприкасающаяся окружность оскулаторна кружница
– плоскость оскулаторна рамнина
соприкосновение допир
сопряжённая матрица ермитски транспонирана матрица; конјугирана матрица
сопряжённые гиперболы конјугирани хиперболи
– диаметры конјугирани дијаметри
– дуги конјугирани лаци
– кватернионы конјугирани кватерниони
– комплексные числа конјугирано комплексни броеви

– **корни** конјугирани корени
– **радикалы** конјугирани радикали
составное число сложен број
сочетание комбинација
софизм софизам
софокусные кривые конфокални криви
спектр спектар
специальная линейная группа специјална линеарна група
специальные функции специјални функции
спираль спирала
спрямляемая кривая исправлива крива
спрямляющая плоскость ректификациона рамнина
сравнение конгруенција; конгруенциска равенка
– **первой степени** линеарна конгруенциска равенка
– **углов** споредување агли
сравнимость складност
среднее средина
– **значение** математичко очекување; средна вредност
среднее, медиана и мода средина, медијана и мода
средние средини
– **величини** средини
средняя линия трапецеии средна линија на трапез
– – **треугольника** средна линија на триаголник
– **точка треугольника** тежиште на триаголник
стандартное отклонение средно квадратно отстапување; стандардна девијација
статистика статистика
статистическая гипотеза статистичка хипотеза
статистический анализ статистичка анализа
степени числа 10 степени на 10
степенная функция степена функција
степенной ряд степенен ред
степень степен
– **точки** степен на точка
стерадиан стерадијан
стереографическая проекция стереографска проекција
стереометрия стереометрија
Стильтьеса интеграл Стилтјесов интеграл
столбец колона
столбцовый ранг колоничен ранг
сторона многоугольника страна на многуаголник
– **противулежащая углу** страна спроти агол
– **угла** крак на агол
стохастический процес случаен процес
строго возрастающая функция растечка функција
– **возрастающая последовательность** строго растечка низа
– **убывающая последовательность** строго опаѓачка низа
строгое неравенство строго неравенство
– **упорядочение** строго подредување
строка редица
строфоида строфоида
строчный ранг редичен ранг
структура мрежа
ступенчатый вид по столбцам колонично скалеста форма
– **вид по строкам** редично скалеста форма
Стьюдента распределение Студентова распределба
субнормаль субнормала
субъективная вероятность субјективна веројатност
суждение исказ; тврдење
сумма збир
– **арифметической прогресии** збир на аритметичка прогресија
– **векторов** збир на вектори
– **геометрической прогресии** збир на геометриска прогресија

– **ряда** збир на ред
– **случайных событий** збир на случајни настани
сфера сфера
сферическая геометрия сферна геометрија
– **кривая** сферна крива
– **поверхность** сферна површина
– **система координат** сферен координатен систем
– **тригонометьия** сферна тригонометрија
сферические координаты сферни координати
сферический двуугольник сферен двоаголник
– **избыток** сферен вишок
– **конус** сферен конус
– **многоугольник** сферен многуаголник
– **сегмент** калота
– **треугольник** сферен триаголник
– **угол** сферен агол
сферическое растояние сферно растојание
сфероид сфероид
сфероидальный треугольник сфероиден триаголник
сходимость конвергенција
сходство аналогија
сходящаяся последовательность конвергентна низа
сходящийся ряд конвергентен ред
счётная линейка логаритмар
счётное множество пребројливо множество
сюръекция сурјекција
сюръективное отображение сурјективно пресликување

Т

табель табела
таблица таблица
– **истинности** вистинитосна таблица
тавтология тавтологија
тангенс тангенс
тангенсоида тангенсоида
Тейлора многочлен Тејлоров полином
телесный угол телесен агол
тело тело^1; тело^2
– **вращения** ротационо тело
– **Платона** Платоново тело
тензор тензор
теорема теорема; тврдење
– **Банаха о неподвижной точке** Банахова теорема за фиксна точка
– **Безу** теорема на Безу
– **Больцано-Вейерштрасса** теорема на Болцано–Вајерштрас
– **Брианшона** теорема на Бријаншон
– **Вильсона** Вилсонова теорема
– **Гамильтона-Кэли** теорема на Хамилтон–Кејли
– **Гаусса** Гаусова теорема
– **Грина** теорема на Грин
– **Дезарга** Дезаргова теорема
– **Кантора** Канторова теорема
– **Кантора Берштейна** теорема на Кантор–Бернштајн
– **косинусов** косинусна теорема
– **Коши о среднем значении** теорема на Коши (за средна вредност)
– **Кронекера-Капелли** теорема на Кронекер–Капели
– **Лиувилля** Лиувилова теорема
– **Менелая** теорема на Менелај
– **Паппа** теорема на Пап
– **Паскаля** теорема на Паскал
– **полной вероятности** теорема за тотална веројатност
– **Ролля** теорема на Рол
– **синусов** синусна теорема
– **Стокса** теорема на Стокс
– **тангенсов** тангенсна теорема
– **Фалеса** Талесова теорема
– **Ферма** теорема на Ферма
– **Чевы** теорема на Чева
– **Шрейера** теорема на Шрајер
– **Штурма** Штурмова теорема
– **Эйлера о многогранниках** Ојлерова теорема за полиедрите

теоремы Евклида Евклидови теореми
теоретико-множественная топология општа топологија
теория теорија
– **автоматов** теорија на автомати
– **алгебраических уравнений** теорија на равенки
– **вероятностей** теорија на веројатност
– **Галуа** теорија на Галоа
– **графов** теорија на графови
– **групп** теорија на групи
– **игр** теорија на игри
– **матриц** теорија на матрици
– **множеств** теорија на множества
– **полей** теорија на полиња
– **чисел** теорија на броеви
терм терм; член
тетрамино тетромино
тетраэдр правилен тетраедар; тетраедар
тождественное преобразоыание идентична трансформација
тождественные векторы еднакви вектори
тождество идентитет
– **Якоби** Јакобиев идентитет
топологический изоморфизм хомеоморфизам
топологическое преобразование хомеоморфизам
– **пространство** тополошки простор
топология топологија
тор торус
тороид тороид
точка точка
– **в бесконечности** точка во бескрајност
– **возврата** повратна точка
– **заострения** повратна точка
– **накопления** точка на згуснување
– **перегиба** превојна точка
– **пересечения** пресечна точка
– **прикосновения** атхерентна точка
– **разрыва** точка на прекин
– **разрыва с конечным скачком** точка на прекин со конечен скок
– **сгущения** точка на згуснување
(точная) верхняя грань супремум
– **нижняя грань** инфимум
точные числа точни броеви
T_0**-пространство** T_0-простор
T_1**-пространство** T_1-простор
T_2**-пространство** T_2-простор
T_3**-пространство** T_3-простор
T_4**-пространство** T_4-простор
траектория траекторија
транзитивное бинарное отношение транзитивна релација
транзитивность транзитивност
трансверсаль трансверзала
транспозиция транспозиција
транспонированная матрица транспонирана матрица
транспортир агломер
транспортная задача транспортна задача
трансфинитная индукция трансфинитна индукција
трансфинитное число трансфинитен број
трансцендентная кривая трансцендентна крива
трансцендентное уравнение трансцендентна равенка
– **число** трансцендентен број
трансцендентные функции трансцендентни функции
трапеция трапез; *йон.* трапезоид
***t*-распределение** *t*-распределба
третий член пропорции трета пропорционала
третья степень куб; трет степен
треугольная матрица триаголна матрица
– **пирамида** триаголна пирамида
– **призма** триаголна призма
треугольник триаголник
– **Герона** Херонов триаголник
треугольные числа триаголни броеви

треугольный детерминант триаголна детерминанта
– определитель триаголна детерминанта
трёхвершинник тритеменик
трёхгранник триедар
– Френе природен триедар
трёхгранный угол триедарски агол; трирабно ќоше
трёхсторонник тристранник
трёхчлен трином
трёхчленное уравнение триномна равенка
триангуляция триангулација
тривиальное решение тривијално решение
тригонометрические кофункции тригонометриски кофункции
– подстановки тригонометриски смени
– ряды тригонометриски редови
– уравнения тригонометриски равенки
– формуды сложения и вычитания адициони формули
– функции тригонометриски функции
тригонометрический круг тригонометриски круг; тригонометриска кружница
тригонометрическое тождество тригонометриски идентитет
тригонометрия тригонометрија
– на плоскости рамнинска тригонометрија
триллион трилион
трисекция угла трисекција на агол
трихотомия трихотомија
триэдр триедар
тройное правило тројно правило
тройной интеграл троен интеграл
тупой угол тап агол
тупоугольный треугольник тапоаголен триаголник

У

убывающая функция опаѓачка функција
угловой коэффициент аголен коефициент
углы, в сумме составляющие 360° експлементни агли
– отличающиеся на $\pm 360^{\circ}$ котерминални агли
– при пересечении двух прямых третей прямой агли при трансверзала
угол агол
– возвышения агол на елевација
– вращения агол на ротација
– между двумя плоскостями агол меѓу две рамнини
– между двумя прямыми агол меѓу две прави
– между прямой и плоскости агол меѓу права и рамнина
– наклона (прямой) агол на наклонот
– отклонения агол на девијација
– отражения агол на одбивање
– падения агол на паѓање
– поворота агол на вртење; ротационен агол
– понижения агол на депресија
– преломления агол на прекршување
– противоположный стороне агол спроти страна
угольник аголник
удвоение куба удвојување коцка
уменьшаемое намаленик
умножение множење
– вектора на число множење на вектор со скалар
– векторов множење на вектори
– матриц множење на матрици
– матрицы на скаляр множење на матрица со скалар
умозаключение изведување заклучок
унарная операция унарна операција
унарное отношение унарна релација
универсальная алгебра универзална алгебра; алгебарска структура

универсальное множество универзално множество
– отношение универзална релација
унимодулярная группа унимодуларна група
– матрица унимодуларна матрица
унимодулярное преобразование унимодуларна трансформација
унитарная группа унитарна група
– матрица унитарна матрица
унитарное преобразование унитарна трансформација
– пространство унитарен простор
упорядочение подредување
упорядоченная область целостности подреден интегрален домен
– пара подреден пар
упорядоченное кольцо подреден прстен
– поле подредено поле
упорядоченность подредување
уравнение равенка
– Бернулли Бернулиева диференцијална равенка
– гиперболы равенка на хипербола
– кривой равенка на крива
– Лапласа Лапласова равенка
– окружности равенка на кружница
– параболы равенка на парабола
– плоскости равенка на рамнина
– плоскости в отрезках сегментен вид равенка на рамнина
– прямой равенка на права
– прямой в отрезках сегментен вид равенка на права
– прямой с угловым коэффициентом експлицитен вид равенка на права
– эллипса равенка на елипса
усечённая пирамида потсечена пирамида
усечённый конус потсечен конус
условие услов
– непротиворечивости услов на непротивречност
условная вероятность условна веројатност
– сходимость условна конвергенција
условно сходящийся ряд условно конвергентен ред
условные экстремумы условни екстреми
условный максимум условен максимум
– минимум условен минимум

Ф

фаза фаза
фактор множител
факторгруппа фактор-група
факториал факториел
факторизуемое число разложлив број
факторкольцо фактор-прстен
фактормножество фактор-множество
Фибоначчи последовательность Фибоначиева низа
– числа Фибоначиеви броеви
фигура симметричная относительно прямой основиметрична фигура
фигурные скобки големи загради
– числа фигурни броеви
фильтр филтер
фокус фокус
фокусное растояние фокусно растојание
формальная теория формална теорија
формальный язык формален јазик
формула формула
– бинома Ньютона биномна формула
– Валлиса формула на Волис
– Гаусса-Остроградского теорема на Гаус–Остроградски; формула на Гаус–Остроградски
– Герона Херонова формула
– Грина формула на Грин
– конечных приращений теорема на Лагранж (за средна вредност)
– Лагранжа теорема на Лагранж (за средна вредност)
– Лейбница Лајбницова формула
– **Маклорена** Маклоренова формула

– **Муавра** Моаврова формула
– **бинома Ньютона** Њутнова биномна формула
– **Остроградского** теорема на Гаус–Остроградски
– **Симпсона** правило на параболи
– **Стокса** формула на Стокс
– **Тейлора** Тејлорова формула
– **трапеций** правило на трапези
– **Эйлера** Ојлерова формула
формулы Виета Виетови формули
– **сокращенного умножения многочленов** формули за скратено множење
Френе формулы формули на Френе
фундаментальная последовательность фундаментална низа
фундаментальные законы логики основни закони на логиката
функтор функтор
функции Штурма Штурмови функции
функционал функционал
функциональная последовательность функционална низа
функциональное пространство функционален простор
– **уравнение** функционална равенка
функциональный анализ функционална анализа
– **определитель** функционална детерминанта
– **ряд** функционален ред
функциональный определитель Якоби Јакобиева функционална детерминанта
функция функција
– **распределения** распределба на веројатности
– **Эйлера** Ојлерова функција

Х

характеристика кольца *или* **поля** карактеристика на прстен *или* поле
– **логарифма** карактеристика на логаритам
характеристическая матрица карактеристична матрица
– **функция** карактеристична функција
характеристический вектор сопствен вектор
– **многочлен** карактеристичен полином
характеристическое значение сопствена вредност
– **уравнение** карактеристична равенка
– **число** сопствена вредност
хаусдорфово пространство Хаусдорфов простор
хи-квадрат критерий хи-квадрат тест
хи-квадрат распределение хи-квадрат распределба
***x*-компонента вектора** *x*-компонента на вектор
***x*-координата** *x*-координата; апсциса
хорда тетива

Ц

целая рациональная функция цела рационална функција
– **функция** цела функција
– **часть** цел дел
целое алгебраическое число цел алгебарски број
– **комплексное число** Гаусов број
целостное кольцо интегрален домен
целочисленная функция целобројна функција
целые числа цели броеви
центр центар
– **геодезической кривизны** центар на геодезиска кривина
– **гомотетии** центар на хомотетија
– **группы** центар на група
– **инверсии** центар на инверзија
– **инерции** центар на маса
– **кольца** центар на прстен
– **кривизны** центар на кривина
– **кривой** центар на крива
– **масс** центар на маса; тежиште
– **поверхности** центар на површина

– **подобия** центар на сличност
– **симметрии** центар на симетрија
– **тяжести** барицентар; тежиште
– **фигуры** центар на фигура
централизатор централизатор
центральная коника централна коника
– **предельная теорема** централна гранична теорема
– **проекция** централна проекција
– **симметрия** централна симетрија
центрально-подобное преобразование хомотетија
центрально-симметричная фигура централносиметрична фигура
центральный угол централен агол
центроид центар на маса; центроид
цепная дробь верижна дропка
– **линия** синцирка
цепное правило верижно правило
цепь верига
цикл циклус
циклическая группа циклична група
– **подстановка** циклична пермутација
циклоида циклоида
цилиндр цилиндар
цилиндрическая система координат цилиндричен координатен систем
– **поверхность** цилиндрична површина
цилиндрические координаты цилиндрични координати
циркуль шестар
циркулянтная матрица циркулантна матрица
циркулянтный определитель циркулантна детерминанта
циркуляция циркулација
циссоида цисоида
– **Диоклеса** цисоида на Диоклес
цифра бројка
цифры цифри

Ч

частичная упорядоченность делумно подредување
частичное упорядочение делумно подредување
частично упорядоченное множество делумно подредено множество
частичный предел парцијален лимес
– **предел последовательности** точка на натрупување на низа
частная производная парцијален извод
частное количник
частота фреквенција
чертёжный треугольник аголник
четверки-близнецы четворки-близнаци
четверная группа четворна група
– – **Клейна** Клајнова четворна група
четырёхгранник тетраедар
четырёхсторонник четириаголник
четырёхугольник четириаголник
четырёхугольник, никакие две сторони которого не параллелны трапезоид
чётная подстановка парна пермутација
чётная функция парна функција
чётное число парен број
чётность или нечётность парност
числа Ферма Фермаови броеви
численное выражение броен израз
– **значение** бројна вредност
– **интегрирование** нумеричко интегрирање
численный броен
числитель броител
число број
– ***e*** бројот *e*
– **π** бројот π
число, составленное из различных наименований повеќеимен број
числовая ось бројна оска
– **прямая** бројна права
– **функция** бројна функција
– **характеристика** бројна карактеристика
числовое значение бројна вредност
– **поле** бројно поле

– уравнение бојна равенка
числовой броен
чисто мнимое число чисто имагинарен број
– периодическая дробь чисто периодичен број; чисто периодична дропка
член член
– пропорции пропорционала

Ш

шар топка
шаровой пояс топкин појас
– сегмент топкин отсечок
– сектор топкин исечок
– слой топкин слој
шестигранник хексаедар; шестѕидник
шестисторонник шестстранник
шестиугольник шестаголник

Э

эвольвента еволвента
эволюта еволута
Эйлера дифференциальное уравнение Ојлерова дифернцијална равенка
– метод метод на Ојлер
– постоянная Ојлерова константа
– прямая Ојлерова права
эквивалентность еквивалетност
эквиваленция еквиваленција
эквивалентные бесконечно малые еквивалентни бескрајно мали величини
– высказывания еквивалентни искази
– матрицы еквивалентни матрици
– множества еквивалентни множества
– неравенства еквивалентни неравенки
– уравнения еквивалентни равенки
эксперимент, опыт експеримент
экстраполяция екстраполација
экстремальное значение функции екстремна вредност на функција
экстремум екстрем
– функции екстрем на функција
эксцентриситет ексцентрицитет
элемент елемент
– конечного порядка елемент со конечен ред
– кручения торзионен елемент
элементарная алгебра елементарна алгебра
– геометрия елементарна геометрија
– математика елементарна математика
– матрица елементарна матрица
элементарное событие елементарен настан
элементарные преобразования строк елементарни операции со редици
– функции елементарни функции
„**Элементы**“ **„**Елементи**“**
эллипс елипса
эллипсоид еллипсоид
эллиптическая геометрия елиптична геометрија
– кривая елиптична крива
эллиптический параболоид елиптичен параболоид
– цилиндр елиптичен цилиндар
эмпирическая вероятность емпириска веројатност; статистичка веројатност
– кривая емпириска крива
эндоморфизм ендоморфизам
энтропия ентропија
эпиморфизм епиморфизам
эпициклоида епициклоида
эрмитова матрица ермитска матрица
эрмитово внутреннее произведение ермитски внатрешен производ
– скалярное произведение ермитски скаларен производ
эрмитово сопряжённая матрица ермитски транспонирана матрица

Я

явная фкнкция експлицитна функција
ядро јадро
якобиан јакобијан

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гелерт,В.; Кестнер, Х.; Нојбер, З.: *Математически енциклопедичен речник*, София 1983 (превод од германски).

[2] Мантуров, О.В.; Солнцев, Ю.К.; Соркин, Ю.И.; Федин, Н.Г.: *Толковый словарь математических терминов*, Москва, 1965.

[3] *Математика, физика, астрономија, рачунарство*, Школска енциклопедија, Просвета, Београд, 1992.

[4] *Математическая энциклопедия*, Издат. «Советская энциклопедия», Москва, 1 (1977), 2 (1979), 3 (1982), 4 (1984), 5 (1985).

[5] Целакоски Н., Целакоска-Јорданова В., Целакоска Е: *Англиско-македонски речник на математички термини*, Македонска академија на науките и уметностите, Скопје 2015.

***

[6] *Dictionary of Algebra*, *Arithmetic and Trigonometry*; Steven G. Krantz, CRC Press LLC, 2001.

[7] *Dictionary of Classical and Theoretical Mathematics*, Catherine Cavagnaro, William T. Haight, II; CRC Press LLC, 2001.

[8] *Dictionary of Mathematics*, McGraw-Hill Company, 2003.

[9] Douglas Downing: *Dictionary of Mathematics Terms*, Third edition Baron's Educational Series, 2009.

[10] James & James: *Mathematics Dictionary*, multilingual edition,Van Nostrand Reinhold Co, 1968.

[11] Marks, Robert W.: *The New Mathematics Dictionary and Handbook*, Bantam Books, Inc., 1964.

Покрај книгите наведени погоре, користен е голем број учебници и прирачници од разни автори, на македонски, англиски и руски јазик, за основно, средно и високо образование.

Е-издание:
http://www.ukim.edu.mk/mk_content.php?meni=53&glavno=41

ISBN 978-9989-43-460-0